I.B.G.E. - SERVIÇO NACIONAL DE RECENSEAMENTO
Centro de Processamento de Dados

Coleção
IBEGEANA

BOLETIM DO
CENTRO DE PROCESSAMENTO DE DADOS

Maio de 1962 — ANO I
Nº 4

Avenida Pasteur 404 - tel. 26-9520
Praia Vermelha
Rio de Janeiro - Brasil

ÍNDICE

	Página
APRESENTAÇÃO, por Martiniano B. Moreira	2
AJUSTAMENTOS DE FÓRMULAS EMPÍRICAS PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS, pelo Eng. Otto Pfafstetter	3
ANÁLISE DO PROBLEMA DO CÁLCULO DAS CORREÇÕES "V" NA COMPENSAÇÃO DE UMA CADEIA GEODÉSICA PELO MÉTODO DAS DIREÇÕES, pelo Major Rubens Onofre de Azevedo Moraes	12
TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS (SISTEMA DE GAUSS EM UTM E VICE-VERSA), pelo Major Raul Américo Fleury	18
CONVERGÊNCIA MERIDIANA, pelo Major Ulysses da Silva	22
TAREFAS DE PROCESSAMENTO DE DADOS PARA O CENSO DE 1960, por Donald H. Heiser e Dorothy P. Armstrong, do Bureau do Censo dos E.E.U.U. (Tradução de João Carlos Ávila, revista por Anna Sternberg).....	25
NOTAS TÉCNICAS	
Compilação	35
NOTÍCIAS DIVERSAS	
Estimativa da população carioca até 1970	36
Computador Eletrônico trabalhará para o D.N.O.S.....	36

-x-x-x-

APRESENTAÇÃO

O principal e mais importante problema, na fase de consolidação de um Sistema Eletrônico de Processamento de Dados, no Brasil, é o da formação do pessoal técnico.

A Superintendência do C.P.D. tem procurado, dentro de suas limitações, organizar e desenvolver uma série de cursos, com o objetivo principal de preparar técnicos experientes, a fim de assegurar o pleno desenvolvimento do Sistema, bem como de garantir reserva de mão-de-obra capaz de eventualmente substituir os membros da Equipe solicitados pelas emprêsas particulares.

Neste sentido foram organizados 3 cursos: o primeiro, sôbre programação e operação, recebeu inscrições de 108 candidatos. Escolhidos, mediante teste vocacional, 14 alunos foram treinados durante 4 meses, em curso intensivo, recebendo 4 horas diárias de aula.

O segundo curso, para técnicos de manutenção do computador, selecionou inicialmente 16 dos 68 candidatos inscritos. Depois de 3 meses de aulas, a turma estava reduzida a 9 participantes. O treinamento prossegue e esperamos contar com bons técnicos, em julho próximo, após 8 meses de estudos intensos, trabalho de campo bem organizado e aulas teóricas eficientes.

O terceiro curso, para técnicos de nível superior, versou sôbre a programação automática: Unicode. Possibilitou o conhecimento das vantagens de uso do Computador para a solução de problemas científicos. Os 122 participantes do Curso, para poderem receber Certificado de Aproveitamento, concordaram em construir e resolver um problema a ser testado no Computador, problema êsse que deveria versar sôbre a especialização de cada um dêles - física, química, engenharia, etc. Estamos publicando os relatórios finais dêsses "trabalhos" em nossos Boletins.

Pretendemos dar prosseguimento a essa tarefa. A 2 de julho p. v. será iniciado o segundo curso de Unicode. Em outubro, voltará a ser dado Curso de Operação e Programação, e, em novembro, abriremos inscrições para a segunda turma de técnicos em Manutenção.

Em dois ou três anos de trabalho, provàvelmente, se nos fôr possível continuar essa mesma orientação - teremos dado oportunidade a todos e selecionado os melhores. Sem esquecer a nossa principal tarefa - a apuração do Recenseamento de 1960 - estamos cumprindo um dos objetivos de um centro de processamento de dados pioneiro, de propriedade da Nação e, portanto, com a obrigação de formar técnicos que possam garantir o funcionamento de futuros Centros, em outros Órgãos do Govêrno, nas Universidades, no Comércio e na Indústria.

Martiniano B. Moreira
SUPERINTENDENTE DO
CENTRO DE PROCESSAMENTO DE DADOS

AJUSTAMENTOS DE FÓRMULAS EMPÍRICAS PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

Otto Pfafstetter
Engenheiro Civil
Chefe da Seção de Estruturas do Departamento
Nacional de Obras de Saneamento

Na aplicação de ciências experimentais, ou ciências relacionadas com observações de fenômenos naturais, como a meteorologia e a hidrologia, ocorre freqüentemente a necessidade de ajustar fórmulas empíricas para definir analìticamente a relação entre grandezas observadas.

Muitas vèzes as formas analíticas que melhor se ajustam aos valores observados são complexas, sendo difícil ou mesmo impossível anamorfoseá-las de modo a se poder empregar os processos comuns de ajustamento de equações lineares pelo método dos mínimos quadrados.

