

SUMÁRIO

ARTIGOS **Maria de Lourdes de Oliveira**

Métodos gráficos e matemáticos para localização de indústrias através de minimização de custos de transportes e adequação à realidade com introdução de novos fatores utilizando um método para avaliação numérica de uma comunidade 3

**C. Ernesto S. Lindgren
Elane Frossard Barbosa
Roberto Tavares Petterle**

Hierarquia de centros na cidade do Rio de Janeiro 83

COMUNICAÇÃO **Ramonaval Augusto Costa**

Nota sobre o papel da educação na diferenciação das rendas entre 1960 e 1970 124

Bertha K. Becker

A propósito de um modelo de ocupação racional da Amazônia 137

TRANSCRIÇÃO **C. Ernesto S. Lindgren Carl Steinitz**

Representação gráfica de uma Matriz de Distâncias Sociais 142

COMENTÁRIO **Peter E. Lloyd BIBLIOGRÁFICO Peter Dicken**

Location in space: A theoretical approach to economic geography 187

Métodos gráficos e matemáticos para localização de indústrias através de minimização de custos de transportes e adequação à realidade com introdução de novos fatores utilizando um método para avaliação numérica de uma comunidade.*

MARIA DE LOURDES DE OLIVEIRA

Introdução

O objetivo do presente trabalho é pesquisar a região ótima para localização de indústrias, atendendo, de início, à minimização de custos de transportes.

Procuramos através de métodos gráficos e matemáticos, com aplicações mecânicas, sugerir diretrizes para uma localização ótima.

Neste estudo seguimos os princípios teórico-econômicos do Prof. Ruy Aguiar da Silva Leme, definindo alguns modelos apropriados, principalmente na teoria dos grafos — solução mecânica.

Em seguida procedemos a análise das soluções dadas ao problema de localização com adequação da teoria à realidade.

Finalmente, a título de ilustração, apresentamos a inclusão de novos fatores influentes na teoria de localização e um método para avaliação numérica de uma comunidade.

* Dissertação de mestrado apresentada à Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Minas Gerais, em 1975.

1 — O Problema de Localização de Indústrias

1.1 — Introdução Histórica

Decidir “onde” localizar a atividade econômica é problema que vem crescendo de interesse nos últimos vinte anos e tem merecido análise detalhada de sua importância.

Entretanto, já no século passado alguns autores trataram da localização industrial ainda que abordando os problemas de localização de uma forma parcial e incompleta; as contribuições pioneiras ao estudo sistemático da teoria da localização merecem referência especial.

Dentre estes podemos citar:

1 — Johann H. Von Thunen — Considerado o “pai” dos teóricos da localização e que em 1826 encarou o problema relacionado com a agricultura.

2 — Wilhelm Launhardt — Que em 1882 estudou o problema com relação à atividade industrial.

3 — Alfred Weber — Que por volta de 1909 teve o grande mérito de tentar estabelecer uma teoria da localização e que por essa razão impulsionou vigorosamente os estudos no sentido de enunciar as causas econômicas que determinam a localização industrial.

4 — Andreas Predohl (1925) — Oskar Engländer (1926) — Tord Palander (1935) — Que sucederam a Weber, contribuindo, decididamente, para o estabelecimento de uma teoria geral de localização industrial.

5 — August Losch (1936) e Walter Isard (1936) — Cujas obras foram de grande valia ao desenvolvimento da teoria da localização industrial — (Matrizes de entrada e saída na forma regional).

1.2 — O “Porquê” do Problema

Todo homem tenta satisfazer suas necessidades para as quais não existe provimento livre e imediato na natureza. Isto obriga a comunidade a utilizar recursos na produção e na distribuição de bens e serviços a fim de poder satisfazer as necessidades dos seus componentes.

Entretanto, os recursos naturais, humanos, tecnológicos e financeiros existentes não são suficientes para atender à demanda gerada pela necessidade. Daí, aos três problemas econômicos fundamentais, ou seja:

- o que produzir
- como produzir
- para quem produzir

adiciona-se um “novo problema”: Onde produzir, exatamente, para permitir que, teoricamente, o bem seja produzido onde ele seja mais necessário ou, o que seria mais correto, o local onde o bem seria produzido a custos mínimos.

1.3 — Sistemática da Localização

A teoria da localização pode, ao lado da teoria dos transportes e da formação espacial dos preços, ser considerada como um ramo novo da Economia:

A ECONOMIA ESPACIAL

Os problemas espaciais poderiam ser estudados pelos geógrafos que se negam porém a entrar no campo dos modelos matemáticos, dos quais são retiradas as variáveis essenciais e com as quais os economistas procuram traduzir a realidade.

Os fundamentos básicos da teoria clássica da localização são encontrados nas obras de Von Thunen, Alfred Weber e August Losch.

A teoria da localização abrange dois tipos de problema: ONDE produzir um certo produto e O QUE será produzido em um certo lugar.

ONDE PRODUZIR — é um problema afeto a um industrial.

O QUE SERÁ PRODUZIDO — em um determinado espaço geográfico, seria um problema de um planejador governamental, um problema na instalação de uma usina hidrelétrica ou um problema de um fazendeiro.

Adotando a classificação do Prof. Ruy Leme em seu tratado *Contribuições à Teoria da Localização Industrial*, podemos dividir a Teoria da Localização em:

- a) Teoria da Localização Agrícola, Industrial e Urbana
- b) Teoria da Microlocalização e da Macrolocalização
- c) Estática localizacional e dinâmica localizacional.

A teoria da Macrolocalização pesquisa uma região dentro de um país ou no máximo dentro de uma zona economicamente integrada.

A Microlocalização procura situar a indústria dentro da região determinada pela macro.

A Estática localizacional estuda a distribuição espacial e a Dinâmica, a evolução da distribuição espacial no tempo.

A Dinâmica espacial é muito importante, pois, ao se instalar uma indústria, sua posição permanecerá inalterada pelo menos por duas dezenas de anos.

O problema pode ser enunciado considerando dadas as localizações de todas as fontes de matérias-primas e mercados ou estabelecer-se simultaneamente todas as localizações.

Logicamente a teoria da localização industrial procura selecionar a localização que dá maior lucro.

A adaptação da teoria à realidade repousa nesta hipótese e pode ser decomposta em 3 elementos:

- a) Racionalidade dos analistas a partir de uma escala de preferência constante no tempo;
- b) Previsão das ocorrências futuras por um período de tempo idêntico ao que se supõe de duração da indústria;
- c) A escala de preferência deve ser expressa de forma que a função utilidade corresponda à função lucro da firma.

É claro que em se tratando de suposições prevê-se distorções da teoria na aplicação à realidade.

A adequação da teoria à realidade é inversamente proporcional ao dinamismo da sociedade, pois quanto mais constantes forem as condições mais acertada será a previsão do futuro e mais corretas serão as decisões.

O desenvolvimento de uma teoria da localização mais adaptada à explicação da realidade pode ser feito substituindo-se o esquema da decisão na certeza por um de decisão na incerteza. Valoriza-se então nossa hipótese inicial para a minimização dos custos, pois estes são mais fáceis de serem calculados, no momento da decisão, do que os lucros.

A questão da correspondência da função utilidade e lucro da firma pode ser visualizada segundo o gráfico em que são ponderados fatores extraordinários.

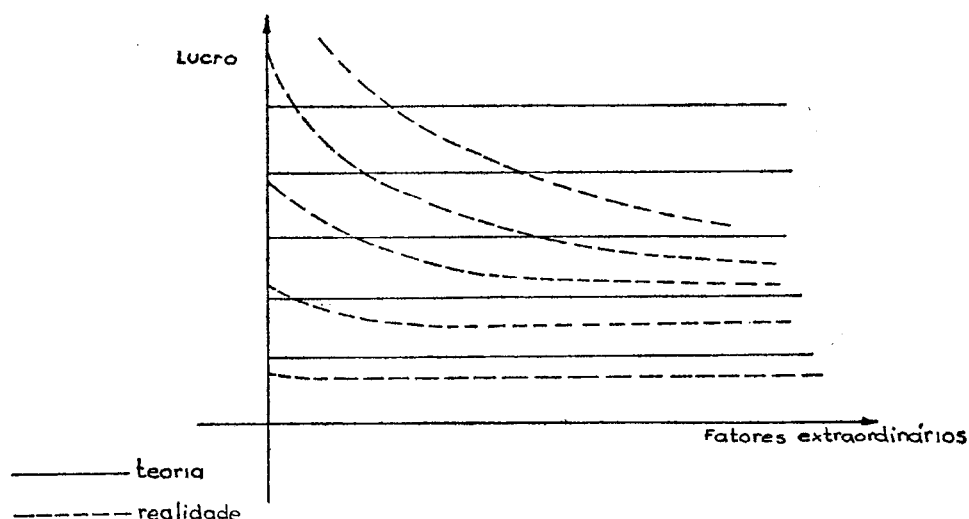


FIG. 1

Concluimos que os resultados serão tão mais próximos da realidade quanto menores forem os lucros, ou seja, quanto mais reduzidos forem os elementos de imperfeição na concorrência.

No nosso modelo procuramos preencher os requisitos:

- onde localizar, dando tratamento de localização industrial;
- pesquisa no campo, inicialmente, da macrolocalização;
- análise do problema sob o ponto de vista de estática locacional, a mais aproximada possível da realidade;
- os resultados poderão ser aplicados ditando regras, e explicando a realidade, na solução de problemas ONDE produzir um certo produto, ou O QUE produzir num certo lugar.

1.3.1 — Diretrizes para uma pesquisa de localização

Distinguimos duas espécies de métodos aplicados na teoria de localização:

- Métodos Indutivos
- Métodos Dedutivos.

MÉTODOS INDUTIVOS OU OBSERVAÇÕES DA REALIDADE

Correspondem a um mínimo de abstração:

— estatístico: em que se estuda por tabelas de probabilidade a associação das variáveis: dimensão, localização e mecanização.

— Questionário ou histórico — usado nos tratamentos elementares dos problemas localizacionais, em que se estuda e analisa os resultados obtidos com indústrias já instaladas.

MÉTODOS DEDUTIVOS — MODELOS PASSÍVEIS DE TRATAMENTO MATEMÁTICO

Os resultados são testados a partir da comparação de dados históricos ou estatísticos através de *check list*.

Os modelos empregados diferem quanto ao grau de abstração que se reflete no número de variáveis exógenas admitidas e no número de variáveis endógenas explicadas.

A seqüência adotada na aplicação dos métodos:

a) Enunciado dos fatores localizacionais:

— Os econômicos.

— Os não econômicos que não são incluídos no estudo teórico do problema, mas são ponderados no momento de aplicação.

— As componentes do lucro econômico que possam variar com a posição geográfica.

b) O estabelecimento de equações ou processos gráficos.

c) Testes.

Para uma análise do problema locacional, que envolve uma infinidade de fatores, necessário se torna que façamos abstração de alguns deles, fugindo à realidade e tornando exógenas muitas das variáveis endógenas.

Analisaremos, portanto, o processo locacional através de um modelo apenas em função do fator transporte.

É claro que fugindo à realidade, podemos chegar a conclusões controvertidas que deverão ser corrigidas com a inclusão de outros fatores para uma solução mais aproximada da realidade.

Além disso, os fatores puramente econômicos sofrem mutações causadas por inúmeros problemas, tornando a localização industrial, tema complexo.

Estas mutações podem ser causadas por:

— Modificações geográficas nas disponibilidades de recursos.

— Modificações nos processos de produção e de distribuição.

— Alteração da preferência de consumidores.

— Localização dos centros de consumo.

— Influências diversas.

Apesar de todas essas dificuldades podemos estabelecer critérios razoavelmente válidos para a determinação do local de produção, pois sabemos que qualquer empresa industrial possui três etapas distintas:

— Reunião dos materiais necessários à produção.

— Beneficiamento ou transformação.

— Venda e distribuição.

Verificamos que as etapas primeira e terceira são influenciadas diretamente pelos *Custos de Transportes* e a segunda etapa pelos *Custos de Beneficiamento*.

Daí podermos concluir que, economicamente falando, a localização industrial é a medida dos Custos de Transporte, dos Custos de Beneficiamento, ou seja, dos custos totais:

$$CT = Ct + Cp \quad (1)$$

Desde que os fatores econômicos sejam encarados como vantagens geográficas no que se refere a custos, podemos afirmar que o objetivo da localização industrial é tornar o custo total mínimo.

1.3.2 — Fatores que influenciam a escolha

No estudo da localização industrial devemos levar em conta dois tipos de fatores:

- a) Fatores quantitativos.
- b) Fatores qualitativos.

— FATORES QUANTITATIVOS — são aqueles que podem ser medidos e orçados:

EXEMPLOS:

- Mercado — transporte e distribuição de produto.
- Mão-de-obra — disponibilidade, níveis salariais.
- Combustíveis — disponibilidade e transporte.
- Energia — disponibilidade e tipo de fornecimento.
- Água — disponibilidade e tratamento necessário.
- Topografia e geologia do local — terraplenagem, estaqueamento, muros de arrimo, drenagem, estradas de acesso, pontes, etc., custo do terreno.
- Tipos de construção dos prédios fabris.
- Obras auxiliares — vila operária, hospital, escolas, etc.
- Resíduos industriais — necessidade de neutralização.
- Impostos locais e matérias-primas — disponibilidade e transporte.
- FATORES QUALITATIVOS — são fatores que dependem de condições “flutuantes” ou de “simpatias” e “preconceitos”, e que somente podem ser estimados como influências favoráveis ou contrárias, por confronto ou comparação entre vários locais:
- Transportes de cargas disponíveis — rodoviário, ferroviário, aéreo, marítimo, fluvial.
- Potencialidades e treino profissional local — SENAI, Escolas profissionais, artesanato local, etc.
- Serviços Municipais — pavimentação, água encanada, esgoto, iluminação pública.
- Facilidades de Manutenção — oficinas mecânicas, oficinas de encanadores, eletricitas.
- Condições higiênicas e alimentares da população local.

- Meios de comunicação — telefone, correio, telégrafo.
- Comércio local — abastecimento normal.
- Recursos para os operários — educacionais, recreativos e turísticos.
- Vizinhança — barulho, fumaça, poeira e poluição.
- Serviços de proteção — polícia, bombeiros e assistência.
- Politização dos trabalhadores e da população local — hábitos e costumes locais.
- Zoneamento municipal.
- Facilidades e incentivos governamentais — isenção de impostos e financiamentos.
- Bancos.
- Clima — temperatura, umidade, ventos dominantes, emergência, etc.
- Expansão do mercado local.
- Saturação futura dos meios de transportes e dos fatores quantitativos pela instalação de novas indústrias e pelo crescimento da população.

1.4 — Fator Transporte

O fator transporte, sendo o de maior influência na localização de indústrias, será tratado com maior destaque.

1.4.1 — Custo de Transporte

Se analisarmos detalhadamente os fatores acima enumerados e que influenciam na escolha do local para implantação industrial, verificamos que, mormente nas condições brasileiras atuais, quando se procura a interiorização industrial ou a interiorização do desenvolvimento, é bastante difícil a mensuração de muitos daqueles fatores. Entretanto, um dos fatores se apresenta como fundamental e perfeitamente mensurável — “O Custo do Transporte”, responsável por grande parcela do Custo Total.

Assim sendo, nosso propósito e objetivo é o de tentar estabelecer um método que nos dê condições de escolher a melhor localização industrial através da minimização dos custos de transporte.

1.4.2 — Estrutura dos custos de transportes

Para melhor compreensão do problema é necessário uma sucinta explicação acerca da estrutura dos custos.

Para determinação dos custos de transportes devem ser compiladas, entre outras, duas grandes parcelas:

- Custos fixos da empresa transportadora que estão exemplificadas pelas seguintes despesas:
 - Garage.
 - Conservação e manutenção.
 - Ordenados e salários.
 - Encargos sociais.
 - Depreciação.

- Amortização das instalações e dos veículos.
- Impostos e taxas.
- Seguros.
- Outros.

Estas despesas são invariáveis, ou seja, existem em quaisquer situações ainda que os veículos utilizados estejam parados.

— Custos variáveis — que podem ser exemplificados pelas seguintes despesas:

- Combustíveis.
- Lubrificantes.
- Pneus.
- Outros.

Estas despesas existem em função da utilização do veículo.

Obs.: Estamos subentendendo que outros custos variáveis, tais como os custos semivariáveis, estejam computados na parcela de custos variáveis, já que esta suposição não altera em nada nosso raciocínio.

1.4.3 — Representação Gráfica

Podemos estabelecer graficamente os custos fixos e variáveis para melhor visualização da questão.

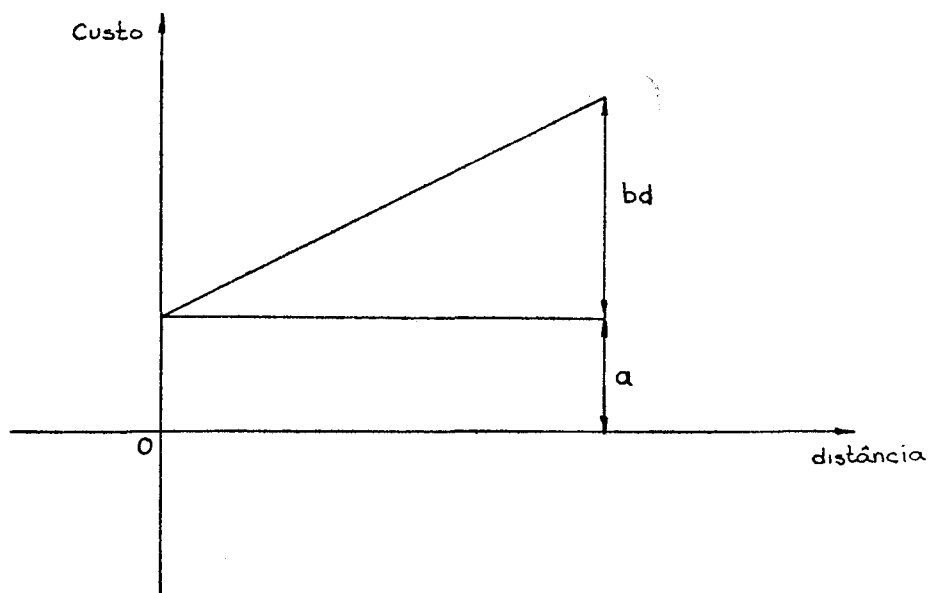


FIG. 2

$$C = a + bd$$

(1.a)

em que:

- a = Custos fixos.
- b = Custos variáveis.
- d = Distância percorrida.

Na análise dos custos de transportes devemos considerar:

- Distância entre as fontes de matérias-primas e a indústria, e distância entre a indústria e o mercado consumidor.
- Peso transportado.
- Tarifas ou fretes do transporte.

Além disso, outros fatores atuam na determinação do custo de transporte:

- Tipos de transporte.
- O uso do transporte no retorno que pode modificar a tarifa.
- A topografia, o clima e a estrutura dos sistemas regionais de transporte;
- O tipo de mercadoria a ser transportada.

Entretanto, todos esses fatores são perfeitamente suscetíveis de uma simplificação matemática, justificando perfeitamente a afirmação de que os custos de transporte dependem dos fatores:

- Distância.
- Peso.
- Frete.

Obs.: Na prática, muitas vezes teremos que considerar atentamente os outros fatores por questões de competição empresarial.

2 — Modelo Econômico

2.1 — Restrições ao Problema de Localização

— Custos de Transporte — para nossa análise, consideraremos os custos do transporte como uma função do peso a ser transportado e da distância a percorrer, a uma determinada tarifa.

É claro que fizemos abstrações à realidade, pois esses custos sofrem influências de outros fatores que simplificamos em nossa análise, através de noções de peso ideal e peso real.

— Tipos de matérias-primas — as matérias-primas são classificadas quanto a sua dispensabilidade, mobilidade e ocorrência geográfica em:

- Dispensáveis ou indispensáveis.
- Móveis ou imóveis.
- Localizadas em uma única fonte ou em várias fontes dentro da região (ubiquidade).

2.2 — Características dos Produtos Industriais

A principal característica dos produtos industriais é a transportabilidade.

Essa característica influi na comparação entre alternativas de localização devido à dificuldade, ou não do transporte do produto acabado e influenciando na localização próxima do mercado de consumo.

2.3 — Minimização dos Custos de Transporte

Comparação da realidade com abstrações úteis ao modelo

REALIDADE	MODELO
$M_i \rightarrow M_i(L)$ — as demandas dos diferentes mercados poderão variar com a localização $P_i = P_i(L)$ — o preço P_i poderá também depender da localização L , assim como a capacidade de produção capaz de atender as demandas dos diferentes mercados $C = \sum M_i(L)$ — Capacidade de produção	$M_i \left\{ \begin{array}{l} = 0, \text{ mercados não atendidos} \\ = h_i, \text{ mercados atendidos} \end{array} \right.$ Isto é, admitimos M_i constante Os mercados são considerados puntiformes Os preços P_i também são considerados constantes A capacidade de produção da indústria também será fixada pela relação $C = Wh^0$, independente da localização
$Q_i = Q_i(L)$ — a produção da quantidade C do produto exigirá diferentes matérias-primas, obtidas de diversas fontes de localização J $q_i = q_i(L)$ — preço quant. adquirida	Distinguimos matérias-primas localizadas — neste caso é escolhida uma só fonte em J antes de determinar L $Q_i = Q$ para $J = L$ $Q_i = 0$ para $J \neq L$ ubiquidades presentes em toda a região: $Q_i = Q$ para $J = L$ $Q_i = 0$ para $J \neq L$ Em qualquer dos dois casos haverá uma fonte de suprimento para cada matéria-prima q^0 — preço quantidade contante
$K = K(L)$ — custo de transformação por unidade K dependerá da capacidade de produção, também, porque os preços dos fatores de produção variam com a localização L	O custo unitário de transformação K é considerado constante em toda região de estudo $K = \text{constante}$

Concluindo estabelecemos as expressões:
na realidade:

$$l = \sum M_i(L) p_i(L) - \sum Q_j(L) q_j(L) - C_k(L) - T(L) \quad (1)$$

A solução do problema seria determinar L para a maximização do lucro l .

No nosso modelo, teríamos:

$$l = \sum h_i p_i - \sum Q_j q_j - C_k - T(L) = \text{constante} - T(L)$$

cujo máximo coincide com o mínimo de $T(L)$.

Assim, a localização é escolhida em função das despesas de transporte.

Então o objetivo do máximo lucro coincidirá com o do mínimo custo de transporte das matérias-primas ou dos produtos acabados.

3 — Análise da Orientação Para o Transporte

3.1 — Métodos Para Determinação de Localização de Indústrias

PONTO LOCACIONAL — REPRESENTATIVO

De uma localização em que todos os consumidores e todas as fontes de matéria-prima estejam localizados em um só local:

1 — No caso em que a indústria utilize apenas ubiqüidades, sua localização seria junto ao mercado consumidor.

2 — Tratando-se da utilização de apenas uma matéria-prima localizada, a indústria seria localizada junto à fonte de matéria-prima.

LINHA LOCACIONAL — REPRESENTATIVA

Da hipótese em que uma indústria utilize apenas uma matéria-prima localizada em um ponto e que o mercado consumidor seja concentrado em outro ponto.



FIG. 3

A localização deve ser orientada de acordo com a força de atração das matérias-primas necessárias para a produção e o produto acabado, que pode ser dada pelo índice de material de Weber — caso generalizado. Este índice é definido como o quociente de peso da matéria prima localizada pelo peso do produto.

$$l = \frac{M - U}{M - P} \quad (3)$$

M — soma dos pesos de todas as matérias-primas utilizadas

U — peso das ubiqüidades

P — perda de peso na transformação dos produtos.

Concluimos:

Se $U < P$ $l > 1$

Se $U > P$ $l < 1$

E mais,

Se $l < 1$, concluimos que a indústria terá sua localização ótima junto do mercado;

Se $l > 1$, a indústria poderá ou não ser atraída pelo mercado.

Vejamos:

— Se a indústria utilizar apenas uma matéria-prima, será atraída pela mesma;

— se utilizar diversas matérias-primas, só será atraída por uma delas se o índice de material, incluindo no numerador apenas esta matéria-prima, superar a unidade.

OBS.: a 2.^a conclusão não se aplica neste caso.

CASO DO TRIÂNGULO LOCACIONAL-REPRESENTATIVO

Da hipótese em que uma indústria utilize duas fontes de matéria-prima necessária para a formação do produto, localizadas em F_1 e F_2 e um centro consumidor M .

Neste caso teremos a representação gráfica através de um triângulo, o triângulo locacional:

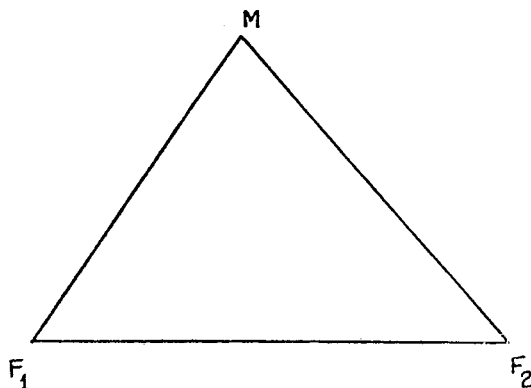


FIG. 4

Novamente, a localização deve ser orientada de acordo com a força de atração das matérias-primas e do produto acabado.

— sendo o peso aplicado a qualquer um dos vértices, maior ou igual a soma dos pesos dos outros dois, a indústria será atraída para este vértice;

— caso isto não aconteça, não havendo pesos dominantes ou preponderantes, o ponto de localização deve ser determinado dentro do triângulo, através de processo mecânico, determinando-se o ponto de equilíbrio de forças aplicadas aos vértices do triângulo locacional.

O tratamento para a determinação do ponto ótimo poderá ser o mesmo dado para a determinação da posição do centro de massa de um conjunto de pontos materiais.

Supondo-se $F_1 (x_1, y_1)$, $F_2 (x_2, y_2)$ e $M (x_3, y_3)$, determinamos o centro de massa:

— ponto ótimo de localização $O (x, \bar{y})$, através de:

$$\bar{x} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$$
(4)

válido para quaisquer números de pontos pesados, orientados por um determinado sistema de coordenadas.

CASO DE POLÍGONO LOCACIONAL

Trata-se da generalização do sistema.

Consideramos neste caso uma série de pontos representativos de diversas fontes de matérias-primas e de uma série de centros de mercado consumidor.

A solução do problema poderá ser alcançada por tratamento mecânico.

3.2 — Isolinhas

São linhas de contorno que para nosso problema representam:

- o tempo necessário à entrega das mercadorias e
- os custos de transporte de materiais, produtos acabados ou de materiais e de produtos acabados, conjuntamente.

Dentre as isolinhas, distinguimos as isodapanas que são linhas de contorno que ligam pontos nos quais os custos conjuntos de transporte para matérias primas e para o produto acabado são os mesmos.

O conceito de isodapanas (iso — igual, dapane — despesas) foi criado por Weber em sua teoria localizacional de indústrias.

Isodapanas — lugar geométrico das localizações com o mesmo custo de transporte.

Construção de Isodapanas para o Polígono Locacional

Hipóteses admitidas e traçado gráfico:

1 — supomos inicialmente que se trata de uma superfície homogênea de transportes;

2 — consideramos que a partir de cada ponto vinculado a uma fonte de matéria-prima ou centro de mercado de consumo são traçados isovetores, que são definidos como linhas de contorno que ligam pontos que podem ser alcançados com o mesmo custo de transporte, possuindo o mesmo ponto de referência — foco;

3 — traçados isovetores — que são círculos concêntricos, de intervalos iguais para cada foco, e cujo raio inicial e intervalos são proporcionais às intensidades de cada ponto pesado — fazemos a associação dos isovetores dois a dois, determinando pontos que indicarão novas linhas que representam os custos combinados dois a dois.

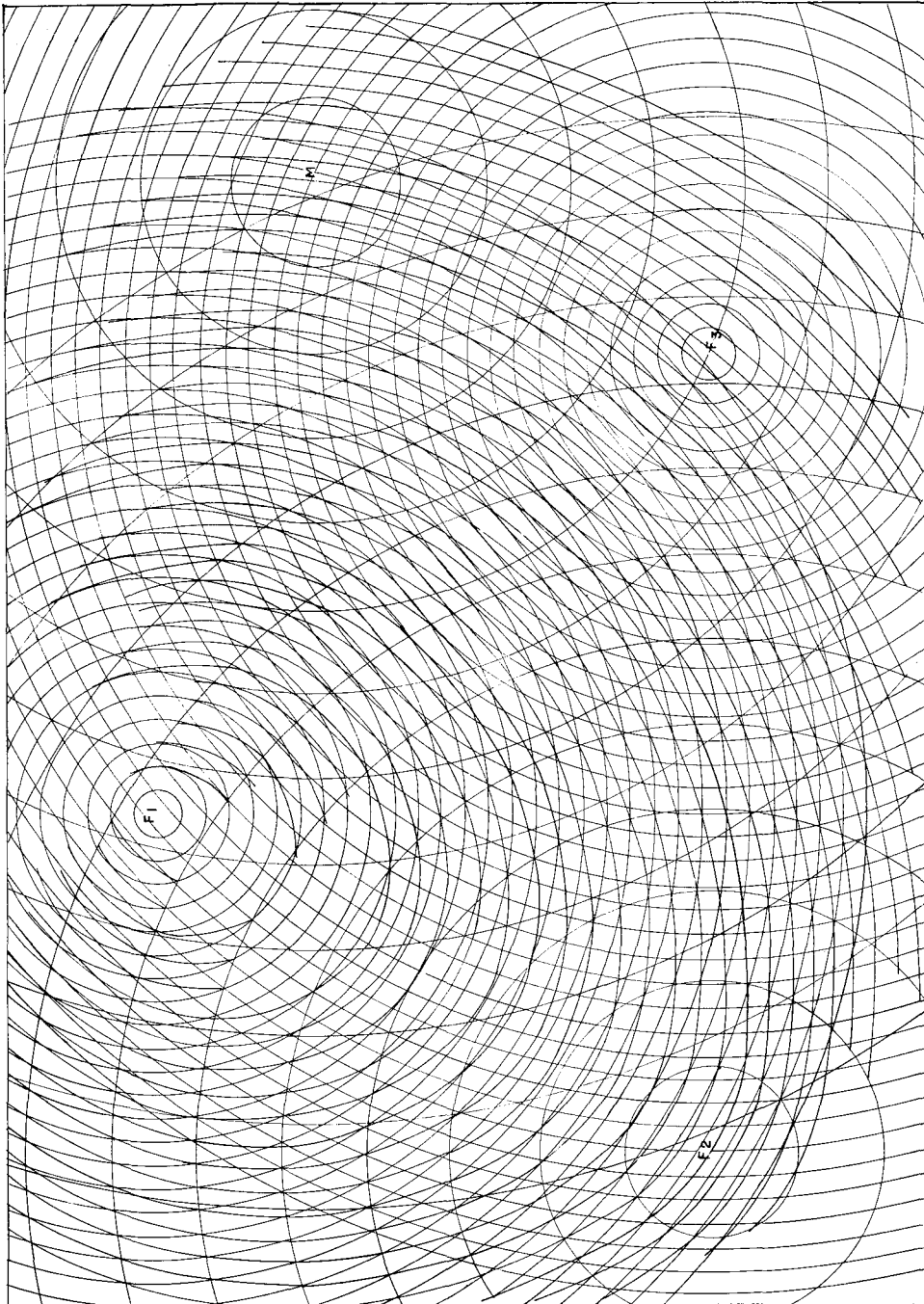


Fig. 5.a

Combinação de F_1 com F_2

4 — a união desses pontos formam as isodapanas que indicarão os pontos em que os custos totais e combinados de transporte dos pontos pesados são os mesmos;

5 — a isodapana mais interior no polígono locacional delimita a zona de localização ótima da indústria;

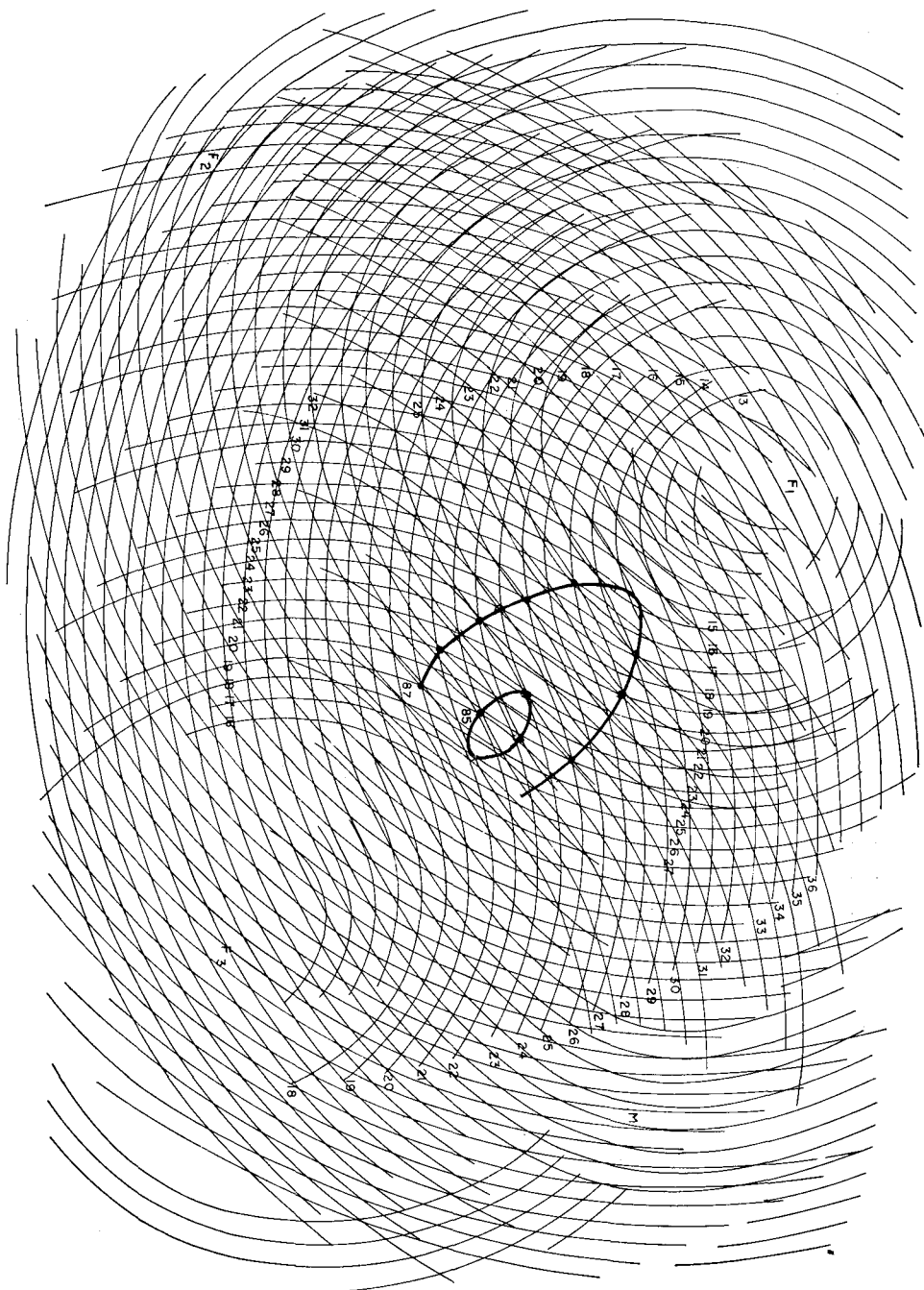


Fig. 5.b

6 — trata-se de um processo teórico em que poderão ser considerados estrutura tarifária não proporcional à distância, sem os ajustamentos dos pesos admitidos nas hipóteses iniciais e pode considerar diferentes vias de transporte. Neste caso os isovetores e as isodapanas terão forma assimétrica, o que não influirá nos resultados da análise.

7 — os autores dedicados à teoria de localização dão muito valor ao processo gráfico de isodapanas, pois ele possibilita a determinação de uma área ótima de custos mínimos de transporte e não um ponto único.

3.3 — Método Gráfico do Polígono Funicular

Seja a determinação da localização ótima de uma indústria, com a minimização dos custos de transporte.

Consideremos o peso a transportar P_i e o frete correspondente F . Podemos então escrever:

$$F = p_i (a_i + b_i d_i) \quad (5)$$

$$F = a_i p_i + (b_i d_i) p_i$$

Como podemos verificar, o valor do custo total do transporte é igual a soma de duas parcelas:

- uma fixa $P_i a_i$ (carregamento ou portagem)
- uma variável $P_i (b_i d_i)$ (transportação ou carretagem).

Indiquemos por M o módulo do vetor tal que:

$$M = |p_i b_i| \quad (6)$$

Problema 1

Seja o percurso entre as fontes de matéria-prima e de mercados de consumo (distribuição) indicado no eixo da figura abaixo.

Procuremos através deste problema particular o ponto ótimo de localização e procuremos a generalização.

- No ponto A aplica-se M_1 de intensidade m_1 Cr\$/km
- no ponto B aplica-se M_2 de intensidade m_2 Cr\$/km
- No ponto C aplica-se M_3 de intensidade m_3 Cr\$/km
- No ponto D aplica-se M_4 de intensidade m_4 Cr\$/km

Assim, os vetos são dados em custo, por distância percorrida. Determinemos o ponto de equilíbrio.

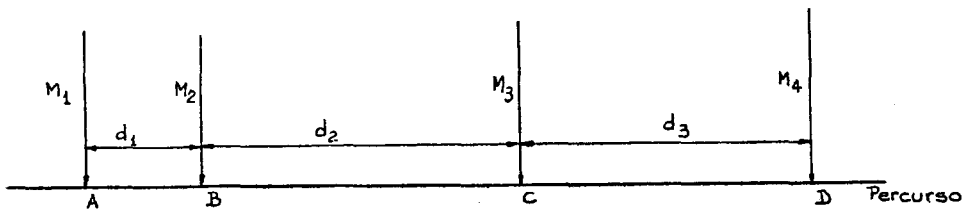


FIG. 6.a

3 — De um ponto qualquer M'_1 , tomado no prolongamento de M_1 , traçamos uma paralela a PP' e $M'_1 M'_2$, paralela a pp'' e determinamos o ponto M'_2 no encontro com a projeção de M_2 .

4 — De M'_2 traçamos a paralela PP''' e determinamos M'_3 e assim por diante.

5 — Finalmente, do ponto M'_4 , traçamos a paralela PP'''' , que irá encontrar a primeira paralela construída em O' .

6 — A perpendicular no eixo traçado de O' — resultante — definirá o ponto de equilíbrio O no eixo.

Verificação

Na construção auxiliar, indiquemos por α, β, γ e δ , os ângulos formados em P .