No caso da forma analítica que se ajusta satisfatòriamente aos valores observados poder ser anamorfoseada sob forma linear, é preferível aplicar as fórmulas comuns de correlação linear que seguem:

$$p = \frac{\sum XY}{N} - \frac{\sum X}{N} \cdot \frac{\sum Y}{N}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N} - \left(\frac{\sum X}{N}\right)^2}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum Y^2}{N} - \left(\frac{\sum Y}{N}\right)^2}$$

$$r = \frac{p}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

$$S_y = \sigma \sqrt{1 - r^2}$$

sendo:

x e y os valores observados da variável dependente e independente, respectivamente;

N o número de observações;

p o produto de momentos;

σ_x e σ_y os desvios-padrão;

r o coeficiente de correlação;

S_y o êrro padrão.

A equação linear ajustada será dada pela expressão

$$Y - \frac{\sum Y}{N} = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \left(X - \frac{\sum X}{N} \right)$$

O ajustamento por meio destas expressões pode em geral ser feito com máquinas de calcular mecânicas sem esfôrço excessivo, não justificando o emprêgo de computadores eletrônicos.

Em seguida serão examinados sòmente os casos em que a forma analítica que melhor se ajusta aos valores observados não pode ser anamorfoseada sob forma linear e que exigem uma solução por tentativas, para a qual os computadores eletrônicos são especialmente úteis.

Adotando o critério dos mínimos quadrados, cumpre achar os valores dos parâmetros na expressão analítica que resultam numa soma mínima dos quadrados dos desvios dos valores observados da variável independente em relação aos valores calculados.

Deve-se notar que o resultado do ajustamento pelo método dos mínimos quadrados se altera quando se troca a variável independente por uma das variáveis dependentes. Êste defeito do método dos mínimos quadrados pode ser eliminado, aplicando uma análise multivariante segundo referência 1, o que não será apresentado aqui.

No ajustamento com auxílio dos computadores digitais, cumpre dar diversos valores a cada um dos parâmetros que aparecem na equação e calcular para cada combinação dêstes valores, a soma dos quadrados dos desvios dos valores calculados da variável independente em relação aos valores observados da mesma. Os valores atribuídos aos parâmetros que correspondem a uma soma de quadrados dos desvios, mínima, introduzidos na expressão geral adotada, fornece o resultado de melhor ajustamento procurado.

A precisão do ajustamento melhora quando se diminui o intervalo entre os valores atribuídos aos parâmetros. Êstes valores devem também abranger campos suficientemente amplos a fim de a solução ótima ficar compreendida nestes campos. Como o número de combinações a examinar é igual ao produto dos números de valores atribuídos a cada parâmetro, a máquina poderá fàcilmente requerer um tempo exagerado para solucionar o problema dentro de limites práticos. É, por isto, necessário limitar o número de valores atribuídos aos parâmetros e, se possível, limitar a quantidade dêstes parâmetros, a fim de obter resultados satisfatórios dentro de um tempo razoável de funcionamento da máquina.

---

1) Some Possibilities for Multivariate Analysis in Hydrologic Studies by Willard M. Snyder - Journal of Geophysical Research Volume 67, February 1962, Number 2 - pág. 721.

O problema básico a apresentar ao computador eletrônico consiste numa minimização, isto é, achar a solução que torna mínima uma certa expressão, que no presente caso é a soma dos quadrados dos desvios. Calculada a soma dos quadrados dos desvios para cada combinação dos valores dos parâmetros, ela é comparada com o menor valor encontrado para as combinações antes examinadas. Se o último valor da soma dos quadrados dos desvios fôr menor que o menor valor antes encontrado, aquêle deverá substituir êste na memória da máquina, para o que as propriedades de uma variável não rotulada se prestam especialmente. Neste caso os valores dos parâmetros na última combinação examinada deverão também substituir os valores correspondentes anteriormente guardados na memória, utilizando-se do mesmo modo das propriedades de variáveis não rotuladas.

Caso o último valor da soma dos quadrados dos desvios não fôr menor que o menor valor antes encontrado para as outras combinações dos valores dos parâmetros, nada será alterado nos valores registrados na memória da máquina e se passa para a combinação seguinte.

Para iniciar um cálculo de minimização semelhante a êste, é preciso fixar um valor inicial para a soma dos quadrados dos desvios que seja superior a pelo menos um dos valores a examinar. Adota-se em geral, por motivo de segurança, um valor muito alto para esta soma inicial.

Para avaliar a qualidade do ajustamento obtido, convém completar os cálculos acima descritos com a determinação do desvio médio e do coeficiente de correlação.

Será apresentado em seguida um exemplo simples, demonstrando a utilização da programação automática "UNICODE", processada pelo computador eletrônico UNIVAC 1105 do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, de acôrdo com os conhecimentos adquiridos pelo autor num curso promovido por esta entidade em março de 1962.

EXEMPLO

Muitos estudiosos de hidrologia têm procurado uma representação analítica para definir as precipitações ou intensidades de chuvas de determinada freqüência em função da duração das mesmas.