Temos então:

$$m_1 = p \operatorname{tg} \alpha$$

$$m_1 + m_2 = p \operatorname{tg} (\alpha + \beta)$$

$$m_1 + m_2 + m_3 = p \operatorname{tg} (\alpha + \beta + \gamma) \quad (7)$$

$$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = p \operatorname{tg} (\alpha + \beta + \gamma + \delta)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m_1}{p}$$

$$\operatorname{tg} (\alpha + \beta) = \frac{m_1 + m_2}{p}$$

$$\operatorname{tg} (\alpha + \beta + \gamma) = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{p} \quad (8)$$

$$\operatorname{tg} (\alpha + \beta + \gamma + \delta) = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}{p}$$

Por construção, os ângulos em:

$$M'_1 \text{ é } \alpha$$

$$M'_2 \text{ é } (\alpha + \beta)$$

$$M'_3 \text{ é } (\alpha + \beta + \gamma)$$

$$M'_4 \text{ é } (\alpha + \beta + \gamma + \delta)$$

Então:

$$\begin{aligned}
 y_1 &= d_1 \operatorname{tg} \alpha \\
 y_2 &= d_2 \operatorname{tg} (\alpha + \beta) \\
 y_3 &= d_3 \operatorname{tg} (\alpha + \beta + \gamma) \\
 y_4 &= x \operatorname{tg} (\alpha + \beta + \gamma + \delta)
 \end{aligned} \tag{9}$$

Comparando (8) e (9), deduzimos:

$$\begin{aligned}
 y_1 &= \frac{d_1 m_1}{p} \\
 y_2 &= \frac{d_2 (m_1 + m_2)}{p} \\
 y_3 &= \frac{d_3 (m_1 + m_2 + m_3)}{p} \\
 y_4 &= \frac{x (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)}{p}
 \end{aligned} \tag{10}$$

Somando membro a membro, temos:

$$\begin{aligned}
 y_1 + y_2 + y_3 + y_4 &= \frac{d_1 m_1}{p} + \frac{d_2 (m_1 + m_2)}{p} + \frac{d_3 (m_1 + m_2 + m_3)}{p} + \\
 &+ \frac{x (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)}{p}
 \end{aligned} \tag{11}$$

Ora, do triângulo M'_4 , M''_1 , M''_4 , temos:

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = (d_1 + d_2 + d_3) \operatorname{tg} (\alpha + \beta + \gamma + \delta) \tag{12}$$

Então:

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = (d_1 + d_2 + d_3) \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}{p} \tag{13}$$

Igualando (11) e (13), determinamos x :

$$x = \frac{d_1 m_2 + (d_1 + d_2) m_3 + (d_1 + d_2 + d_3) m_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} \tag{14}$$

Temos, assim, determinada a posição da resultante.

Por outro lado, podemos calcular x partindo da aplicação da teoria das distâncias inversamente proporcionais aos valores aplicados nos pontos dados.

Assim:

$$\frac{\frac{m_1}{1}}{x} + \frac{\frac{m_2}{1}}{x - d_1} = \frac{\frac{m_3}{1}}{d_1 + d_2 - x} + \frac{\frac{m_4}{1}}{d_1 + d_2 + d_3 - x} \quad (15)$$

Logo:

$$m_1 x + m_2 x - m_2 d_1 = m_3 d_1 + m_3 d_2 - m_3 x + m_4 d_1 + m_4 d_2 + m_4 d_3 - m_4 x \quad (16)$$

Finalmente:

$$x = \frac{d_1 m_2 + (d_1 + d_2) m_3 + (d_1 + d_2 + d_3) m_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} \quad (17)$$

Vimos assim verificado o processo gráfico.

OBS.: Consideramos a distância polar paralela ao eixo de repouso, coincidente com o raio PP' . O processo aplica-se, evidentemente, para o deslocamento de P .

Para a solução do problema 1 poderemos aplicar a teoria dos momentos estáticos das forças, em mecânica, com o auxílio do polígono funicular.

Definições:

1) A figura 7.b, onde as forças são representadas numa certa escala em intensidade, se chama polígono das forças ou dinâmico.

2) As forças auxiliares PP' , PP'' , etc., são chamadas raios vetores ou raios polares.

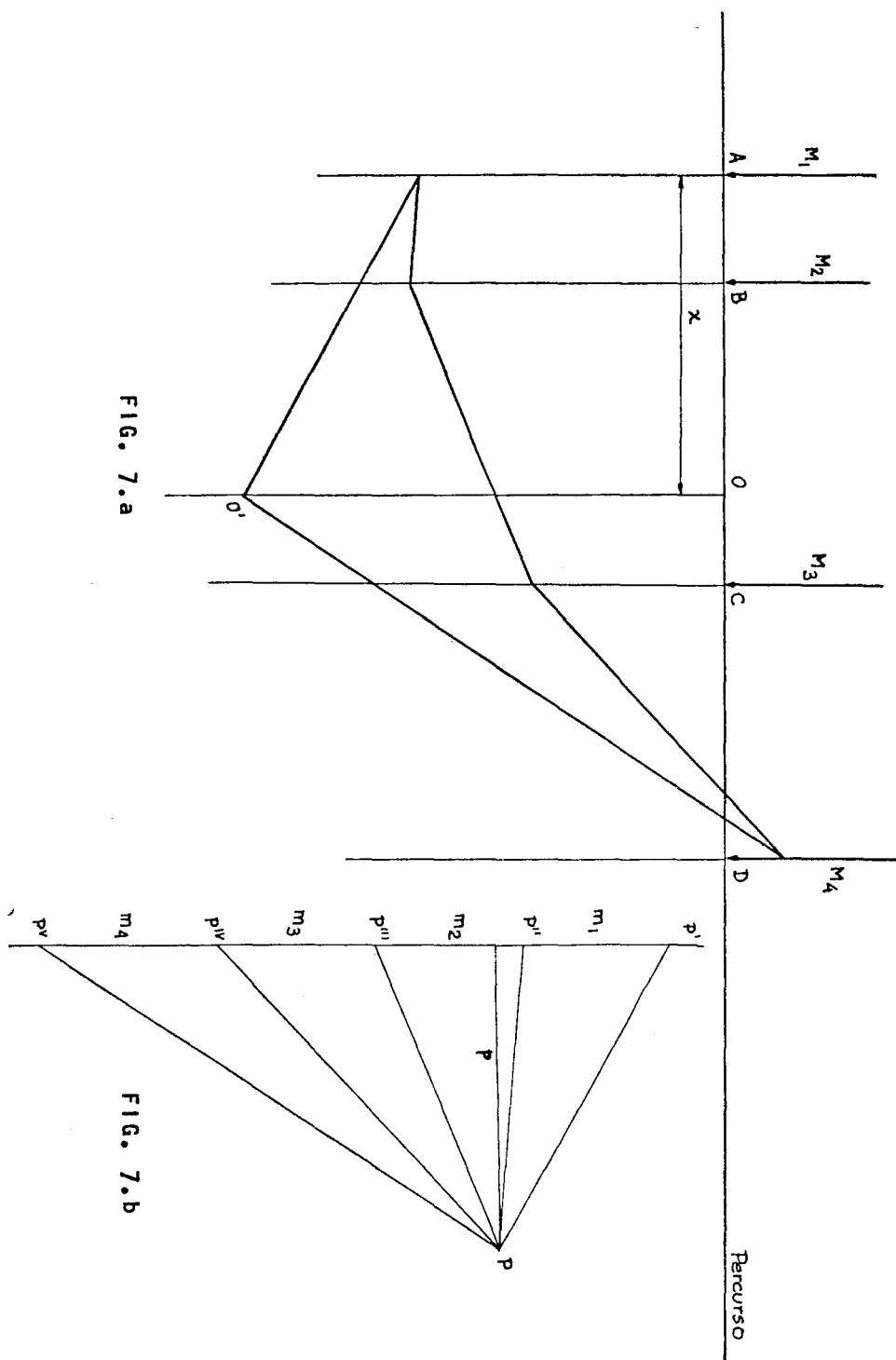
3) Os raios vetores convergem num ponto P , que se chama pólo.

4) A figura 7.a apresenta um suporte das forças auxiliares, constituindo uma linha poligonal que se chama polígono funicular.

5) A distância P , indicada na figura 7.b é chamada distância polar.

6) O ponto O é chamado baricentro dos pontos M_1 , M_2 , M_3 e M_4 .

Entende-se, em mecânica, por momento estático de uma força, com referência a um ponto, o produto da força pela normal traçada do ponto à força; assim, por exemplo, na figura 8, o produto $P.p$ é o momento estático da força P com referência ao ponto A .



De acordo com a tendência da força a girar à direita ou à esquerda, ao redor de A, o produto será positivo ou negativo.

Demonstremos que se pode determinar, por meio do polígono funicular, o momento estático de uma força com referência a um ponto.

Sendo P_1, P_2, P_3 , na figura 9, forças quaisquer com diferentes pontos de aplicação e seja R paralela e $\overline{ad}$ a resultante das forças citadas.

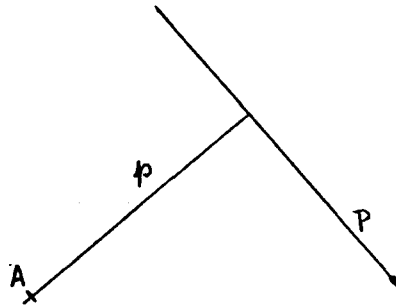


FIG. 8

Se L_1 é o comprimento da perpendicular traçada do ponto A sobre P_1 , o momento estático da força, P_1 , com referência ao ponto A , será $P_1 L_1$.

Pode-se obter outra expressão para este produto aplicando-se semelhança de triângulos.

Com efeito; se se traçar por A uma paralela a P_1 , que corte em f e e os lados do polígono funicular IV, I e I, II que passam por P_1 , nos triângulos $\overline{abo}$ e $\overline{ife}$, se verificará a condição:

$$\begin{aligned}\overline{ab} &\text{ paralela a } \overline{fe} \\ \overline{ao} &\text{ paralela a } \overline{if} \text{ e} \\ \overline{bo} &\text{ paralela a } \overline{ie}\end{aligned}$$

Logo o triângulo $\overline{abo}$ será semelhante a $\overline{ife}$.

Mas os lados homólogos dos triângulos semelhantes estão na mesma relação que suas alturas.

Logo, se traçarmos de O a normal H_1 , sobre $\overline{ab}$ e representamos por L_1 a normal de 1 a $\overline{fe}$, teremos:

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{fe}} = \frac{H_1}{L_1} \quad (18)$$

ou substituindo $\overline{ab} = P_1$

$$\frac{P_1}{\overline{fe}} = \frac{H_1}{L_1} \quad (19)$$

Como $-P_1 L_1$ é o momento estático da força P_1 com referência a A , teremos:

$$M_1 = -\overline{fe} \cdot H_1 \quad (20)$$

Escalas:

Uma vez adotadas as escalas de comprimento e de forças, e traçados os polígonos, o próximo problema será determinar a escala que se deverá utilizar para se medir os fatores $\overline{fe}$ e H_1 .

Para solucionar este problema basta considerar a proporção (18).

Em (18) o primeiro termo $\overline{ab}$ é uma força, portanto o segundo termo $\overline{fe}$ será outra força, logo deverá ser medida com escala de forças.

L_1 representa um comprimento, por conseguinte H_1 será um comprimento, devendo ser medido por escalas de comprimento.

Portanto, o momento estático das forças P com referência ao ponto A deverá ser dado em unidade de comprimento por unidade de força.

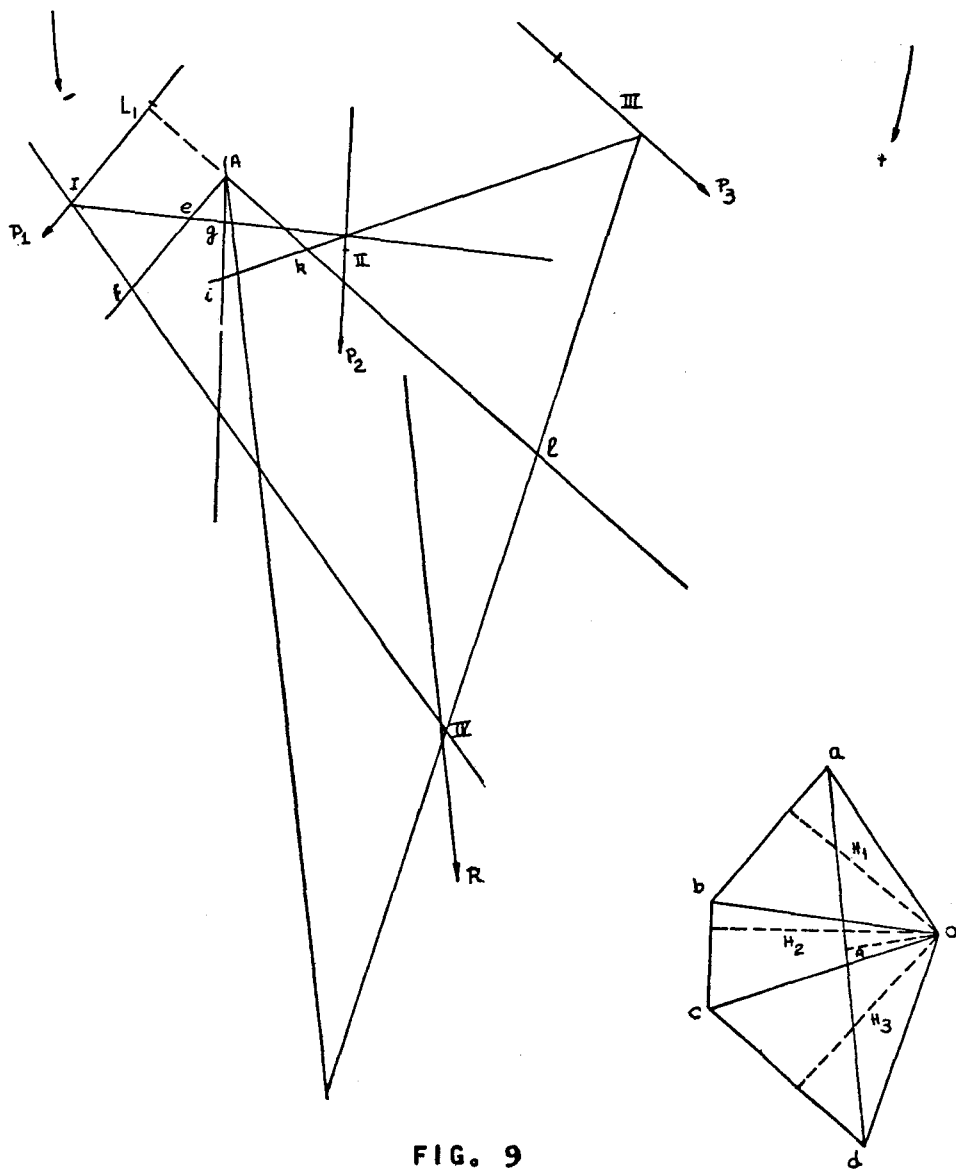


FIG. 9

3.3.2 — Determinação dos Momentos Estáticos de Forças Paralelas com o Auxílio do Polígono Funicular

Sejam as forças P_1, P_2, P_3, P_4 paralelas. Para encontrar o momento destas forças com referência ao ponto A traçam-se, por este, paralelas às forças, estas paralelas coincidem na mesma reta A_1 .

Também as distâncias desde o pólo O aos lados do polígono de forças ab, bc , etc., se confundem na mesma reta H , pois que os lados estão em linha reta.

Sejam M_1, M_2, M_3, M_4 e M os momentos das forças P_1, P_2, P_3, P_4 e R , com referência ao ponto A .

Para se determinar M_1 traça-se a reta A_1 que corta os lados do polígono funicular I, V e I, II e o segmento $\overline{fg}$ medido com a escala de forças e multiplicado pela distância polar H , medida com a escala de comprimento.

Teremos então:

$$M_1 = -\overline{fg} \cdot H$$

e, logicamente:

$$M_2 = \overline{gl} \cdot H$$

$$M_3 = -\overline{lk} \cdot H$$

$$M_4 = \overline{kl} \cdot H \quad (21)$$

$$M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = (-fg + gl - lk + kl) H$$

Mas:

$$kl - lk = il$$

$$il + gl - fg = fl$$

Portanto (22):

$$M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = fl \cdot H = M \quad (22)$$

ou:

“A soma algébrica dos momentos estáticos de forças paralelas quaisquer, com referência a um ponto do plano, é igual ao momento estático da resultante destas forças”.

No nosso processo que consiste em proceder analogamente ao polígono funicular, definimos a carretagem total, incluindo matérias-primas e material acabado, ao produto de n pela distância polar, ambos com os valores escalados de força e comprimento, em que n é o somatório dos segmentos determinados no polígono funicular, considerando seus valores absolutos, determinados pela projeção, à direita e à esquerda, em relação ao ponto considerado.

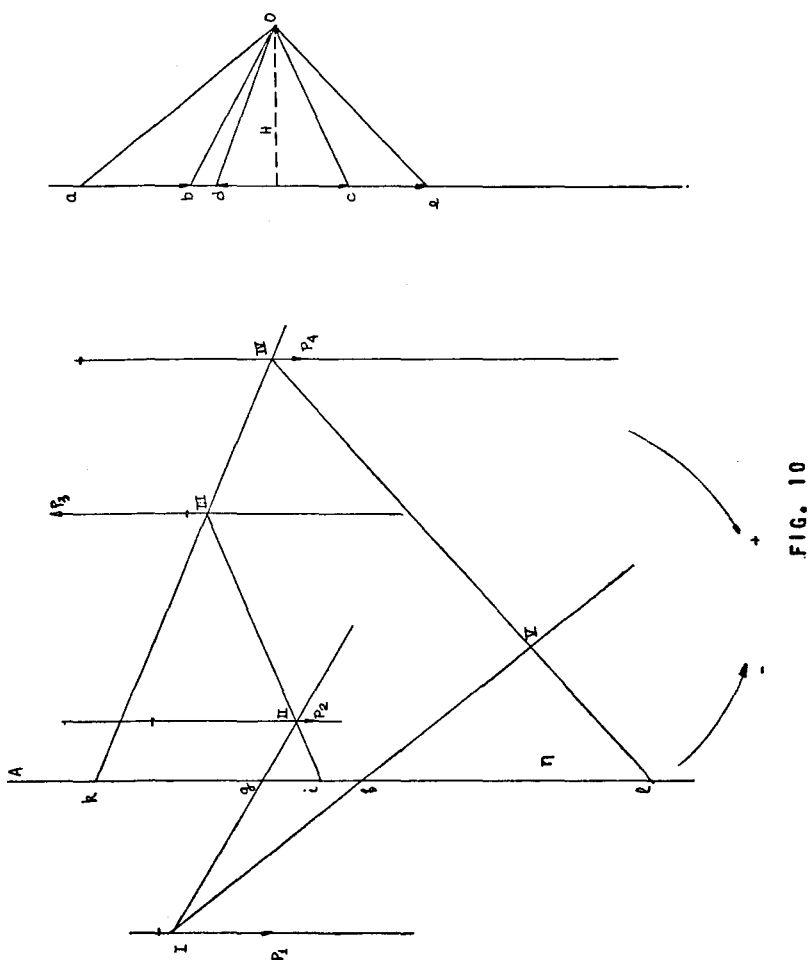


FIG. 10

Exemplo de Aplicação

Determinação da carretagem total no problema 1, sendo dados:

a) Os fretes — preços por tonelada por distância percorrida escala vertical — 1 cm = 0,10 Cr\$/km $\times = 0,10$.

Dados

$$M_1 = 0,25 \text{ Cr$/km}$$

$$M_2 = 0,24 \text{ Cr$/km}$$

$$M_3 = 0,26 \text{ Cr$/km}$$

$$M_4 = 0,28 \text{ Cr$/km}$$

Valores Escalados

$$M_1 = 2,5 \text{ cm}$$

$$M_2 = 2,4 \text{ cm}$$

$$M_3 = 2,6 \text{ cm}$$

$$M_4 = 2,8 \text{ cm}$$

b) As distâncias — escala horizontal — 1 cm = 40 km $y = 40$.

Dados

$$AD = 450 \text{ km}$$

$$AC = 270 \text{ km}$$

$$AB = 72 \text{ km}$$

Valores Escalados

$$AD = 11,25 \text{ cm}$$

$$AC = 6,75 \text{ cm}$$

$$AB = 1,8 \text{ cm}$$

c) Distância polar — $p = 5 \text{ cm}$

$p = 5$

OBS.: Para leitura dos segmentos do polígono funicular:

$$p \cdot x \cdot y = 5 \times 0,10 \times 40 = 20 \quad (23)$$

3.3.3 — Traçado do Polígono Funicular — Problema 1

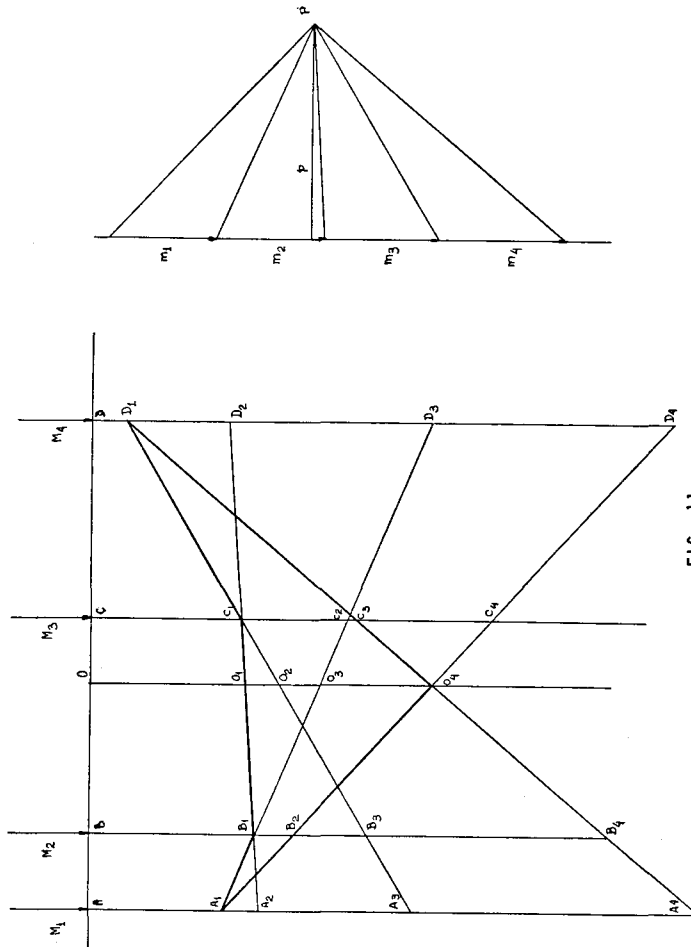


FIG. 11

Cálculo da Carretagem

Podemos determinar o cálculo da carretagem total, no caso de localização nos pontos $0, A, B, C, D$ por simples leitura no gráfico.

— Para a localização em 0 —

Segmento determinado no polígono funicular: $\eta_0 = 0_1 0_4 = 4,3 \text{ cm}$.

Para a localização em 0 , adotaremos como carretagem total:

$$C = 2 \cdot n_0 \cdot p \cdot x \cdot y$$

η tomada duas vezes pois representa as projeções no funicular das forças à direita e à esquerda. Conforme acentuado na página 49, trata-se de “processo análogo, com restrições”.

$$C_{io} = 2 \cdot p \cdot x \cdot y \cdot \eta_o = 2 \times 20 \times 4,3 = 172 \text{ Cr\$} \quad C_{io} = 172 \text{ Cr\$}$$

Verificação

$$C_{io} = M_1 \times AO + M_2 \times BO + M_3 \times OC + M_4 \times OD \quad (24)$$

As distâncias determinadas pela localização em 0.

Valores Escalados

Resultados

$$AQ = 5,2 \text{ cm}$$

$$AQ = 208 \text{ km}$$

$$BO = 3,5 \text{ cm}$$

$$BO = 140 \text{ km}$$

$$OC = 1,55 \text{ cm}$$

$$OC = 62 \text{ km}$$

$$OD = 6,05 \text{ cm}$$

$$OD = 242 \text{ km}$$

$$C_{io} = M_1 \times AO + M_2 \times BO + M_3 \times OC + M_4 \times OD \quad (25)$$

$$C_{io} = 0,25 \times 208 + 0,24 \times 140 + 0,26 \times 62 + 0,28 \times 242$$

$$C_{io} = 52 + 33,60 + 16,12 + 67,76 = 169,48 \quad C_{io} = 169,48 \text{ Cr\$}$$

— Para localização no ponto A —

$$\eta_a = A_1 A_4 = 10,9 \text{ cm}$$

$$C_{ia} = pxy \eta_a = 20 \times 10,9 = 218,00 \quad C_{ia} = 218,00 \text{ Cr\$}$$

Verificação

$$C_{ia} = M_2 \times AB + M_3 \times AC + M_4 \times AD \quad (26)$$

$$C_{ia} = 0,24 \times 72 + 0,26 \times 270 + 0,28 \times 450$$

$$C_{ia} = 17,28 + 70,20 + 126 = 213,48 \quad C_{ia} = 213,48 \text{ Cr\$}$$

— Para localização no ponto B —

$$\eta_b = B_1 B_2 + B_1 B_4 = 0,8 + 8,1 = 8,9 \text{ cm}$$

$$C_{ib} = pxy \eta_b = 20 \times 8,9 = 178 \text{ Cr\$} \quad C_{ib} = 178 \text{ Cr\$}$$

Verificação

$$Ct_b = M_1 \times AB + M_3 \times BC + M_4 \times BD$$

$$Ct_b = 0,25 \times 72 + 0,26 \times 198 + 0,28 \times 378$$

$$Ct_b = 18 + 51,48 + 105,84 = 175,32 \quad Ct_b = 175,32 \text{ Cr\$}$$

— Para localização no ponto C —

$$\eta_c = C_1 C_3 + C_1 C_4 = 2,8 + 5,8 = 8,6$$

$$Ct_c = pxy \eta_c$$

$$Ct_c = 20 \times 8,6 = 172 \quad Ct_c = 172 \text{ Cr\$}$$

Verificação

$$Ct_c = M_1 \times AC + M_2 \times BC + M_4 \times CD \quad (28)$$

$$Ct_c = 0,25 \times 270 + 0,24 \times 198 + 0,28 \times 180$$

$$Ct_c = 67,5 + 47,52 + 50,40 = 165,42 \quad Ct_c = 165,42 \text{ Cr\$}$$

— Para localização no ponto D —

$$\eta_d = D_1 D_4 = 12,5$$

$$Ct_d = pxy \eta_d = 20 \times 12,5 = 250 \quad Ct_d = 250 \text{ Cr\$}$$

Verificação

$$Ct_d = M_1 \times AD + M_2 \times BD + M_3 \times CD$$

$$Ct_d = 0,25 \times 450 + 0,24 \times 378 + 0,26 \times 180$$

$$Ct_d = 112,50 + 90,72 + 46,80 = 250,02 \quad Ct_d = 250,02 \text{ Cr\$}$$

Calculamos as diversas carretagens totais, supondo as diversas localizações em *O, A, B, C, D*.

Completando o problema 1, estabelecamos novos custos representativos das portagens ou carregamentos — custos fixos — independentes da distância e iguais a primeira parcela componente da fórmula do custo total do frete (5).

$$(5) \quad F = a_1 P_1 + P_1 (b_i d_i)$$

$$(29) \quad L_1 = a_1 P_1$$

L_1 = portagens ou carregamentos.

Sejam os novos dados:

— Portagens ou carregamentos em: Cr\$ por ton:

$$A \quad L_1 = a_1 P_1 = 25 \text{ Cr\$}$$

$$B \quad L_2 = a_2 P_2 = 20 \text{ Cr\$}$$

$$C \quad L_3 = a_3 P_3 = 20 \text{ Cr\$}$$

$$D \quad L_4 = a_4 P_4 = \underline{30 \text{ Cr\$}}$$

$$\text{SOMA} \dots \dots 95 \text{ Cr\$}$$

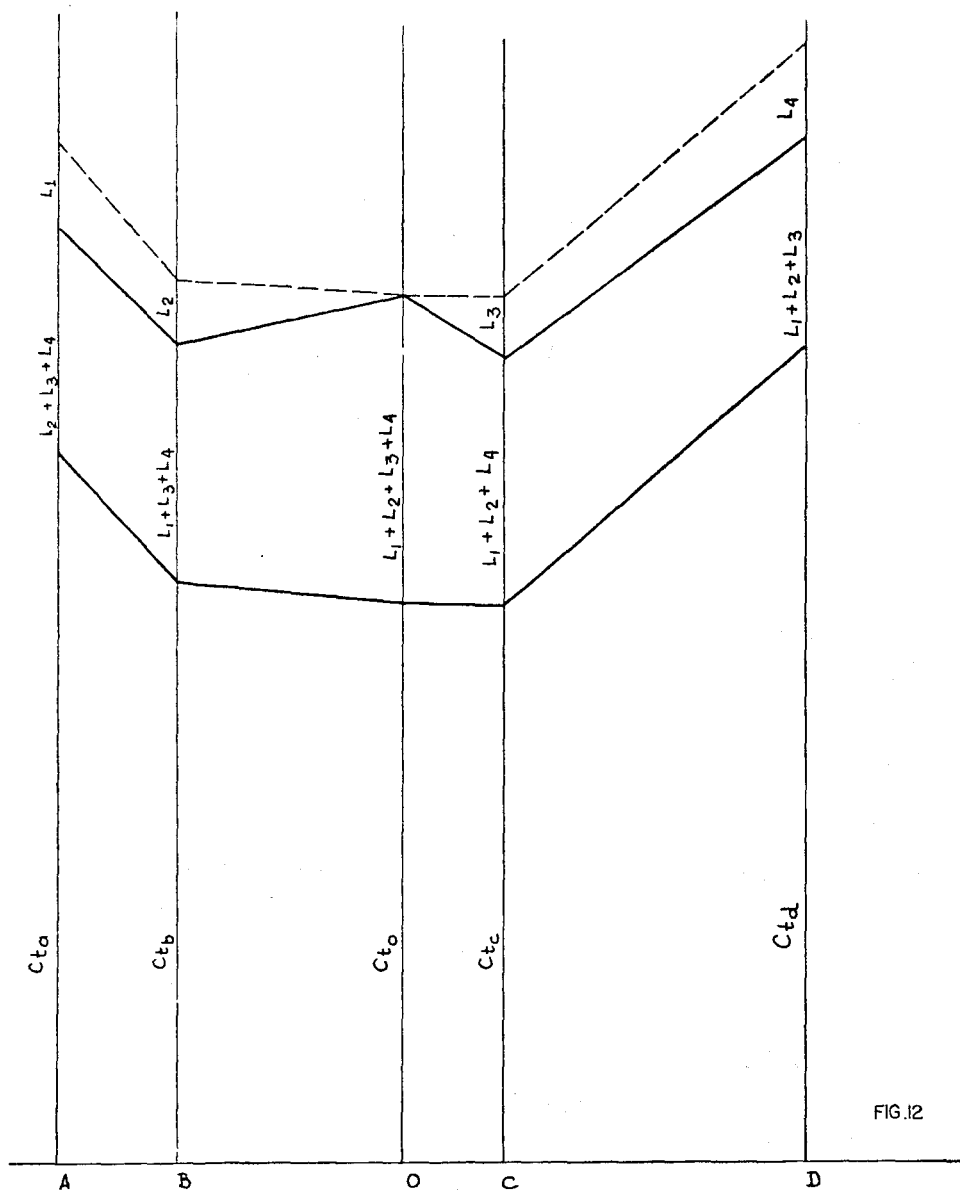


FIG.12

Gráfico demonstrativo dos custos totais de transportes supondo-se a localização nos pontos 0, A, B, C, D.

Cálculo do Custo Total de Transporte com Carregamento

$$Ct = a_i P_i + b_i d_i P_i$$

$$Ct_o = 25 + 20 + 20 + 30 + 172 = 267$$

$$Ct_a = 20 + 20 + 30 + 218 = 288$$

$$Ct_b = 25 + 20 + 30 + 178 = 253$$

$$Ct_c = 25 + 20 + 30 + 172 = 247$$

$$Ct_d = 25 + 20 + 20 + 250 = 315$$

Problema II

Suponhamos outra posição geográfica das fontes de matérias-primas e centros de mercado de consumo. Determinemos graficamente o baricentro desse conjunto de pontos pesados.

O processo consiste numa procura da adequação da solução dada ao problema anterior, determinando duas resultantes, das quais uma é proveniente dos vetores, supondo-se agindo horizontalmente e a segunda supondo-se a posição vertical dos vetores.

O ponto de encontro das resultantes é o baricentro do conjunto e corresponderá ao ponto de localização ótima — custo de transporte mínimo.

Para efeito de cálculos, supomos os mesmos valores propostos no Problema I.

Assim;

$$M_1 = 0,25 \text{ Cr\$/km}$$

$$M_2 = 0,24 \text{ Cr\$/km}$$

$$M_3 = 0,26 \text{ Cr\$/km}$$

$$M_4 = 0,28 \text{ Cr\$/km}$$

Escala utilizada — 1 cm: 0,10 Cr\$/km.

Temos em O o ponto ideal para localização de indústrias, pois teríamos aí percursos mínimos — determinação da macrolocalização.

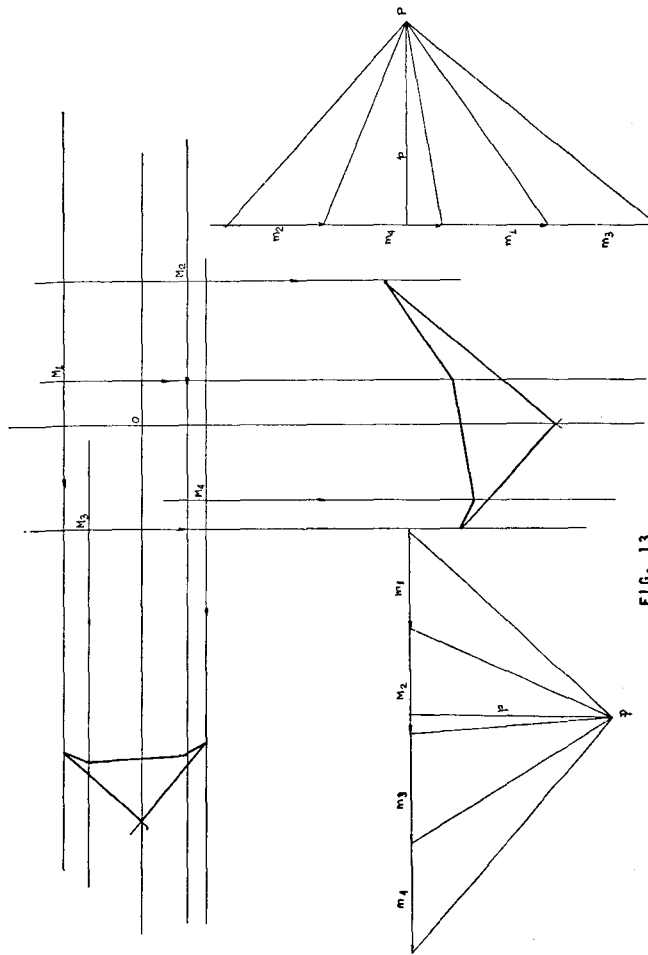
Evidentemente, na realidade este ponto ideal nos fornecerá a região para localização ótima, pois não temos livre opção, mas sim que obedecer a certos percursos obrigatórios, determinados pelo sistema viário.

Problema III

Estabelecamos um percurso obrigatório entre os pontos pesados A , B , C , D — determinação da microlocalização.

III.a — Suponhamos o percurso passando por O . Calcular a carregagem total.

O — ponto de intercomunicação — baricentro dos pontos pesados.



Cálculo da Carretagem — Problema III.a

— Para localização em 0 —

$$\eta_o = 2,9$$

$$C = 2 \eta_o p \cdot x \cdot y$$

$$C = 2 \times 2,9 \times 20 = 116,00 \text{ Cr\$}$$

Verificação

Em 0:

$$C_{to} = (0,25 \times 2,1 + 0,24 \times 2,9 + 0,26 \times 3,75 + 0,28 \times 2,5) \times 40$$

$$C_{to} = (0,525 + 0,696 + 0,975 + 0,7) \times 40 = 2,896 \times 40 = 115,84$$

$C_{to} = 115,84$ é o custo mínimo de carretagem.

Suponhamos a localização em qualquer um dos pontos pesados dados:

E M_1 :

$$Ct_{m_1} = (0,24 \times 5 + 0,26 \times 5,85 + 0,28 \times 4,6) \times 40$$

$$Ct_{m_1} = (1,20 + 1,521 + 1,288) \times 40 = 4,009 \times 40 = 160,36$$

Em M_2 :

$$Ct_{m_2} = (0,25 \times 5 + 0,26 \times 6,65 + 0,28 \times 5,4)$$

$$Ct_{m_2} = (1,25 + 1,729 + 1,512) \times 40 = 4,491 \times 40 = 179,64$$

III.a - CASO DE PERCURSO OBRIGATÓRIO PASSANDO POR O

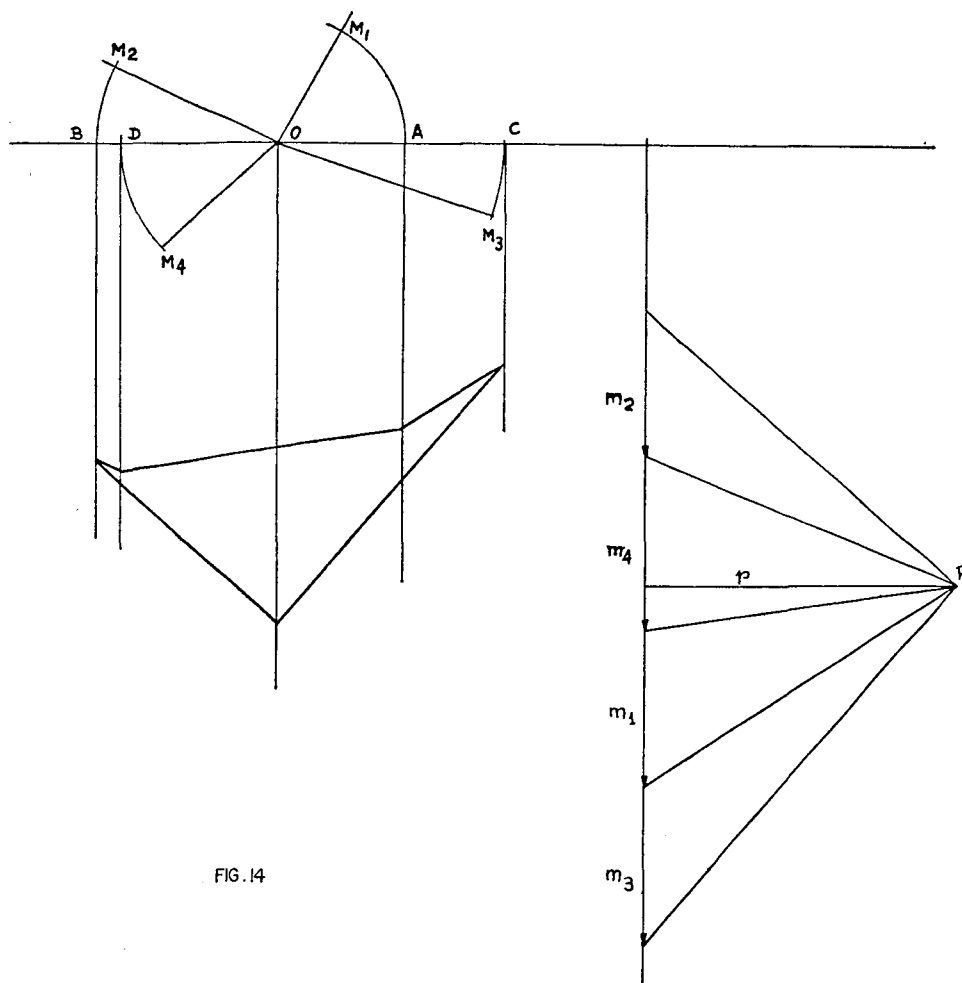


FIG. 14

Em M_3 :

$$Ct_{m_3} = (0,25 \times 5,85 + 0,24 \times 6,65 + 0,28 \times 6,25) \times 40$$

$$Ct_{m_3} = (1,4625 + 1,596 + 1,75) \times 40 = 4,8085 \times 40 = 192,34$$

Em M_4 :

$$Ct_{m_4} = (0,25 \times 4,6 + 0,24 \times 5,4 + 0,26 \times 6,25) \times 40$$

$$Ct_{m_4} = (1,15 + 1,296 + 1,625) \times 40 = 4,071 \times 40 = 162,84$$

Conclusão

A carretagem mínima se deu em 0.