As expressões parabólicas ou hiperbólicas geralmente adotadas se ajustam bem, seja para as precipitações de duração inferior a 2(duas) horas, seja para precipitações de duração superior a 2 (duas) horas. O ajustamento de uma única expressão parabólica ou hiperbólica para durações indo de 5 minutos até 24 horas, ou mais, é geralmente de má qualidade. Esta dificuldade se evidencia, marcando os valores observados sôbre papel com graduação bilogaritmica, notando-se que há um ponto de inflexão da curva média próximo à duração de 6 horas.

Na referência 2, procurou-se estabelecer uma expressão que se ajusta razoàvelmente entre 5 minutos e 6 dias de duração, cuja forma geral é:

$$P = A.T + B. \log (1 + C.T)$$

sendo:

P a precipitação em mm, para um tempo de recorrência de um ano, isto é, com a probabilidade de ser igualada ou excedida uma vez por ano,

T a duração de precipitação em horas,

A, B e C parâmetros a determinar para cada posto pluviométrico.

Esta expressão não é suscetível de uma anamorfose linear das variáveis P e T, sendo o ajustamento feito no referido trabalho por processo gráfico para 98 postos pluviométricos do Serviço de Meteorologia, do então Ministério da Agricultura.

Como exemplo apresentaremos em seguida, a programação para um

A programação deve tomar o seguinte aspecto:

```
      unicode program .

1     dimension t(13), p(13) .
2     start .
3     read t, p .
4     s 999999 .
5     vary a 0(0.1(0.91 sentences 6 thru 12 .
6     vary b 10(1(59.1 sentences 7 thru 12 .
7     vary c 10(10(61 sentences 8 thru 12 .
8     d2 0 .
9     vary k 0(1(12 sentences 10 thru 11 .
10    q aXt(k)+bX0.43429448Xln(1+cXt(k)) .
11    d2 d2+(p(k) q)**2 .
12    compute y(d2) .
13    n 13 .
14    d2 0 .
15    q2 0 .
16    sq 0 .
17    vary k 0(1(12 sentences 18 thru 21 .
18    q a1Xt(k)+b1X0.43429448Xln(1+c1Xt(k)) .
19    d2 d2+(p(k) q)**2 .
20    q2 q2+q**2 .
21    sq sq+q .
22    r 1 d2/(n-2 sq**2/n**1p**2 .
23    type a1, b1, c1, r .
24    stop .
25    y(d2) .
26    if d2Gs jump to sentence 31 .
27    s d2 .
28    a1 a .
29    b1 b .
30    c1 c .
31    exit .
zzzzzz end of tape .
```

Na primeira sentença são reservados na memória os espaços para as variáveis rotuladas, que no caso são sòmente a variável independente T e a dependente P da fita de dados.

Na segunda sentença é dada a partida da "computação".

Na terceira sentença é comandada a leitura da fita de dados.

Na quarta sentença é fixado um valor inicial grande para separar pelo método da minimização o valor mínimo da soma dos quadrados dos desvios D2 a serem calculados na sentença 11.

Na quinta, sexta e sétima sentenças são dados pelos ciclos de VARY os diversos valores dos parâmetros A, B e C da expressão que figura na sentença 10. Os valores atribuidos aos parâmetros devem cobrir todos os campos em que se possa encontrar a solução do melhor ajustamento. O espaçamento entre os valores

atribuídos aos parâmetros também satisfaz à precisão requerida para o ajustamento sem sobrecarregar a máquina com um número excessivo de combinações a examinar. A disposição das sentenças 5 a 7 condiciona o exame de tôdas as combinações dos valores atribuídos aos parâmetros, que são em número de 3 000.

Nota-se que os limites superiores dêstes ciclos de VARY foram escolhidos um pouco maiores que a soma do limite inferior com um múltiplo dos intervalos, garantindo que a máquina não exclua da análise os últimos valores préfixados. No caso de variáveis de ponto flutuante, como os parâmetros A, B e C, ao serem manipulados pela máquina em sistema de base octal, podem ser representadas por frações decimais muito próximas aos valores préfixados, cuja soma, no entanto, pode ultrapassar ligeiramente o valor do limite máximo dos ciclos de VARY. Esta medida só é necessária quando se trata de um círculo de VARY de uma variável de ponto flutuante.

Na sentença 8 é fixado um valor inicial nulo para a soma dos quadrados dos desvios D2, necessário quando se faz uma soma por meio de uma variável não rotulada.

Na sentença 9 é indicado um ciclo de VARY para as sentenças 10 e 11, calculando para cada combinação dos parâmetros A, B e C o valor teórico Q da variável dependente P em função da variável independente T, conforme a expressão da sentença 10. Na sentença 11 é calculada a soma dos quadrados das diferenças entre os valores observados P e os calculados Q da variável dependente.

Terminado o ciclo de VARY das sentenças 10 e 11, tem-se o valor da soma dos quadrados dos desvios D2 para aquela combinação de valores dos parâmetros. Como a sentença 12 ainda está no ciclo de VARY das sentenças 5 a 7, passa-se a comparar êste D2 com o maior D2 antes achado o qual está guardado na memória sob a designação S. Isto é feito com o auxílio do subprograma chamado na sentença 12 e que abrange as sentenças 25 a 31. É necessário usar um subprograma, em vez de um grupo de sentenças com um RESUME, porque êste não dá a volta ao ponto conveniente quando se tem uma série de ciclos de VARY seguidos como os das sentenças 5 a 7.