III. b — Caso de percurso obrigatório passando por 0 e por um tronco xy .

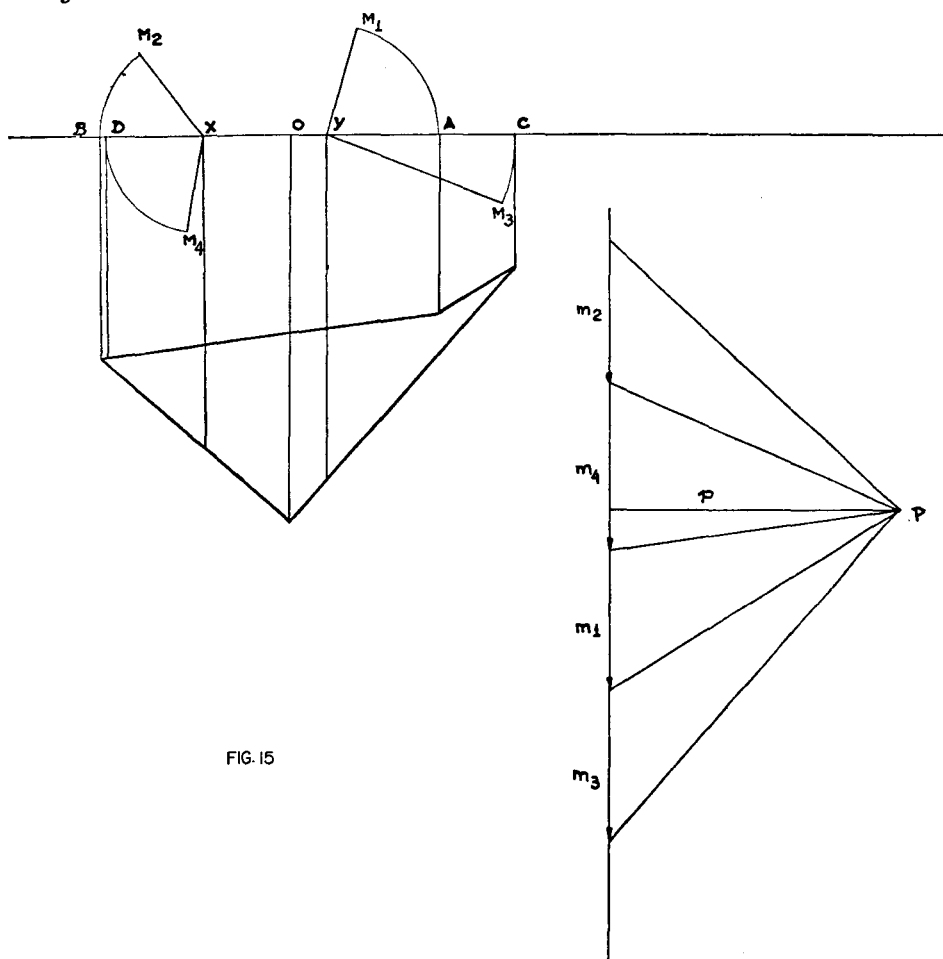


FIG. 15

0 — baricentro dos pontos pesados.

x, y — pontos de entroncamento quaisquer.

Cálculo da Carretagem — Problema III.b

— Para localização em 0 —

$$\eta_o = 3,2$$

$$Ct_o = 2 \eta_o p \cdot x \cdot y$$

$$Ct_o = 2 \times 3,2 \times 20 = 128,00 \text{ Cr\$}$$

Verificação:

Em 0:

$$Ct_o = (25 \times 2,5 + 0,24 \times 3,15 + 0,26 \times 3,8 + 0,28 \times 3,05) \times 40$$

$$Ct_o = (0,625 + 0,756 + 0,988 + 0,854) \times 40 = 3,223 \times 40 = 128,92$$

— Para localização em x — Ponto de entroncamento.

$$\eta_x = 1,7 + 4,7 = 6,4$$

$$Ct_x = \eta_x p \cdot x \cdot y = 20 \times 6,4 = 128,00$$

Verificação:

$$Ct_x = (0,25 \times 3,9 + 0,24 \times 1,75 + 0,26 \times 5,2 + 0,28 \times 1,65) \times 40$$

$$Ct_x = (0,975 + 0,42 + 1,352 + 0,462) \times 40 = 3,209 \times 40 = 128,36$$

— Para localização em y — ponto de entroncamento.

$$\eta_y = 2,6 + 3,9 = 6,5$$

$$Ct_y = \eta_y \cdot p \cdot x \cdot y = 20 \times 6,5 = 130$$

Verificação:

$$Ct_y = (0,25 \times 1,9 + 0,24 \times 3,75 + 0,26 \times 3,2 + 0,28 \times 3,65) \times 40$$

$$Ct_y = (0,475 + 0,9 + 0,832 + 1,022) \times 40 = 3,229 \times 40 = 129,16$$

Suponhamos a localização em qualquer um dos pontos pesados dados.

Em M_1 :

$$Ct_{m_1} = (0,24 \times 5,65 + 0,26 \times 5,1 + 0,28 \times 5,55) \times 40$$

$$Ct_{m_1} = (1,356 + 1,326 + 1,554) \times 40 = 4,236 \times 40 = 169,45$$

Em M_2 :

$$Ct_{m_2} = (0,25 \times 5,65 + 0,26 \times 6,95 + 0,28 \times 3,4) \times 40$$

$$Ct_{m_2} = (1,4125 + 1,807 + 0,952) \times 40 = 4,1715 \times 40 = 166,86$$

Em M_3 :

$$Ct_{m_3} = (0,25 \times 3,2 + 0,24 \times 6,95 + 0,28 \times 6,85) \times 40$$

$$Ct_{m_3} = (0,8 + 1,668 + 1,918) \times 40 = 4,386 \times 40 = 175,44$$

Em M_4 :

$$Ct_{m_4} = (0,25 \times 5,55 + 0,24 \times 3,4 + 0,26 \times 6,85) \times 40$$

$$Ct_{m_4} = (1,3875 + 0,816 + 1,781) \times 40 = 3,9845 \times 40 = 159,38$$

Conclusão

Os custos mínimos se deram nas redondezas de 0 e nos pontos de entroncamento.

Cálculo da Carretagem — Problema III.c.

— Para localização em t — Ponto de entroncamento.

$$\eta_t = 2,1 + 4,3 = 6,4$$

$$Ct_t = \eta_t p \cdot x \cdot y = 20 \times 6,4 = 128,00$$

Verificação:

$$Ct_t = (0,25 \times 4,15 + 0,24 \times 3 + 0,26 \times 4,5 + 0,24 \times 1,2) \times 40$$

$$Ct_t = (1,0375 + 0,72 + 1,17 + 0,288) \times 40 = 3,2155 \times 40 = 128,62$$

— Para localização em z — Ponto de entroncamento.

$$\eta_z = 3,1 + 3,35 = 6,45$$

$$Ct_z = \eta_z p \cdot x \cdot y = 20 \times 6,45 = 129,00$$

Verificação:

$$Ct_z = (0,25 \times 3,15 + 0,24 \times 4 + 0,26 \times 3,5 + 0,28 \times 2,2) \times 40$$

$$Ct_z = (0,7875 + 0,96 + 0,91 + 0,616) \times 40 = 3,2735 \times 40 = 130,940$$

III.c - CASO DE PERCURSO OBRIGATÓRIO, LIGEIRAMENTE AFAS-
TADO DE O E PASSANDO POR UM TRONCO t, z.

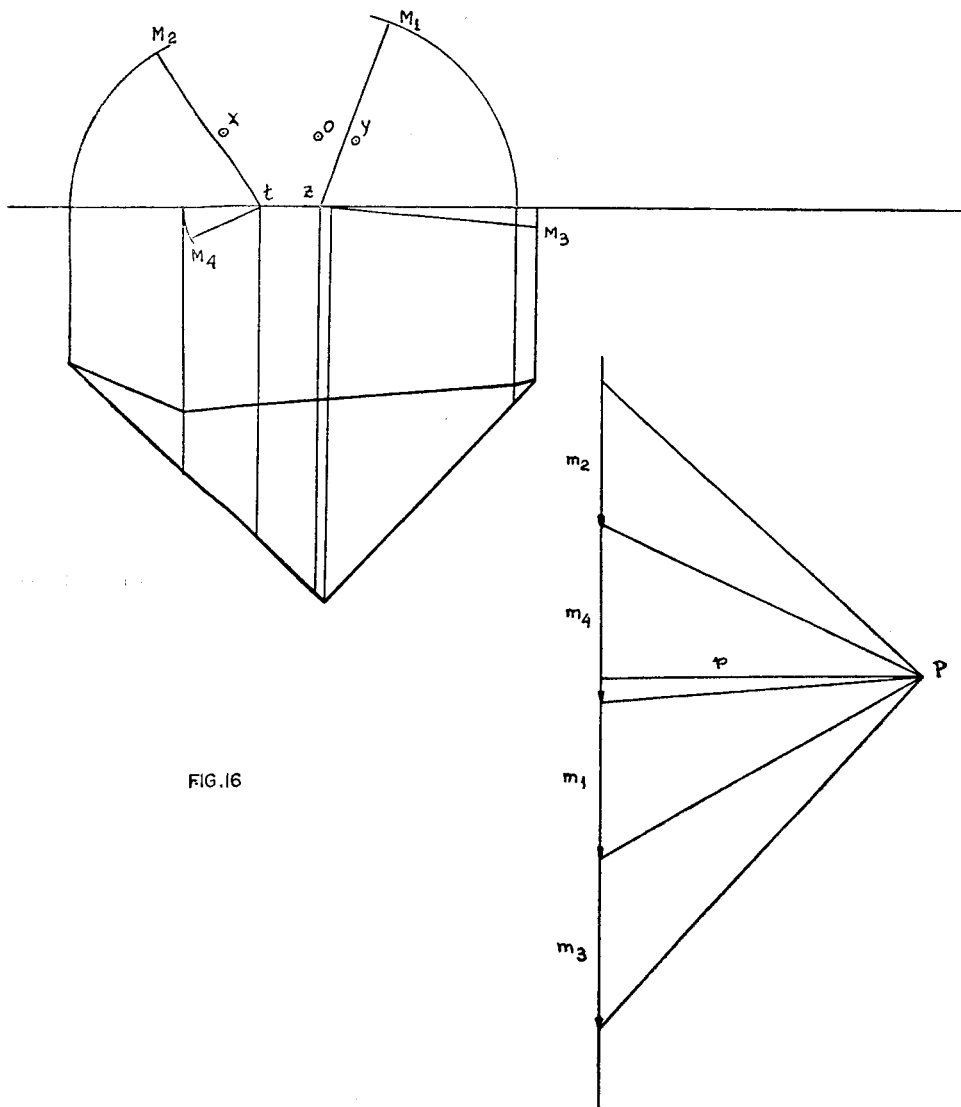


FIG.16

O — baricentro dos pontos pesados
 t, z — pontos de entroncamento quaisquer

Suponhamos a localização em qualquer um dos pontos pesados dados:

Em M_1 :

$$Ct_{m_1} = (0,24 \times 7,15 + 0,26 \times 6,55 + 0,28 \times 5,35) \times 40$$

$$Ct_{m_1} = (1,716 + 1,703 + 1,498) \times 40 = 4,917 \times 40 = 196,68$$

Em M_2 :

$$Ct_{m_2} = (0,25 \times 7,15 + 0,26 \times 7,5 + 0,28 \times 4,2) \times 40$$

$$Ct_{m_2} = (1,7875 + 1,95 + 1,176) \times 40 = 4,9135 \times 40 = 196,54$$

Em M_3 :

$$Ct_{m_3} = (0,25 \times 6,55 + 0,24 \times 7,5 + 0,28 \times 5,7) \times 40$$

$$Ct_{m_3} = (1,6375 + 1,80 + 1,596) \times 40 = 5,0335 \times 40 = 201,35$$

Em M_4 :

$$Ct_{m_4} = (0,25 \times 5,35 + 0,24 \times 4,2 + 0,26 \times 5,7) \times 40$$

$$Ct_{m_4} = (1,3375 + 1,008 + 1,482) \times 40 = 3,8275 \times 40 = 153,10$$

Conclusão

Os custos das carretagens são sensivelmente menores nos pontos de entroncamento.

Cálculo da Carretagem — Problema III.d

— Para localização em 0_2 —

$$n_{0_2} = 3,15$$

$$Ct_{0_2} = 2 \cdot n_{0_2} \cdot p \cdot x \cdot y = 2 \times 20 \times 3,15 = 126,00$$

Verificação

$$Ct_{0_2} = (0,25 \times 1,7 + 0,24 \times 2,3 + 0,26 \times 4,5 + 0,28 \times 3,6) \times 40$$

$$Ct_{0_2} = (0,425 + 0,552 + 1,17 + 1,008) \times 40 = 3,155 \times 40 = 126,20$$

— Para localização em u —

$$n_u = 2,2 + 4,1 = 6,3$$

$$Ct_u = n_u \cdot p \cdot x \cdot y = 20 \times 6,3 = 126,00$$

Verificação

$$Ct_u = (0,25 \times 2,6 + 0,24 \times 1,4 + 0,26 \times 5,4 + 0,28 \times 2,7) \times 40$$

$$Ct_u = (0,65 + 0,336 + 1,404 + 0,756) \times 40 = 3,146 \times 40 = 125,84$$

III.d - CASO DE PERCURSO OBRIGATÓRIO, LIGEIRAMENTE AFASTADO
DE O - OUTRA POSIÇÃO

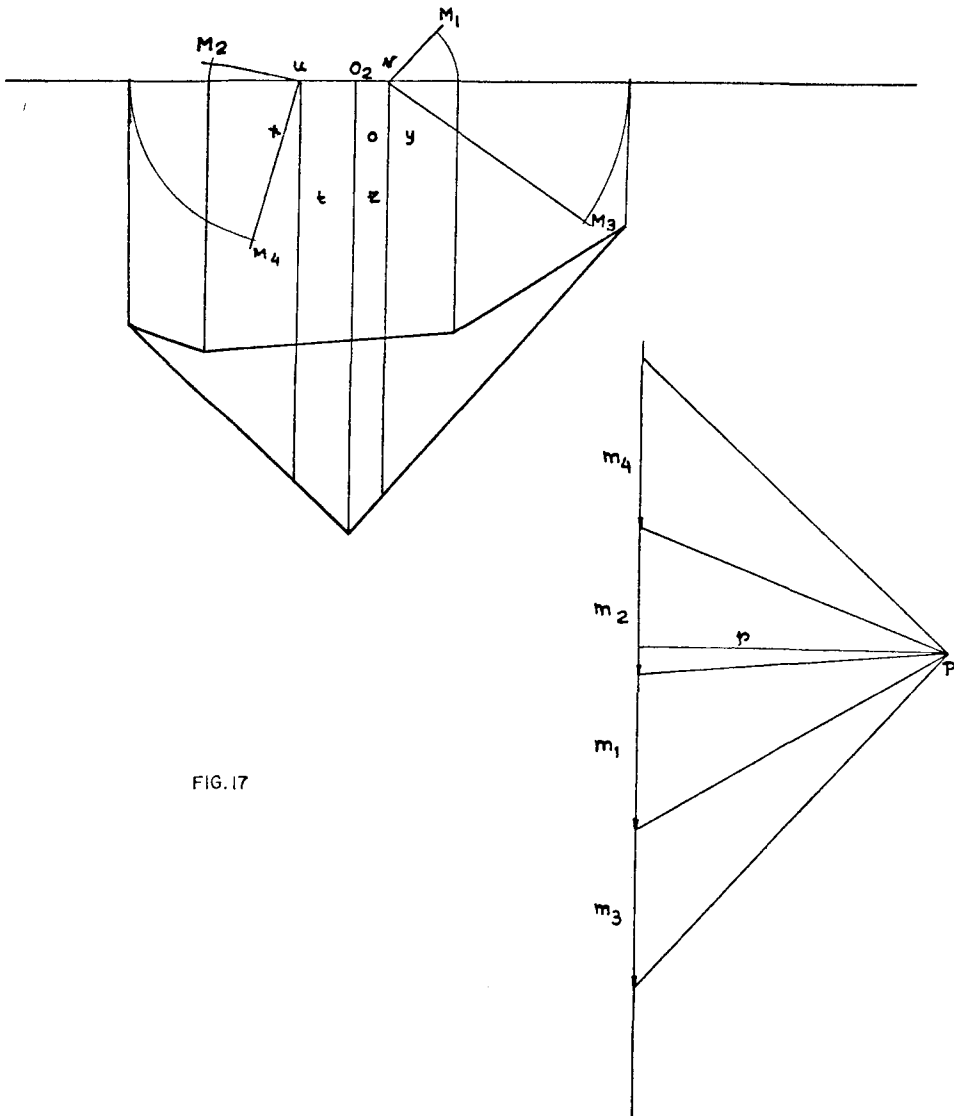


FIG. 17

O — baricentro dos centros pesados.

u, v — pontos de entroncamento quaisquer.

— Para localização em v —

$$n_v = 2,7 + 3,7 = 6,4$$

$$Ct_v = n_v \cdot p \cdot x \cdot y = 20 \times 6,4 = 128,00$$

Verificação:

$$Ct_v = (0,25 \times 1,2 + 0,24 \times 2,8 + 0,26 \times 4 + 0,28 \times 4,1) \times 40$$

$$Ct_v = (0,3 + 0,672 + 1,04 + 1,148) \times 40 = 3,16 \times 40 = 126,40$$

Suponhamos a localização em qualquer um dos pontos pesados dados:

Em M_1 :

$$Ct_{m_1} = (0,24 \times 4 + 0,26 \times 5,2 + 0,28 \times 5,3) \times 40$$

$$Ct_{m_1} = (0,96 + 1,352 + 1,484) \times 40 = 3,796 \times 40 = 151,84$$

Em M_2 :

$$Ct_{m_2} = (0,25 \times 4 + 0,26 \times 6,8 + 0,28 \times 4,1) \times 40$$

$$Ct_{m_2} = (1 + 1,768 + 1,148) \times 40 = 3,916 \times 40 = 156,64$$

Em M_3 :

$$Ct_{m_3} = (0,25 \times 5,2 + 0,24 \times 6,8 + 0,28 \times 8,1) \times 40$$

$$Ct_{m_3} = (1,3 + 1,632 + 2,268) \times 40 = 5,2 \times 40 = 208,00$$

Em M_4 :

$$Ct_{m_4} = (0,25 \times 5,3 + 0,24 \times 4,1 + 0,26 \times 8,1) \times 40$$

$$Ct_{m_4} = (1,325 + 0,984 + 2,106) \times 40 = 4,415 \times 40 = 176,60$$

Conclusão

Os custos de carretagem são sensivelmente menores nos pontos de entroncamento.

3.3.4 — Análise das Soluções

Comparando os valores determinados a partir das hipóteses consideradas, concluímos ser C o local mais favorável — de custo de transporte mínimo.

A inclusão dos custos de carregamento das matérias-primas ou dos produtos acabados pode vir a alterar as posições de mínimos custos. Esta influência é sentida com mais intensidade:

— Para as matérias-primas prevalentes ou no caso de baixo aproveitamento.

— Para os produtos acabados, quando existe a exigência de embalagem especial; e utilizando matérias-primas ubíquas.

Podemos concluir também que a localização mais favorável se dá numa das fontes de matéria-prima ou no baricentro de mercado de consumo.

Tratando-se de conclusões iniciais podemos complementá-las com análise da atração exercida pelas matérias-primas ou centros de mercado consumidor, aplicando o índice de material de Weber (item 3.1), e conclusões contidas no item 5.3.

Concluimos que se os pontos pesados correspondentes a fontes de matéria-prima e centros de mercado de consumo estão vinculados a percursos obrigatórios, tendo em vista o sistema viário, podemos aplicar o processo do polígono funicular para determinação da carretagem mínima. No problema III.a — consideramos um ponto de intercomunicação 0 — baricentro dos pontos pesados — e verificamos que a carretagem mínima se dá neste ponto. O polígono funicular foi traçado com os diversos percursos rebatidos na horizontal que contém 0 .

No problema III.b — consideramos um tronco de percurso obrigatório, passando por 0 . Determinamos a carretagem nos pontos e nos pontos de entroncamento, que são os valores mínimos. O polígono foi traçado com os diversos percursos rebatidos na horizontal traçada no prolongamento do entroncamento.

Nos problemas III.c e III.d — fizemos novas variações com as respectivas determinações das carretagens e verificamos que estas são sensivelmente menores nos entroncamentos.

Estudamos, assim, diversas posições para o problema, sempre relacionando com a determinação do baricentro dos pontos pesados, e concluimos que os custos mínimos de transporte se dão nas redondezas do ponto 0 .

Atingimos, em parte, nosso objetivo, mas sentimos que quando existe variação de percurso, uma simples leitura no gráfico não nos possibilita todas as carretagens para diversas localizações, mas sim apenas as carretagens dos pontos de entroncamento. Para comparação das carretagens relativas aos outros pontos teríamos duas opções:

A primeira seria proceder ao cálculo de ponto por ponto, como fizemos.

A segunda opção seria traçar um polígono funicular considerando a horizontal de rebatimento, passando pelo ponto no qual desejamos estabelecer a carretagem, o que seria muito trabalhoso e não justificaria como método simples para esta determinação.

Outras considerações:

— Nos cálculos gráficos dos problemas III não foram considerados os carregamentos ou portagens. Poderíamos determinar os custos totais, seguindo orientação do problema I.

— O processo vem trazer uma posição da região ótima em que se deve dar o custo mínimo de transporte, a macrolocalização, e sentimos a necessidade de, depois de determinada esta região, incluir mais fatores influentes na localização de indústrias ao que nos dedicaremos nos capítulos 5 e 6 deste trabalho.

4 — Solução Mecânica — Teoria dos Grafos

4.1 — Hipóteses Admitidas

São dadas as intensidades com que cada matéria-prima participa na formação de um produto. Estas serão representadas por pesos equivalentes. Os centros consumidores deverão ser representados por fração da unidade correspondente ao peso do produto e às percentagens de compra do produto em cada centro.

Modelo Varignon

Admitindo o transporte em linha reta e custo proporcional ao produto da distância transportada pela massa a transportar, a solução mecânica seria dada por um modelo formado por um mapa não flexível, em que constariam orifícios nos pontos correspondentes às fontes de matérias-primas F_i e os centros de mercado consumidor M_i .

Por esses pontos seriam passados fios pendentes por pesos correspondentes às intensidades atuantes em cada ponto.

O ponto de equilíbrio seria dado pela posição de repouso do nó que prende os mesmos fios.

Este ponto seria o ponto de custos mínimos que indica a localização ideal da indústria.

4.1.1 — Análise da Solução Mecânica

f_i — comprimento do fio passando pelo orifício da localidade i .

P_i — peso a transportar por unidade de produto.

H — altura do mapa com relação a um plano horizontal de referência.

h_i — altura de equilíbrio do peso P_i com relação ao plano (mapa).

c_i e d_i — comprimentos dos segmentos do fio i , abaixo e acima do mapa.

A posição de equilíbrio do sistema é dada pela energia potencial mínima.

$$\sum_{i=1}^n P_i h_i = \text{mínimo} \quad (30)$$

Ora:

$$h_i = H - C_i = H - (f_i - d_i)$$

$$\sum_{i=1}^n P_i h_i = \sum_{i=1}^n P_i [H - (f_i - d_i)] \quad (31)$$

$$\sum_{i=1}^n P_i h_i = \sum_{i=1}^n P_i H - \sum_{i=1}^n P_i f_i + \sum_{i=1}^n P_i d_i \quad (32)$$

Porém:

$$\sum_{i=1}^n P_i H - \sum_{i=1}^n P_i f_i = k = \text{constante} \quad (33)$$

Então, o mínimo de $\sum_{i=1}^n P_i h_i$ corresponderá ao mínimo $\sum_{i=1}^n P_i d_i$.

P_i e d_i são proporcionais aos pesos e distâncias transportadas.

Podemos tornar mais real este modelo simplificado atendendo ao fato de que o custo de transporte é variável para cada material e, sendo maior para o produto acabado, incluindo mais uma variável exógena ao problema: o fator b_i que representa a tarifa por unidade de peso por comprimento, para o material ou produto localizado em i .

Então nosso problema se transformará na minimização de:

$$\sum_{i=1}^n b_i P_i d_i \quad (34)$$

No nosso modelo, P_i deverá ser substituído por pesos $b_i P_i$.

Analisemos o processo de determinação de pontos de localização orientada pelo transporte no caso de transporte em linha reta.

Consideremos agora casos mais reais em que o transporte se acha vinculado a uma rede, não obedecendo ao caso teórico de linha reta.

A determinação da localização orientada pelo transporte pode ser feita considerando apenas as propriedades topológicas das redes, sem considerar as distâncias entre os pontos pesados.

4.2 — Teoria dos Grafos

4.2.1 — Conceitos Básicos

— Mediana de distribuição — segundo Hoel — é a abscissa que corresponde à metade da área do histograma.

A mediana, numa distribuição de variáveis contínuas, corresponde ao ponto em que a frequência acumulada relativa é igual a $\frac{1}{2}$.

Numa distribuição de variáveis discretas, a frequência acumulada é descontínua, podendo não assumir o valor $\frac{1}{2}$ em nenhum dos pontos de seu campo de definição.

Grafos

Não existe uma terminologia unificada sobre a teoria dos grafos, assim adotaremos a seguida pela maioria dos autores.

Um grafo, geometricamente, pode ser descrito num espaço euclidiano de n dimensões, como sendo um conjunto V de pontos o conjunto A de curvas contínuas que não se interceptam, satisfazendo as seguintes condições:

- 1 — Toda curva fechada de A contém exatamente um ponto de V .
- 2 — Toda curva aberta de A contém exatamente dois pontos de V .
- 3 — As curvas de A não têm pontos em comum, a não ser os pontos V .

Ou grafo, simplesmente, é um conjunto de pontos e linhas representativos de um modelo matemático, graficamente.

Nos grafos de localização representamos os vértices como pontos pesados e as arestas como vias de transporte.

Árvore

Chamamos árvore o grafo representativo de um só caminho, ligando dois vértices quaisquer do grafo.

Circuito

É o grafo que permite a ligação de dois vértices por mais de um caminho.

Grafo Conexo

Quando o grafo possui pelo menos um caminho, formado por arestas do grafo, ligando dois vértices quaisquer do grafo.

Se operarmos a uma retirada de alguns elementos de um grafo obteremos um subgrafo.

Subárvore

Resultante do corte de uma árvore.

Subárvore Mediana

Uma subárvore é dita mediana quando satisfaz as seguintes condições:

- Ser subgrafo conexo.
- A soma dos pesos da subárvore for maior ou igual à metade da soma dos pesos da árvore.
- Possuir um vértice mediano.
- Não se desmembrar em nova subárvore em caso de novo corte.

Grafos separáveis e não separáveis

O grafo não é separável se todo subgrafo contido no grafo possuir pelo menos dois vértices em comum com seu complemento.

Caso contrário é separável.

Vértice Corte

É o ponto de articulação entre um subgrafo do grafo conexo e seu complemento.

A cada subgrafo do grafo corresponderá um único vértice corte, podendo o grafo conter um ou mais vértices cortes.

Os grafos separáveis conexos podem ser decompostos em subgrafos, dividindo-se em dois os vértices cortes. Estes subgrafos são denominados componentes do grafo separável.

Conjunto Corte

Contém pelo menos uma aresta de todas as árvores contidas no grafo, uma vez que qualquer caminho ligando vértices de dois conjuntos não conexos contém arestas do corte.

Se de um grafo conexo forem retiradas arestas e obtivermos um grafo não conexo formado por dois subgrafos conexos, e não existir nenhum subconjunto do conjunto de arestas que goze das mesmas propriedades, o conjunto de arestas se denomina conjunto corte.

Corte Mediano

É um conjunto corte que obedece às propriedades:

- Ser um subgrafo conexo.
- A soma dos pesos aplicados no subgrafo for maior ou igual a metade da soma dos pesos correspondentes de todo grafo.
- O subgrafo não contiver subgrafos distintos dele próprio que gozem da propriedade anterior.

Vértice Mediano

É o vértice da subárvore comum ao do seu complemento com relação à árvore de localização.

Toda árvore de localização possui pelo menos uma árvore mediana e um vértice mediano.

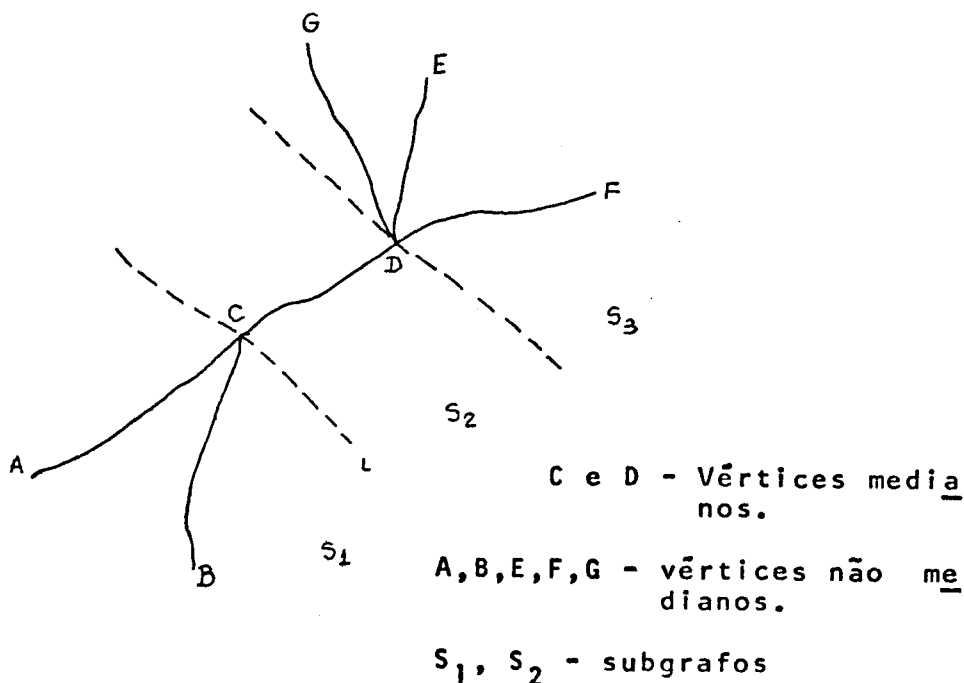


FIG. 18 CD - Grafo conexo,

4.2.2 — Caso de Percurso por uma Linha

Neste caso os diversos mercados e fontes de matéria-prima se encontram numa mesma via de transporte.

Consideremos as variáveis:

x_i — Coordenada da localidade i .

L — Coordenada da localização da indústria.

P_i — Peso a transportar por unidade de produto L para i , ou de i para L .

b_i — A tarifa por unidade de peso x comprimento de matéria-prima ou de produto a ser retirado ou entregue na localidade i .

Então nosso objetivo é a determinação de L que minimize a expressão: $\sum P_i b_i |x_i - L|$.

A localização orientada pelo transporte corresponde à mediana de distribuição, formada por frequências $P(x_i) = Pb_i$, concentradas nos pontos de abcissas x_i .

Seja x_m a mediana de distribuição.

O custo de transporte será mínimo, se:

1 — O custo de transporte em diferentes localizações da indústria definidas por x : $C_t = C_t(x)$ for convexa.

2 — Nas vizinhanças de x_m o custo de transporte for maior ou igual ao custo de transporte em x_m .

Para demonstração das duas condições citadas designemos duas localizações hipotéticas L_1 e L_2 , distintas, sendo $L_1 < L_2$ e consideremos a média aritmética entre elas:

$$\frac{L_1 + L_2}{2}, \text{ outra localização.}$$

Temos os seguintes custos de transportes para uma localização x_i fora do intervalo aberto (L_1, L_2) .

$$P(x_i) |L_1 - x_i| \text{ para } L_1$$

$$P(x_i) |L_2 - x_i| \text{ para } L_2 \quad (35)$$

$$P(x_i) \left| \frac{L_1 + L_2}{2} - x_i \right| \text{ para } \frac{L_1 + L_2}{2}$$

média aritmética dos custos anteriores.

e para x_i dentro do intervalo aberto.

$$P(x_i) |x_i - L_1| \text{ para } L_1$$

$$P(x_i) |L_2 - x_i| \text{ para } L_2 \quad (37)$$

sendo a média destes dois custos igual a $P(x_i) \left| \frac{L_2 - L_1}{2} \right|$, sempre maior do que o custo do transporte do peso P_i à localização intermediária $\frac{L_1 + L_2}{2}$, concluímos que:

O custo total de transporte na localização intermediária será:

— Inferior à média dos custos de transportes nas localizações L_1 e L_2 , se houver cargas $P(x_i)$ entre L_1 e L_2 ; ou

— Igual à média dos custos de transportes nas localizações L_1 e L_2 , se não houver cargas $P(x_i)$ entre L_1 e L_2 .

Demonstra-se assim a convexidade de $C_t(x)$.

Para a segunda parte — ou seja, demonstraremos que o custo de transportes é mínimo se nas vizinhanças de x_m o custo de transporte é maior ou igual ao custo de transporte em x_m — consideremos a variação de custo de transporte quando nos afastamos de uma distância e inferior à distância entre x_m e os pontos consecutivos a x_m de concentração de carga, pois se trata de vizinhança.

Dois casos podem-se apresentar:

— Seja l tomado no sentido decrescente de x , aumentando o custo de transporte de $P(x_i)l$ de todos $P(x_i)$, para os quais $x_i \geq x_m$, e reduzindo $P(x_i)l$ de todos $P(x_i)$ para $x_i < x_m$.

A variação total do custo será:

$$l \left| \sum_{i \geq m} P(x_i) - \sum_{i < m} P(x_i) \right| \geq 0 \quad (38)$$

Isto porque:

$$\sum_{i \geq m} P(x_i) \geq \sum_{i < m} P(x_i) \quad (39)$$

$$F(x) \leq \frac{1}{2} \quad (\text{frequência acumulada relativa na vizinhança à esquerda}).$$

Caso l seja tomado no sentido crescente de x , aumentando o custo de transporte de $lP(x_i)$ de todos $P(x_i)$ para os quais $x_i \leq x_m$ e reduzindo o custo de transporte de $P(x_i)l$ de todos $P(x_i)l$ para os quais $x_i > x_m$, a variação total do custo será:

$$l \left| \sum_{i \leq m} P(x_i) - \sum_{i > m} P(x_i) \right| \geq 0 \quad (40)$$

pois:

$$\sum_{i \leq m} P(x_i) \geq \sum_{i > m} P(x_i), \quad (41)$$

$$F(x) \geq \frac{1}{2} \quad (\text{vizinhanças à direita de } x_m).$$

Concluimos que qualquer deslocamento de x_m , provocado à direita ou à esquerda de x_m , não poderá reduzir o custo de transporte; logo, a mediana é a posição de mínimo custo.

Permanecendo constante para qualquer um dos deslocamentos, concluimos que o ponto de custo mínimo se encontra no intervalo entre os valores consecutivos de x_m , no sentido em que o deslocamento não aumentar o custo.

Problema de aplicação

Problema IV

Consideremos duas fontes de matéria-prima A e B e dois centros de mercado de consumo C e D , localizados nos quilômetros: 0, 72, 270 e 450 de um mesmo percurso.

0,3 ton de material extraído de A

0,8 ton de material extraído de B .

Com o material acima existe a transformação em produto acabado, que é assim distribuído:

10% para C ; e

90% para D

As tarifas são dadas por ton/km:

$$A - 0,25$$

$$B - 0,24$$

$$C - 0,26$$

$$D - 0,28$$

Teremos os seguintes valores de frequência: $P(x_i)$:

$$\text{em } A \quad 0,3 \times 0,25 = 0,075$$

$$\text{em } B \quad 0,8 \times 0,24 = 0,192$$

$$\text{em } C \quad 0,1 \times 0,26 = 0,026$$

$$\text{em } D \quad 0,9 \times 0,28 = 0,252$$

Para a localização L , situada entre 72 e 270:

$$\sum_{x_i < L} P(x_i) = 0,267 \quad \text{e} \quad \sum_{x_i > L} P(x_i) = 0,278 \quad (42)$$

$$F(x_i) = \frac{0,267}{0,545} < \frac{1}{2} \quad (43)$$

Para a localização L , situada entre 270 e 450:

$$\sum_{x_i < L} P(x_i) = 0,293 \quad \text{e} \quad P(x_i) = 0,252 \quad (44)$$

$$F(x) = \frac{0,293}{0,545} > \frac{1}{2} \quad (45)$$

O ponto $x_m = 270$ é mediana da distribuição, sendo indicativa da região ótima de localização orientada pelo transporte.

4.2.3 — Caso de Percurso por uma Árvore

Grafos de localização

No caso de análise do problema de localização de indústrias podemos representar graficamente uma série de vias de transportes, interligando diversos centros de mercado de consumo e fontes de matéria-prima por meio de grafos — neste caso, grafos de localização.

A aplicação dos grafos na teoria da localização implica em que em cada vértice — pontos pesados — supomos haja atuando uma força correspondente à intensidade do mercado de consumo ou fonte de matérias-primas ou junção de vias de transporte e teremos:

$\pi_i = P_i b_i$, quando há fonte de matéria-prima ou fonte de mercado de consumo.

$\pi_i = 0$, quando há apenas cruzamento ou união de vias de transporte.

Suponhamos o corte numa árvore, desmembrando-a em sub-árvores.

Assim como no caso de transportes vinculados a uma linha determinamos o vértice mediano, no caso de transportes vinculados a uma árvore analisaremos a posição da orientação da localização pelos transportes, com relação a uma subárvore mediana.

Podemos dizer que a localização orientada pelo transporte será um vértice da árvore de transportes e definirá nesta árvore duas sub-árvores, uma delas mediana. A união da subárvore mediana com todos os circuitos que ligam vértices desta subárvore formará um subgrafo mediano.

A arestas incidentes em vértices de subgrafo mediano formarão um conjunto corte mediano por definição. Este conjunto conterá arestas de todas as árvores, inclusive da árvore de transportes. Estas arestas incidirão no vértice mediano desta árvore, isto é, ponto de localização ótima.

Os vértices medianos são pontos de localização ótima. Conseqüentemente, teremos, geralmente, como pontos ótimos: uma das fontes de matéria-prima, um dos centros de mercado consumidor ou um ponto de entroncamento.

O vértice mediano será um ponto de custo mínimo se:

- a função custo de transporte $C_t = C_t(x)$ for convexa;
- não houver redução no custo total de transporte quando ocorrer deslocamento da posição da indústria nas vizinhanças do vértice mediano.

Demonstração

Procuremos cair no exemplo anterior e teremos demonstrada a convexidade da função custo de transporte.

Definiremos um caminho qualquer da árvore e, admitindo-se que todos os π_i estão aplicados em vértices da linha, caímos no caso anterior.

Para a segunda parte — isto é — caso da não redução ao custo total de transporte — consideremos um corte distando L do vértice mediano, definindo dois subgrafos, sendo L menor que a aresta. Pelo menos um dos subgrafos conterá um vértice mediano eliminando-o do outro subgrafo.

O afastamento L reduzirá o custo de transporte de L_i para os π_i do subgrafo que não contém o vértice mediano e aumentará L π'_i para os π'_i no subgrafo, com o vértice mediano.

Temos por definição de subárvore mediana que:

$$\Sigma \pi_i \leq \Sigma \pi'_i \quad (46)$$

ou seja; havendo corte numa árvore, teremos duas hipóteses:

$$\Sigma \pi_i < \frac{1}{2} (\Sigma \pi_i + \Sigma \pi'_i) \quad \text{propriedade (d)} \quad (47)$$

$$\Sigma \pi_i \geq \frac{1}{2} (\Sigma \pi_i + \Sigma \pi'_i) \quad \text{propriedade (b)} \quad (48)$$

conseqüentemente:

$$\Sigma \pi'_i \geq \Sigma \pi_i \quad (49)$$

a variação de custo de transporte resultante do afastamento L será:

$$L(\Sigma \pi'_i - \Sigma \pi_i) \geq 0 \quad (50)$$

Então o vértice mediano é um ponto ótimo de localização no caso da variação de custo ser positiva.

No caso da variação nula concluímos que todo os pontos da aresta são pontos de localização ótima.

Problema V

Consideremos nova posição geográfica para os pontos pesados do problema IV.

Teremos os seguintes π_i — pesos aplicados nos diferentes vértices da árvore de localização:

A: 0,075

B: 0,192

C: 0,026

D: 0,252

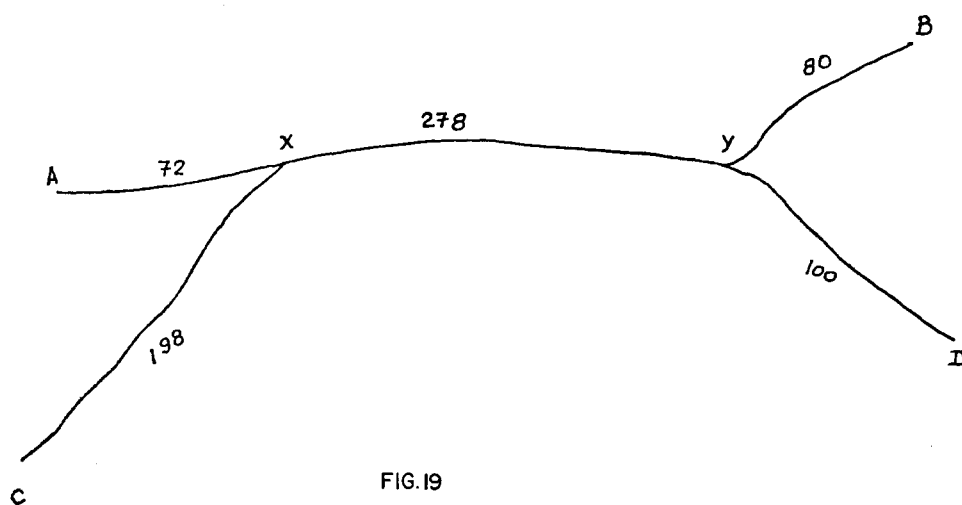


FIG. 19

Aplicando o raciocínio feito no modelo Varignon, determinamos para que direção será atraída a indústria.

Em X existem as atrações:

0,075 em direção a A

0,026 em direção a C

e

$0,192 + 0,252 = 0,444$ em direção a Y

Sendo:

$0,444 > 0,075 + 0,026$

a indústria será atraída em direção a Y.

Em Y temos as forças:

$0,075 + 0,026 = 0,101$ em direção a X

0,192 em direção a B

0,252 em direção a D

A indústria será atraída para Y, pois:

$0,101 + 0,192 > 0,252$

Como temos:

$0,075 + 0,026 < 0,192 + 0,252$

$0,192 < 0,075 + 0,026 + 0,252$

$0,252 < 0,075 + 0,026 + 0,192$

verificamos estar em Y a atração, pois nenhuma das três forças vence a resistência em Y.

Verificação:

Calculemos os custos de transportes nos diversos pontos pesados. Teremos:

Em Y:

$$\begin{aligned} 0,075 (72 + 278) + 0,026 (198 + 278) + 0,192 \times 80 + 0,252 \times 100 = \\ = 26,25 + 12,376 + 15,360 + 25,20 = 79,186 \end{aligned}$$

Em X:

$$\begin{aligned} 0,075 \times 72 + 0,026 \times 198 + 0,192 (80 + 278) + 0,252 (100 + 278) = \\ = 5,4 + 5,148 + 68,736 + 95,256 = 174,54 \end{aligned}$$

Em A:

$$\begin{aligned} 0,026 (198 + 72) + 0,192 (80 + 278 + 72) + 0,252 (100 + 278 + 72) = \\ = 0,026 \times 270 + 0,192 \times 430 + 0,252 \times 450 = 7,02 + 82,56 + 113,40 = 202,98 \end{aligned}$$

Em B:

$$\begin{aligned} 0,075 (72 + 278 + 80) + 0,026 (198 + 278 + 80) + 0,252 (100 + 80) = \\ \times 0,075 \times 430 + 0,026 \times 556 + 0,252 \times 180 = 32,25 + 14,456 + 45,36 = 92,066 \end{aligned}$$

Em C:

$$\begin{aligned} 0,075 (72 + 198) + 0,192 (80 + 278 + 198) + 0,252 (100 + 278 + 198) = \\ = 20,25 + 106,752 + 145,152 = 272,154 \end{aligned}$$

Em D:

$$\begin{aligned} 0,075 (72 + 278 + 100) + 0,026 (198 + 278 + 100) + 0,192 (80 + 100) = \\ = 33,75 + 14,976 + 34,56 = 83,286 \end{aligned}$$

Conclusão

A verificação indica que a localização conveniente é mesmo Y.

O desvio da localização de Y para qualquer um dos pontos pesados acarretaria um acréscimo nos custos, que podem ser analisados segundo gráfico da figura 20.

Cálculos dos acréscimos de custos

Em X:

$$174,54 - 79,186 = 95,354$$

Em A:

$$202,98 - 79,186 = 123,794$$

Em B:

$$92,066 - 79,186 = 12,88$$

Em C:

$$272,154 - 79,186 = 192,968$$

Em D:

$$82,286 - 79,186 = 4,1$$

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE ACRÉSCIMOS DE CUSTOS

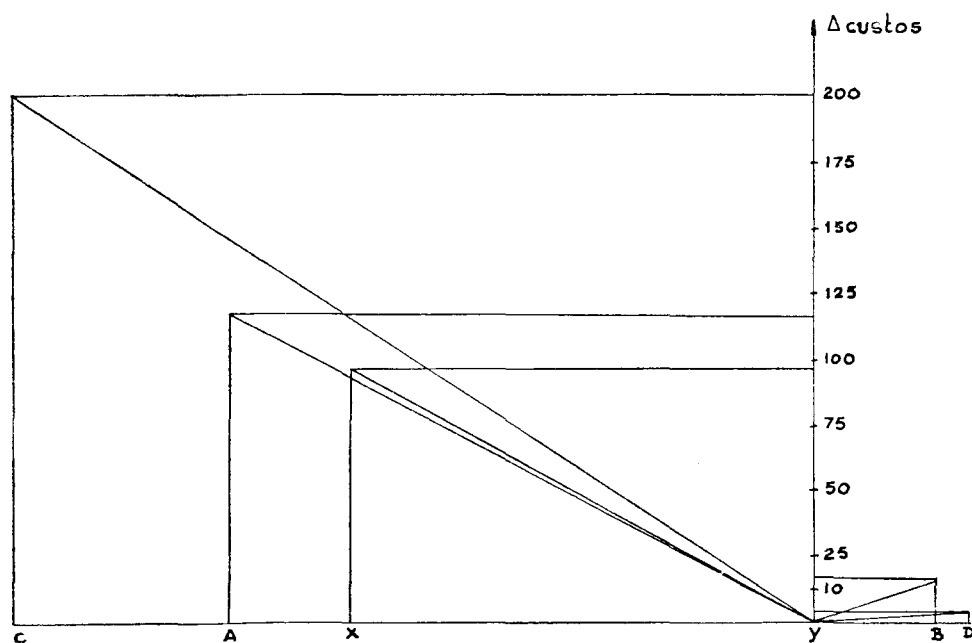


FIG. 20

Considerações

A árvore obtida eliminando-se o vértice *B* e a aresta que o liga a *Y* da árvore de localização é uma subárvore mediana.

Propriedade 1

É conexa — pois possui um caminho formado por arestas do grafo, ligando dois vértices quaisquer do grafo.

Propriedade 2

A soma dos pesos aplicados nesta subárvore: 0,353, supera a metade da soma dos pesos aplicados em toda a árvore de localização: 0,545.

Propriedade 3

Apresenta em comum com seu complemento apenas o vértice *Y*, que será o vértice mediano.

Propriedade 4

Retirando-se qualquer elemento desta subárvore, o subgrafo resultante perderá uma das 3 propriedades anteriores. Assim, se retirarmos o vértice *Y*, deixará de valer a segunda propriedade. Retirado o vértice *X* ou qualquer uma das arestas, a primeira propriedade deixará de ser satisfeita.

Se retirarmos a aresta em *D*, a terceira propriedade não será satisfeita.

Y é vértice mediano.

4.2.4 — Generalização — Caso de Percurso por um Grafo

Conceitos básicos

— Circuito — Neste caso o processo exige um tratamento grosseiro, em que são comparados os custos de transporte em diferentes localizações, definindo a de custo mínimo, experimentalmente.

No entanto, no estudo do processo de grafos para a localização da indústria desenvolvido por Ruy Leme, temos algumas diretrizes que nos permitem alcançar nosso objetivo, dando-nos possibilidade de estabelecermos hipóteses iniciais ao problema, eliminando cálculos trabalhosos e inúteis.

O grafo a ser analisado poderá ser um circuito ou simplesmente uma árvore. Será um circuito se o grafo permitir a ligação de dois vértices por mais de um caminho.

Nos dois casos citados deverá ser utilizada apenas uma árvore para cada localização escolhida para indústria, ou seja, deverá ser escolhido o caminho que ofereça menor custo de transporte.

É claro que esta conclusão é válida considerando a hipótese adotada de proporcionalidade entre custo de transporte e o produto do peso a transportar pela distância transportada.

Para cada localização deverá ser fixada uma árvore chamada árvore de transporte.

Seguindo as diretrizes dos exemplos anteriores determinamos o vértice mediano.

Teremos orientada nossa localização para um dos vértices medianos. No caso da existência de um único vértice mediano a diversas árvo-

res, mesmo não sendo um ponto de localização ótima para uma determinada indústria em determinada época, terá muitas condições de o ser para futuras alterações de tarifas. O vértice mediano de diversas árvores terá menor probabilidade de se tornar uma localização obsoleta.

Diretrizes para pesquisa da árvore de transporte

A fim de obtermos a árvore de transporte devemos considerar o grafo correspondente a uma situação e estudar a possibilidade de submetê-lo a cortes, obtendo novos grafos.

Da teoria de grafos podemos dizer que um grafo não é separável quando todos os seus subgrafos possuírem pelo menos dois vértices comuns com seu complemento. Em caso contrário o grafo é dito separável.

A decomposição do grafo separável em suas componentes é única.

1.ª Diretriz

A determinação da região em que se encontra o ponto ótimo de localização pode ser feita a partir da análise topológica do grafo.

Determinação de todos os conjuntos cortes medianos que possui o grafo

Ex.: Dado um grafo decomposto em dois subgrafos S_1 e S_2 , tendo C como vértice corte, sejam π_1 e π_2 respectivamente a soma dos pesos nestes subgrafos, incluindo-se em ambos o peso atuante em C .

A região será determinada a partir da relação entre π_1 e π_2 .

Se $\pi_1 \geq \pi_2$ será S_1

Se $\pi_1 \leq \pi_2$ será S_2

C está contido em S_1 e S_2 , e assim é um dos pontos ótimos de localização.

Se $\pi_1 = \pi_2$ a localização ótima será C , isto é, tanto S_1 e S_2 indicam ser regiões ótimas e a intersecção delas indicará o ponto ótimo.

Se $\pi_1 > \pi_2$ a localização deverá estar em S_1 .

Provemos:

Suponhamos D um ponto contido em S_2 determinado pelo afastamento de C de uma unidade de comprimento.

Se D for escolhida, a árvore de transporte correspondente a D poderá se decompor em duas subárvores no ponto D .

Sejam S'_1 e S'_2 as novas subárvores. C deverá estar contido em S'_1 por exemplo.

Analisando a nova situação os vértices do grafo podem ser de três categorias:

- os pertencentes a S_1 com um total π_1 de pesos aplicados
- pertencentes a S_2 e S'_1 com um total de π_3 pesos aplicados
- pertencentes a S_2 e S'_2 com um total de π_4 pesos aplicados.

O deslocamento de C para D provocará alterações nos custos, crescendo e decrescendo de acordo com a maior proximidade ou não da nova situação. Assim, para os pesos π_1 , o custo de transporte crescerá de $\pi_1 l$; para os pesos π_3 o custo de transporte decrescerá de $\pi_3 l$, e para os pesos π_4 o custo poderá crescer ou decrescer, e nesta última hipótese o decréscimo será igual ou inferior a $\pi_4 l$.

Assim, resumidamente, teremos:

— um acréscimo de custo igual a $\pi_1 l$ e um decréscimo de custo inferior ou igual a $(\pi_3 + \pi_4)l = \pi_2 l$.

Por hipótese inicial $\pi_1 > \pi_2$, logo a nova localização tenderá a aumentar o custo de transporte em C.

Evidentemente, procedemos ao estudo comparativo dos custos de transporte, porém de maneira mais simplificada.

No caso generalizado atacamos o problema pela diretriz indicada, sucessivamente, determinando subgrafos que representam regiões ótimas de localização e determinando o subgrafo inseparável correspondente a intersecção dos subgrafos da região ótima.

2.^a Diretriz

Determinação do subgrafo mediano pertencente a um corte mediano.

A localização ótima orientada pelo transporte estará num vértice do subgrafo mediano.

Para provarmos que a região ótima para localização de indústria está num dos vértices medianos basta aplicarmos as suposições anteriores e teremos:

— Um vértice mediano da árvore de transporte definirá nesta árvore duas subárvores, sendo uma delas uma árvore mediana.

— A união da subárvore mediana com todos os circuitos que ligam entre si vértices desta subárvore formará um subgrafo mediano.

— As arestas incidentes em vértices do subgrafo mediano e não pertencentes a este subgrafo formarão um conjunto corte mediano.

— Este conjunto corte mediano conterá arestas de todas as árvores, inclusive da árvore de transporte.

— Estas arestas incidirão no vértice mediano da árvore de transporte, isto é, a região ótima de localização de custo de transporte mínimo.

Caso incidam em vértices diferentes, estes não serão região ótima de localização.

A partir das diretrizes indicadas verificamos ser y o vértice mediano.

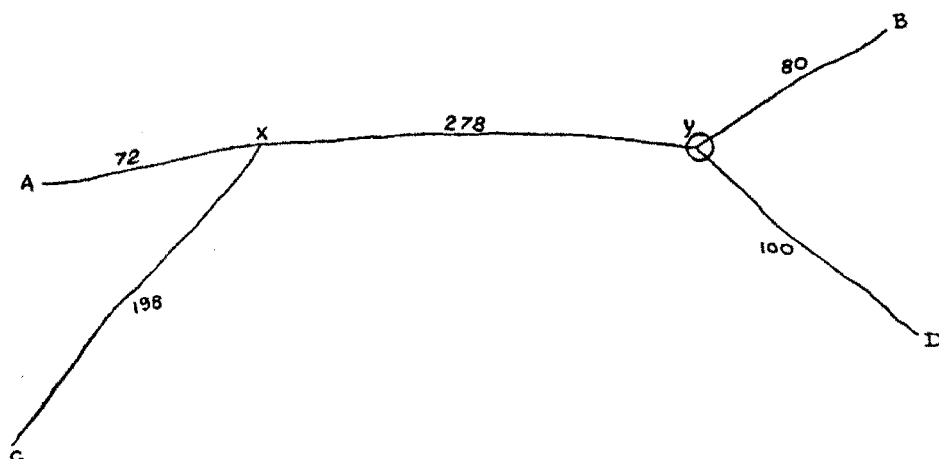


FIG. 21

5 — Análise das Soluções Dadas ao Problema de Localização

5.1 — Adequação da Teoria à Realidade

Vimos até agora soluções para o problema de localização que só foram possíveis abstraído-nos dos problemas reais, simulando condições e propiciando uma visão ampla do problema.

Vejamos neste item algumas implicações que poderiam ser suscitadas na determinação da solução ótima.

1 — Possibilidade de substituição dos pontos pesados ou do sistema viário.

Na elaboração do modelo para determinação da localização ótima, admitimos as fontes de matérias-primas localizadas, sem nos referirmos a possíveis substituições por outras fontes similares.

5.1.2 — Substituição de Pontos Pesados

Numa análise devemos considerar a possibilidade de existência de outros pontos pesados, originando mais de uma figura locacional, passível de apreciação e estudo.

Assim, para o caso de:

Um Ponto Locacional

No caso de outra alternativa em que o ponto locacional ofereça menor preço, é óbvio que a localização ótima se deva dar nesta nova situação.

Linha Locacional

Nossa análise para o caso de uma linha locacional sofrerá alterações se a diferença de distâncias e diferença de preços assim o forcingem.

Triângulo Locacional

Novamente a análise das diferenças entre distâncias e preços da nova situação definirá alteração na sossa decisão.

Polígono Locacional

Analogamente aos casos anteriores, deveremos ter uma nova figura locacional que deverá ser comparada com a situação anterior para decisão entre as alternativas possíveis.

A seleção entre as fontes de matérias-primas disponíveis deve recair na que oferecer figura locacional cujo índice de custos de transporte seja o mais baixo.

É interessante observarmos que as diferenças de preços podem ser consideradas tanto prática como teoricamente como diferenças de distâncias. Senão, vejamos: uma fonte de matéria-prima que produza a preços mais baixos do que outra, possui uma área de mercado maior, representando na realidade um encurtamento da distância junto aos centros de consumo.

5.1.3 — Substituição do Sistema Viário

Os clássicos da teoria da localização procediam as suas análises supondo um sistema homogêneo de transporte.

Na prática, uma análise do assunto nos traz uma diversificação no sistema viário, vindo a alterar a posição da figura locacional que deve ser ajustada com novas variáveis.

Ainda em nossa análise do problema, cabe-nos considerar que o sistema de transporte não se distribui geograficamente em linha reta e a determinação da localização ótima deve atender ao sistema diversificado dos transportes, no sentido prático, atendendo também a existência de sistemas de transportes competitivos e pode ser analisado como um problema de substituição.

Então a natureza e o volume das mercadorias exercerão maior influência na decisão final.

Essas considerações são de caráter prático e não possibilitam análise teórica detalhada, devido ao número infinito de variáveis do problema. Um empresário não encara o ponto ótimo locacional nem procura sua posição de equilíbrio espacial em termos absolutos, mas sim em termos relativos.

Assim, teria que calcular os custos totais combinados de transporte para cada vértice do polígono locacional, sendo o ponto ótimo aquele em que o índice dos custos de transporte seja o mais baixo.

5.2 — Análise Econômica da Função Custo de Transporte/Distância e Preço de Transporte/Distância

O primeiro passo para essa análise é a distinção entre preços e custo de transporte.

Essa distinção existe no caso de considerarmos o ponto de vista de quem presta o serviço ou a quem o serviço é prestado.

No caso do transportador: o preço corresponde à sua receita e o custo de transporte à sua despesa.

Essa análise econômica é necessária para se determinar a variável relevante preço ou custo de transporte.

Caso do Planejamento Regional

A variável relevante é o custo de transporte, a diferença entre o custo e a receita é um problema de distribuição de riqueza.

Caso de Planejamento Privado

É o preço do transporte — dentro da economia de empresa irá representar um custo.

1 — *Variação do Custo do Transporte com a Distância*

O custo de transporte é função de pelo menos duas variáveis: a distância a transportar e o peso transportado. Analisemos o custo de transporte em função da distância.

Temos da figura 2.

$$C = a + bd$$

representativo da função custo marginal em relação à distância d .

a e b parâmetros indicativos do tipo de transporte.

a — despesas de embarque e desembarque e independem da distância.

b — despesas correspondentes ao acréscimo de custo por unidade de peso.

2 — *Variação da Função Preço do Transporte com a Distância*

O preço do transporte p está relacionado com o custo marginal C , pela relação deduzida da igualdade do custo e da receita marginal.

Determinação de p

Para uma lei de demanda qualquer e no nosso caso, procura relativa a transporte, temos:

$$p = \psi(x)$$

p — preço

x — distância

A receita total é o produto de p por x :

$$R_t = p \cdot x = x \cdot \psi(x)$$

A receita marginal:

$$R_{mg} = \frac{dR_t}{dx} = \frac{d(px)}{dx} = p + x \frac{dp}{dx} = p \left(1 + \frac{x}{p} \frac{dp}{dx} \right)$$

Como a elasticidade da demanda é dada por:

$$\eta = - \frac{p}{x} \frac{dx}{pd}$$

$$R_{mg} = \frac{dR_t}{dx} = P \left(1 + \frac{x}{p} \frac{dp}{dx} \right) = p \left(1 - \frac{1}{\eta} \right)$$

A receita líquida máxima é obtida quando a receita marginal for igual ao custo marginal.

$$C = R_{mg}$$

Então:

$$C = p \left(1 - \frac{1}{\eta} \right)$$

$$p = \frac{P}{1 - \frac{1}{\eta}}$$

A elasticidade é função da distância devido aos seguintes fatores:

a) Competição entre os tipos de transporte com referência ao percurso percorrido.

b) Procura global de transporte tem elasticidade tanto maior quanto maior for a distância e menor o preço do produto por unidade de peso.

Consideremos o preço P_1 FOB de um produto e o seu preço P_2 no mercado de consumo.

Logicamente:

$$P_2 = P_1 + p \pi d$$

p — preço do transporte por unidade de distância e peso.

d — distância a transportar.

π — peso do produto por unidade.

ϵ — elasticidade da procura do produto.

Então:

$$p = \frac{P_2 - P_1}{\pi d}$$

e

$$\eta = - \frac{p}{q} \frac{dq}{dp} = - \frac{p}{q} \frac{dq (\pi d)}{d P_2}$$

Mas:

$$\frac{dq}{d P_2} \cdot \frac{P_2}{q} = - \epsilon$$

Logo:

$$\eta = p \epsilon \frac{\pi}{P_2} d$$

$$\eta = - p \cdot \frac{dq}{d P_2} \cdot \frac{P_2 \pi d}{q P_2} = p \epsilon \frac{\pi}{P_2} d$$

Outras Considerações

O preço do produto acabado por unidade de peso e de distância é geralmente superior ao da matéria-prima.

Trata-se de material mais nobre e exige maior cuidado na guarda e manuseio, assim como condições mais adequadas para sua trans-
portação.

Pela elasticidade ser inferior, tratando-se de produto de maior preço por unidade de peso.

5.3 — Conclusões — Orientação Pelo Transporte

1) Admitimos em nossa análise o custo de transporte proporcional ao produto do peso a ser transportado pela distância.

É claro que qualquer vértice do grafo de localização poderia ser considerado uma localização orientada pelo transporte.

Estes vértices representam as diversas fontes de matérias-primas, os diversos centros de mercado de consumo ou então, simplesmente, interseções de vias de transporte.

2) Para o caso dos vértices representativos dos dois primeiros existe vantagem localizacional, caso por exemplo da não existência de custos de embarque e desembarque, isto é, da parcela fixa do transporte.

Temos:

$$C = a + bd$$

quando:

$$d = C$$

$$C = a$$

o que não representa a realidade, pois, não havendo transporte, não haverá despesa de embarque e desembarque.

Para corrigir esta restrição definimos:

L_i — vantagem localizacional.

$$L_i = a_i P_i$$

3) No caso do vértice representar uma junção das vias de transporte, poderá vir a ser uma localização orientada pelo transporte, entre outras razões, quando houver a obrigatoriedade de se mudar de meio de transporte.

4) Analisemos neste item quem atrai com mais intensidade a indústria: os mercados de consumo ou as fontes de matérias-primas.

Consideremos duas hipóteses de problema de localização:

— O que vai ser produzido em determinado local — a aplicação de nossa análise é impraticável. Para isto deveríamos considerar este local como o vértice de localização de todas possíveis indústrias, verificando-se se é uma localização ótima.

— Onde será produzido determinado produto, cuja análise de localização fizemos condicionando como fator dominante o fator transporte.

Nestas condições a localização será definida admitindo que a indústria sirva a apenas um só mercado. É claro, pois, ou a localização ótima coincide para diferentes mercados e a sua localização será a mesma se considerarmos um mercado isoladamente, ou os mercados em conjunto, ou as localizações ótimas diferem conforme o mercado considerado, e neste caso deveremos ter diferentes indústrias servindo aos diferentes mercados. Então a localização única aumentará o custo de transporte, deixando de ser o fator transporte o fator dominante. Cons-

tatamos que a abstração que fizemos, definindo os mercados servidos como variáveis exógenas ao modelo, de acordo com nossa análise leva a uma subotimização quando consideramos apenas o fator transporte.

5) Dentro da hipótese de que a indústria sirva apenas a um mercado, podemos solucionar o problema através do conceito do índice de material de Weber:

— As condições de atração pelo mercado são tão mais prováveis quanto mais elaborado o produto.

— Apenas nas indústrias extrativas, ou nas de primeira transformação, onde existe um número reduzido de matérias-primas e seu aproveitamento percentual for muito baixo, é possível a atração pela matéria-prima.

— Nas indústrias de transformação que utilizam um grande número de matérias-primas diferentes, que apresentam pequena perda de peso no processamento e empregam grande peso de ubiquidades, caso da maioria das indústrias de transformação quando o produto exige métodos delicados de embalagem e exigem cuidados especiais, assim como carga e transporte — o mais provável é a atração pelo mercado.

6) A introdução de suposições mais reais sobre o custo de transporte reforça a atração pelo mercado. O problema da vantagem localizada:

$$L_i = a_i P_i$$

O mercado consumidor apresenta uma vantagem localizada maior que a das fontes de matéria-prima.

7) Seja a hipótese da indústria servir a vários mercados: distinguimos dois casos: as fontes de matérias-primas se localizam fora ou dentro da região dos mercados.

No primeiro caso as atrações dos diversos mercados se somarão, sendo as conclusões do mercado único válidas para este caso.

No segundo caso as atrações poderão se compensar ou se anular em pontos dentro da região dos diversos mercados e no ponto onde está situada a matéria-prima. Neste caso a atração da matéria-prima, pequena quando comparada com a soma das atrações correspondentes ao transporte do produto acabado, poderá superar a resultante destas forças, atraindo a localização da indústria. Isto acontecerá com mais intensidade quanto mais central for a situação da fonte de matéria-prima em relação à região dos mercados.

Em ambos os casos a indústria se localizará próxima do mercado consumidor, podendo, no entanto, no segundo caso, ser atraída pela fonte de matéria-prima.

8) Admitindo a minimização do custo de transporte, sem considerar restrições, concluímos, com grande probabilidade de sucesso, que cada indústria servirá um único mercado, sendo sua localização atraída para o mesmo.

9) A definição do mercado consumidor como variável exógena, isto é, como restrição dentro do qual o custo do transporte deve ser minimizado, permite uma visão real e aplicação do problema.

10) É de importância secundária a atração pelas fontes de matérias-primas.

11) Finalmente, concluímos que o Fator Transporte somente não define a distribuição das indústrias na realidade. No entanto, é utilizado na solução de problemas práticos, introduzindo-se, como variáveis exógenas, restrições que limitam a solução à minimização do custo do transporte.

5.3.1 — Introdução de Novos Fatores

Fizemos a determinação da região ótima de localização vinculada à minimização dos custos de transporte, mas, no entanto, introduzindo outros fatores esta solução poderá vir a ser alterada.

Essa análise é indispensável como primeira tentativa de localização e no caso em que os custos de transportes são predominantes, a localização ótima deverá ser a determinada pela teoria da orientação pelo transporte.

A partir da determinação da região determinada pelo transporte, o próximo passo seria uma análise comparativa, com deslocamento, das diferenças de custo de transporte e a possível inclusão de novos fatores.

Podemos na adequação da teoria à realidade introduzir novas hipóteses que viriam a desviar a localização da indústria da região de localização orientada pelo transporte.

Deveremos calcular as alterações de custo de transporte que serão efetuadas nesse caso e analisamos, comparativamente, se estas alterações com o desvio compensarão os decréscimos de outros custos ou aumentos de receita.

Conclusões

1) Caso de indústrias em que o custo de transporte é predominante, a localização ótima não deverá ser desviada da localização estabelecida pelos nossos cálculos teóricos.

2) Caso de transportes não estarem sujeitos a vínculos, a solução é dada pela construção de isodapanas, solução já analisada em nosso trabalho.

3) Caso de transportes vinculados a árvores, deveremos calcular os acréscimos de custos quando houver qualquer desvio da localização orientada pelo transporte.

6 — Método de Avaliação Numérica de uma Comunidade

6.1 — Introdução

A determinação do local ótimo para a implantação de uma indústria, a partir de minimização dos custos de transporte, forneceu-nos um ponto básico mas não definitivo, dependendo da adequação de outros fatores influentes no processo. Em outras palavras, temos a macrolocalização determinada.

Assim, é indispensável um teste de avaliação das possibilidades e potencialidades de uma comunidade, verificando se existe a perfeita integração dos fatores influentes na vida da indústria.

Decisões que eram tomadas isoladamente por empresários devem, em nossos dias, ser coerentes com planos setoriais ou globais de desen-

volvimento, propiciando o aproveitamento racional de recursos naturais e a utilização da mão-de-obra existente na região.

Outros fatores, como sistema de comunicações locais e nacionais, assim como as perspectivas de exportação que exigem custos controlados e alto padrão de qualidade, são fatores que têm que ser pesados na instalação, exigindo localizações estratégicas.

Achamos conveniente incluir nesse trabalho de localização de indústrias um método de avaliação objetiva de uma comunidade que possibilite decisões corretas nas fases de estudos técnicos-econômicos, aproximando o mais que possível da localização ideal.

A atribuição de pesos aos fatores escolhidos foi empregada pela primeira vez por McBride, então interessado em uma fábrica da Internacional Nickel Co., em 1923.

É interessante observarmos que a atribuição de pesos aos fatores permite avaliar dados qualitativos, dependendo o nível de aproximação da realidade e do grau de sensatez do julgamento.

Outra observação importante é a de que a proporção da importância de cada fator não é idêntica para todas as localizações. Partimos de um modelo ideal quando atribuímos os valores ótimos, mas para cada tipo de problema de localização os valores são variados.

6.2 — Instruções Para Aplicação do Método

a) Na maioria dos estudos para a escolha de um local para implantação de uma indústria existe um mínimo de exigências obrigatórias que, não sendo obedecidas, isolada ou conjuntamente, podem eliminar uma comunidade ou um local específico.

Estas exigências devem ser registradas em separado do inventário completo e examinadas em primeiro lugar.

b) Os fatores influentes na vida da indústria são concentrados em seus diversos grupos e subdivididos em elementos de acordo com sua natureza.

c) Para determinada atividade, a que pretendemos analisar, classificaremos os diversos elementos, fatores e grupos por comparação entre valores padrões ótimos e valores assinalados.

d) Para isto é necessário o preenchimento do formulário F.1 e a análise global, mediante uma tabela, formulário F.2, que inclui os grupos ordenados em graus de menor e de maior importância, determinados a partir de pesos atribuídos.

e) A confecção da tabela é feita de tal modo que permite a comparação dos valores assinalados, junto aos valores ótimos harmoniosamente estipulados, segundo critérios racionais.

f) A comparação entre estes valores possibilitará uma análise das potencialidades da comunidade ou comunidades e localidades sob consideração.

6.3 — Discriminação dos Grupos, Fatores e Elementos Indicada Para a Avaliação de uma Comunidade

6.3.1 — Classificação dos Grupos

Grupo 1 — Transporte.

Grupo 2 — Mercado.

Grupo 3 — Mão-de-Obra.

- Grupo 4 — Construções.
- Grupo 5 — Materiais e Suprimentos.
- Grupo 6 — Facilidades da Comunidade.
- Grupo 7 — Outras Indústrias.
- Grupo 8 — Administração Local.
- Grupo 9 — Tributos e Financiamentos.
- Grupo 10 — Diversos.

6.3.2 — Classificação dos Fatores

Grupo 1 — Transporte

- Fator 1.1 — Sistemas viários e transporte rodoviário.
- Fator 1.2 — Estradas de ferro e transporte ferroviário.
- Fator 1.3 — Sistema marítimo e hidrovia.
- Fator 1.4 — Aerovias.
- Fator 1.5 — Diversos.

Grupo 2 — Mercado

- Fator 2.1 — Mercado.

Grupo 3 — Mão-de-Obra

- Fator 3.1 — Quantidade e qualidade.
- Fator 3.2 — Organizações trabalhistas — treinamento.
- Fator 3.3 — Custo.

Grupo 4 — Construções Locais e Serviços

- Fator 4.1 — Construções existentes disponíveis.
- Fator 4.2 — Locais disponíveis.
- Fator 4.3 — Água.
- Fator 4.4 — Esgoto e lixo.
- Fator 4.5 — Energia elétrica.
- Fator 4.6 — Combustíveis.
- Fator 4.7 — Outros serviços.

Grupo 5 — Materiais e Suprimentos

- Fator 5.1 — Materiais e suprimentos.

Grupo 6 — Facilidades da Comunidade

- Fator 6.1 — Comércio.
- Fator 6.2 — Residências.
- Fator 6.3 — Viagem e hospedagem.
- Fator 6.4 — Recreação.
- Fator 6.5 — Atividades religiosas.
- Fator 6.6 — Organizações.
- Fator 6.7 — Saúde.

- Fator 6.8 — Proteção e serviços militares.
- Fator 6.9 — Educação.
- Fator 6.10 — Facilidades culturais.
- Fator 6.11 — Meios e serviços de comunicações.
- Fator 6.12 — Ruas e trânsito.

Grupo 7 — Outras Indústrias

- Fator 7.1 — Indústrias locais.

Grupo 8 — Administração Local

- Fator 8.1 — Governo local.
- Fator 8.2 — Planejamento e zoneamento.

Grupo 9 — Tributos e Financiamentos

- Fator 9.1 — Tributos.
- Fator 9.2 — Financiamentos.

Grupo 10 — Diversos

- Fator 10.1 — Diversos.

6.3.3 — Classificação dos Elementos

Grupo 1 — Transporte

- Fator 1.1 — Sistemas viários e transporte rodoviário.

Elementos

- 1.1.1 — Rodovias servindo a área.
- 1.1.2 — Limites de cargas e espaçamento.
- 1.1.3 — Distâncias às principais metrópoles e ao porto de maior importância.
- 1.1.4 — Existência de companhias de transporte de carga.
- 1.1.5 — Existência de companhias de transporte de passageiros.
- 1.1.6 — Novos planos de facilidades de transporte.
- 1.1.7 — Tarifas.

- Fator 1.2 — Estradas de ferro e transporte ferroviário.

Elementos

- 1.2.1 — Ferrovias servindo a área.
- 1.2.2 — Frequência e qualidade do serviço de carga.
- 1.2.3 — Capacidade de embarque e desembarque por ferrovia e tempo de retenção.
- 1.2.4 — Distância das principais ferrovias.
- 1.2.5 — Distância das principais metrópoles ao porto de maior importância.
- 1.2.6 — Armazenagem: área e custo.
- 1.2.7 — Tarifas.

— Fator 1.3 — Sistema marítimo e hidrovias.

Elementos

- 1.3.1 — Localização e distância do porto mais próximo.
- 1.3.2 — Frequência e qualidade do serviço de carga.
- 1.3.3 — Capacidade de embarque e desembarque e tempo de retenção.
- 1.3.4 — Armazenagem: área e custo.
- 1.3.5 — Tarifas.
- 1.3.6 — Serviços de dragagem programadas ou em curso.

— Fator 1.4 — Aerovias.

Elementos

- 1.4.1 — Localização e distância do aeroporto comercial mais próximo.
- 1.4.2 — Frequência e qualidade do serviço de carga.
- 1.4.3 — Tipos de pista e aeronaves operantes.
- 1.4.4 — Tarifas.

— Fator 1.5 — Diversos.

Elementos

- 1.5.1 — Serviço urbano de ônibus — número de companhias e tarifas.
- 1.5.2 — Serviços de táxis — número de companhias e tarifas.
- 1.5.3 — Sistemas de tráfego rápido.
- 1.5.4 — Serviço de seguro de transportadoras.

Grupo 2 — Mercado

— Fator 2.1 — Mercado.

Elementos

- 2.1.1 — Mercado na localidade.
- 2.1.2 — Descrição — centros de mercados da região.
- 2.1.3 — Mercado externo.

Grupo 3 — Mão-de-Obra

— Fator 3.1 — Quantidade e qualidade.

Elementos

- 3.1.1 — Mão-de-obra disponível na região.
- 3.1.2 — Características da mão-de-obra.
- 3.1.3 — Especializações e grau de disponibilidade.
- 3.1.4 — Número e percentagem da população desempregada.

— Fator 3.2 — Organização trabalhistas — treinamento.

Elementos

- 3.2.1 — Organizações sindicais na região.
- 3.2.2 — Atividades sindicais.
- 3.2.3 — Ocorrências de rebeliões, greves e boicotes.
- 3.2.4 — Facilidade de adaptação a novas práticas de trabalho e automação.
- 3.2.5 — Treinamento e métodos de recrutamento utilizados.
- 3.2.6 — Existência de associação local de agência de empregos e intercâmbio de informações.
- 3.2.7 — Programas de estágio e treinamento.
- 3.2.8 — Práticas de contrato de mão-de-obra.
- 3.2.9 — Código de saúde e segurança local.
- 3.2.10 — Filiação a órgãos de previdência — fiscalização.

— Fator 3.3 — Custo.

Elementos

- 3.3.1 — Média de salários pagos pelas indústrias locais.
- 3.3.2 — Média de horas trabalhadas — produtividade comparada.
- 3.3.3 — Prática de horas extras e média de faltas.
- 3.3.4 — Rotatividade de mão-de-obra.
- 3.3.5 — Observância de feriados.
- 3.3.6 — Programas de segurança no trabalho.
- 3.3.7 — Programas de assistência social.

Grupo 4 — Construções locais e serviços

— Fator 4.1 — Construções existentes disponíveis.

Elementos

- 4.1.1 — Localização.
- 4.1.2 — Tamanho.
 - terreno.
 - área construída.
 - dimensões da construção.
 - número de pavimentos.
- 4.1.3 — Construção.
 - época da construção.
 - demanda prevista.
 - condições.
 - espaçamento das colunas.
 - disponibilidades para escritório.

- 4.1.4 — Construções auxiliares.
 - vila operária.
 - hospital.
 - escolas.
- 4.1.5 — Preço de venda: termos, valor lançado,
- 4.1.6 — Aluguel: termos, valor lançado,
- 4.1.7 — Área de estacionamento — embarque e desembarque.
- 4.1.8 — Avaliação de seguros contra incêndios.
- 4.1.9 — Sistema elétrico.
 - capacidade.
 - iluminação externa e interna.
- 4.1.10 — Iluminação natural.

— Fator 4.2 — Locais disponíveis.

Elementos

- 4.2.1 — Dimensão total da área por m².
- 4.2.2 — Custo aproximado por m².
- 4.2.3 — Topografia do local.
- 4.2.4 — Água fornecida por poço — quantidade e qualidade.
- 4.2.5 — Custo de limpeza do local.
- 4.2.6 — Custo de terraplenagem e estaqueamento.
- 4.2.7 — Acesso a meios de comunicação.
- 4.2.8 — Sendo necessária a construção de estrada de acesso:
 - quem irá construir.
 - qual o custo.
 - em quanto tempo.
 - quem fará a manutenção.
- 4.2.9 — Zoneamento do local.
 - residencial.
 - comercial.
 - industrial.
 - outras.
 - possibilidade de modificação do zoneamento.
- 4.2.10 — Existência de rede de esgoto no local.
 - capacidade.
 - suprimento adequado.
 - tarifas.
 - outras características.
- 4.2.11 — Existência de rede elétrica no local.
 - capacidade.
 - suprimento adequado.
 - tarifas.
 - outras características.