Na sentença 26, o valor de D2 é comparado com a menor soma S dos quadrados dos desvios antes encontrada. Na primeira combinação de valores dos parâmetros examinada, o valor de D2 substituirá o valor inicial dado a S na sentença 4.

Caso o último valor de D2 fôr menor que o valor de S aquêle substituirá êste na memória da máquina, acontecendo o mesmo para os valores dos parâmetros A, B e C que substituirão os valores anteriormente guardados sob a designação A1, B1 e C1, de acôrdo com as instruções das sentenças 27 a 30.

Caso D2 seja maior que o último S, passa-se diretamente da sentença 26 para a sentença 31. Desta sentença, volta-se ao ponto dos ciclos de VARY deixado ao sair para o subprograma.

Terminadas tôdas as combinações dos valores dos parâmetros A, B e C, passa-se dos ciclos de VARY para as sentenças 13 e seguintes, para calcular o coeficiente de correlação correspondente ao grupo de valores dos parâmetros que

fornecem o melhor ajustamento e que estão guardados sob a designação A1, B1 e C1.

Na sentença 13 é dado o número de valores da variável dependente ou da independente.

Nas sentenças 14 a 16 são dados valores iniciais nulos a D2, Q2 e SQ para efetuar as somas indicadas nas sentenças 19 a 21.

Na sentença 17 é indicado um ciclo de VARY entre as sentenças 18 e 21, calculando para os 13 valores da variável independente T, o valor teórico Q da variável dependente, a soma D2 dos quadrados dos desvios, a soma Q2 dos quadrados da variável dependente e a soma SQ dos valores desta variável.

Terminado êste ciclo de VARY, tem-se por somatório os valores finais de D2, Q2 e SQ que serão substituídos na expressão do coeficiente de correlação da sentença 22.

Na sentença 23 é comandado o TYPE dos valores A1, B1, C1 e R dos parâmetros e do coeficiente de correlação que correspondem ao melhor ajustamento encontrado.

Após 270 segundos de "computação" a máquina forneceu os seguintes resultados:

A1 = 0,199999999

B1 = 25

C1 = 30

R = 0,99904777E

O coeficiente de correlação próximo da unidade indica uma boa qualidade do ajustamento. A expressão analítica do melhor ajustamento achado pela máquina é:

$$P = 0{,}2 \cdot T + 25 \cdot \log (1 + 30 \cdot T)$$

Na referência 2, a expressão achada por ajustamento gráfico é:

$$P = 0{,}2 \cdot T + 27 \cdot \log (1 + 20 \cdot T)$$

Tanto na primeira como na segunda destas expressões, o afastamento máximo entre os valores observados e os calculados para P é de cêrca de 3,2 mm, apresentando, no entanto, a primeira um coeficiente de correlação ligeiramente superior.

Como o ajustamento gráfico foi feito em papel de graduação biologaritmica deu-se mais pêso aos afastamentos relativos da curva ajustada em relação aos pontos observados do que aos afastamentos absolutos considerados na análise numérica efetuada pela máquina. Resultou assim no ajustamento gráfico um êrro relativo máximo de 6%, enquanto o maior êrro relativo da curva ajustada pela máquina chega a 16%. Êste defeito é inerente à escolha do método de mínimos quadrados que depende dos desvios absolutos e não dos desvios relativos da variável dependente. Para melhorar os resultados do ajustamento examinado poder-se-ia ter imposto à máquina a escôlha da solução correspondente à menor soma dos quadrados dos desvios relativos.

Observa-se que seria possível economizar tempo de operação da máquina ao fazer os cálculos antes descritos, se tivessem sido reunidas operações comuns a várias fases do processamento numa etapa inicial, guardando na memória os resultados para uso posterior.

Assim, no caso presente, a operação de achar os logaritmos da expressão (1 + 0,2) se repete 39 000 vêzes, podendo-se economizar tempo apreciável calculando de antemão os 78 valores distintos dêstes logaritmos. Cada um dêstes valores guardados na memória da máquina será usado 50 vêzes nos cálculos subseqüentes.

Apresentamos assim a seguinte variante do programa:

```
unicode program .

1     dimension t°13°, p°13°, u°13,6° .
2     start .
3     read t, p .
3.1   vary k 0°1°12 sentences 3.2 thru 3.3 .
3.2   vary c 10°10°61 with m 0°1°5 sentence 3.3 .
3.3   u°k,m° 0.4342944819032518Xln°1+cXt°k°° .
4     s 999999 .
5     vary a 0°0.1°0.91 sentences 6 thru 12 .
6     vary b 10°1°99.1 sentences 7 thru 12 .
7     vary c 10°10 61 with m 0°1°5 sentences 8 thru 12 .
8     d2 0 .
9     vary k 0°1°12 sentences 10 thru 11 .
10    q aXt°k°+bXu°k,m° .
11    d2 d2+°p°k° q°2 .
12    compute y°d2° .
13    n 13 .
14    d2 0 .
15    q2 0 .
16    sq 0 .
17    vary k 0°1°12 sentences 18 thru 21 .
18    q a1Xt°k°+0.4342944819032518Xb1Xln°1+c1Xt°k°° .
19    d2 d2+°p°k° q°2 .
20    q2 q2+q2 .
21    sq sq+q .
22    r 1 d2/°q2 sq2/n°°1D2 .
23    type a1, b1, c1, r .
24    stop .
25    y°d2° .
26    if d2>s jump to sentence 31 .
27    s d2 .
28    a1 a .
29    b1 b .
30    c1 c .
31    exit .
zzzzzz end of tape .
```

Comparando com o programa anterior, observa-se que foi acrescentada uma variável rotulada na primeira sentença, prefixando na memória o espaço para os 78 valores de logaritmos a conservar.