4.2.12 — Caso de não existência da rede d'água, esgoto ou energia elétrica, qual a distância mais próxima.

— água. — custo.

— esgoto. — custo.

— energia elétrica. — custo.

— Fator 4.3 — Água.

Elementos

4.3.1 — Condições gerais do serviço de água na área.

4.3.2 — Fontes principais de fornecimento.

4.3.3 — Armazenamento subterrâneo na superfície e mananciais aproveitáveis.

4.3.4 — Análise química do fornecimento.

4.3.5 — Capacidade disponível no local.

4.3.6 — Demandas máximas.

4.3.7 — Frequência no fornecimento.

4.3.8 — Métodos de tratamento.

4.3.9 — Possibilidade de captação própria.

4.3.10 — Bacia hidrográfica do local e curso d'água mais próximo.

4.3.11 — Custo.

4.3.12 — Planos de expansão.

— Fator 4.4 — Esgoto e lixo.

Elementos

4.4.1 — Meios disponíveis.

4.4.2 — Órgãos responsáveis pelo serviço.

4.4.3 — Métodos de tratamento.

4.4.4 — Capacidade máxima.

4.4.5 — Regulamentos para detritos industriais.

4.4.6 — Normas e órgãos reguladores de poluição.

4.4.7 — Frequência e destino da coleta de lixo e detritos.

4.4.8 — Recipientes públicos para o lixo.

4.4.9 — Regulamentos sobre queima.

4.4.10 — Custo.

4.4.11 — Planos de expansão.

Fator 4.5 — Energia elétrica.

Elementos

4.5.1 — Concessionária.

4.5.2 — Capacidade do sistema disponível.

4.5.3 — Confiabilidade do sistema.

4.5.4 — Frequência no fornecimento.

4.5.5 — Linhas múltiplas de fornecimento e interligações.

4.5.6 — Características de voltagem, número de fases, frequência, e outras.

4.5.7 — Consumidores por classes de consumo e consumo efetivo.

4.5.8 — Tarifas.

4.5.9 — Tarifas para condições especiais de carga.

4.5.10 — Planos de expansão.

Fator 4.6 — Combustíveis.

Elementos

4.6.1 — Concessionária de produtos para a área — Especificação, capacidade e qualidade — tarifas.

4.6.2 — Concessionária de oleodutos para a área — Especificação, capacidade e qualidade — tarifas.

4.6.3 — Distribuição a granel de combustíveis — Concessionária, qualificações, características e tarifas dos combustíveis.

4.6.4 — Adequação da forma de suprimento.

4.6.5 — Legislação e regulamentos que disciplinam a manipulação de combustíveis — Órgão normativo e órgão fiscalizador.

4.6.6 — Equipamentos e serviços de proteção.

4.6.7 — Planos de expansão.

— Fator 4.7 — Outros serviços.

Elementos

4.7.1 — Companhias de manutenção para contratos.

4.7.2 — Arquitetos, engenheiros.

4.7.3 — Advogados, contadores, administradores.

4.7.4 — Empreiteiros e subempreiteiros.

4.7.5 — Corretoras.

4.7.6 — Manutenção por contratos.

4.7.7 — Serviços de zeladoria e limpeza.

4.7.8 — Agências de empregos.

4.7.9 — Proteção de propriedades.

4.7.10 — Polícia e bombeiros.

4.7.11 — Serviços de conserto e reparação de equipamentos e instrumentos.

4.7.12 — Transportadoras de equipamentos pesados.

4.7.13 — Laboratórios.

4.7.14 — Centro de computadores.

4.7.15 — Consultores técnicos e administrativos.

4.7.16 — Laboratórios.

4.7.17 — Serviços de reprodução (cópias heliográficas, xerox) .

4.7.18 — Serviços de fotografia.

4.7.19 — Serviços telefônicos de informações.

4.7.20 — Órgãos de crédito.

Grupo 5.0 — Materiais e Suprimentos.

— Fator 5.1 — Materiais e suprimentos.

Elementos

- 5.1.1 — Localização dos fornecedores.
- 5.1.2 — Disponibilidade: quantidade e qualidade.
- 5.1.3 — Tempo e método de entrega.
- 5.1.4 — Confiabilidade do suprimento.
- 5.1.5 — Adequação de produção a longo prazo para atender à demanda.
- 5.1.6 — Disponibilidade de material para construção.
- 5.1.7 — Disponibilidade de suprimentos para manutenção.
- 5.1.8 — Suprimento de material e equipamento para escritório.
- 5.1.9 — Custos.

Grupo 6 — Facilidades da Comunidade.

— Fator 6.1 — Comércio.

Elementos

- 6.1.1 — Estabelecimentos essenciais.
- 6.1.2 — Estabelecimentos especializados.
- 6.1.3 — Centro de compras — supermercados.
- 6.1.4 — Centrais de abastecimentos.
- 6.1.5 — Filiais de lojas metropolitanas.
- 6.1.6 — Integração comércio — Órgãos públicos.

— Fator 6.2 — Residências.

Elementos

- 6.2.1 — Número total de unidades habitacionais.
- 6.2.2 — Número de unidades construídas nos últimos três anos.
- 6.2.3 — Preferências da comunidade para áreas urbanas ou suburbanas.
- 6.2.4 — Renovação urbana.
- 6.2.5 — Unidades de aluguel disponíveis para famílias simples — escala de preços.
- 6.2.6 — Unidades de apartamentos ou casas disponíveis para vendas — escala de preços.
- 6.2.7 — Tipos de contratos de locação.
- 6.2.8 — Especulação imobiliária.
- 6.2.9 — Custo médio.
- 6.2.10 — Existência de vila operária.
- 6.2.11 — Planos habitacionais favorecidos pelo BNH.

— Fator 6.3 — Viagem e hospedagem.

Elementos

6.3.1 — Quantidade e qualidade de hotéis e motéis.

6.3.2 — Diárias máximas e mínimas.

6.3.3 — Facilidades para reuniões e convenções.

6.3.4 — Quantidade e qualidade de restaurantes.

6.3.5 — Auditórios e galerias de exposição.

6.3.6 — Planos de expansão.

— Fator 6.4 — Recreação.

Elementos

6.4.1 — Quantidade e qualidade de parques e jardins.

6.4.2 — Quantidade e qualidade de parques infantis e similares.

6.4.3 — Clubes esportivos.

6.4.4 — Certames esportivos.

6.4.5 — Associações e ligas esportivas.

6.4.6 — Programas de recreação em geral.

6.4.7 — Quantidade e qualidade de cinemas, boites, clubes, teatros e outras.

— Fator 6.5 — Atividades religiosas.

Elementos

6.5.1 — Número de igrejas e sua denominação.

6.5.2 — Percentual de membro por igreja.

6.5.3 — Movimentos ecumênicos.

— Fator 6.6 — Organizações.

Elementos

6.6.1 — Organizações cívicas, políticas e outras.

6.6.2 — Programa de associações de comércio e indústria.

6.6.3 — Comissões de fundações de desenvolvimento.

6.6.4 — Sociedades profissionais.

6.6.5 — Existência de agências de institutos previdenciários.

— Fator 6.7 — Saúde.

Elementos

6.7.1 — Quantidade e qualidade de hospitais e clínicas num raio de vinte quilômetros.

6.7.2 — Atendimento especial disponível.

6.7.3 — Diária média de enfermarias e quartos hospitalares.

6.7.4 — Especialização do pessoal médico.

6.7.5 — Quantidade e qualidade de gabinetes dentários.

6.7.6 — Farmácias e drogarias.

6.7.7 — Serviços de ambulâncias.

- 6.7.8 — Regulamentos de saúde pública.
- 6.7.9 — Condições higiênicas e alimentares da população local.
- 6.7.10 — Atendimento médico — hospitalar — dentário — mediante convênio com Instituto de Previdência.

— Fator 6.8 — Proteção e serviços militares.

Elementos

- 6.8.1 — Quantidade de delegacias e policiais.
- 6.8.2 — Quantidade de veículos policiais.
- 6.8.3 — Quantidade de guardas de trânsito.
- 6.8.4 — Número de guarnições de corpo de bombeiros.
- 6.8.5 — Regulamentos locais e inspeções contra incêndios.
- 6.8.6 — Quantidade e especificações de guarnição militar.
- 6.8.7 — Segurança nacional.

— Fator 6.9 — Educação.

Elementos

- 6.9.1 — Quantidade de escolas especificadas: públicas e particulares.

Nível: primário, secundário, médio.

População estudantil.

- 6.9.2 — Relação aluno/professor.
 - Nível primário: publ. part.
 - Nível secundário: publ. part.
 - Nível médio: publ. part.
 - Qualificação do professor.
- 6.9.3 — Desempenho escolar: publ. part.
 - Desistentes no secundário: publ. part.
 - Concluíram curso médio num ano: % %.
 - Entrando em universidade: % %.
- 6.9.4 — Escala salarial de professores.
- 6.9.5 — Programas de educação de adultos.
- 6.9.6 — Escolas profissionalizantes.
- 6.9.7 — Universidades e escolas superiores num raio de 20 km.
- 6.9.8 — Cursos noturnos oferecidos.
- 6.9.9 — Programas de pesquisa para indústria.
- 6.9.10 — Planos de expansão de ensino.

— Fator 6.10 — Facilidades culturais.

Elementos

- 6.10.1 — Número de bibliotecas e acervo.
- 6.10.2 — Grupos teatrais.
- 6.10.3 — Museus e galerias de artes.
- 6.10.4 — Programas de concertos ou conferências.
- 6.10.5 — Outros programas culturais.

— Fator 6.11 — Meios e serviços de comunicação.

Elementos

- 6.11.1 — Número e tipos de jornais publicados.
- 6.11.2 — Circulação de publicações.
- 6.11.3 — Estação de rádio comercial.
- 6.11.4 — Geraís de televisão recebidos e qualidade do sinal.
- 6.11.5 — Estação local de TV, se existe.
- 6.11.6 — Companhia telefônica local.
- 6.11.7 — Capacidade da central de trânsito.
- 6.11.8 — Aparelhos em serviço.
- 6.11.9 — Qualidade do trabalho telefônico.
- 6.11.10 — Aparelhos em serviço.
- 6.11.11 — Tarifas.
- 6.11.12 — Número de agências do correio.
- 6.11.13 — Média de entregas diárias para o comércio.
- 6.11.14 — Área abrangida pelo serviço expresso.
- 6.11.15 — Média de tempo de entrega de várias áreas.
- 6.11.16 — Planos de expansão.

— Fator 6.12 — Ruas e trânsito.

Elementos

- 6.12.1 — Planejamento do trânsito.
- 6.12.2 — Anel rodoviário.
- 6.12.3 — Condições de ruas da cidade.
- 6.12.4 — Manutenção das ruas.
- 6.12.5 — Política de taxaço dos serviços.
- 6.12.6 — Limpeza das ruas.
- 6.12.7 — Facilidades de estacionamento.
- 6.12.8 — Iluminação pública.
- 6.12.9 — Sinalização do tráfego.
- 6.12.10 — Acesso dos transportes públicos para funcionários e fregueses.
- 6.12.11 — Planos de expansão.

Grupo 7 Outras Indústrias.

— Fator 7.1 — Indústrias locais.

Elementos

- 7.1.1 — Indústrias existentes na área.
- 7.1.2 — Concorrência — necessidade de neutralização.
- 7.1.3 — Produtos principais.
- 7.1.4 — Número de fábricas implantadas em 5 anos.
- 7.1.5 — Número de fábricas fechadas em 5 anos.
- 7.1.6 — Diversidade de indústrias.

Grupo 8 — Administração Local

— Fator 8.1 — Governo local.

Elementos

- 8.1.1 — Política local — relações com governos estadual e federal.
- 8.1.2 — Atitude para com as indústrias.
- 8.1.3 — Incentivos para implantação de novas indústrias.
- 8.1.4 — Política de desapropriação.
- 8.1.5 — Utilização de programas federais.
- 8.1.6 — Orçamento anual.
- 8.1.7 — Dívida pública.
- 8.1.8 — Programas de bem-estar — recursos.
- 8.1.9 — Politização dos trabalhos e da população local.

— Fator 8.2 — Planejamento e zoneamento.

Elementos

- 8.2.1 — Órgão em comissão de planejamento.
- 8.2.2 — Programa geral de melhoramento plurianual.
- 8.2.3 — Definições de classificações de vários zoneamentos.
- 8.2.4 — Regulamentos que disciplinam ruídos, gases venenosos, luminosidade, fumaça, pó, sujeira, vibrações, resíduos, armazenamento ao ar livre, estética, riscos de incêndios e estacionamentos a meio fio.

Grupo 9 — Tributos e Financiamentos

— Fator 9.1 — Tributos.

Elementos

- 9.1.1 — Sistemas de cadastro — métodos e datas de avaliações mais recentes.
- 9.1.2 — Histórico da tributação durante 5 anos.
- 9.1.3 — Práticas de lançamento e a proporção de valor lançado/valor real.
- 9.1.4 — Equilíbrio de taxas de lançamento sobre residências, comércio e indústria.
- 9.1.5 — Propriedades livres de taxaço.
- 9.1.6 — Aplicação da renda apurada em taxas.
- 9.1.7 — Incentivos fiscais.
- 9.1.8 — Equilíbrio entre receita e despesas.
- 9.1.9 — Planos de expansão.

— Fator 9.2 — Financiamentos.

Elementos

9.2.1 — Número de bancos comerciais.

9.2.2 — Facilidades de financiamento para capital fixo e capital de giro.

9.2.3 — Instituições de desenvolvimento local e regional.

9.2.4 — Planos de financiamento para incentivo de produção.

9.2.5 — Outros.

Grupo 10 — Diversos

— Fator 10.1 — Diversos.

Elementos

10.1.1 — Registro de votação local.

10.1.2 — Participação do comércio e indústria na política.

10.1.3 — Formação étnica da população.

10.1.4 — Leis restritivas locais.

10.1.5 — Histórico da comunidade — regulamentos sobre vendas de bebidas alcoólicas e jogos.

10.1.6 — Média mensal de temperatura máxima e mínima durante o ano e extremos de temperatura.

10.1.7 — Média de precipitação pluviométrica.

10.1.8 — Média de umidade.

10.1.9 — Ventos dominantes.

10.1.10 — Possibilidade de enchentes e outras calamidades públicas — histórico da comunidade.

6.4 — Indicação de Modelos de Formulários

Indicamos os modelos a serem preenchidos: F.1 e F.2.

a) Modelo F.1 — Formulário de classificação dos elementos.

Neste modelo constam os elementos classificados e valorizados segundo padrões ótimos e valores assinalados.

b) Modelo F.2 — Tabela de avaliação dos valores por grupos.

b.1 — De acordo com o problema a ser estudado, destacamos entre os grupos enumerados aqueles que são os influentes no processo de implantações da indústria e os ordenamos segundo ordem decrescente de importância.

b.2 — Preenchimento da tabela:

Coluna (1) — relação dos grupos influentes no processo de implantação.

Colunas (2), (3), (4) — atribuímos pesos aos diversos grupos a partir do de ordem mais inferior e determinamos a percentagem relativa.

Colunas (5), (6), (7) — procedimento idêntico ao anterior, considerando, no entanto, o ponto básico como o grupo de ordem superior e determinamos a percentagem relativa.

Coluna (8) — cálculo da média dos percentuais.

Coluna (9) — a atribuição dos valores ótimos — designamos um valor total de pontos válidos para o projeto e calculamos o valor dos grupos a partir da média percentual. Isto possibilitará a avaliação ótima dos mesmos. De forma análoga, atribuímos a valorização dos fatores e elementos.

FORMULÁRIOS DE CLASSIFICAÇÃO DOS ELEMENTOS

FORMULÁRIO F.1

Discriminação	Códigos	Denominações	Valores Ótimos	Valores Assinalados
GRUPO				
FATOR				
E L E M E N T O S				
		SOMA		

FORMULÁRIO F.2

Grupos	Atribuição em Ordem Crescente			Atribuição em Ordem Decrescente			Média %	Valor Ótimo	Valores Assina- lados
	Pesos Desig- nados	Pesos Acumu- lados	%	Pesos De-ig- nados	Pesos Acumu- lados	%			
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
						TOTAIS			

6.5 — Análise dos Resultados

a) Estando de posse dos valores ótimos de cada elemento, fator e grupo incluídos em nossa análise, partimos para o levantamento dos valores verificados em cada comunidade.

b) Poderemos então eliminar as comunidades que não apresentam os mínimos requisitos necessários à implantação da indústria.

c) Através de uma avaliação e comparação estatística poderemos selecionar a comunidade ou localidade que apresenta maiores condições e facilidades.

7 — Considerações Finais

Na escolha de localização é importante ressaltarmos a influência do fator representado pelo comportamento humano.

Neste trabalho procuramos, a partir de processos teóricos, pesquisar uma primeira meta a ser explorada e, tendo atingido este primeiro passo, consideramos sumamente importante ponderar o resultado sob o ponto de vista humano.

No entanto, avaliar fatores imponderáveis é tarefa das mais difíceis, pois trata-se de um trabalho subjetivo.

Evitar a parcialidade é possível, adotando-se métodos racionais de julgamento e perícia no levantamento de dados.

Finalmente, a boa localização de uma indústria surgirá através de critérios técnicos e humanos que deverão visar a uma situação a longo prazo, com possibilidades de desenvolvimento crescente.

BIBLIOGRAFIA

- FONSECA, Adhemar — *Curso de Mecânica* — Vol. II Editora Ao Livro Técnico.
- FURTADO, A. Luz — *Teoria dos Grafos — Algoritmos* — Livros Técnicos e Científicos.
- GEIGER, E. E. E. — *Revista Administração de Empresas* — Fundação Getúlio Vargas.
- HALLIDAY, David e RESNICK, Robert — *Curso de Física* — Editora Ao Livro Técnico.
- KNEIP, Karl; WINZER, Gustav e KILLMANN, Paul — *Mecânica Resistência de Materiales — Grafostática* — Vol. III — Editora Labor S.A.
- OLIVEIRA MOTA, Fernando — *Manual de Localização Industrial* ETENE — APEC.
- SILVA LEME, R. A. — *Contribuições à Teoria da Localização Industrial* — Publicação Faculdade de Ciências Econômicas e Administração — USP.
- WEIL, K. E. — *Manual de Administração da Produção* — Vol. 1 — Fundação Getúlio Vargas.
- WILD, Ray — *The Technique of Production Management* — Holt U. K. Management Books.
- COMPANHIA PAULISTA DE FORÇA E LUZ — “Departamento de Utilização de Energia” — Divisão de Desenvolvimento de Mercado — “Método de Classificação Numérica de uma Comunidade”.

SUMMARY

To research the optimum region for industrial location, having in view the infinite factors which influence it is the main purpose of this paper.

The analysis of the problem was guided by an economic model, in which were considered the characteristics of the industrial products and the minimization of transportation costs.

Considering the major significance of the transportation factor, graphic and mathematic methods were suggested to determine the macrolocation.

The isolines and the construction of isodapanes, graphic method of the funicular polygon, as a mechanic solution based on the graphs theory, were pointed out. Applied to the problems solution, this theory makes possible easier adjustment to reality.

We follow in this study the theoretic-economic principles of Prof. Ruy Aguiar da Silva Leme, defining some appropriate modds, especially in the graphs theory — mechanic solution.

Also presented was an analysis of the solution given by the Location Problem, in accordance with theory to reality including new important factors in the Location Theory.

The study was guided by an indispensable test of evaluation of the potencialities and possibilities of a community to verify the perfect integration among the influent process factors.

It was indicated a method to evaluate a community that could define the degree of acceptance, for the location of an industry.

Based upon studies conducted by the Companhia Paulista de Força e Luz, this method provides elements to a rational choice hampering disadjustments and failures of the project.

Finally, it was stressed the influence of the human behavior factor.

The evaluation of "imponderable factors" is a very difficult task, due to its subjective character, but partiality can be avoided by adopting rational methods of judgment and expertness in data collection.

The optimum location of an industry will emerge by the application of human and technical criteria, aiming at a situation, in the long run, with possibilities of an increasing development.

RESUMÉ

Le but de ce travail c'est la recherche d'une excellent région pour la localisation d'industries, en attendant les infinis facteurs que l'en influentient.

L'analyse du problème a eu faite à partir d'un modèle économique où est considérées les caractéristiques des produits industriels et la minimization des couts de transport.

En considerant le facteur transport ce de plus importance, il ont suggéré méthodes graphiques et mathématiques pour la détermination de la macrolocalisation.

Nous détach'ons: les isolignes et la construction des isodapanes, méthode graphique du polygone funiculaire, et la solution mécanique a partir de la théorie des graphes. La théorie des graphes appliquée dans la solution du problème rendre possible plus facilement des accord et adaptation à la réalité.

En cet étoudes nous suivons les principes théorique—économiques du Prof. Ruy Aguiar da Silva Leme, qui a défini ainsi quelques modèles appropriés, principalement dans la théorie des graphes—solution mécanique.

Dans la séquence on a montré l'analyse des solutions données au Problème de Localisation, avec l'adéquation de la théorie à la réalité, en incluant des nouveaux facteurs dans la théorie de la localisation.

L'orientation donnée a le travail, qui se suivreet, qu'on a rendu indispensable a un test d'estimation des potentielités et des possibilités d'une communauté, en se vérifiant s'existe une parfaite intégration des facteurs influents dans le procès.

On a déjà indiqué une méthode pour l'évaluation d'une communauté, qui défini le grade d'acceptation, pour l'implantation d'une industrie.

Cette méthode est basée en des étoudes faites pour la Companhia Paulista de Força e Luz et vient fournir des éléments qui rendent possible une choix raisonnable, qui puisse empecher des ruptures et fracas du projet.

Finalement, a eu rehaussé l'influence du facteur représenté par la conduite humaine.

Estimer "des facteurs impondérables" c'est tâche des plus difficiles, dû son caractère subjectif, mais éviter la partialité est possible en adoptant des méthodes raisonnables de jugement et habilité d'une collecte de données.

La localisation parfaite d'une industrie surgirá avec des applications de critères humains et techniques, que doivent viser une situation à longue délai, avec des possibilités de développement croissent.

A publicação deste relatório foi feita com recursos do Convênio firmado entre a Coordenação dos Programas de Pós-Graduação de Engenharia (COPPE) da Universidade Federal do Rio de Janeiro, o Ministério do Planejamento e Coordenação Geral e o Ministério do Interior, para elaborar e executar o Programa Nacional de Capacitação de Recursos Humanos para o Desenvolvimento Urbano. A administração da dotação financeira para este trabalho, proporcionada pela Fundação Ford, foi feita através da CÔPETEC, COPPE/UFRJ — Maio/1975.

Hierarquia de centros na cidade do Rio de Janeiro¹

C. ERNESTO S. LINDGREN²

ELANE FROSSARD BARBOSA³

ROBERTO TAVARES PETTERLE⁴

1 — Introdução

A cidade, espacialmente conceituada pelo seu território onde se identificam variadas formas de seu uso, regulamentadas e orientadas por um processo aparentemente aleatório ou casual, é uma expressão de uma coletânea de valores, aspirações, expectativas e mesmo visão espacial do que a cidade é ou deve ser, identificáveis em diferentes graus de conscientização em todos os membros de sua população residente e de seus visitantes. Isto significa que em todo e qualquer membro da população, independente de suas características ou *status*, é possível identificar e mensurar o que compreende por cidade em termos de indicadores específicos que geralmente tem a ver com atividades que lhe permitam manter e continuar a vida. Em alguns casos, esta concepção da cidade não vai além das imediações do seu local de trabalho, do seu local de residência e da rota que o leva de um ponto ao outro. Em outros, a concepção engloba a transferência para locais distantes, em outra cidade, em outro Estado, em outro País e as atividades ali realizadas. E para outros, como no caso de entregador de mercadorias em vários pontos da cidade, ou do homem-da-rua sem emprego, sem abrigo e sem destino, a concepção é

1 Projeto de Pesquisa sobre Assuntos Populacionais — FUNDAÇÃO FORD — Relatório Final/1.º de abril de 1975.

2 Pesquisador principal — M. Sc., M. A., Professor Titular, Coordenador do Curso de Planejamento Urbano e Regional — COPPE/UFRJ.

3 Pesquisador assistente — M. C. P., Professora Assistente do Curso de Planejamento Urbano e Regional — COPPE/UFRJ.

4 Assistente técnico — Estagiário / Curso de Planejamento Urbano e Regional — COPPE/UFRJ.

bem mais ampla, restringida, porém, por fatores como educação e recursos que lhes permitiriam transferir aos demais participantes o que observou, apreendeu, internalizou. Porque o processo de interação na relação cidade—habitante é biunívoco, não só a cidade proporciona ao habitante aquelas imagens como também o habitante as projeta sobre a cidade, em forma de valores adquiridos, aspirações, expectativas e atividades diárias. Desta maneira dá à cidade uma certa forma física, substância e organização, propriedade subjetiva do agregado populacional. Criam-se instituições, estabelecem-se normas que moldam a cidade, fisicamente, e regulam a distribuição espacial das atividades exercidas na cidade.

Estas considerações sugerem a existência de uma certa ordem na morfologia da cidade e na distribuição espacial das atividades nela desempenhadas por sua população. Esta morfologia e esta distribuição são influenciadas não só pela relação cidade—habitante mas também pelas relações entre a cidade e outras populações, cidades, regiões.

Presentemente, propõe-se verificar se existem diferenças notáveis das atividades de população da cidade na medida em que, em certos lugares, estas atividades são observadas. Enunciado de outra maneira, pretende-se investigar se estes lugares se dispõem hierarquicamente, fato que sugeriria ser a posição de um lugar na hierarquia diretamente dependente da decisão, de parte da população, em fazer dele uso no exercício de certas atividades sem exclusão de outros fatores atuando sobre a decisão ou sobre a hierarquização. Seria possível, pois deseja-se saber, ordenar os lugares em função de indicadores de preferência de um lugar no desempenho de ações econômicas ou sociais. Caso assim seja, procurar-se-ia identificar alguns dos índices de agregação populacional, tais como densidade de população e potencial de população que estariam correlacionados com aquela ordenação.

Desta forma orientado, ter-se-ia neste trabalho uma maneira de expressar como a morfologia da cidade se apresenta espacialmente como reflexo do modo como a população se orienta na cidade, organizando-a. Embora esta visão pareça ser ecológica, não se propõe que outras formas de explicar a morfologia da cidade não sejam consideradas. Por outro lado, não se julga pertinente analisar se as atividades são ou não instrumentais para a população, quais as características desta população que promovem estas atividades, de que maneira estas atividades alteram as propriedades do agregado populacional, se a ocorrência de certa atividade é ou não é válida em certo lugar, que tipo de tecnologia está ligado às atividades, se a hierarquização dos lugares é função desta tecnologia, se esta tecnologia e energia disponível é suficientemente aplicada na alteração do meio-ambiente ou se é ela modificada em função da necessidade que a população tem em se adaptar ao meio-ambiente. Embora todas as possibilidades acima sejam questões a serem resolvidas, não há necessidade de se tratar delas, nem mesmo como especulação, já que se apresenta a alternativa de verificar a existência de uma hierarquia de lugares em termos de número de participantes engajados em certos tipos de atividades.

Christaller (1933) propôs toda uma teoria de lugares centrais cuja verificação empírica se baseou, como se faz aqui, no número de participantes envolvidos em certa atividade, no caso chamadas telefônicas intra e inter-urbanas. Mas tal como naquele caso, não se tratará de caracterizar um lugar em função da qualidade da atividade ou da tecnologia exigida no desempenho da atividade. Esta excessão se liga ao ponto já levantado de que não se consideraria a eficiência de utilização da tecnologia disponível ou mesmo do tipo de tecnologia que a população desejaria desenvolver. Assim é que Christaller não diferencia

os lugares centrais com considerações em torno da qualidade ou tipo de comunicação telefônica entre eles. Similarmente, não se diferenciara lugares, neste trabalho, em função da qualidade de um certo bem ou serviço oferecido em cada lugar. Disto segue que características dos agregados populacionais que atuam nestes lugares não são também examinadas, visto que sua consideração exigirá o teste da hipótese de que diferenças em qualidade de bens e serviços oferecidos nos vários lugares são função de características das populações que os procuram.

Cabe tecer algumas observações sobre que implicações têm estas considerações sobre o sistema hierárquico que se possa identificar. Primeiramente, como esta hierarquia é apenas baseada no número de participantes atuando nos lugares, aquele lugar situado no pico da hierarquia não deve ser identificado como, na forma adotada por Christaller, o que oferece o maior número de bens ou serviços, especialmente porque, como será visto, os bens e serviços examinados são oferecidos em todos os lugares. Segundo, é possível que a posição de um lugar na hierarquia se deva apenas a exigência da população em satisfazer certas necessidades de participação na própria existência do lugar ou se deva à condição do tradicionalismo do lugar no que se refere à aquisição de certos bens ou serviços. E terceiro, como fato singular que o presente trabalho procura sugerir, a posição de um lugar na hierarquia passa a ser um indicador da ocupação do solo no/ou próximo ao lugar. É claro que todas as três variáveis atuam e se somam a outras não mencionadas como sistema de transporte, infra-estrutura (como parte da tecnologia disponível) presente, tradição do lugar como local de trabalho, local de residência, etc.

O fato singular, relação ou hipótese a ser testada, é de que a hierarquia de lugares é função de indicadores da acessibilidade do lugar. Entre estes indicadores sugere-se: a) a densidade de população na medida em que urbanização, definida em termos de serviços urbanos (transporte, habitação, infra-estrutura, saúde, educação, etc.) oferecidos, varia como função da densidade populacional; estes serviços urbanos, observados diferencialmente nos lugares, causam uma variação na acessibilidade a estes lugares, tanto no sentido usual do conceito de acessibilidade física como quanto no sentido de disponibilidade do lugar como resultado dos bens e serviços que oferece em vista do seu nível de urbanização (Abler, Adams, Gould, 1971 pp. 552-8); b) o potencial de população ou o potencial de densidade de população, medida que expressa a influência que um lugar exerce sobre si mesmo e sobre outros lugares em razão direta do número de participantes, no lugar, e em razão inversa à distância do lugar aos demais (Stewart e Warntz, 1958).

Uma outra medida de acessibilidade é introduzida na feição do índice global de continentalidade proposto por Warntz (1970). Superpondo uma malha quadrada sobre um mapa de Mercator onde se mostra toda a superfície da terra, Warntz associou a cada elemento da malha o valor 1.0 ou o valor 0.0 dependendo da observação de conter tal elemento mais ou menos, respectivamente, de 50% de terra versus mar ou oceano. Ao potencial deste valor Warntz chamou de índice global de continentalidade, sendo que o mapeamento deste índice reconstitui, de modo bem característico, o contorno dos grandes continentes. O índice tem utilização, visto que explica certas regularidades climatológicas globais e torna-se uma medida prediativa destas regularidades. No presente caso, escolhido um certo valor de densidade de população que permitisse a diferenciação do solo ocupado segundo a dicotomia rural-urbano superpondo-se sobre a área de estudo uma malha quadrada, poder-se-á associar a cada elemento da malha o valor 1.0 ou o valor 0.0, dependendo de ser a densidade de população maior ou menor,

respectivamente, que o valor utilizado na classificação dicotômica. O potencial deste valor é aqui chamado de índice de adensamento populacional. Seu mapeamento deverá revelar regularidades da distribuição das duas classes de áreas, urbanos e rural e, mais significativa, mostrará a localização daquelas áreas de transição cujo potencial de urbanização é alto. No contexto da política urbana, onde são consideradas as decisões relacionadas à escolha de alternativas de planos de uso do solo ligados à expansão da área urbana, esta identificação é, certamente, crítica, já que permite que se façam as estimativas do custo da urbanização para cada alternativa. E disto, sem dúvida, depende a decisão de se implantar o plano, de se ocupar o solo.

Com a introdução deste índice de predição de ocupação do solo que, por sua vez, se nos apresenta, como pressuposto, como uma manifestação de orientação dada à morfologia, à ordem da cidade, pela própria população, temos o fechamento do raciocínio do trabalho. Isto se explica na medida em que a escolha da alternativa de ocupação do solo e de organização da cidade, uma vez implantada, torna-se um elemento normativo das atividades do agregado populacional. Entretanto, esta norma teve sua origem na própria população. É o ciclo do processo que se fecha.

Nota-se que o trabalho se desenvolve ao longo da consideração do número de participantes em certas atividades, não sendo considerados outros fatores importantes. Lembra-se, porém, o que já foi afirmado: trata-se da verificação da presença de regularidades hierárquicas dos lugares onde aquelas atividades se manifestam. Cabe a estudos que se seguiriam a estes isolar aquelas variáveis que explicam a posição de dado lugar na hierarquia ou hierarquias aqui sugeridas. Na ausência de informação que permitisse tal explicação, impõe-se o limite, o alcance dos objetivos. Como primeiro passo, testa-se a hipótese de haver ou não regularidades na distribuição dos lugares.

2 — Delimitação do Objeto de Estudo

Parte-se do resultado de um levantamento realizado em 1968 pela Assessoria-Geral de Geografia e Estatística da Secretaria de Planejamento e Coordenação Geral do Estado da Guanabara *. O objetivo foi identificar os centros de negócios no Município do Rio de Janeiro através da análise do comércio varejista e prestação de serviços à população residente nos 80 bairros censitários em que se divide o Município. Desta forma, limita-se a presente hierarquização aos lugares ou centros de negócios considerados naquele levantamento.

3 — Natureza dos Dados

Para o levantamento, utilizou a SPCG do Município uma amostra consistindo de 1% da população residente nos bairros censitários. Para assegurar o local de residência, utilizou a rede de escolas públicas do Município, selecionando os alunos cujos pais foram submetidos a um questionário onde indicaram local de trabalho e local de aquisição de bens como móveis, eletrodomésticos, livros, discos, presentes, roupas, calçados, tecidos e o local de seu médico, dentista, banco, etc.

* A pesquisa foi conduzida pela geógrafa Haídine da Silva Barros Duarte, da SPCG/RJ, a quem devemos um especial agradecimento pelo fornecimento das informações utilizadas.

O problema que se apresenta, imediatamente, diz respeito à representatividade da amostra, já que, provavelmente, não corresponderia a estrutura social da população. Verificou-se, então, em que medida os pais de alunos matriculados em escolas públicas primárias representam a população. Ficou constatado que a população estudantil matriculada no sistema de ensino primário constitui-se de 84% dos alunos matriculados em todos os níveis de ensino (primário, médio, secundário, superior e outros). Destes 84%, 78% eram matriculados em escolas públicas e os demais em escolas particulares. Estima-se, portanto, que a probabilidade de que os respondentes do questionário expressaram hábitos de consumo e preferências de local de obtenção de serviços da população em geral é da ordem de 0,65. Pressupõe-se, entretanto, que esta probabilidade é bem mais alta, considerando-se haver uma não significativa diferença de hábitos de consumo entre os pais de alunos matriculados nas escolas públicas primárias e os pais dos alunos matriculados nas escolas primárias particulares, tal diferença sendo particularmente esta, isto é, a da escolha entre dois sistemas de ensino primário. Mantido este pressuposto, a probabilidade associada à representatividade passa a ser 0,84.

A amostra consistiu de cerca de 30.000 (trinta mil) respondentes.

4 — A Questão da Estabilidade da Hierarquia no Período 1968-1974

A hierarquia que será verificada relaciona-se a uma situação investigada em 1968. É de se crer que o fenômeno de invasão-sucessão-urbana tanto dos tipos voluntário, involuntário e institucional (Gist e Fava, 1964, págs. 147-76) alteraram as condições da qualidade dos bens e serviços disponíveis nos lugares. Pressupõe-se, entretanto, que estes fenômenos não se tenham desenvolvido, envolvendo deslocamentos maciços de população, de forma a alterar drasticamente as proporções em que se baseia o índice utilizado para a proposição de um sistema hierárquico de lugares, visto que as transformações que evoluem dos fenômenos são de longo prazo (mais de dez anos). O referido índice será conceituado e operacionalizado a seguir.

5 — Conceitos, Metodologia e Análise

5.1 — Importância e Centralidade de um Lugar

Aos respondentes foi solicitado indicar o local de trabalho e o lugar de compra de bens como roupas, tecido, calçados, móveis, eletrodomésticos, discos e livros, presentes. Indicaram também o lugar onde procuravam serviços de saúde (médico e dentista), onde realizavam transações bancárias e onde procuravam atividades de lazer (clubes e cinemas).

Em sua teoria de lugares centrais, Christaller (1933, págs. 17-18) conceitua a importância de um lugar como o resultado da combinação das atividades econômicas de sua população. Esta importância não é, necessariamente, proporcional ao número de habitantes e um excedente de importância pode existir. Operacionalizando o conceito em simples aritmética, Christaller refere-se à importância agregada *B* e à importância *B'* representada pela população do lugar. O excedente de im-

portância é, então, $(B - B')$. A importância agregada B é chamada a "importância absoluta" e o excedente de importância é chamado a "importância relativa" ou *centralidade* do lugar.

Ao operar com os dados de que dispunha, * número T_i de ligações telefônicas no lugar i , número T de ligações telefônicas na região onde se situa o lugar, a população P da região e a população P_i do lugar i (Christaller, 1933, pág. 147), a centralidade $C_{i,A}$ do lugar i com respeito à atividade A é estimada como:

$$C_{i,A} = T_i - P_i (T/P)$$

Claramente, a parcela $P_i (T/P)$ é o número de ligações que se deveria observar no lugar i se o número de ligações telefônicas para a população P_i do lugar obedecesse à mesma proporção T/P de ligações na região. A parcela T_i incorpora as ligações telefônicas intralocais e aquelas do lugar i para os demais lugares j na região e aquelas dos lugares j para o lugar i . T_i é, portanto, uma expressão da totalidade da atividade A observada no lugar i . Daí chamar-se T_i a importância absoluta do lugar. O nível ou grau de importância do lugar, no pressuposto de igualdade de importância do lugar a ele dado por sua população P_i que se comporta de maneira exatamente igual à população total P da região é, então expressa pelo subtraindo da diferença acima. É a importância dada ao lugar i pela sua população P_i ao nele participar da atividade A . A diferença $C_{i,A}$ é pois a importância relativa ou centralidade de i com respeito à atividade A .

Os dados do problema em exame são de natureza comparáveis aos utilizados por Christaller. As tabulações mostram o número de residentes de dado lugar, o número total de pessoas que adquirem certo bem ou serviço no lugar, o número total de pessoas que adquirem o mesmo bem ou serviço na região e a população total da região. A parcela T_i é expressa, no presente caso, pela relação entre o número $N_{i,A}$ de pessoas que adquirem o bem ou serviço A em i e a população P_i de i . T é expressa pela relação entre o número $N_{\Sigma i,A}$ de pessoas da região que adquirem o bem ou serviço A na região e a população $P_{\Sigma i}$ da região. Observa-se pelas tabulações que $N_{\Sigma i,A} = P_{\Sigma i}$ isto é, todos os habitantes da região adquirem um certo bem ou serviço tabulado. Daí:

$$C_{i,A} = N_{i,A}/P_i - P_i/P_{\Sigma i}$$

onde $N_{i,A}$, P_i e $P_{\Sigma i}$ são valores amostrais. Como P_i é sempre 1% da população total de um lugar i , as proporções amostrais representam as proporções de universo.

As centralidades de cada lugar, para cada bem ou serviço foram estimadas. O número total de lugares é 80, mas, como indica a tabela 1 a seguir, combinaram-se dois lugares em razão de suas proximidades, obtendo-se uma lista de 78 lugares. Os bens ou serviços foram agrupados em quatro categorias: vestuário (roupas, calçados, tecidos), equipamento doméstico (móveis e eletrodomésticos), complementos (presentes, livros e discos) e serviços médicos (médico e dentista). Os agrupamentos foram justificados tendo em vista o resultado de uma análise de variância de Friedman (Siegel, 1956 e Lindgren, 1973). A tabela 1 mostra os resultados obtidos. Na tabela 2 apresentamos a centralidade

* Os símbolos aqui usados diferem dos de Christaller que são, respectivamente, T_z , T_p , E_p e E_z .

média de cada lugar, para cada categoria de bens ou serviço. Foi feita uma segunda análise de variância para estas médias, sendo rejeitada a hipótese nula ($X^2_r = 35$ comparável à $X^2_{nit} = 16.27$ para $gl = 3$ e $\alpha = 0.001$) de que as classificações dos lugares não dependem dos critérios de classificação, isto é, de serem os lugares igualmente classificados segundo as centralidades médias para as categorias vestuário, equipamento doméstico, complementos e serviços médicos. Assim, proceder-se-ia ao estudo da hierarquização dos lugares operando-se com quatro distintos valores de centralidade para cada lugar.

Apresentam-se, a seguir, dois problemas distintos. O primeiro refere-se ao número de lugares alocados segundo um modelo teórico de hierarquização de lugares. Quatro distribuições se tornam possíveis em razão de se estar lidando com quatro conjuntos de valores de centralidade. A segunda questão trataria de conciliar as quatro distribuições no que diz respeito à posição dos lugares propriamente ditos na hierarquia. Conclui-se que este segundo aspecto exige que se combinem os quatro conjuntos de valores de centralidade, embora contradizendo o resultado da análise de variância acima mencionado. O erro incorrido não é, entretanto, significativo, visto que se trata da apresentação de uma hierarquia de lugares no contexto geral de atividades neles observados. Assim, opera-se deste ponto em diante com a média das centralidades médias, conforme indicado na coluna à direita da tabela 2.

5.2 — O Modelo Teórico de Hierarquia de Lugares

Na proposição de sua teoria, Christaller (1933) refere-se a três princípios segundo os quais um sistema de lugares pode se desenvolver. Não é do escopo deste trabalho elaborar sobre os princípios, sendo apenas indicado que em cada um, a série numérica correspondente e em cada ordem de hierarquia, prevê o número de lugares na ordem. As figuras A, B e C indicam a disposição das áreas complementares associadas a cada lugar e correspondem aos três princípios de Christaller. As séries numéricas ao lado de cada disposição geométrica mostram o número de centros em cada ordem e o número total acumulado de áreas complementares. Esta segunda série é obtida acumulando-se os elementos da primeira série. Nota-se que a série que contém o número de lugares é uma progressão aritmética de base k a partir da segunda ordem, enquanto que a série que contém o número total de áreas complementares é uma progressão geométrica de base k a partir da primeira ordem. Estas observações são pertinentes, visto que, nem sempre, é esclarecido em comentários sobre a teoria de Christaller, que as séries geométricas se referem ao número total de áreas complementares em cada ordem, sem que faça ressalva ao fato de que estes são valores acumulados. É de se notar que as séries ou modelos de Christaller, segundo cada um dos três princípios, são aquelas que indicam o número de centros em cada ordem.

Woldenberg (1968) apresentou detalhada discussão de possíveis combinações resultantes da aplicação simultânea de três princípios. O objetivo foi o de propor séries numéricas mostrando o número acumulado de áreas complementares à medida que o número de ordens hierárquicas aumenta. Tomando como referência o trabalho de Woldenberg e algumas observações de Steinhaus (1950) sobre a hierarquia de alguns dos sistemas estudados por Woldenberg (árvores e bacias hidrográficas), Lindgren (1970 e 1973) sugere uma série geométrica para o número acumulado de áreas complementares cuja base é 1.64. Esta série compara-se com a de Fibonacci mencionada na observação de Steinhaus. As duas séries são indicadas e ao lado de cada elemento

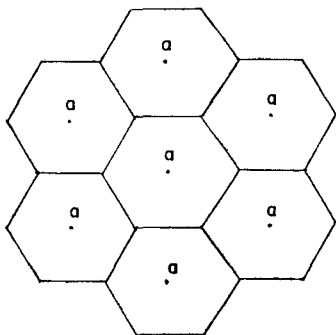
Centralidades — Tabela 1

LUGAR	VESTUÁRIO			EQUI- PAMENTO		COMPLE- MENTOS		SERVIÇOS MÉDICOS	
	Rou- pas	Cal- çados	Te- cidos	Mó- veis	Eletro dom.	Pre- sentes	Livros Discos	Mé- dico	Den- tista
1. Centro	15,06	12,70	13,04	10,40	15,62	13,05	14,12	10,19	9,28
2. Madureira	10,75	9,82	9,31	5,87	5,65	8,62	5,93	2,57	2,38
3. Meier	4,20	3,63	3,14	2,12	2,65	4,06	3,36	1,70	1,97
4. Copacabana	1,61	1,59	1,37	0,84	0,84	1,52	1,03	0,99	1,02
5. Penha	1,62	1,38	0,91	1,09	0,85	1,13	0,81	1,22	1,04
6. Campo Grande	1,40	1,33	1,25	1,21	0,98	1,27	0,94	1,10	1,02
7. Tijuca	1,25	1,40	1,24	0,93	0,80	1,39	1,19	1,31	1,35
8. Ramos	1,08	0,81	0,88	0,84	0,55	0,71	0,49	0,55	0,70
9. Catete	0,95	1,12	1,12	3,52	0,47	0,93	0,30	0,86	0,90
10. Cascadura	0,91	1,61	0,93	1,14	0,58	1,21	1,21	1,18	1,30
11. Bangu	0,66	0,81	1,34	0,80	0,53	0,59	0,54	0,98	0,86
12. Bonsucesso	0,62	0,85	0,56	0,53	0,38	0,57	0,59	0,88	0,80
13. S. Cristóvão	0,71	0,50	0,71	0,51	0,24	0,31	0,28	0,91	0,97
14. Santa Cruz	0,64	0,73	0,63	0,63	0,31	0,57	0,36	1,00	1,02
15. Botafogo	0,31	0,42	0,32	0,56	0,31	0,32	0,25	0,70	0,60
16. Padre Miguel	0,30	0,40	0,31	0,23	0,08	0,33	0,18	0,45	0,56
17. Ipanema/Leblon	0,44	0,51	0,56	0,33	0,13	0,45	0,42	0,39	0,57
18. Olaria	0,36	0,24	0,15	0,24	0,10	0,20	0,11	0,40	0,48
19. Rocha Miranda	0,26	0,28	0,06	0,23	0,07	0,19	0,11	0,44	0,56
20. Eng. Dentro	0,43	0,52	0,44	0,10	0,11	0,24	0,12	0,42	0,57
21. Andaraí	0,14	0,28	0,19	0,22	0,18	0,16	0,08	0,24	0,27
22. Pavuna	0,38	0,55	0,39	0,27	0,18	0,29	0,20	0,17	0,18
23. Grajaú	0,13	0,30	0,20	0,43	0,11	0,16	0,12	0,12	0,20
24. Gávea	0,16	0,32	0,18	0,11	0,07	0,18	0,006	0,69	0,60
25. Realengo	0,11	0,27	0,06	0,43	0,24	0,15	0,15	0,44	0,56
26. Irajá	0,08	0,14	0,08	0,26	0,13	0,11	0,12	0,44	0,49
27. Piedade	0,08	0,24	0,11	0,18	0,06	0,88	0,07	0,54	0,63
28. Jacarezinho	0,27	0,37	0,26	0,23	0,03	0,18	0,05	0,12	0,20
29. Vila Isabel	0,15	0,30	0,15	0,54	0,18	0,19	0,15	0,34	0,38
30. Rio Comprido	0,27	0,26	0,13	0,19	0,04	0,10	0,07	0,24	0,34
31. Marechal Hermes	0,06	0,18	0,05	0,20	0,05	0,10	0,06	0,83	0,87
32. Del Castilho	0,10	0,17	0,19	0,24	0,005	0,07	0,03	0,96	0,65
33. Bento Ribeiro	0,05	0,16	0,04	0,33	0,12	0,06	0,06	0,31	0,29
34. Abolição	0,11	0,14	0,11	0,20	0,06	0,13	0,10	0,14	0,15
35. Braz de Pina	0,08	0,18	0,08	0,14	0,05	0,09	0,06	0,26	0,35
36. Inhaúma	0,07	0,10	0,06	0,10	0,03	0,07	0,03	0,15	0,24
37. Flamengo	0,06	0,08	0,07	0,04	0,01	0,09	0,05	0,04	0,06
38. Vicente Carvalho	0,06	0,09	0,04	0,17	0,07	0,05	0,02	0,25	0,41
39. Anchieta	0,05	0,14	0,03	0,13	0,02	0,08	0,01	0,44	0,51
40. Eucantado	0,04	0,04	0,03	0,05	0,04	0,04	0,04	0,12	0,13
41. Freguesia	0,04	0,12	0,04	0,04	0,001	0,05	0,009	0,17	0,17
42. Eng. Novo	0,04	0,09	0,03	0,11	0,01	0,04	0,02	0,10	0,22
43. Guadalupe	0,04	0,11	0,06	0,08	0,03	0,06	0,01	0,20	0,29
44. Ilha do Governador	0,05	0,06	0,04	0,05	0,01	0,05	0,01	0,23	0,23
45. Maracanã/P. Bandeira	0,04	0,04	0,04	0,01	0,02	0,04	0,05	0,60	0,60
46. Leme	0,04	0,06	0,05	0,03	0,02	0,05	0,03	0,04	0,13
47. Niemeyer	0,19	0,21	0,13	0,08	0,01	0,11	0,03	0,15	0,24
48. Alto da Boa Vista	0,11	0,15	0,08	0	0	0,08	0,01	0,06	0,16
49. Rio. Albuquerque	0,05	0,14	0,05	0,13	0,06	0,06	0,02	0,16	0,23
50. Cavalcante	0,03	0,13	0,03	0,08	0,04	0,01	0,02	0,15	0,17
51. Caju	0,03	0,01	0,06	0,01	0,0002	0,04	0,006	0,20	0,32
52. Cordovil	0,03	0,06	0,01	0,11	0,008	0,03	0	0,15	0,27
53. Oswaldo Cruz	0,03	0	0,05	0,07	0,02	0,05	0,02	0,15	0,10
54. Taquara	0,03	0,09	0,02	0,07	0,02	0,04	0,02	0,05	0,12
55. Vig. Geral	0,02	0,03	0,01	0,08	0,003	0,05	0,03	0,05	0,08
56. Vila Penha	0,02	0,03	0,03	0,03	0,01	0,06	0,02	0,21	0,24
57. Higienópolis	0,02	0,06	0,02	0,04	0,03	0,11	0,02	0,25	0,30
58. Benfica	0,02	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02	0,006	0,14	0,15
59. Coelho Neto	0,02	0,04	0,02	0,08	0,02	0,04	0,10	0,24	0,21
60. Riachuelo	0,01	0,08	0,10	0,09	0,002	0,04	0	0,13	0,21
61. Barros Filho	0,01	0,0007	0,007	0,0007	0	0,007	0,01	0	0
62. Mangue	0,01	0,001	0,01	0,03	0	0,001	0	0,03	0,05
63. Eng. Rainha	0,01	0,03	0,01	0,04	0,009	0,01	0	0,09	0,05
64. Sepetiba	0,01	0,01	0,04	0,01	0	0,08	0,03	0,15	0,14
65. Vila Valqueire	0,01	0,02	0,003	0,07	0,002	0,03	0,03	0,13	0,13
66. Praça Seca	0,005	0,01	0,001	0,001	0	0	0	0,15	0,03
67. Cachambi	0,004	0,06	0,01	0,01	0	0,03	0	0,10	0,09
68. Cosmos	0,003	0,002	0,005	0,005	0	0,005	0	0,07	0,11
69. Gamboa	0,007	0	0,003	0,003	0	0	0	0,009	0,002
70. Lins Vasconcelos	0,006	0,01	0	0	0	0,004	0	0,21	0,23
71. Barra da Tijuca	0	0	0	0	0	0	0	0,33	0,53
72. Lagoa	0	0,004	0	0,004	0,004	0	0	0,12	0,12
73. Pedra de Guaratiba	0	0	0	0	0	0,02	0	0,33	0,05
74. Quintino	0	0,07	0,01	0,01	0,0003	0,01	0,0008	0,13	0,20
75. Santíssimo	0	0,04	0	0,02	0,007	0	0,007	0,13	0,20
76. Uca	0	0	0	0	0	0,11	0	0,45	0,46
77. Santa Tereza	0	0	0	0	0	0	0	0	0
78. Mag. Bastos	0	0,02	0,13	0,03	0,02	0,007	0	0,20	0,27

Centralidades — Tabela 2

	VES- TUÁRIO	EQUIPA- MENTOS	COMPLEM.	SERV. MÉD.	MÉDIAS DAS MÉDIAS
1. Centro	13,6	13,01	13,58	10,09	12,57
2. Madureira	9,96	5,76	7,22	2,47	6,35
3. Meier	3,65	2,38	3,71	1,83	2,89
4. Copacabana	1,52	0,84	1,27	1,00	1,16
5. Penha	1,30	0,96	0,97	1,13	1,09
6. Campo Grande	1,32	1,09	1,10	1,06	1,14
7. Tijuca	1,29	0,86	1,29	1,33	1,19
8. Ramos	0,92	0,69	0,060	0,62	0,70
9. Catete	0,06	1,99	0,61	0,88	1,13
10. Cascadura	1,15	0,86	1,21	1,24	1,11
11. Bangü	0,93	0,66	0,56	0,87	0,75
12. Bonsucesso	0,67	0,45	0,58	0,84	0,63
13. S. Cristóvão	0,64	0,37	0,29	0,94	0,56
14. Santa Cruz	0,66	0,47	0,46	1,01	0,65
15. Botafogo	0,35	0,43	0,28	0,65	0,42
16. Padre Miguel	0,25	0,15	0,26	0,50	0,31
17. Ipanema/Leblon	0,51	0,23	0,43	0,48	0,41
18. Olaria	0,25	0,17	0,15	0,44	0,25
19. Rocha Miranda	0,20	0,15	0,15	0,50	0,25
20. Eng. Dentro	0,46	0,10	0,18	0,49	0,30
21. Andaraí	0,20	0,15	0,12	0,25	0,18
22. Pavuna	0,44	0,22	0,24	0,17	0,26
23. Grajaú	0,21	0,27	0,14	0,16	0,19
24. Gávea	0,22	0,09	0,12	0,64	0,27
25. Realengo	0,15	0,33	0,15	0,50	0,28
26. Irajá	0,10	0,19	0,11	0,46	0,21
27. Piedade	0,14	0,12	0,07	0,58	0,23
28. Jacarezinho	0,30	0,13	0,11	0,16	0,18
29. Vila Iabel	0,20	0,36	0,17	0,36	0,27
30. Rio Comprido	0,22	0,11	0,08	0,29	0,18
31. Marechal Hermes	0,09	0,13	0,08	0,85	0,29
32. Del Castilho	0,49	0,12	0,05	0,81	0,37
33. Bento Ribeiro	0,08	0,22	0,06	0,30	0,17
34. Abolição	0,12	0,13	0,11	0,14	0,12
35. Brás de Pina	0,14	0,10	0,08	0,30	0,15
36. Inhaúma	0,08	0,06	0,05	0,20	0,09
37. Flamengo	0,07	0,03	0,07	0,05	0,05
38. Vicente Carvalho	0,06	0,12	0,04	0,33	0,14
39. Anchieta	0,16	0,08	0,05	0,48	0,19
40. Encantado	0,04	0,05	0,04	0,13	0,06
41. Freguesia	0,07	0,02	0,03	0,17	0,07
42. Eng. Novo	0,05	0,06	0,03	0,16	0,08
43. Guadalupe	0,07	0,06	0,04	0,24	0,10
44. Ilha do Governador	0,05	0,03	0,03	0,23	0,05
45. Maracanã/P. Bandeira	0,04	0,02	0,05	0,60	0,17
46. Leme	0,05	0,03	0,04	0,08	0,05
47. Niemayer	0,18	0,05	0,07	0,20	0,13
48. Alto da Boa Vista	0,11	0	0,05	0,11	0,07
49. Ric. Albuquerque	0,08	0,09	0,04	0,20	0,10
50. Cavalcante	0,06	0,06	0,02	0,16	0,10
51. Caju	0,03	0,005	0,02	0,26	0,09
52. Cordovil	0,03	0,06	0,02	0,21	0,08
53. Oswaldo Cruz	0,03	0,05	0,04	0,13	0,06
54. Taquara	0,05	0,05	0,03	0,08	0,05
55. Vig. Geral	0,02	0,04	0,04	0,07	0,04
56. Vila Penha	0,03	0,02	0,04	0,23	0,08
57. Higienópolis	0,03	0,04	0,07	0,28	0,11
58. Penfica	0,03	0,03	0,010	0,15	0,06
59. Coelho Neto	0,03	0,05	0,07	0,22	0,09
60. Riachuelo	0,06	0,05	0,02	0,17	0,08
61. Barros Filho	0,006	0,0004	0,008	0	0,004
62. Mangue	0,007	0,02	0,0005	0,04	0,02
63. Eng. Rainha	0,02	0,03	0,02	0,07	0,04
64. Sepetiba	0,02	0,005	0,06	0,15	0,06
65. Vila Valqueire	0,01	0,04	0,05	0,17	0,07
66. Praça Seca	0,005	0,0005	0	0,04	0,01
67. Cachambi	0,02	0,005	0,02	0,10	0,04
68. Cosmos	0,003	0,003	0,003	0,09	0,02
69. Gamboa	0,003	0,002	0,003	0,005	0,003
70. Lins Vasconcelos	0,005	0	0,002	0,22	0,06
71. Barra da Tijuca	0	0	0,002	0,59	0,15
72. Lagoa	0,001	0,004	0	0,12	0,03
73. Pedra Guaratiba	0	0	0,01	0,07	0,02
74. Quintino	0,02	0,005	0,005	0,14	0,04
75. Santíssimo	0,01	0,01	0,004	0,17	0,05
76. Urca	0	0	0,060	0,46	0,13
77. Santa Teresa	0	0	0	0	0,001
78. Mag. Bastos	0,05	0,04	0,004	0,24	0,08

PRINCÍPIO ADMINISTRATIVO

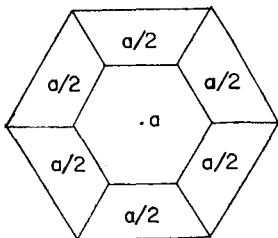


ORDEM	NÚMERO DE LUGARES	NÚMERO DE ÁREAS COMPLEMENTARES
1ª	1	1
2ª	6	7
3ª	42	49
4ª	294	343
5ª	2058	2401

DivEd/D-M.J.S.A.

FIG. A

PRINCÍPIO DO TRANSPORTE

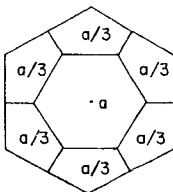


ORDEM	NÚMERO DE LUGARES	NÚMERO DE ÁREAS COMPLEMENTARES
1ª	1	1
2ª	3	4
3ª	12	16
4ª	48	64
5ª	192	256

DivEd/D-M.J.S.A.

FIG. B

PRINCÍPIO DO MERCADO



ORDEM	NÚMERO DE LUGARES	NÚMERO DE ÁREAS COMPLEMENTARES
1.ª	1	1
2.ª	2	3
3.ª	6	9
4.ª	18	27
5.ª	54	81

DivEd/D-M.J.S.A.

FIG. C

da série encontra-se o número de lugares na ordem a que corresponde o elemento. Note-se que a partir da 5.^a ordem, a relação entre dois elementos consecutivos, na série de Fibonacci, tende para 1.618. Ver tabela 4.

TABELA 4

Hierarquização segundo a série de Fibonacci

Hierarquização segundo a série geométrica de base 1,64

ORDEM	NÚMERO DE LUGARES	NÚMERO DE ÁREAS COMPLEMENTARES	ORDEM	NÚMERO DE LUGARES	NÚMERO DE ÁREAS COMPLEMENTARES
—	—	1			
1. ^a	1	1	1. ^a	1	1
2. ^a	1	2	2. ^a	0,64	1,64
3. ^a	1	3	3. ^a	1,05	2,69
4. ^a	2	5	4. ^a	1,72	4,41
5. ^a	3	8	5. ^a	2,83	7,24
6. ^a	5	13	6. ^a	4,63	01,87
7. ^a	8	21	7. ^a	7,60	19,47
8. ^a	13	34	8. ^a	12,47	31,94
9. ^a	21	55	9. ^a	20,44	52,38

Para a verificação da existência de um sistema hierárquico de lugares, sob consideração neste trabalho, adota-se como modelo a hierarquização segundo a série de Fibonacci. Apresenta-se a seguir uma disposição hierárquica observável, tomando-se como base a média das centralidades médias (coluna à direita, tabela 2). A tabela 5 mostra o resultado da identificação dos lugares em cada ordem, a série numérica resultante e o modelo teórico. A aplicação do teste de qui-quadrado para amostra única, para $gl = 9$ e qui-quadrado calculado igual a 3,1 indica haver uma probabilidade de aproximadamente 0,95 de que a hierarquia observada se ajusta à hierarquia teórica.

TABELA 5

CENTRALIDADE	ORDEM	NÚMERO DE LUGARES	NÚMERO DE ÁREAS COMPLEMENTARES	NÚMERO DE LUGARES (Modelo)	NÚMERO DE ÁREAS COMPLEMENTARES (Série Fibonacci)
12,57	1. ^a	1	1	1	1
6,35	2. ^a	1	2	1	2
2,89	3. ^a	1	3	1	3
1,16 a 1,19	4. ^a	2	5	2	5
1,09 a 1,14	5. ^a	4	9	3	8
0,63 a 0,75	6. ^a	4	13	5	13
0,37 a 0,56	7. ^a	4	17	8	21
0,21 a 0,31	8. ^a	11	28	13	34
0,10 a 0,19	9. ^a	17	45	21	55
0,001 a 0,09	10. ^a	33	78	23*	78

* Ajustado.

5.3 — Potencial de Densidade de População e o Índice de Adensamento Populacional

O potencial de uma variável ou fator P mensurado em um lugar i , representado por um ponto (centro de gravidade da área no lugar, centro de gravidade da distribuição de P no lugar, ponto de mínima agregação de P no lugar ou um outro ponto que expresse a concentração ou distribuição de P no lugar), em interação com pontos j na mesma região de i é expresso por Lindgren, (1973):

$$U_i = \left[\sum_{j=1}^n \frac{P_j}{d_{ij}} \right]_{i \neq j} + \frac{P_i}{d_{ii}} \quad \text{onde}$$

U_i é o potencial de P em i

P_i é o valor de P mensurado em i

P_j é o valor de P mensurado em j

d_{ij} é a distância de i a j (no caso d_{ij} é a distância física)

d_{ii} é a distância de i a si mesmo, expresso por

$d_{ii} = 1/2 \sqrt{A_i/3.14}$ (Lindgren, 1973; Stewart e Warntz, 1958).

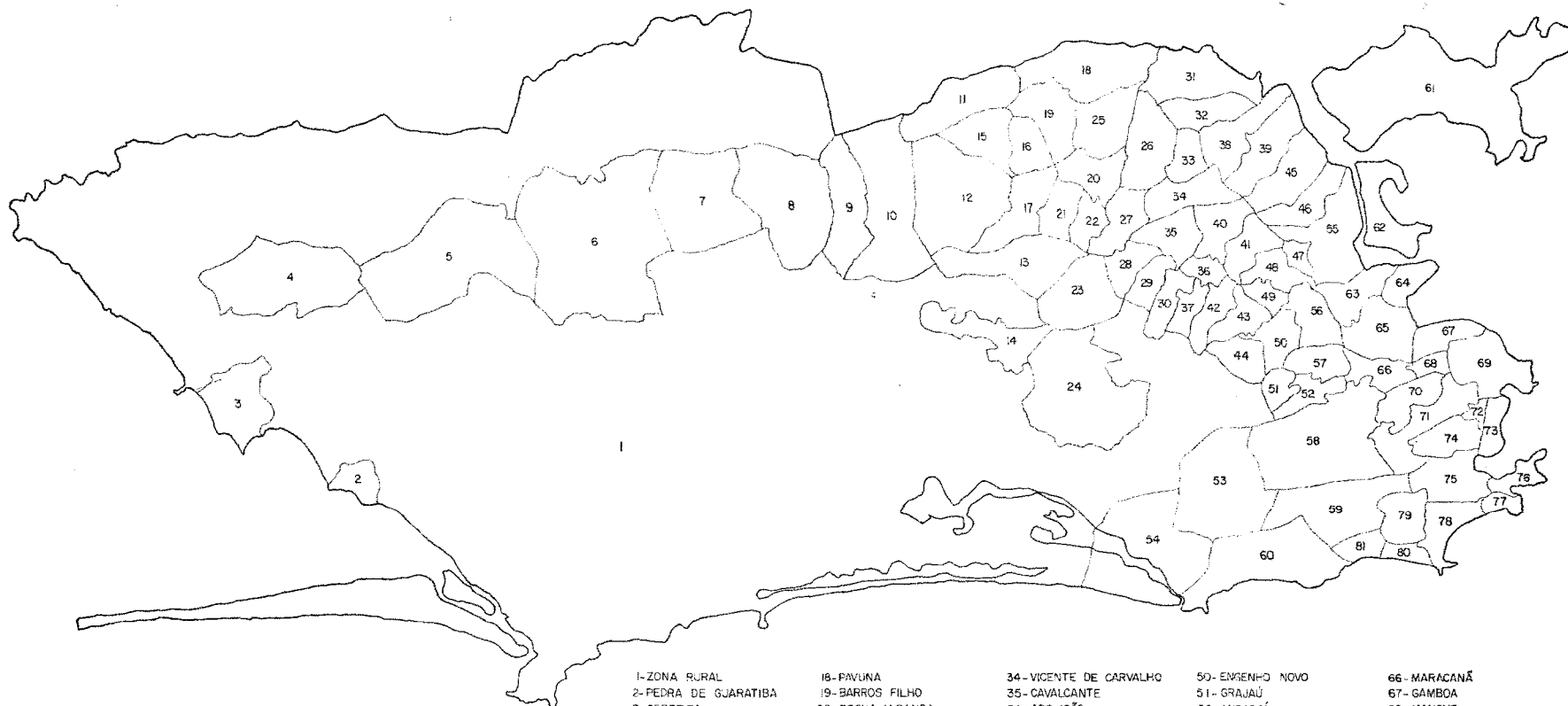
sendo A_i a área de i

n é o número de lugares.

Se P_i é a densidade populacional em i , U_i é o potencial de densidade de i .

Utilizando-se o programa SYMAP (*Synagraphic Computer Mapping*, 1970), obteve-se o Mapa 2 que representa a distribuição espacial da densidade populacional no Município do Rio de Janeiro, utilizando-se os dados do Censo de 1970. Sobre este mapa superpôs-se uma malha com espaçamento de aproximadamente 1,25 km nos dois sentidos da malha, conforme indicado na Fig. 3. Identificam-se neste mapa 355 elementos da malha correspondendo a áreas edificáveis no Município, não se considerando as áreas militares, as áreas com cota acima de 100 metros e lagoas. Como a cada símbolo corresponde um valor de densidade populacional, estimou-se esta densidade para cada um dos 355 elementos da malha. A média destas densidades é 7.126,805 habitantes por quilômetro quadrado e o desvio padrão é 6.220,598. O intervalo de confiança para 99% sob a hipótese nula, pressupondo-se uma distribuição normal da densidade populacional é $\bar{D} \pm 2,58 (s/\sqrt{N})$. O valor mínimo do intervalo é 6.275,005 para $D = 7.126,805$, $s = 6.220,598$ e $N = 355$.

A cada um dos 355 elementos da malha associou-se a seguir ou o valor 1,0 ou o valor 0,0, em função de ser a densidade populacional do elemento maior ou menor que 6.275,005 habitantes por quilômetro quadrado. Cada elemento foi, então, tratado como um lugar i e o potencial de densidade de população estimado para cada um destes 355 lugares. Este potencial é denominado o *índice de adensamento populacional* e sua distribuição espacial está indicada na Fig. 4. Como informação complementar, estimou-se e mapeou-se (Fig. 5) o potencial de densidade populacional. Note-se a similaridade das distribuições nas Figs. 4 e 5.



RIO DE JANEIRO
BAIRROS CENSITÁRIOS

0 1 2 4km

FIG. I

- | | | | | |
|---------------------------|---------------------|------------------------|----------------------------|-----------------|
| 1-ZONA RURAL | 18-PAVUNA | 34-VICENTE DE CARVALHO | 50-ENGENHO NOVO | 66-MARACANÃ |
| 2-PEDRA DE GUARATIBA | 19-BARROS FILHO | 35-CAVALCANTE | 51- GRAJÁ | 67-GAMBOA |
| 3-SEPETIBA | 20-ROCHA MIRANDA | 36-ABOLIÇÃO | 52-ANDARAÍ | 68-MANGUE |
| 4-SANTA CRUZ | 21-BENTO RIBEIRO | 37-ENCANTADO | 53-ALTO DA BOA VISTA | 69-CENTRO |
| 5-COSMOS | 22-OSWALDO CRUZ | 38-BRÁS DE PINA | 54-BARRA DA TIJUCA | 70-RIO COMPRIDO |
| 6-CAMPO GRANDE | 23-PRAÇA SECA | 39-PENHA | 55-BONSUCESSO | 71-SANTA TERESA |
| 7-SANTÍSSIMO | 24-FREGUESIA | 40-ENGENHO DA RAINHA | 56-JACAREZINHO - RIACHUELO | 72-CATETE |
| 8-BANGU | 25-COELHO NETO | 41-INHAUMA | 57-VILA ISABEL | 73-FLAMENGO |
| 9-PADRE MIGUEL | 26-IRACÁ | 42-ENGENHO DE DENTRO | 58-TIJUCA | 74-LARANJEIRAS |
| 10-REALENGO | 27-MADUREIRA | 43-MÉIER | 59-GÁVEA | 75-BOTAFOGO |
| 11-ANCHIETA | 28-CASCADEIRA | 44-LINS DE VASCONCELOS | 60-NIEMEYER | 76-URCA |
| 12-MAGALHÃES BASTOS | 29-QUINTINO BOCAIUA | 45-OLARIA | 61-ILHA DO GOVERNADOR | 77-LEME |
| 13-VALQUEIRE | 30-PIEDADE | 46-RAMOS | 62-CIDADE UNIVERSITÁRIA | 78-COPACABANA |
| 14-TAGUARA | 31-VIGÁRIO GERAL | 47-HIGIENÓPOLIS | 63-BENFICA | 79-LAGOA |
| 15-RICARDO DE ALBUQUERQUE | 32-CORDOVIL | 48-DEL CASTILHO | 64-CAJU | 80-IPANEMA |
| 16-GUADALUPE | 33-VILA DA PENHA | 49-CACHAMBI | 65-SÃO CRISTÓVÃO | 81-LEBLON |
| 17-MARECHAL HERMES | | | | |

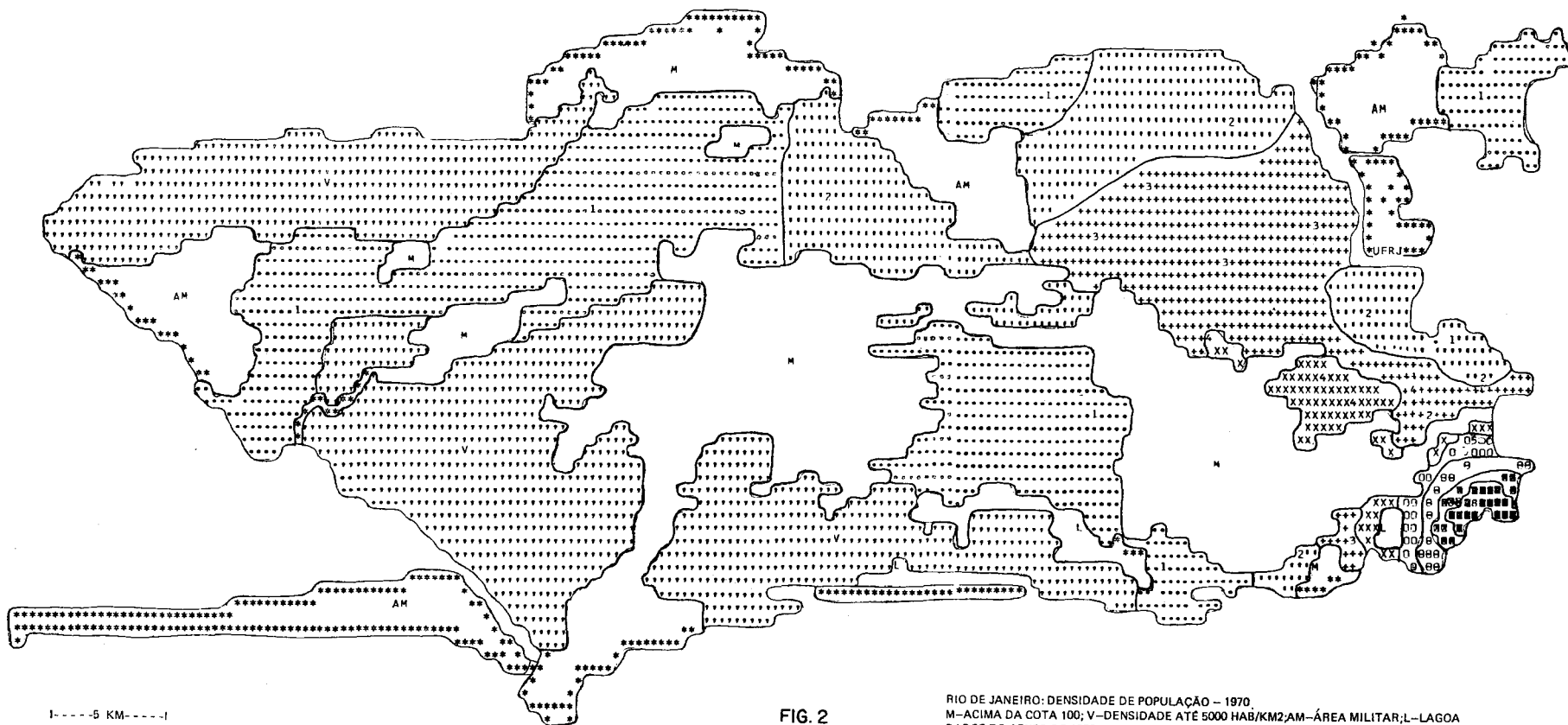


FIG. 2

RIO DE JANEIRO: DENSIDADE DE POPULAÇÃO - 1970.
M-ACIMA DA COTA 100; V-DENSIDADE ATÉ 5000 HAB/KM2;AM-ÁREA MILITAR;L-LAGOA
DADOS DO CENSO DE 1970

MINIMUM	2125.00	7555.95	12986.90	18417.85	23848.80	29279.75	34710.70	40141.64	45572.60
MAXIMUM	7555.95	12986.90	18417.85	23848.80	29279.75	34710.70	40141.64	45572.60	

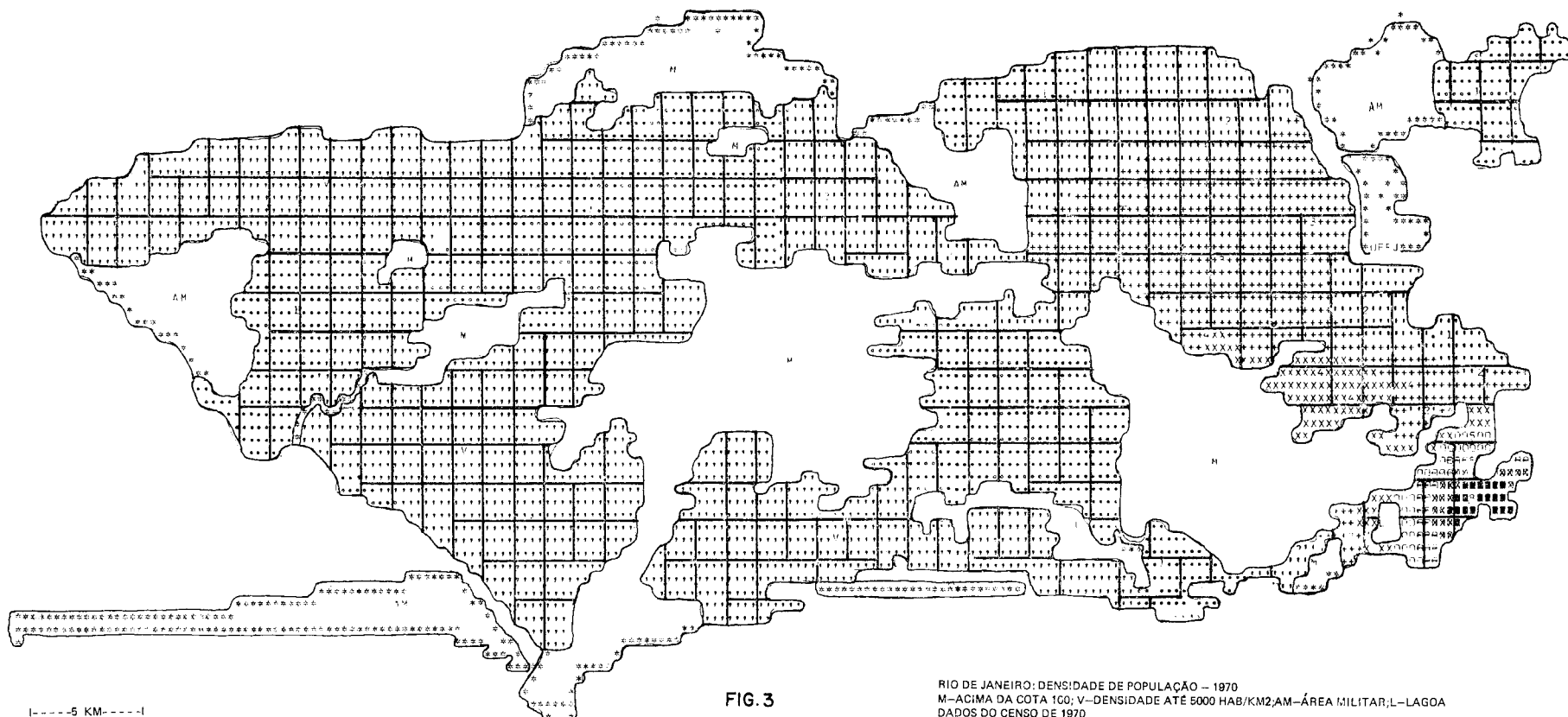


FIG. 3

RIO DE JANEIRO: DENSIDADE DE POPULAÇÃO -- 1970
M--ACIMA DA COTA 100; V--DENSIDADE ATÉ 5000 HAB/KM2; AM--ÁREA MILITAR; L--LAGOA
DADOS DO CENSO DE 1970

			+++++	XXXXXX	00000000	00020000	00000000	00000000
MINIMUM	2125.00	7555.95	12986.90	18417.05	23848.80	29279.75	34710.70	40141.64
MAXIMUM	7555.95	12986.90	18417.05	23848.80	29279.75	34710.70	40141.64	45572.60