Foram acrescentadas as sentenças 3.1, 3.2, 3.3 destinadas ao cálculo dos logaritmos da expressão (1 + C.T) para os 13 valores da variável independente T e os 6 valores do parâmetro C a examinar.

Em seguida, a única alteração introduzida foi na sentença 10, onde a expressão do logaritmo que figura no primeiro programa foi substituída pela variável rotulada U, chamando em ocasião oportuna seu valor numérico guardado na memória.

A máquina efetuou a "computação" dêste programa em 110 segundos, demonstrando uma apreciável econonia de tempo em relação ao primeiro programa.

Às vêzes esta diferença entre tempo de operação resultante de alterações no programa pode se tornar ainda mais importante. Convém por isto reunir tôdas as operações comuns a várias etapas do cálculo numa programação inicial, especialmente quando estas operações são complexas.

-x-x-x-

ANÁLISE DO PROBLEMA DO CÁLCULO DAS CORREÇÕES "v" NA COMPENSAÇÃO DE UMA CADEIA GEODÉSICA PELO MÉTODO DAS DIREÇÕES

Major Rubens Onofre de Azevedo Moraes
Eng. Geo.

(Aplicação da teoria dos erros, método dos mínimos quadrados, critério das observações condicionadas, processo dos coeficientes correlativos).

A - INTRODUÇÃO

O problema aqui analisado foi programado e processado na segunda fase (prática) do primeiro Curso de Programação Científica do C.P.D.

É um problema de Geodésia, típico para computador. Sua resolução com o auxílio de máquinas elétricas convencionais demandaria cêrca de 50 horas de trabalho; o computador despendeu 23 segundos no seu processamento.

B - DADOS

Seja o sistema de equações práticas de condição

$$r < n \begin{cases} a_1v_1 + a_2v_2 + a_3v_3 + \ldots\ldots + a_nv_n + w_a = 0 \\ b_1v_1 + b_2v_2 + b_3v_3 + \ldots\ldots + b_nv_n + w_b = 0 \\ c_1v_1 + c_2v_2 + c_3v_3 + \ldots\ldots + c_nv_n + w_c = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ r_1v_1 + r_2v_2 + r_3v_3 + \ldots\ldots + r_nv_n + w_r = 0 \end{cases} \qquad (1)$$

Os dados para a solução do problema serão, evidentemente, os coeficientes das incógnitas ("H(r,n)", na fita de dados) e os têrmos independentes (erros de fechamento - "W(r)", na fita de dados):

$\underline{H(r,n)}$ - $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, b_1, b_2, b_3, \ldots, b_n, c_1, c_2, c_3, \ldots, c_n, \ldots, r_1, r_2, r_3, \ldots, r_n$.

$\underline{W(r)}$ - $w_a, w_b, w_c, \ldots, w_n$.

Sentenças do programa: 1 e 4.

C - RESOLUÇÃO

O sistema de equações práticas de condição é sempre indeterminado, porém sòmente uma de suas soluções satisfaz o princípio dos mínimos quadrados:

$$[vv] = \text{mínimo}$$

Sem abordar o desenvolvimento teórico do problema, analisaremos a seguir as diversas fases de sua resolução prática, inclusive o cálculo dos êrros médios e a verificação das equações de condição.

Sentenças gerais do programa: 5 a 8 (definições).

1ª fase - Formação do quadro dos coeficientes das equações normais correlativas e respectivos têrmos independentes.

A	0	1	2	.....	r - 1	r
0	[aa]	[ab]	[ac]	.....	[ar]	0
1	[ba]	[bb]	[bc]	.....	[br]	0
2	[ca]	[cb]	[cc]	.....	[cr]	0
...	...	...	...	.....	...	...
...	...	...	...	.....	...	...
r - 1	[ra]	[rb]	[rc]	.....	[rr]	0
r	w_a	w_b	w_c	.....	w_r	0

onde:

$A(0,0) = [aa] = a_1a_1 + a_2a_2 + a_3a_3 + ... + a_na_n$

$A(0,1) = [ab] = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + ... + a_nb_n$

$A(0,2) = [ac] = a_1c_1 + a_2c_2 + a_3c_3 + ... + a_nc_n$

....

$A(0,r-1) = [ar] = a_1r_1 + a_2r_2 + a_3r_3 + ... + a_nr_n$

$A(0,r) = 0$

Observação - Todos os têrmos abaixo da diagonal principal são nulos.