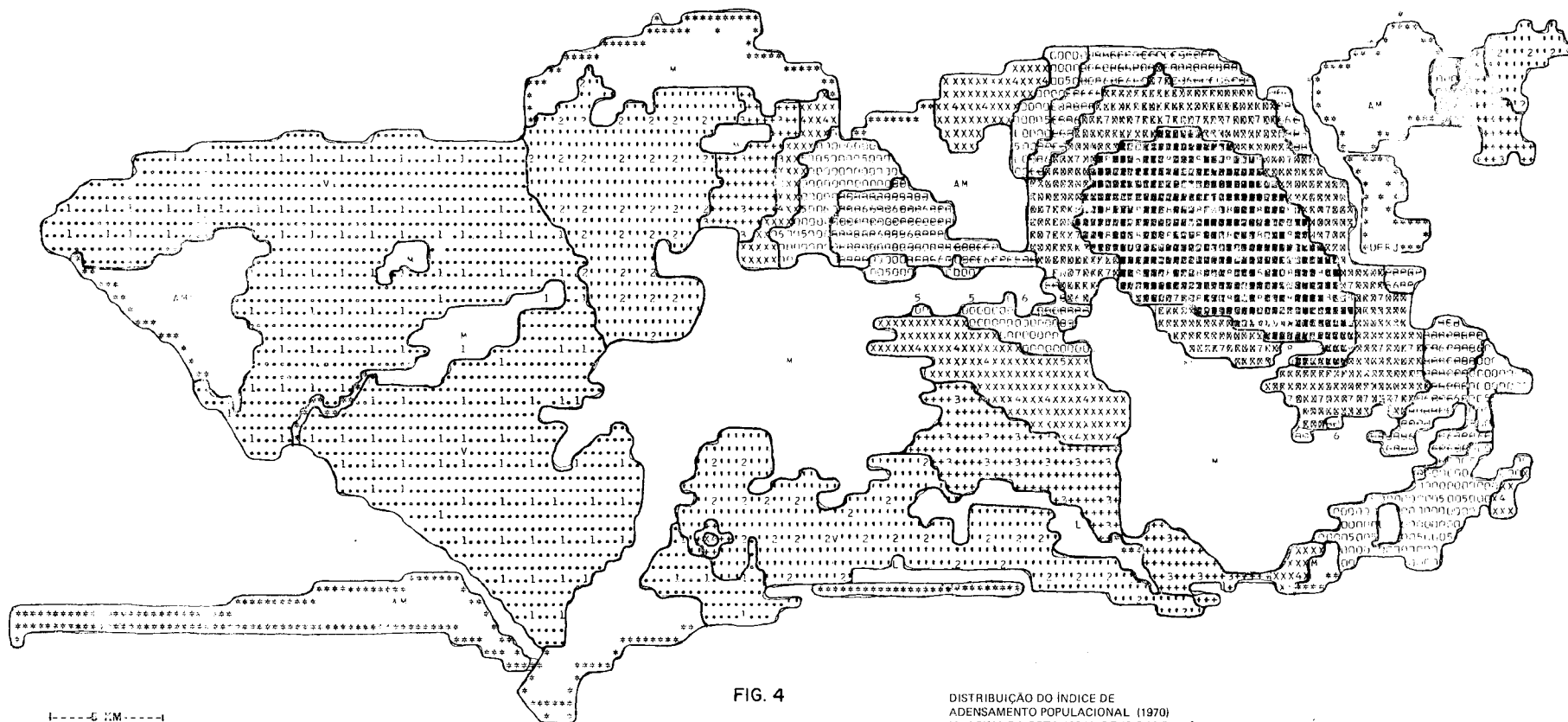


FIG. 4

DISTRIBUIÇÃO DO ÍNDICE DE
ADENSAMENTO POPULACIONAL (1970)
M-ACIMA DA COTA 100;V-DENSIDADE ATÉ 5000 HAB/KM2;AM-ÁREA MILITAR;L-LAGCA

MINIMUM	2.51	5.10	7.70	10.30	12.89	15.49	18.09	20.68
MAXIMUM	5.10	7.70	10.30	12.89	15.49	18.09	20.68	23.28

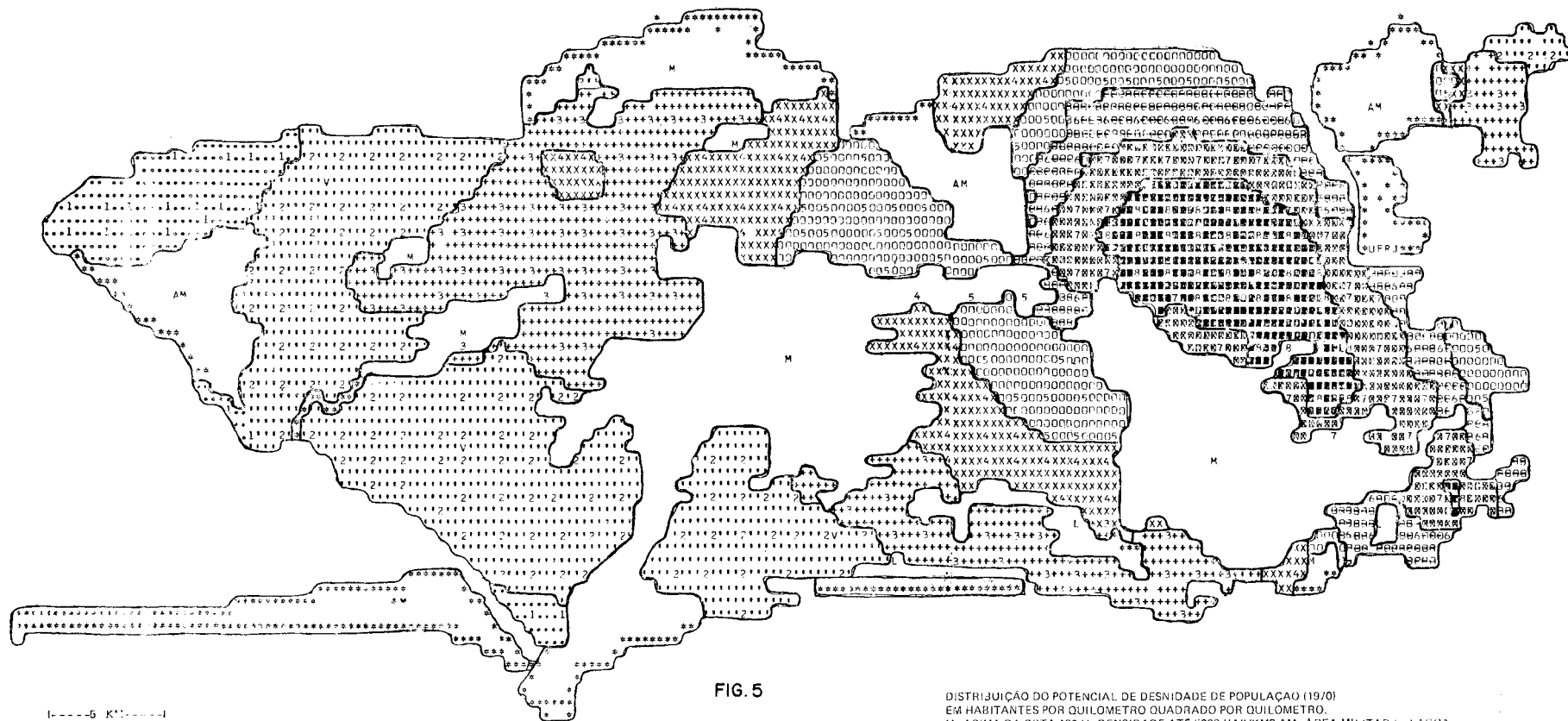


FIG. 5

DISTRIBUIÇÃO DO POTENCIAL DE DENSIDADE DE POPULAÇÃO (1970)
EM HABITANTES POR KILOMETRO QUADRO POR KILOMETRO.
M-ACIMA DA COTA 100;V-DENSIDADE ATÉ 5000 HAB/KM2;AM-ÁREA MILITAR;L-LAGOA

MINIMUM	101310.00	209311.25	317312.50	425313.75	533315.00	641316.25	749317.50	857318.75	965320.00
MAXIMUM	209311.25	317312.50	425313.75	533315.00	641316.25	749317.50	857318.75	965320.00	

5.3.1 — Interpretação e Aplicação da Distribuição Espacial do Índice de Adensamento Populacional

O programa SYMAP associa a cada intervalo de classe, no caso oito, como mostra a tabela de intervalos de classe nas figs. 4 e 5, um símbolo como pode ser observado. As isolinhas traçadas permitem identificar a variação espacial do índice, do intervalo mais alto (símbolo) ao intervalo mais baixo (símbolo). Levando-se em conta o conceito de potencial, aquelas áreas em que o símbolo corresponde a intervalos de classe mais altos são aquelas de mais alta atratividade e/ou acessibilidade como função do potencial de densidade populacional.

Em termos de classificação em área urbana e área rural, produziu-se a fig. 6 com duas classes de áreas. Uma, identificada pelo símbolo *L*, é aquela a que correspondem valores do índice de adensamento populacional menor ou igual ao ponto médio do intervalo correspondente ao símbolo *X* da fig. 4. A outra, identificada pelo símbolo *H* é aquela a que correspondem valores do índice maiores do que o ponto médio do mesmo intervalo. A fig. 6, então, identifica duas áreas: a área rural (símbolo *L*) e a área urbana (símbolo *H*).

Observa-se na fig. 6 uma extensão do simbolismo além do limite da área sob estudo (Município do Rio de Janeiro). Isto foi obtido considerando-se no cálculo de adensamento populacional as densidades populacionais dos municípios de Itaguaí, Nova Iguaçu, Nilópolis, São João de Meriti e Duque de Caxias. Estes municípios foram representados por pontos que são, aproximadamente, o respectivo centro de gravidade da área. Desta forma levou-se em consideração a influência dos agregados populacionais daqueles municípios na variação do índice de adensamento populacional no Município do Rio de Janeiro.

Pressupondo-se, porém, uma transição entre uma área classificada como urbana e uma classificada como rural, produziu-se a fig. 7 com três classes de intervalos do índice de adensamento populacional em correspondência com os símbolos indicados no mapa e que são *R* = área rural, *T* = área de transição e *U* = área urbana. Reportando-se a tabela 5, verifica-se que os lugares até a 8.^a ordem de hierarquia observada situam-se, em sua maioria, na área urbana delimitada na fig. 7. Além disso, uma superposição dos mapas 1 e 7 mostrou a disposição dos cinco centros nas quatro primeiras ordens da hierarquia, como núcleos de aglomerados de outros lugares de baixa centralidade. Esta organização espacial é sugestiva do modelo multinucleado de Harris e Ullman (GIST e FAVA, 1964) como explicativo da morfologia da cidade do Rio de Janeiro, considerada neste trabalho como o conjunto dos 80 lugares nos quais sua população exerce certos tipos de atividades.

5.4 — Correlações

Tomando como variável dependente a centralidade de um lugar, procurou-se testar sua correlação com a densidade de população, o potencial de população e o índice de adensamento populacional cujos valores estão indicados na tabela 6. Testou-se, também, as correlações entre o potencial de população, o índice de poluição do ar (partículas sedimentáveis) e o índice de sulfatação mensal. Os valores das últimas duas variáveis foram estimadas sobrepondo-se a fig. 1 e as figs. 8 e 9.

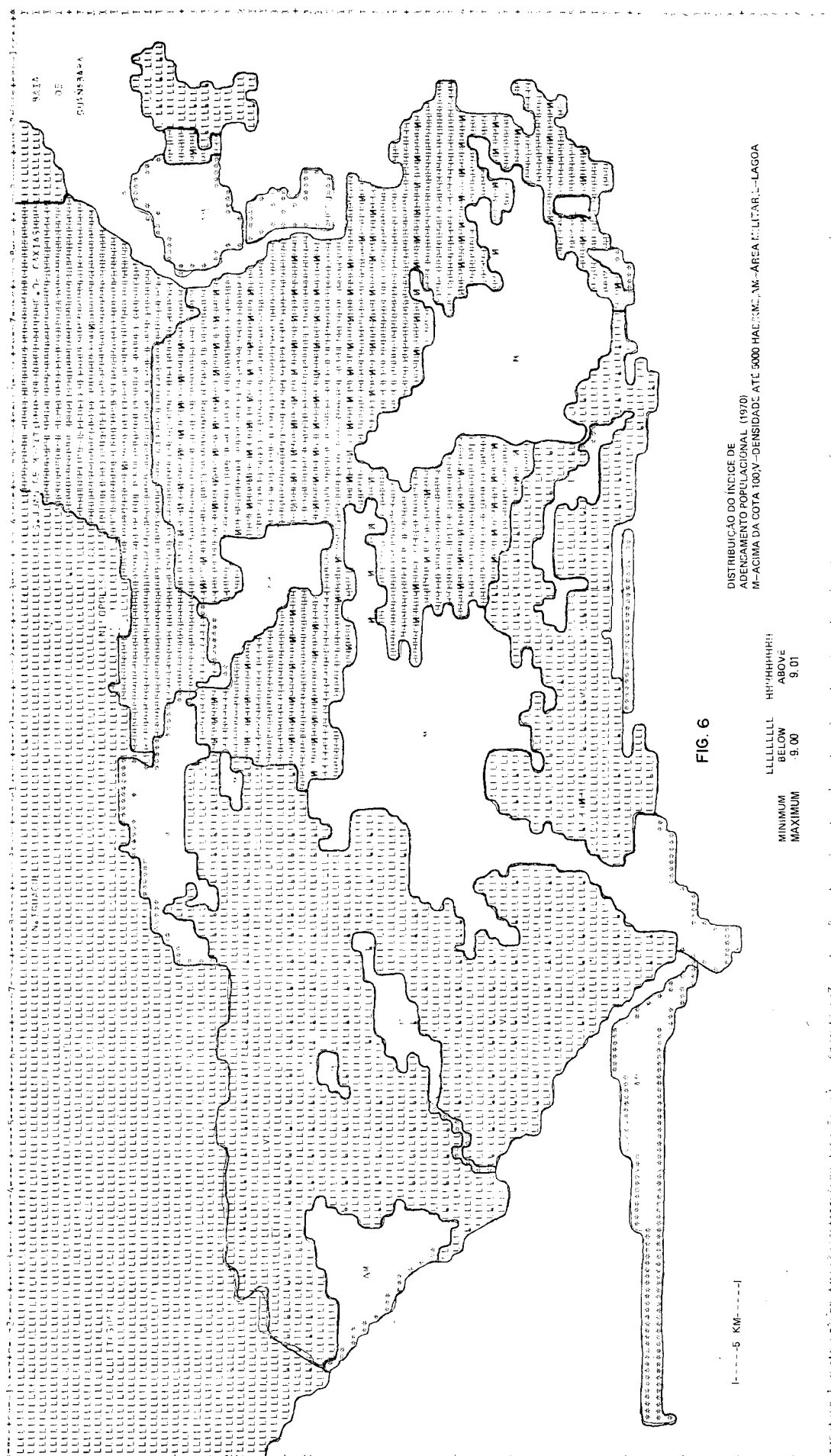


FIG. 6

DISTRIBUICAO DO INDICE DE
ADENSAMENTO POPULACIONAL (1970)
M-ACIMA DA COTA 100V-DENSIDADE ATÉ 5000 HAE/M²; M-AREA LITORAL-L-LAGOA

MINIMUM
MAXIMUM

LLLLLLLLL BELOW 9.00

HHHHHHHHH ABOVE 9.01

----- 5 KM -----

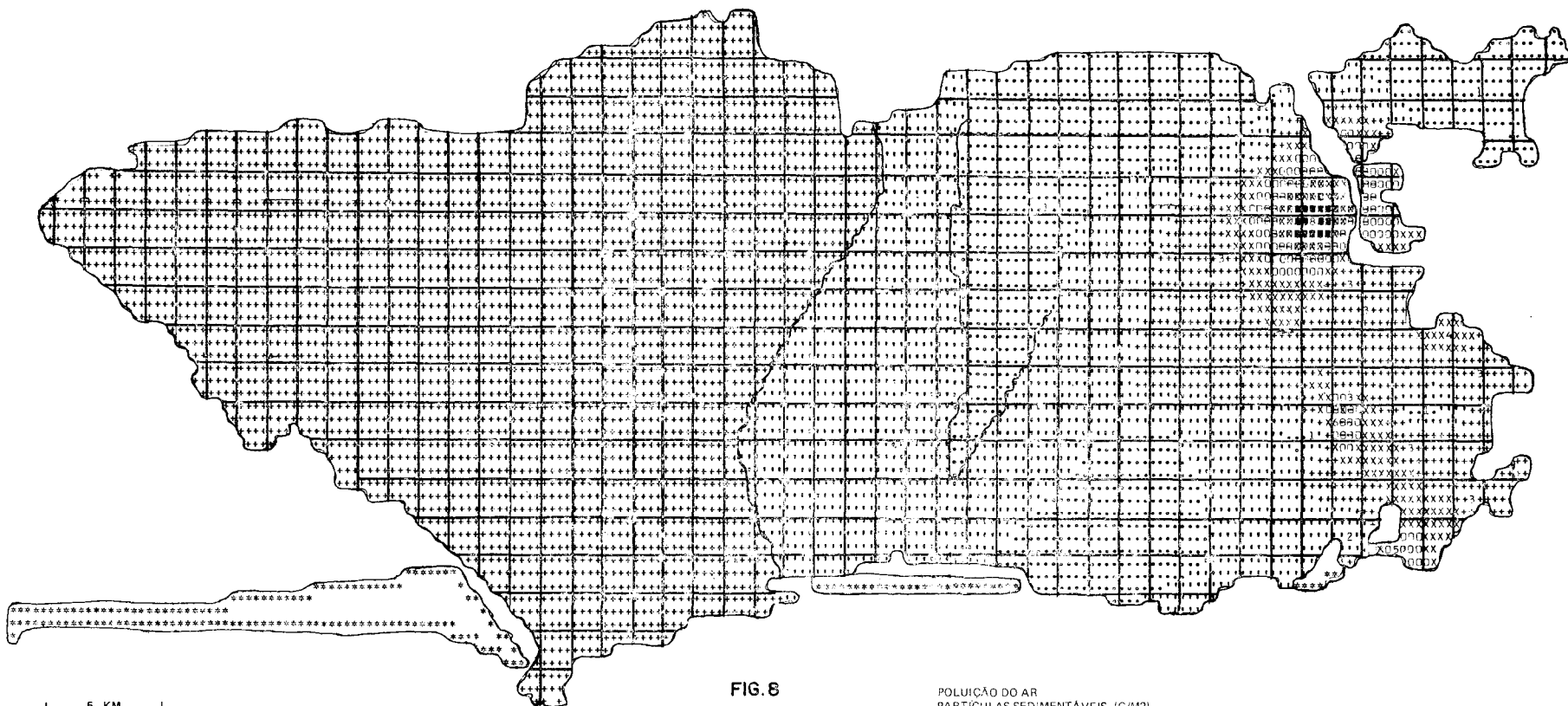
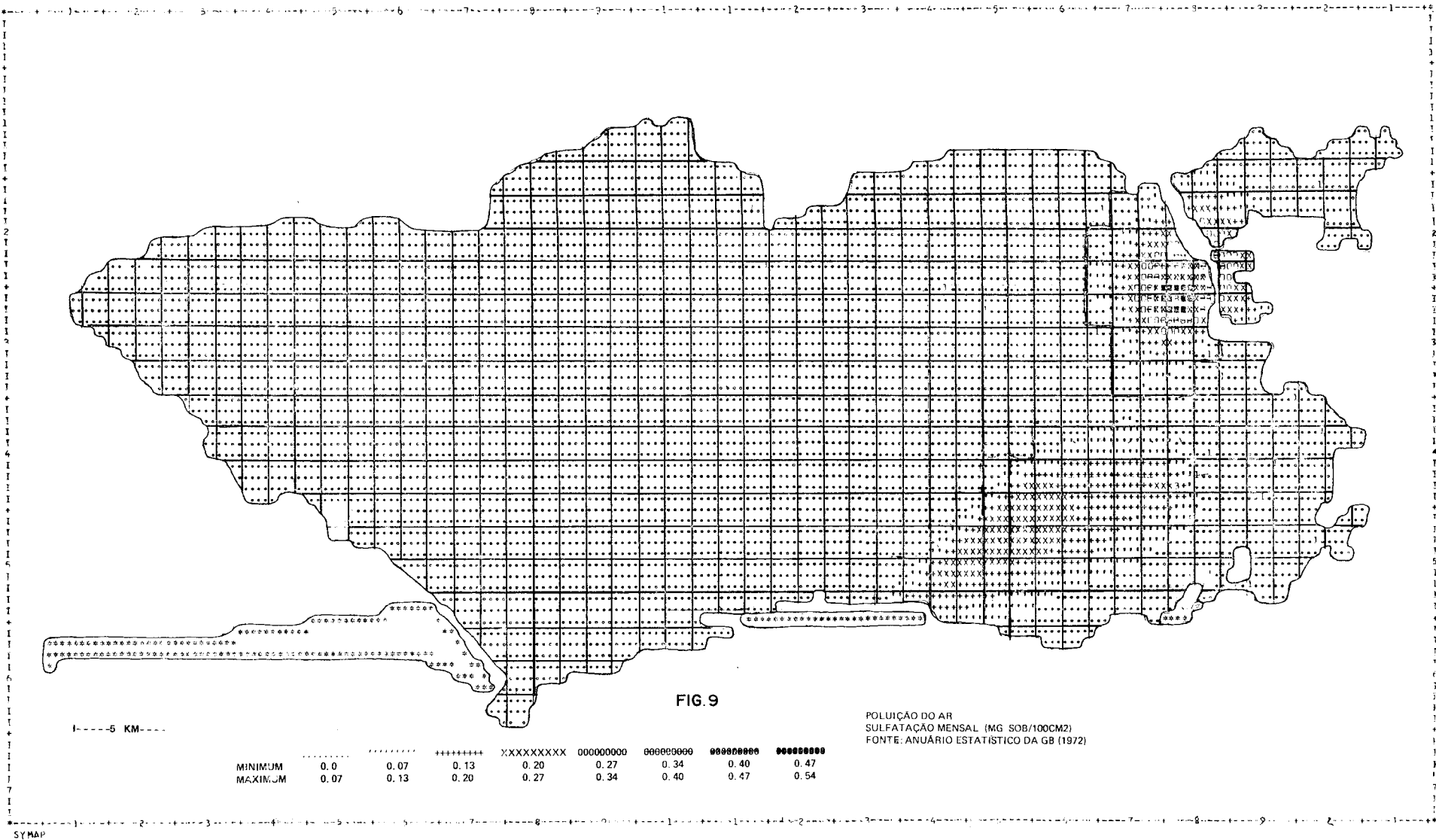


FIG. 8

POLUIÇÃO DO AR
PARTÍCULAS SEDIMENTÁVEIS (G/M²)
FONTE: ANUÁRIO ESTATÍSTICO DA GB 1973

	-----	-----	++++++	XXXXXXXX	00000000	00000000	00000000	00000000
MINIMUM	10.10	11.92	13.75	15.57	17.40	19.22	21.05	22.87
MAXIMUM	11.92	13.75	15.57	17.40	19.22	21.05	22.87	24.70



Os resultados são resumidos a seguir.

a. densidade de população (D) e centralidade (C).

$$C = b_1 D^{a_1}$$

$$\log C = 0,40667 \log D - 2,51791$$

$$C = 0,00304 D^{0.41} ; r_{D,C} = -0,007 \text{ (não significativo para}$$

$$\alpha = 0,01 \text{ e } (n - 2) = 75)$$

b. potencial de população (P) e centralidade (C).

$$C = b_2 P^{a_2}$$

$$\log C = 0,59978 \log P - 4,35619$$

$$C = 0,000044 P^{0.60} ; r_{P,C} = 0,012 \text{ (não significativo)}$$

c. índice de adensamento populacional (I) e centralidade (C).

$$C = b_3 I^{a_3}$$

$$\log C = 0,40872 \log I - 1,34475$$

$$C = 0,0452 I^{0.41} ; r_{I,C} = 0,033 \text{ (não significativo)}$$

d. potencial de população (P) e índice de poluição (partículas sedimentáveis) (S_1).

$$S_1 = b_4 P^{a_4}$$

$$\log S_1 = 0,12155 \log P + 0,43355$$

$$S_1 = 2,71 P^{0.12} ; r_{S_1,P} = 0,308 \text{ (significativo para } \alpha = 0.01,$$

$$n = 75)$$

e. potencial de população (P) e índice de poluição (sulfatação) (S_2).

$$S_2 = b_5 P^{a_5}$$

$$\log S_2 = 0,05218 \log P - 1,57427$$

$$S_2 = 0,0267 P^{0.05} ; r_{S_2,P} = 0,012$$

Tabela 6 *

	DENSIDADE DE POPULAÇÃO (hab. km ²)	POTENCIAL DE POPULAÇÃO (hab. km ²)	ÍNDICE DE ADENSA- MENTO POPULA- CIONAL	POL. DO AR (Part. Sed.) mg/m ² . mês	POL. DO AR (Sulf. mensal.) mg/m ² . dia
1. Centro	10271,430	612238,938	15,490	14,900	0,035
2. Madureira	15702,379	880461,750	21,980	12,830	0,035
3. Meier	15702,379	879554,188	20,930	14,660	0,035
4. Copacabana	36568,637	761779,063	14,190	16,540	0,035
5. Penha	15008,297	765199,938	19,920	14,420	0,122
6. Campo Grande	4547,898	379807,563	5,330	14,660	0,035
7. Tijuca	21133,316	859478,688	19,390	14,470	0,104
8. Ramos	15702,379	820370,875	20,690	21,780	0,433
9. Catete	15702,379	695316,813	18,790	13,750	0,035
10. Cascadura	15702,379	882518,875	21,170	12,830	0,035
11. Bangu	8404,527	509504,813	17,990	14,660	0,035
12. Bonsucesso	15702,379	849504,313	26,760	21,210	0,304
13. S. Cristóvão	11176,598	817718,188	19,980	14,660	0,305
14. Santa Cruz	4840,469	279116,875	3,890	14,660	0,305
15. Botafogo	30831,449	803318,063	14,760	14,900	0,305
16. Padre Miguel	10271,430	587315,563	15,830	14,290	0,305
17. Ipanema/Leblon	14870,430	676257,750	14,190	14,750	0,305
18. Olaria	15702,379	792517,875	20,200	18,590	0,288
19. Rocha Miranda	10814,527	778772,250	20,920	11,010	0,035
20. Eng. de Dentro	15702,379	875318,813	20,900	14,660	0,035
21. Andaraí	21133,316	862227,813	19,390	14,810	0,100
22. Pavuna	7857,668	589613,438	15,210	11,010	0,035
23. Grajaú	21133,316	803318,063	19,390	14,660	0,100
24. Gávea	17512,699	695316,813	14,190	13,640	0,048
25. Realengo	10271,430	587315,563	15,440	13,220	0,035
26. Irajá	11868,758	769374,813	21,140	11,410	0,035
27. Piedade	15702,379	911319,313	21,400	14,660	0,035
28. Jacarezinho	15702,379	911319,313	21,980	16,480	0,100
29. Vila Izabel	21133,316	911319,313	20,430	14,660	0,035
30. Itio Comprido	17791,199	803318,063	19,390	14,840	0,035
31. Marechal Hermes	10271,430	656744,938	18,990	11,010	0,035
32. Del Castilho	15702,379	911319,313	21,980	16,900	0,112
33. Bento Ribeiro	12986,898	756067,500	19,390	11,010	0,035
34. Abolição	15702,379	911319,313	21,980	14,660	0,035
35. Brás de Pina	10271,430	760117,500	20,480	12,150	0,042
36. Inhaúma	15702,379	911319,313	21,980	15,900	0,090
37. Flamengo	21585,199	695316,813	14,990	14,660	0,035
38. Vicente de Carvalho	15702,379	911319,313	21,980	13,590	0,043
39. Anchieta	4840,469	470314,313	11,560	12,030	0,035
40. Encantado	15702,379	857318,625	20,230	14,660	0,035
41. Freguesia	4840,469	587315,563	11,820	12,830	0,039
42. Eng. Novo	15702,379	911319,313	20,890	15,210	0,040
43. Guadalupe	10271,430	641316,188	15,060	11,010	0,035
44. Ilha do Governador	4840,469	264832,000	8,510	12,910	0,220
45. Maracanã.P. Bandeira	15702,379	832118,375	19,710	14,660	0,035
46. Leme	42857,117	776317,750	12,730	14,630	0,035
47. Niemayer	7168,020	413390,500	9,400	12,830	0,035
48. Ric. Albuquerque	4840,469	479314,313	11,570	11,010	0,035
49. Cavalcante	15702,379	911319,313	21,980	13,850	0,035
50. Caju	10271,430	695316,813	17,830	14,660	0,035
51. Cordovil	10271,430	695316,813	19,860	11,010	0,035
52. Oswaldo Cruz	15702,379	803318,063	21,120	11,920	0,035
53. Taquara	4840,469	562228,188	12,720	11,570	0,035
54. Vig. Geral	10271,430	625887,438	17,790	11,010	0,035
55. Vila da Penha	14698,797	834175,563	21,980	12,290	0,035
56. Higienópolis	15702,379	911319,313	21,980	19,450	0,250
57. Benfica	11752,598	845318,563	20,900	14,960	0,035
58. Coelho Neto	10271,430	695316,813	19,390	11,010	0,035
59. Riachuelo	15702,379	911319,313	21,980	14,660	0,035
60. Barros Filho	7275,039	583591,313	15,590	11,010	0,035
61. Mangue	15702,379	731317,250	19,390	14,660	0,035
62. Eng. Rainha	15702,379	911319,313	21,970	15,100	0,049
63. Sepetiba	4840,469	263311,813	2,800	14,660	0,035
64. Vila Valqueire	12443,797	677897,250	10,610	11,010	0,035
65. Praça Seca	12211,047	682891,938	18,350	12,500	0,035
66. Cachambi	15702,379	911319,313	21,980	16,120	0,072
67. Cosmos	4840,469	371313,063	3,800	14,560	0,035
68. Gamboa	10271,430	649030,563	17,770	15,830	0,025
69. Lins Vasconcelos	19323,000	803318,063	19,390	14,660	0,058
70. Barra da Tijuca	4047,090	384404,125	7,870	11,010	0,128
71. Lagoa	23547,000	695316,813	14,190	16,110	0,035
72. Pedra de Guaratiba	3670,220	263311,813	3,800	14,660	0,035
73. Quintino	15702,379	911319,313	21,980	13,290	0,035
74. Santíssimo	4840,469	479314,313	7,430	14,660	0,035
75. Urea	38029,680	724771,688	13,470	14,660	0,035
76. Santa Tereza	16607,539	773863,125	16,790	14,450	0,035
77. Mag. Bastos	10271,430	587315,563	16,790	12,040	0,035

* A numeração dos centros foi alterada, eliminando-se da listagem o Alto da Boa Vista. Os valores foram estimados a partir das distribuições obtidas pelo SYMAP, razão porque vários centros aparecem com o mesmo valor numérico para as variáveis.

Das cinco correlações, apenas uma se apresenta com um coeficiente de correlação significativo. Uma observação importante, entretanto, se nota. As "equações de predição" da centralidade C de um lugar em função da densidade de população D e do índice de adensamento populacional I são, como já indicado:

$$C_i = 0,00304 D_i^{0.41}$$

$$C_i = 0,0452 I_i^{0.41}$$

Evidentemente, nenhuma das duas equações pode ser considerada como equações de predição de forma a ser possível estimar D_i em função de I_i , o que poderia ser tentado em uma correlação direta entre as duas variáveis. Especulamos, portanto, que talvez seja possível revelar correlações significativas trabalhando-se com grupo de lugares. Se isto ficar constatado, poder-se-ia concluir que naqueles lugares dever-se-á observar uma co-existência de atividades econômicas e de adensamento populacional caracterizado por áreas residenciais. Seriam aqueles lugares, bastante característicos na cidade do Rio de Janeiro, onde comércio e pequenas indústrias se mesclam, achando-se inseridos dentro das áreas residenciais, indicando uma ocupação mista do solo urbano. Predominam as edificações de múltipla ocupação para fins residenciais onde se encontram também, geralmente nos andares térreos, todos os tipos de atividades comerciais e mesmo até pequenas indústrias. Já aqueles lugares em que permanece a não existência de correlação entre densidade populacional e centralidade seriam os tipicamente de ocupação para fins residenciais. Provavelmente estes lugares se dispõem em torno de lugares de alta centralidade.

Para testar esta hipótese tomou-se a equação $\log C = 0,40667 \log D - 2,51791$ e na sua representação gráfica (figura D) indicamos duas retas situadas a $\pm 2,85$ vezes o erro padrão de estimação $S_e = 0,665$.

Notou-se que se contam 35 lugares com $\log C$ maior do que $(-0,80221)$ sendo o valor máximo $\log 12,57 = 1,099$ correspondendo ao centro. Com $\log C$ no intervalo $(-0,80221, -2,51791)$ contam-se 41 lugares e com $\log C$ menor do que $(-2,51791)$ há, apenas, um lugar. Entre os 35 lugares identificados encontram-se os 5 lugares que ocupam, na hierarquia de lugares (tabela 5), as primeiras quatro ordens. São eles: Centro, Madureira, Méier, Copacabana, Tijuca. Logo em seguida identificam-se os quatro centros de 5.^a ordem (Penha, Cascadura, Catete e Campo Grande) e os quatro centros de 6.^a ordem (Ramos, Bangu, Bonsucesso e Santa Cruz). Na fig. 8 indicou-se os grupos formados pelos 35 lugares, notando-se as seguintes regularidades.

Grupo 1: Centro (1.^a ordem) e Catete (5.^a ordem).

Grupo 2: Madureira (2.^a ordem), Cascadura (5.^a ordem) e outros cinco centros de ordens menos significantes.

Grupo 3: Méier (3.^a ordem), Penha (5.^a ordem), Ramos (6.^a ordem), Bonsucesso (6.^a ordem) e outros seis centros de ordens menos significantes.

Grupo 4: Copacabana (4.^a ordem), Botafogo (7.^a ordem) e outros dois centros de ordens menos significantes.

Grupo 5: Tijuca (4.^a ordem) e outros seis centros de ordens menos significantes.

Grupo 6: Campo Grande (5.^a ordem).

Grupo 7: Bangu (6.^a ordem) e outros quatro centros de ordens menos significantes.

Grupo 8: Santa Cruz (6.^a ordem).

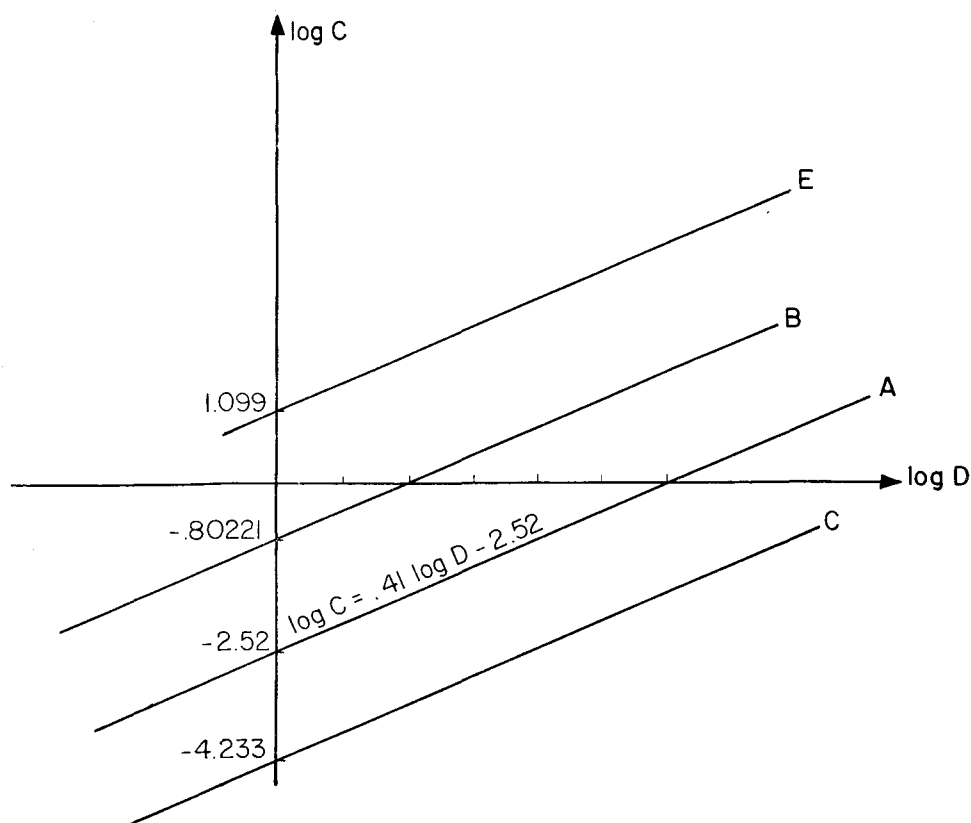
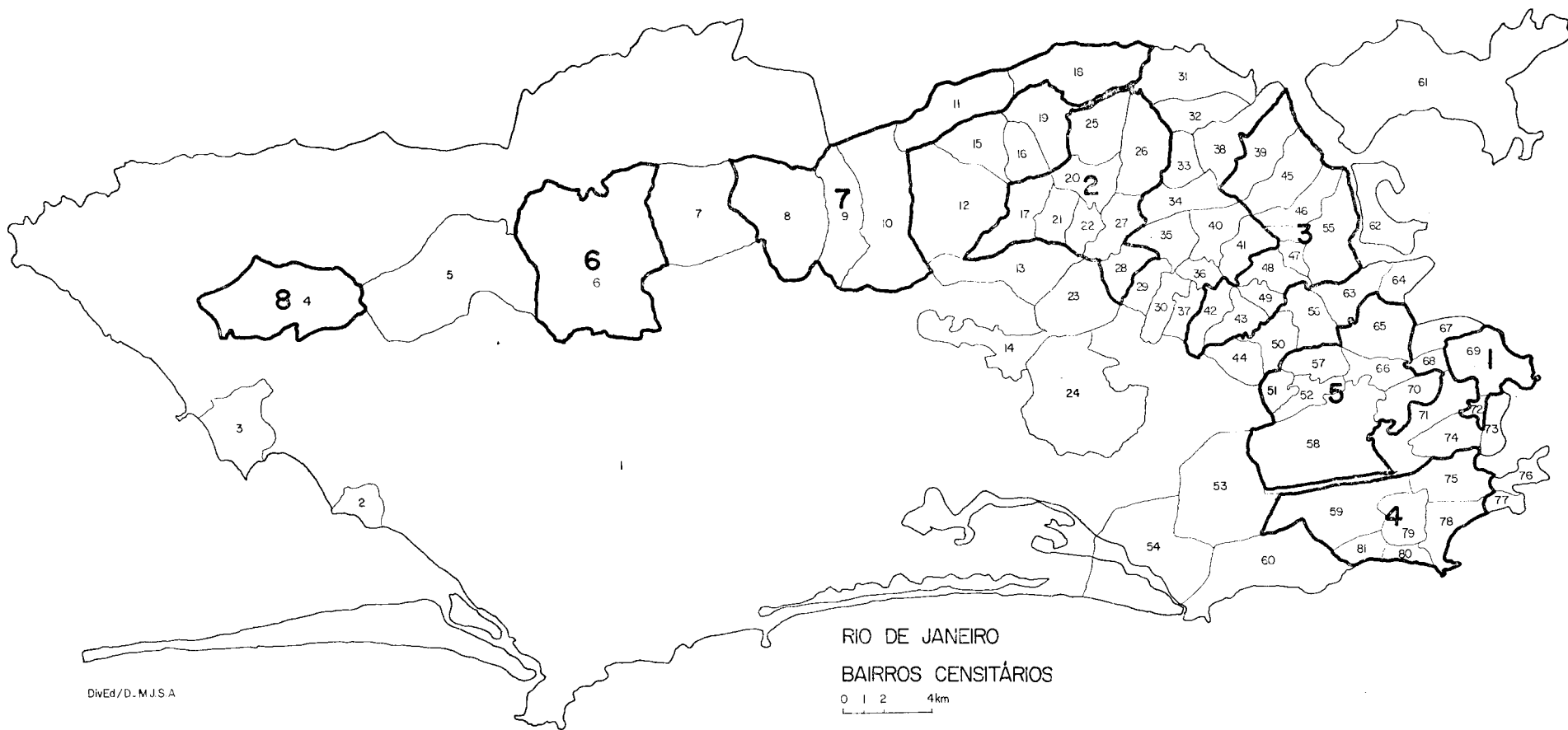


FIG. D

Repetindo-se o procedimento utilizando-se a relação entre o índice de adensamento populacional e a centralidade, os mesmos grupos foram identificados.