B	0	1	2	3	.....	r - 1	r
0	+1	B	B	B	.....	B	B
1	0	+1	B	B	.....	B	B
2	0	0	+1	B	.....	B	B
3	0	0	0	+1	.....	B	B
...	...	...	...	...	.....	...	...
...	...	...	...	...	.....	...	...
r	0	0	0	0	.....	0	+1

Observações: 1) Os têrmos da diagonal principal são todos iguais (+1).

2) Todos os têrmos abaixo da diagonal principal são nulos.

Sentenças do programa: 1 e 17.01 a 17.23.

3ª fase - Cálculo dos coeficientes correlativos

Resolvendo-se o sistema (1), correspondente ao cracoviano B, obtêm-se os coeficientes correlativos "x", Fórmula geral:

$$X_J = - B_{J,r} - \sum_{I=J+1}^{I=r-1} X_I B_{J,I}$$

tendo-se o cuidado de fazer, inicialmente, todos os endereços X(r) iguais a zero.

Sentenças do programa: 1 e 17.24 a 17.34.

4ª fase - Cálculo das correções "v".

O sistema de equações de êrro correlativas

$$\begin{cases} v_1 = a_1x_o + b_1x_1 + c_1x_2 + \ldots + r_1x_{r-1} \\ v_2 = a_2x_o + b_2x_1 + c_2x_2 + \ldots + r_2x_{r-1} \\ v_3 = a_3x_o + b_3x_1 = c_3x_2 + \ldots + r_3x_{r-1} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ v_n = a_nx_o + b_nx_1 + c_nx_2 + \ldots + r_nx_{r-1} \end{cases} \qquad (3)$$

fornece, finalmente, as correções "v".

Sentenças do programa: 1, 21 e 23 a 26.

5ª fase - Cálculo dos erros médios.

Êrro médio de uma direção $m_d = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{r}}$

Êrro médio de um ângulo $m_a = \pm m_d\sqrt{2}$

Êrro médio de um triângulo $m_t = \pm m_d\sqrt{6}$

Sentenças do programa: 22 , 23 e 27 a 32.

6ª fase - Verificação.

Evidentemente, os valores encontrados para as correções "v" devem satisfazer as equações práticas de condição (1).

Sentenças do programa: 1 e 33 a 38

D - CONCLUSÃO

O programa apresentado em separado tem caráter geral. Para cada caso particular deverão sofrer alteração apenas as sentenças 1, 3, 5, 6 e 28. Para r equações práticas de condição a n incógnitas, a generalização dessas sentenças é a seguinte:

```
1   DIMENSION E(r,n), W(r), A(r+1,r+1), B(r+1,r+1), C(r+1,r+1) ,
              X(r), VRF(r).
3   (Identificação do problema)
5   IM = r.
6   IN = n.
28  R = r.
```

E - PROGRAMAÇÃO

```
            unicode program .
            ---------- .
            ---------- .
            ---------- .
            ---------- .
            ---------- .
1           dimension h'17,46', w'17', a'18,18', b'18,18', c'18,18', x'17', v'46', vrf'17
2           start .
3           print compensacao triangulacao geo este 1959 .
4           read h, w .
5           im=17 .
6           in=46 .
7           im1=im-1 .
8           in1=in-1 .
9           vary i=0'1'im sentences 10 thru 11 .
10          vary j=0'1'im sentence 1 .
11          a'i,j'=0 .
12          vary i=0'1'im1 sentences 13 thru 15 .
13          vary j=0'1'im1 sentences 14 thru 15 .
14          vary m=0-1'in1 sentence 15 .
15          a'i,j'=a'i,j'+h'i,m'Xh'j,m' .
16          vary j=0'1'im1 sentence 17 .
```

```
17          a[im,j] w[j] .
17.01       vary i 0[1]im sentences 17.02 thru 17.04 .
17.02       vary j 0[1]im sentences 17.03 thru 17.04 .
17.03       b[i,j] 0 .
17.04       c[i,j] 0 .
17.05       vary l 0[1]iml sentence 17.06 .
17.06       x[l] 0 .
17.07       j 0 .
17.08       k 0 .
17.09       i 0 .
17.10       jl j 1 .
17.11       d 0 .
17.12       if iG jl jump to sentence 17.17 .
17.13       e b[i,j]Xc[i,k] .
17.14       d d+e .
17.15       i i+1 .
17.16       if i L jl jump to sentence 17.13 .
17.17       c[j,k] a[k,j] d .
17.18       b[j,k] c[j,k]/c[j,j] .
17.19       k k+1 .
17.20       if kL im jump to sentence 17.09 .
17.21       j j+1 .
17.22       k j .
17.23       if jL im jump to sentence 17.09 .
17.24       j im 1 .
17.25       f 0 .
17.26       l im 1 .
17.27       g x[l]Xb[j,l] .
17.28       f f+g .
17.29       l l 1 .
17.30       j2 j+1 .
17.31       if l G j2 jump to sentence 17.27 .
17.32       x[j] b[j,im] f .
17.33       j j 1 .
17.34       if j G 0 jump to sentence 17.25 .
20          vary m 0[1]inl sentence 21 .
21          v[m] 0 .
22          sv2 0 .
23          vary m 0[1]inl sentences 24 thru 27 .
24          vary j 0[1]iml sentence 25 .
25          v[m] v[m]+x[j]Xh[j,m] .
26          type v[m] .
27          sv2 sv2+v[m][2] .
28          r 17 .
29          emd [sv2/r][1]D[2] .
30          ema emdX2[1]D[2] .
31          emt emdX6[1]D[2] .
32          type emd, ema, emt .
33          vary j 0[1]iml sentences 34 thru 38 .
34          vr 0 .
35          vary m 0[1]inl sentence 36 .
36          vr vr+h[j,m]Xv[m] .
37          vrf[j] vr+w[j] .
38          type vrf[j] .
39          stop .
zzzzzz end of tape .
```

TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

(SISTEMA DE GAUSS EM UTM E VICE-VERSA)

Major Raul Américo Fleury
Eng. Geógrafo

INTRODUÇÃO

O problema da transposição de fusos estudado pelo Dr. Allyrio Hugueney de Mattos e publicado no Anuário da D.S.G. de 1960, apresenta uma solução rápida e segura da transformação de coordenadas GAUSS em UTM e vice-versa.

Êste problema se apresentou em virtude da D.S.G. ter adotado a partir de 1958 o sistema UTM, recomendado pela UGGI, cujo coeficiente de redução de escala passou a ser $K_o = \frac{1}{1.500}$ ou 0,9996, e cujos meridianos centrais dos fusos passaram a ser de Longitude múltipla de 6° mais 3°.

Anteriormente, o sistema usado era o de Gauss-Krüger cujo

$$K_o = 1 - \frac{1}{2.500} \text{ ou } 0,999333...$$

e os meridianos centrais de Longitude múltipla de 6°.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As fórmulas usadas são gerais.

Denominaremos sistema primitivo aquêle que vamos transformar e sistema transformado após efetuar a transformação.

Se o meridiano central do fuso no sistema primitivo estiver a Oeste do meridiano Central do sistema transformado, teremos uma transformação no sentido Oeste-Leste.

Caso contrário, a transformação se dá no sentido Leste-Oeste.

FÓRMULAS A EMPREGAR

$$N'_2 = N'_o + \triangle N + nC - eD$$

$$E'_2 = -E_o + \triangle E + nD + eC$$

$$N'_o + \triangle N = N'_1$$

onde:

N'_2 e E'_2 - coordenadas transformadas (sem as constantes)

N'_o e E'_o - coordenadas de um ponto auxiliar (retiradas de uma tabela).

$\triangle N = N'_1 - N'_o$ e $\triangle E = E'_1 - E'_o$

diferença entre os valores:

N_1' e E_1' (coordenadas do ponto, sem as constantes, no sistema primitivo)

$$n = \Delta N \times 10^{-5}$$

$$e = \Delta E \times 10^{-5}$$

$$C = - g1 + nA - eB$$

$$D = \pm h1 + nB + eA$$

$$A = + g^2 + ng^3 \mp eh^3$$

$$B = \pm h_2 \pm nh_3 + eg_3$$

onde

g1, g2, g3, h1, h2, h3 são coeficientes tabelados.

Os sinais superiores são usados nas transformações Oeste-Leste; os inferiores nas transformações Leste-Oeste.

ANÁLISE DO PROGRAMA

Gauss para U.T.M.
$$N = 10.000.000 - N2$$
$$E2 + 500.000 = E$$

U.T.M. para Gauss
$$N = 500.000 - N2$$
$$E2 + 500.000 = E$$

Gauss para U.T.M.
$$N2 = N1 + NM \times C - EM \times D$$
$$E2 = \pm EA + DE + NM \times B + EM \times C$$

U.T.M. para Gauss
$$N2 = N2 \times T1$$
$$E2 = E2 \times T1$$

sendo T1 = 0,99973323

$$D = \mp H1 + NM \times B - EM \times A$$
$$C = - G1 + NM \times A - EM \times B$$
$$B = \mp H2 \mp NM \times H3 + EM \times G3$$
$$A = + G2 + NM \times G3 \pm EM \times H3$$
$$NM = DN \times 10^{-5}$$
$$EM = DE \times 10^{-5}$$
$$DN = N1 - NA$$
$$DE = E1 \pm EA$$

Gauss para U.T.M.
$$N1 = (5.000.000 - X) \times T$$
$$E1 = (Y - 500.000) \times T$$
sendo T = 1,000266845

U.T.M. para Gauss
- N1 = 10.000.000 - X
- E1 = Y - 500.000

DADOS
- X, Y, número qualquer
- TABELA
- NA, EA, G1, G2, G3, H1, H2, H3

PROGRAMAÇÃO

unicode program .

```
1       dimension x'10', y'10', na'71', ea'71', g1'71', g2'71', g3'71', h1'71',
        h2'71', h3'71' , n'10', e'10' .
2       start .
3       print transformacao de coordenadas plano retangulares .
4       read x, y, na, ea, g1, g2, g3, h1, h2, h3 .
5       u 10-5 .
6       vary i 0'1'9 sentences 6.1 thru 45 .
6.1     bb x'i' .
7       if bbG5000000 jump to sentence 12 .
8       t 1.000266845 .
9       n1 '5000000 x'i''Xt .
10      e1 'y'i' 500000'Xt .
11      jump to sentence 14 .
12      n1 10000000 x'i' .
13      e1 y'i' 500000 .
14      j 0 .
15      am na'j' .
16      if amGn1 jump to sentence 19 .
17      j j+1 .
18      jump to sentence 15 .
19      k j 1 .
20      dn n1 na'k' .
20.1    if e1G0 jump to sentence 21.2 .
21      de e1+ea'k' .
21.1    jump to sentence 22 .
21.2    de e1 ea'k' .
22      nm dnXu .
23      em deXu .
24      if e1G0 jump to sentence 30 .
25      a g2'k'+nmXg3'k'+emXh3'k' .
26      b h2'k' nmXh3'k'+emXg3'k' .
27      c g1'k'+nmXa emXb .
28      d h1'k'+nmXb+emXa .
29      jump to sentence 34 .
30      a g2'k'+nmXg3'k' emXh3'k' .
31      b h2'k'+nmXh3'k'+emXg3'k' .
32      c g1'k'+nmXa emXb .
33      d h1'k'+nmXb+emXa .
33.1    n2 n1+nmXc emXd .
33.2    e2 ea'k'+de+nmXd+emXc .
33.3    jump to sentence 36 .
34      n2 n1+nmXc emXd .
35      e2 +ea'k'+de+nmXd+emXc .
36      if bbL5000000 jump to sentence 43 .
37      t1 0.999733226 .
```

```
38      n2 n2Xt1 .
39      e2=e2Xt1 .
40      n'i'=5000000 n2 .
41      e'i'=e2+500000 .
42      jump=to sentence 45 .
43      n'i'=10000000 n2 .
44      e'i'=e2+500000 .
45      type=n'i', e'i' .
46      stop .
zzzzzz end of tape .
```

CONVERGÊNCIA MERIDIANA

Major Ulysses da Silva
Eng. Geógrafo
Diretoria do Serviço Geográfico do Exército

Os estudos em tôrno do sistema de projeção adotado (U T M) indicaram a limitação dos campos de aplicação segundo fusos, a fim de se evitar as grandes deformações que seriam inevitáveis se se pretendesse projetar de uma só vez qualquer área de grande desenvolvimento em longitude. Assim, sôbre o cilindro tangente a um dado meridiano projeta-se a área de um fuso que tem êsse meridiano como central, e de amplitude determinada.

A convergência meridiana é o ângulo formado, em cada ponto de um fuso, pelas tangentes ao meridiano do ponto e à paralela ao meridiano central.

Na projeção, a convergência meridiana é o ângulo formado pela direção norte-sul da quadrícula e a tangente transformada do meridiano no ponto considerado.

Na Projeção Universal Transversa de Mercator (U.T.M) que adotamos, têm representação por linhas retas o meridiano central, os círculos máximos perpendiculares a êsse meridiano e os círculos paralelos a êsse meridiano. Os demais meridianos e os paralelos ao equador são representados por linhas curvas que se denominam transformadas. As concavidades dessas transformadas voltam-se, respectivamente, para o meridiano central e para os polos.

Nas fôlhas topográficas essas curvaturas são gràficamente imperceptíveis, considerando-se as escalas e os formatos das mesmas e os valores das flexas das transformadas dos meridianos e paralelos correspondentes.

Neste pequeno trabalho vemos a oportunidade de examinar a convergência meridiana sòmente sob o ponto de vista topográfico e assim, a convergência meridiana é o ângulo, no ponto considerado, formado por duas linhas retas: a direção norte sul da quadrícula e a direção norte-sul geográfica.

Dessas direções, a partir do norte, contam-se, com centro nesse ponto, até uma direção partida dêsse mesmo ponto, ângulos denominados, respectivamente, azimute de quadrícula (Q) e azimute geográfico (G). A diferença entre os dois azimutes, conseqüentemente, é um ângulo de valor igual à convergência meridiana, que, convencionalmente, define-se pela seguinte relação:

$$\gamma = G - Q$$

onde a convergência meridiana tem sinal algébrico próprio.

As demais relações serão:

$$G = Q + \gamma$$

$$Q = G - \gamma$$

A convergência meridiana se calcula pela fórmula;

$$\gamma = \operatorname{sen}\varphi \cdot \ell \left[1 + P\cos^2\varphi\,(1 + 3\,Q^2\cos^4\varphi + 2\,Q^4\cos^8\varphi)\,\ell^2 + R\cos^4\varphi\,(2 - \right.$$
$$\left. - \tan^2\varphi)\,\ell^4 + \ldots\ldots\right]$$

onde:

$$P = 7841 \times 10^{-15}$$
$$Q = 676\ 817 \times 10^{-8}$$
$$R = 369 \times 10^{-25}$$

Mas, para fins topográficos, é suficiente tomar

$$\gamma = \ell \operatorname{sen}\varphi$$

onde ℓ é o valor angular do afastamento do ponto ao meridiano central (λ).