A fig. 10 indica, portanto, aqueles grupos de lugares com ocupação mista (atividades comerciais e área residencial, isto é, alta centralidade, alta densidade populacional e alto índice de adensamento populacional). Os demais lugares são caracterizados por baixa centralidade (poucas atividades comerciais) e alta ou baixa densidade populacional. De um modo geral são lugares-dormitórios, de alto ou baixo adensamento populacional. Mais características de ocupação mista são os grupos 1, 2, 3, 4 e 5.

No grupo 3 é interessante notar a distribuição espacial dos lugares. Os dois principais lugares, Méier (3.^a ordem) e Penha (5.^a ordem) situam-se em extremos opostos da área que, na sua parte central, é complementada por dois centros de 6.^a ordem (Ramos e Bonsucesso). Por outro lado, Tijuca (4.^a ordem), Méier (3.^a ordem) e Cascadura (5.^a ordem) dispõem-se de tal forma que, como consequência, os lugares-dormitórios ou de baixa centralidade (Grajaú, Lins de Vasconcelos, Engenho de Dentro, Encantado, Piedade e Quintino), devem apresentar indicações de mudança de ocupação de solo predominantemente residencial, para uma ocupação mista. De qualquer forma pode-se ainda identificar na cidade do Rio de Janeiro alguns bairros predominantemente residenciais, justamente aqueles que apresentam baixa centralidade. Sua densidade de população pode ser alta ou baixa. O que vale notar é a ausência de atividades comerciais dos tipos considerados neste



trabalho. Já os lugares de alta centralidade e onde se observa a acentuada presença daquelas atividades, devem ser caracterizados por um alto adensamento populacional. Esta hipótese é a seguir testada.

Selecionou-se os lugares que compõem os 8 grupos indicados na fig. 10. Tomando-se como referência a média aritmética das variáveis centralidade e densidade de população as tabelas de contingência indicadas nas páginas seguintes foram utilizadas no teste da hipótese nula de não haver associação entre as variáveis. Para o teste foi estimado o coeficiente lambda (λ) de associação (Lindgren, 1973) cuja significação é comparável a do coeficiente de determinação r_{xy}^2 sendo r_{yx} o coeficiente de correlação produto-momento de Pearson.

Densidade de
população d

$> \bar{d} \leq \bar{d}$

Centralidade $\bar{c}$	$> \bar{c}$	γ	0	γ
	$\leq c$	14	14	28
		21	14	35

$$\lambda^*c = \frac{(14 + 14) - 28}{35 - 21} = 0$$

A hipótese nula de que não é possível prever a categoria da variável dependente (centralidade), conhecida a categoria da variável independente (densidade de população), é aceita.

Embora a hipótese nula tenha sido aceita, vale chamar a atenção para alguns fatos indicados pela tabela de contingência, utilizando-a como instrumento para a proposição de uma escala nominal, como se segue.

$\bar{d}_i > \bar{d}$ e $c > \bar{c}$: característica de *bairro com ocupação mista* (comercial e residencial).

$\bar{d}_i > \bar{d}$ e $c \leq \bar{c}$: característica de *bairro residencial*, com alta concentração de população.

$\bar{d}_i \leq \bar{d}$ e $c \leq \bar{c}$: característica de *bairro residencial*, com baixa concentração de população.

Os bairros com ocupação mista são Madureira, Méier, Copacabana, Penha, Tijuca, Catete e Cascadura. Todos têm centralidade maior do que $\bar{c}_{35} = 1.066$ e densidade de população maior do que $\bar{d}_{35} = 44.970.496$.

Repetindo o procedimento considerando-se os 77 centros (tabela 6) obtém-se a seguinte tabela de contingência. Neste caso $\bar{c}_{77} = 0,522$ e $\bar{d}_{77} = 14.017,75$.

* Lambda é a redução da probabilidade de erro em se estimar a categoria da variável dependente, conhecida a categoria da variável independente.

		Densidade de população $\bar{d}$		
		$> \bar{d} \leq \bar{d}$		
Centralidade	$> \bar{c}$	9	5	14
	$\leq \bar{c}$	33	30	63
		42	35	77

$$\lambda_c = \frac{(33 + 30) - 63}{77 - 42} = 0; \text{ a hipótese nula é aceita.}$$

Verifica-se um aumento de 7 para 9 centros do tipo de ocupação mista, anotando-se que 7 deles são os mesmos já anteriormente identificados. Os outros dois são Ramos (centralidade 0,70) e Bonsucesso (centralidade 0,63).

Os 5 centros com centralidade maior do que 0,522 e densidade de população menor do que 14.017,75 são Bangu ($c = 0,75$ e $d = 8.404,527$), São Cristóvão ($c = 0,56$ e $d = 11.176,598$), Santa Cruz ($c = 0,65$ e $d = 4.840,469$), Centro ($c = 12,57$ e $d = 10.271,43$) e Campo Grande ($c = 1,14$ e $d = 4.547,898$).

Os 14 centros com centralidade maior que 0,522 estão identificados na fig. 10. Como se verificou, 9 deles estão classificados como do tipo de ocupação mista (comercial e residencial). Dos demais 5, São Cristóvão e Centro apresentam densidades de população não muito diferenciadas da média, enquanto Bangu, Santa Cruz e Campo Grande mesmo sendo, provavelmente, caracterizados por um adensamento populacional esparsa, são também, provavelmente, aqueles centros que, em virtude de seu isolamento no conjunto de centros, concentram as atividades comerciais utilizadas pelos centros vizinhos e mesmo até por municípios do Estado do Rio de Janeiro. *

5.5 — Interligações Entre os Centros

A hierarquização dos centros e a distribuição espacial dos centros conforme indicado na fig. 10 permitem o adiantamento de algumas conclusões sobre a maneira pela qual os centros se encontram interligados. Aqui o conceito de interligação, conforme já primeiramente indicado, refere-se a uma concepção de um sistema como um conjunto de partes, interligadas de várias maneiras, continuamente limitado.

Observa-se, então, no mapa 10, em cada um dos grupos de números 2, 3, 4 e 5 a presença de um centro cuja região complementar (Christaller, 1933, pág. 21) é o limite do grupo a que pertence. Poder-se-ia, então, concluir quanto à existência de uma interligação entre os centros de cada grupo. Por outro lado, estes grupos de centros (ou cada região complementar do centro de mais alta ordem em cada grupo) competem entre si na medida em que as populações dos centros entre eles dispostos se utilizam de uma ou de outra região na aquisição de bens

* Algumas destas conclusões são, possivelmente, óbvias para aqueles que têm conhecimento prático da economia urbana da cidade do Rio de Janeiro. Não é a estes, portanto, que se endereçam estas observações.

ou serviços. A decisão a que estas populações estão sujeitas, certamente, é função do sistema de transporte, seu custo, tempo de acessibilidade e tipo de bem ou serviço a ser adquirido.

Os instrumentos de análise até agora utilizados, isto é, classificação por agregação dos centros aplicando-se um modelo de hierarquização e através do uso de tabelas de contingência, são a seguir suplementados com a geração de índices caracterizando cada centro.

5.6 — Índice de Discriminação dos Centros

O índice que se propõe é o de Shevky-Williams-Bell (Lindgren, 1973), cuja função é a de comparar a distribuição percentual de categorias de uma variável, mensurada em cada elemento de uma amostra, com a distribuição percentual das categorias mensuradas a nível do universo amostral. Para o caso em questão, considera-se cada centro e o universo do conjunto de centros. Se a variável é centralidade, por tipo de bem ou serviço, estas centralidades são comparadas com as que correspondem ao conjunto de centros. É possível, através de uma análise comparativa dos percentuais (e não dos valores absolutos das centralidades), classificar os centros a partir do valor do índice. A vantagem deste método de classificação é que, transformando-se a distribuição espacial das centralidades, por centro e por categoria de bem ou serviço, eliminam-se as diferenças entre os valores absolutos. Por exemplo, nota-se que Copacabana, Botafogo, Ipanema/Leblon e Gávea estão alocados ao grupo 4. Se estes centros pertencem, de fato, a uma classe e se nesta classe o valor da centralidade varia de 0,27 a 1,16, trona-se problemático justificar que a “distância” entre os centros, dois a dois, é menor que a distância de um daqueles centros a qualquer outro, especialmente aqueles contíguos ao grupo. O que surge como elemento importante, entretanto, não é tanto o valor absoluto da centralidade que se utilizaria como fator para a estimativa da diferenciação ou “distância” entre os centros sendo classificados (grupados) e sim como as centralidades nas várias categorias de bens ou serviços se distribuem, percentualmente, em cada centro.

Um outro aspecto a ser considerado, na interpretação dos valores do índice S-W-B, é o fato de ser ele um que expressa a concentração da categoria de uma variável em determinado centro ou lugar. Recapitulando, o índice é estimado comparando-se a distribuição percentual das categorias de uma variável, em um centro, com a distribuição percentual das categorias no conjunto de centros ou, como foi feito no presente estudo, com a distribuição percentual da média aritmética dos valores de cada categoria para todos os centros. Para Madureira, por exemplo, os índices de S-W-B nas quatro categorias foram obtidos como mostra a tabela 7 abaixo.

Tabela 7

	VEST.	EQUIP.	COMPL.	SERV. MED.	SOMA
Madureira	9,96	5,76	7,22	2,47	25,41
	39,20%	22,67%	28,41%	9,72%	100%

	VEST.	EQUIP.	COMPL.	SERV. MED.	
Média para 77 centros	0,5762	0,4625	0,4838	0,5460	2,0685
	27,86%	22,36%	23,38%	26,40%	100%

	ÍNDICE DE SHEVKY-WILLIAMS-BELL			
	VEST.	EQUIP.	COMPL.	SERV. MED.
Madureira	1,40	1,01	1,22	0,37

O padrão de comparação é um valor do índice igual a 1,0, valor este constante se tomássemos como centro padrão aquele cujas centralidades fossem iguais à média das centralidades dos 77 centros, em cada categoria da variável (bens e serviços). Um valor do índice para uma categoria, maior que 1,0, sugere uma concentração da categoria no centro. Assim, para Madureira, poder-se-ia concluir uma procura de vestuários (roupas, calçados e tecidos) e de complementos (presentes, livros e discos) maior do que se poderia esperar (valores do índice de 1,40 e 1,22 comparados aos valores esperados de 1,00 e 1,00), enquanto que para a categoria equipamentos (móveis e eletrodomésticos) esta procura é igual a esperada (um valor do índice de 1,01 comparado ao valor esperado de 1,00). Por outro lado, a procura de serviços médicos (médicos e dentistas) é menor do que a que se poderia esperar (um valor do índice de 0,37 comparado ao valor esperado de 1,00).

Na tabela 8 estão indicados os índices estimados para as quatro categorias de bens e serviços nos 77 centros.

5.6.1 — Concentração de Serviços e Fluxos de População Entre os Centros

Na tabela 9 identificamos os centros de cada um dos grupos conforme mostra a fig. 10. Na tabela, um valor do índice de S-W-B maior que 1,0 sugere uma concentração de aquisição de um bem ou serviço em determinado centro. Esta concentração é aqui utilizada como um elemento de identificação de deslocamentos da população dos centros, no grupo, ou de centros periféricos, a fim de obterem aquele bem ou serviço.

Nas figs. 11, 12, 13 e 14 estão indicadas, a grosso modo, as direções dos fluxos para cada bem ou serviço. É de se notar que estas direções variam ou, simplesmente, não são significantes (estático E, como indicado na fig. 14), como é o caso para a categoria "serviços médicos". Observa-se que o índice de S-W-B para esta categoria, na grande maioria dos centros, é bem maior do que 1,0, fato que sugere ser este tipo de serviço obtido no centro que também é local de residência da população que dele se utiliza. Para este caso, o único grupo onde se nota uma consistência na direção dos fluxos populacionais para as três primeiras categorias é o quarto, dominado por Copacabana e Ipanema/Leblon. É bem possível que esta consistência seja o fator que dá aqueles dois centros a imagem de serem, especialmente Copacabana, os que ou o que mais concentra, na cidade, o oferecimento e a procura de todos os

Tabela 8

CENTROS	VESTUÁRIO	EQUIPAMENTOS	COMPLEM.	SERV. MED.
Centro	0,97	1,16	1,15	0,76
Madureira	1,41	1,01	1,22	0,37
Meier	1,13	0,92	1,37	0,60
Copacabana	1,18	0,81	1,17	0,82
Penha	1,07	0,98	0,95	0,98
Campo Grande	1,04	1,07	1,03	0,88
Tijuca	0,97	0,81	1,16	1,06
Ramos	1,44	1,35	0,11	1,03
Catete	0,06	2,51	0,74	0,94
Cascadura	0,93	0,86	1,16	1,05
Bangu	1,10	0,98	0,79	1,09
Bonsucesso	0,95	0,79	0,98	1,25
São Cristóvão	1,03	0,74	0,55	1,59
Santa Cruz	0,91	0,81	0,76	1,47
Botafogo	0,73	1,12	0,70	1,44
Padre Miguel	0,78	0,39	0,93	1,65
Ipanema. Leblon	1,11	0,62	1,11	1,10
Olaria	0,89	0,75	0,64	1,65
Rocha Miranda	0,72	0,67	0,64	1,89
Eng. de Dentro	1,34	0,36	0,63	1,51
Andaraí	1,00	0,93	0,71	1,32
Pavuna	1,48	0,92	0,95	0,61
Grajaú	0,97	1,55	0,77	0,78
Gávea	0,74	0,38	0,47	2,27
Realengo	0,48	1,31	0,58	1,68
Irajá	0,42	0,99	0,55	2,03
Piedade	0,55	0,59	0,33	2,41
Jacarezinho	1,54	0,83	0,67	0,87
Vila Isabel	0,66	1,48	0,67	1,25
Rio Comprido	1,13	0,70	0,49	1,57
Marechal Hermes	0,28	0,51	0,30	2,80
Del Castilho	1,20	0,36	0,15	2,09
Bento Ribeiro	0,43	1,49	0,39	1,72
Abolição	0,86	1,16	0,94	1,06
Brás de Pina	0,81	0,72	0,55	1,83
Inhaúma	0,74	0,69	0,55	1,94
Flamengo	1,14	0,61	1,36	0,86
Vicente de Carvalho	0,39	0,98	0,31	2,27
Anchieta	0,75	0,46	0,28	2,36
Encantado	0,55	0,85	0,66	1,89
Freguesia	0,87	0,31	0,44	2,22
Engenho Novo	0,60	0,89	0,43	2,02
Guadalupe	0,61	0,65	0,42	2,12
Ilha do Governador	0,53	0,39	0,38	2,56
Maracanã. Praça da Bandeira	0,20	0,13	0,30	3,20
Leme	0,90	0,67	0,86	1,52
Niemayer	1,29	0,45	0,60	1,52
Ricardo de Albuquerque	0,70	0,98	0,42	1,85
Cavalcante	0,72	0,89	0,26	2,05
Caju	0,34	0,07	0,27	3,13
Cordovil	0,34	0,84	0,27	2,49
Oswaldo Cruz	0,43	0,89	0,68	1,97
Taquara	0,85	1,06	0,61	1,44
Vigário Geral	0,42	1,05	1,00	1,55
Vila da Penha	0,34	0,28	0,53	2,72
Higienópolis	0,26	0,43	0,71	2,53
Bentiva	0,49	0,61	0,19	2,58
Coelho Neto	0,29	0,60	0,81	2,23
Riachuelo	0,72	0,75	0,28	2,15
Barros Filho	1,50	0,12	2,38	0,00
Mangue	0,37	1,33	0,03	2,24
Engenho da Rainha	0,51	0,96	0,61	1,89
Sepetiba	0,31	0,10	1,09	2,42
Vila Valqueire	0,13	0,66	0,79	2,39
Praça Seca	0,39	0,05	0,00	3,33
Cachambi	0,49	0,15	0,59	2,61
Cosmos	0,11	0,14	0,13	3,44
Gamboa	0,83	0,69	0,99	1,46
Lins de Vasconcelos	0,08	0,00	0,04	2,67
Barra da Tijuca	0,00	0,00	0,01	3,78
Lagoa	0,03	0,14	0,00	3,64
Pedra de Guaratiba	0,00	0,00	0,53	3,31
Quintino	0,42	0,13	0,13	3,12
Santíssimo	0,18	0,23	0,09	3,32
Urca	0,00	0,00	0,49	3,35
Santa Tereza	0,00	0,00	0,00	0,00
Magalhães de Bastos	0,54	0,54	0,05	2,72
Média	1.000	1.000	1.000	1.000

Tabela 9

	VEST.	EQUIP.	COMPL.	SERV. MED.
Centro	0,97	1,16	1,15	0,76
Catete	0,061	2,51	0,74	0,94

Grupo 2

	VEST.	EQUIP.	COMPL.	SERV. MED.
Madureira	1,41	1,02	1,22	0,37
Cascadura	0,93	0,86	1,16	1,05
Rocha Miranda	0,72	0,67	0,64	1,89
Irajá	0,42	0,99	0,55	2,03
Marechal Hermes	0,28	0,51	0,30	2,30
Bento Ribeiro	0,44	1,49	0,39	1,72
Oswaldo Cruz	0,43	0,89	0,68	1,97

Grupo 3

	VEST.	EQUIP.	COMPL.	SERV. MED.
Meier	1,13	0,92	1,37	0,59
Penha	1,07	0,98	0,95	0,98
Ramos	1,44	1,35	0,11	1,03
Bonsucesso	0,95	0,79	0,98	1,25
Olaria	0,89	0,75	0,64	1,65
Del Castilho	1,20	0,36	0,15	2,09
Jacarezinho	1,54	0,83	0,67	0,87
Eng. de Dentro	1,34	0,36	0,63	1,51
Cachambi	0,50	0,15	0,59	2,51
Higienópolis	0,26	0,43	0,71	2,53

Grupo 4

	VEST.	EQUIP.	COMPL.	SERV. MED.
Copacabana	1,18	0,81	1,17	0,82
Botafogo	0,73	1,12	0,70	1,44
Gávea	0,74	0,38	0,48	2,27
Ipanema/Leblon	1,11	0,62	1,12	1,03
Lagoa	0,03	0,14	0,00	3,64



Fig. 11 — Direções do fluxo da população na aquisição de vestuário (roupas, calçados e tecidos).



Fig. 12 — Direções de fluxos da população na aquisição de equipamentos (móveis e eletrodomésticos).



FIG. 13
Fig. 13 — Direções de fluxos da população na aquisição de complementos (presentes, livros, discos).

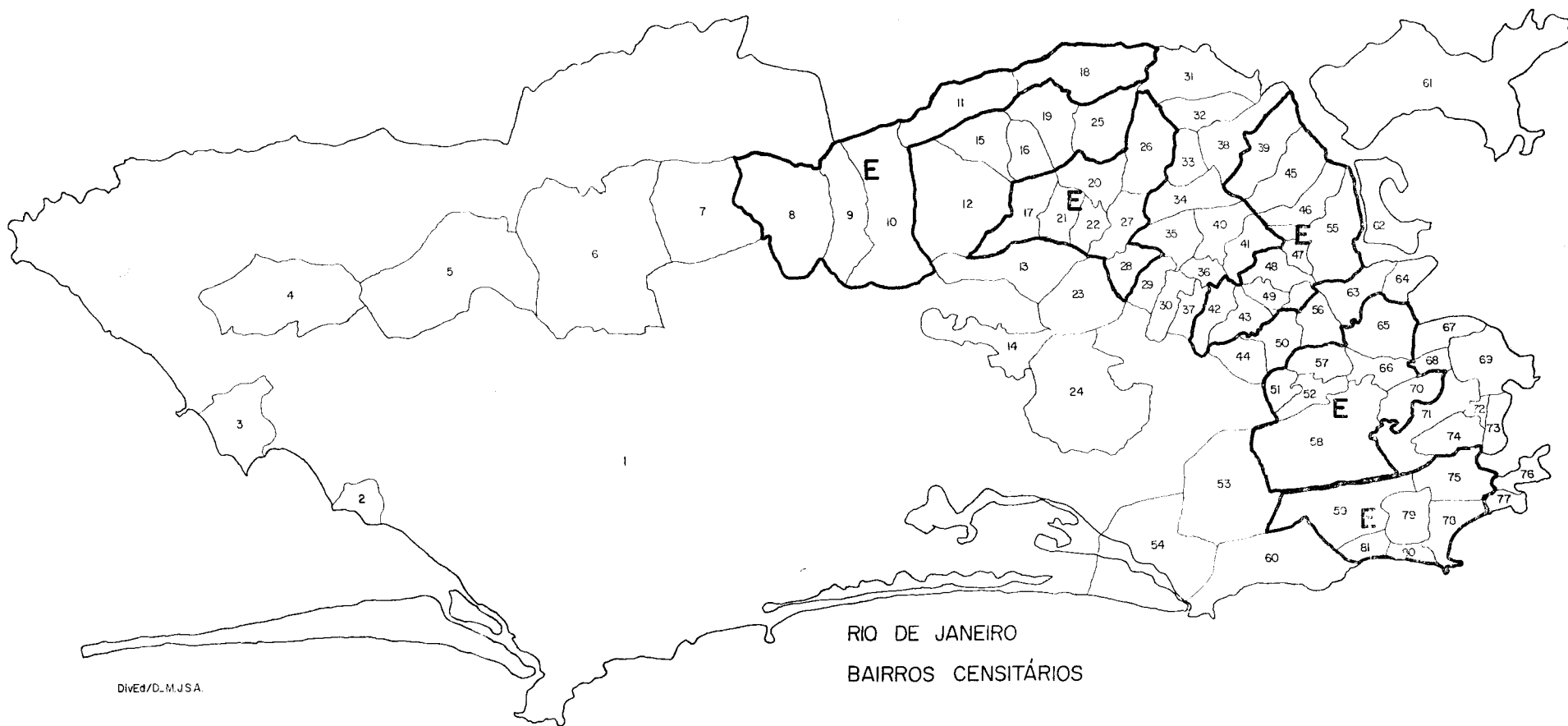


Fig. 14 — Direções de fluxos da população na aquisição de serviços médicos (médico e dentista).

Grupo 5

	VEST.	EQUIP.	COMPL.	SERV. MED.
Tijuca	0,97	0,81	1,16	1,06
São Cristóvão	1,03	0,74	0,55	1,59
Vila Isabel	0,66	1,48	0,67	1,25
Grajaú	0,97	1,55	0,77	0,78
Andaraí	1,00	0,93	0,71	1,32
Maracanã/Praça da Bandeira	0,20	0,13	0,30	3,26
Rio Comprido	1,13	0,70	0,49	1,57

Grupo 6

	VEST.	EQUIP.	COMPL.	SERV. MED.
Bangu	1,11	0,98	0,79	1,09
Padre Miguel	0,79	0,39	0,93	1,65
Realengo	0,48	1,31	0,57	1,68
Anchieta	0,75	0,46	0,28	2,36
Pavuna	1,48	0,92	0,96	0,61

tipos de bens e serviços. Esta imagem, porém, conforme já anteriormente indicada, não corresponde às suas respectivas posições na hierarquia de centros, com ordem inferior a centros como Madureira e Méier. Estes dois centros, como sugeririam as direções dos fluxos, devem sua posição na hierarquia a duas das categorias de bens e serviços. Em termos, portanto, de imagem que a população tem de suas respectivas importâncias, competem com centros de centralidades inferiores a deles.

6 — Conclusões

Na introdução foram formuladas as hipóteses testadas no trabalho. Nestas conclusões são resumidos os resultados obtidos.

6.1 — A Hierarquia de Centros

Ficou constatada a existência de uma hierarquia de centros que permite caracterizar, espacialmente, o que se poderia denominar de centros de preferência para aquisição de bens e serviços pela população da cidade. Aparentemente, estes centros direcionam os fluxos internos da população nas áreas por eles servidas, fluxos estes que seriam limitados, em seu alcance, em função do tipo de transporte disponível e da distância. Todas as áreas são, aproximadamente, iguais em extensão, variando porém a densidade populacional. O que parece ocorrer, portanto, é o particionamento da área total servida em setores de igual área na medida em que cada setor contém um centro de hierarquia tal que a distância média dos bairros, por ele servidos, ao centro é menor que a distância média a qualquer outro centro de comparável importância ou hierarquia.

6.2 — Centralidade e População

Verificou-se não haver correlação significativa entre a centralidade de um centro e os indicadores de adensamento populacional. Assim, uma alta densidade de população não parece ser requisito para que um centro ocupe uma posição de destaque na hierarquia. Este fato serviria para sugerir, por exemplo, que existem na cidade do Rio de Janeiro áreas essencialmente residenciais e que certos centros, embora tenham anteriormente sido como tal classificados, em consequência do processo de organização espacial dos locais de oferecimento de bens e serviços, transformaram-se nestes tipos de locais. Nota-se que, geralmente, estes são os bairros mais tradicionalmente reconhecidos como aqueles que há 30 ou 40 anos atrás eram essencialmente residenciais. São eles, por exemplo, Copacabana, Méier, Penha, Madureira, Cascadura etc. mas que desde aquela época, justamente por serem os que apresentavam uma concentração de população, tornaram-se os pontos onde se implantaram um comércio incipiente que ali continuou a se desenvolver e expandir. Certamente, por razões econômicas, a expansão deste comércio não acompanhou, espacialmente, a expansão das áreas residenciais que surgiram em torno dos centros originais. Portanto, embora a correlação entre centralidade e indicadores de adensamento populacional possa ter sido significativa há alguns anos atrás, já ela deixa de ser, presentemente, utilizada como um modelo de organização espacial de centros de bens e serviços.

BIBLIOGRAFIA

- CHRISTALLER, Walter — *Central Places in Southern Germany*, 1933, Tradução de Carlisle W. Baskin, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, Inc., 1966.
- GIST, Noel P. e SYLVIA, Fleis Fava — *Urban Society*, New York: Thomas Y. Crowell Company, 1964.
- LINDGREN, C. Ernesto S. — "Relativity of Models", Cambridge: Graduate School of Design, Harvard University, 1970 (não publicado).
- *Análise de Dados em Planejamento Urbano e Regional*, Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 1973.
- SIEGEL, Sidney — *Non-parametric Statistics for the Behavioral Sciences*, New York: McGraw Hill Book Company, 1956.
- STEINHAUS, H. — *Mathematical Snapshots*, New York: Oxford University Press, 1950.
- STEWART, John Q. e WILLIAM Warntz — "Physics of Population Distribution", *Journal of Regional Science*, vol. 1, n.º 1. Summer 1958.
- WARNTZ, William — "A Global Index of Continentality", *Selected Projects*, Cambridge: Graduate School of Design, Harvard University, 1970.
- WOLDENBERG, Michael J. — "Hierarchical Systems: Cities, Rivers, Alpine Glaciers, Bovine Livers and Trees", Cambridge: Graduate School of Design, Harvard University, 1968.

SUMMARY

To pass from the theoretical conception on urban morphology to its concrete expression is the central objective of this paper. As one identifies manifested phenomena obviously controlled by spontaneous action of the population or by exogenous action which, nevertheless, seeks to attend and optimize populations objectives, one ought to identify the resulting spatial organization of the city. Thus using information obtained from the population and, as it was necessary to limit the scope of the work, we present one and only one aspect of the urban morphology of the city of Rio de Janeiro: a hierarchy of places where sub-sets of the population aggregate seeks goods and services.

The implications are immediate for the case of Brazilian cities: a) a better understanding about the organization of the city as a function of a property of its population; b) verification, although at a high level of generalization, of the urban dynamics of a large city; c) a challenge to the type of analysis that depends, in a large scale, on the experience and private knowledge of the analyst, about the city, but that establish conditions for the acceptance of conclusions, without much dispute, but which at present times must be classified under the category of the theory of what "I think" or "I observe" and other variations of the same theme.

In this paper we opted for the presentation of the hierarchy of places using as theoretical framework the central places theory. The difficulties are manifested, as in most applications of central place theory, in the operationalization of relative importance or centrality of a place: the conditions suggested by Christaller are not easily met.

In this first vision of the morphology of the city of Rio de Janeiro, as it presented itself in 1968 — date when the information used was obtained — a few surprises revealed themselves and it is particularly because of this that we recommend the use of quantitative methods in the study of the urban morphology of Brazilian cities, an approach that, however slowly, is being accepted and it is here to stay.

RESUMÉ

Passer de la conception théorique à la morphologie d'une ville par l'expression concrète de cette structure urbaine est l'objectif central de cette recherche. À la mesure en quel dans la ville se manifestent et s'identifient des phénomènes évidemment directionnés, soit par l'action spontanée de la population soit par exogène à elle mais que cherche, attendre et optimiser ses objectifs, il faut identifier l'estructure organisable spatiale résultante. Ainsi, par des informations obtenues directement de la population et, en se faisant besoin limiter le but du travail, on a présenté une et seule unique vision de la morphologie urbaine de la ville du Rio de Janeiro: une hiérarchie d'endroits où des sous-conjoints de l'agréé populationnel total cherche d'avoir l'attente et services.

Les implications sont immédiates, dans le cas des villes brésiliennes: a) plus grande compréhension de comment s'organiser comme fonction de propriété de son agrégé populationnel; b) vérification, même à haut niveau de généralisation, de la dynamique urbaine dans une ville de grand port; c) la contestation des analyses que dépendent plus de l'expérience de vie de l'analyste dans la ville, mais qu'établissent des conditions pour qui modernement se classifient indépendamment de la qualification de l'analyste sous la catégorie de la théorie du "je trouve" ou du "l'observe" et d'autres variations du même thème.

Dans ce travail nous avons optés par la présentation d'une hiérarchie des centres, en utilisant comme base théorique la théorie des endroits centrales. Les difficultés se manifestent comme dans la plupart des travaux sous l'hiérarchisations des endroits, dans l'opérationnalisation d'importance relative ou centralité d'un endroit: les facteurs conditionnés suggérés par Christaller ne sont pas facilement satisfaits.

Dans cette première vision de morphologie de la ville du Rio de Janeiro, comme se présentait en 1968 — l'époque laquelle correspondent les données utilisés — quelques surprises on eut révélés et est justement parce qu'elles on apparues qui se justifient la divulgation des analyses quantitatives dans l'étude de la morphologie des villes brésiliennes qui très lentement s'étendent mais qui sont ici à rester.

Nota sobre o papel da educação na diferenciação das rendas entre 1960 e 1970

RAMONAVAL AUGUSTO COSTA

1 — Introdução

Com o crescimento alcançado pela economia brasileira nos últimos anos, levantou-se uma discussão referente à situação da distribuição da renda pessoal no Brasil. A opinião dos autores que primeiramente fizeram uso dos dados de renda pessoal do Censo Demográfico de 1970 comparando-os com os do Censo de 1960, é de que entre 1960 e 1970 houve um aumento do grau de concentração da renda, conforme demonstrado por vários índices de concentração calculados para esses dois anos.

Entre os trabalhos que mais se destacaram na utilização dos dados dos Censos Demográficos de 1960 e 1970 encontramos primeiramente os trabalhos de Rodolfo Hoffmann,¹ Albert Fishlow² e João Carlos Duarte.³ Estes autores, principalmente Fishlow, são de opinião que grande parte deste aumento no grau de concentração da renda pode ser atribuído, parcialmente, às políticas econômicas adotadas pelo governo brasileiro, desde 1964. Em seguida temos a contribuição de Langoni que apareceu pela primeira vez em 1972, em forma de artigo e, em 1973, em forma de livro, numa versão mais completa.⁴ Tal trabalho foi

1 Rodolfo Hoffmann, "Contribuição à análise da distribuição da renda e da posse da terra no Brasil", Piracicaba — 1969, tese de livre docência para Eça-Luiz de Queiroz, não publicado.

2 Albert Fishlow, "Brazilian Size Distribution of Income", *American Economic Review*, maio 1972, página 391.

3 João Carlos Duarte, "Aspectos da distribuição da renda no Brasil em 1970", Piracicaba — 1972, tese de mestrado para Eça-Luiz de Queiroz, não publicado.

4 Carlos Geraldo Langoni, *Distribuição da renda e desenvolvimento econômico do Brasil*, editora Expressão e Cultura, 1973, tendo sido publicado com o mesmo título pela revista *Estudos Econômicos*, vol. 2, 1972 n.º 5, em forma de artigo.

amplamente divulgado através da revista *Veja* e imprensa em geral e, dado as circunstâncias em que foi realizado, sob o patrocínio do Ministério da Fazenda, representaria o ponto de vista oficial relativamente à situação da distribuição da renda no Brasil.

Considero o trabalho de Langoni muito interessante do ponto de vista metodológico.⁵ Isto, contudo, não o isenta de cometer erros de interpretação, descuidos e omissões no uso de um instrumental relativamente sofisticado para a média interessada no problema de distribuição de renda no Brasil.

Algumas críticas já apareceram dando ênfase, principalmente, às omissões de Langoni. Este tipo de crítica é muito importante, já que quaisquer trabalhos, por mais completos que sejam, sempre deixam de lado aspectos importantes a serem estudados. Porém, num País onde a pesquisa acadêmica é ainda incipiente, acredito ser mais eficiente do ponto de vista científico dar-se ênfase a críticas que dizem respeito ao que foi realizado em si, preocupando-se menos com o que se deixou de fazer. Tendo em vista estes elementos resolvi me ater a alguns problemas que penso serem relevantes para a validade das idéias defendidas pelo autor, tomando por base principalmente o que foi realizado.

Procurei concentrar minhas observações sobre o que está contido no capítulo 5, sob o título "As Causas das Mudanças na Distribuição da Renda entre 1960 e 1970". No meu ponto de vista este capítulo é o mais importante para a apresentação da educação como um dos principais fatores responsáveis pela concentração de renda no período 1960/1970.

Neste ensaio destacam-se três partes relevantes. Primeiro apresento, rapidamente, alguns problemas referentes à especificação do modelo usado por Langoni. Em seguida tento ressaltar algumas características do modelo que não foram devidamente explicadas. Por fim, procuro mostrar como as evidências sobre o aumento da contribuição marginal da educação na diferenciação das rendas não possuem bases tão sólidas como seria desejável.

2 — Alguns Problemas na Especificação do Modelo Usado

O capítulo 5 apresenta algumas imperfeições na descrição do sofisticado instrumental usado. Como o autor mesmo afirma na página 106, "optou-se por uma análise da variância com base numa regressão loglinear em que todas as variáveis são *dummies*". Neste método de análise de variância, a matriz *X* não deve ser chamada matriz de observações, pois neste modelo somente a matriz *Y* é constituída de observações, ao passo que a matriz *X* corresponde a uma matriz de variáveis classificadoras.

Outra deficiência na descrição deste modelo consiste numa admissão tácita, por parte do autor, na página 105, da não inclusão de certas variáveis, como *status* migratório, *back ground* familiar, em virtude de uma série de impossibilidades, ressaltando que o modelo apresenta problemas de especificação com a omissão de algumas variáveis. Como as variáveis omitidas no modelo estão certamente correlacionadas com pelo menos uma das variáveis presentes, o modelo adotado está sujeito a viés de especificação. Na página 107, entretanto, o autor tentou justificar o uso do método dos mínimos quadrados ao invés dos mínimos

⁵ Consideração feita por mim em "Reflexões a respeito do trabalho do Langoni sobre distribuição de renda no Brasil", não publicado, 1973.

quadrados generalizados, como seria mais apropriado devido à heterocedasticidade, alegando que o método dos mínimos quadrados não acarreta viés, mas somente perda de eficiência. Entretanto, nota-se que o viés já era de se esperar em razão da omissão de variáveis. Portanto, usar o método dos mínimos quadrados nestas condições não elimina o problema do viés.

Uma outra deficiência na apresentação do modelo refere-se às hipóteses a respeito do termo erro. O autor parece sugerir que a hipótese de normalidade não é necessária para se utilizar o método dos mínimos quadrados, o que é verdade. Mas para falar de significância dos parâmetros, requerem-se necessárias as hipóteses relativas à distribuição dos erros, principalmente em se tratando de análise de variância.⁶

O que se pode concluir desta primeira parte é que, em virtude da omissão de variáveis, os coeficientes obtidos estão viesados. Mais ainda, sem a hipótese de normalidade torna-se ilegítima a pretensão de usar os valores de "t" ou "F" para falar da significância dos parâmetros.⁷

3 — Peculiaridades do Modelo de Variáveis Dummies

Todo economista iniciado no estudo de econometria certamente já entrou em contacto com o exemplo clássico de uso de variáveis *dummies*, a estimação da função consumo dos EUA quando o conjunto de dados é dividido em dois subconjuntos, um referente aos dados de antes da II Guerra e o outro referente aos dados de depois dela. No entanto, a utilização de um modelo classificatório, onde todas as variáveis independentes são *dummies*, com o intuito de se fazer uma análise da variância, usando-se o método de regressão linear, é de uso pouco frequente entre os economistas.⁸

Langoni, ao usar este método, deveria esclarecer melhor suas propriedades, pois, apesar de adotar o método de regressão linear, as propriedades dos parâmetros diferem das de um modelo usual de regressão, onde as variáveis independentes constituem também um conjunto de observações. Como se salientou antes, a matriz das variáveis independentes não é constituída de observações. As únicas observações existentes são as da variável dependente. Em modelos desta natureza existe uma certa arbitrariedade nos valores dos coeficientes, fato que diminui um pouco a relevância da afirmação de Langoni de que "a magnitude

6 Para melhor esclarecimento sobre as hipóteses necessárias numa análise de variância pode-se consultar qualquer compêndio de Estatística ou Econometria, como por exemplo o livro *Design and Analysis of Experiments* de Oscar Kempthorne, publicado por John Wiley & Sons, Inc. página 72, capítulo 6, edição de 1952.

7 No entanto, Langoni afirma que "O que é efetivamente relevante é a significância estatística das variáveis consideradas no modelo e não necessariamente o seu poder de explicação". Dando tanta ênfase à significância estatística, é de se estranhar que o autor não tenha feito nenhuma menção sobre a forma da distribuição dos erros, vide página 168, *Pesquisa e Planejamento Econômico*, vol. 4, fevereiro 1974, n.º 9.

8 O exemplo mais antigo que tenho conhecimento é o artigo de T. P. Hill publicado na revista *Econométrica*, vol. 27, julho de 1959, "An Analysis of the Distribution of Wages and Salaries in Great Britain", onde o autor usa o método de variáveis *dummies*, já que o método comum de análise de regressão fica prejudicado, pois os fatores em termos dos quais a renda varia são em grande parte atributos não quantificáveis. Apesar de justificar adequadamente a conveniência do uso do método em discussão, chama atenção para o fato de que as classificações escolhidas são, na sua maioria, subjetivas, envolvendo um certo grau de arbitrariedade.

dos coeficientes já dá uma primeira idéia do impacto de cada variável".⁹

Para ilustrar melhor o que se passa com o modelo utilizado no capítulo 5, vamos admitir que apenas educação e setor de atividades sejam as variáveis relevantes para a especificação do modelo. Fazendo uso da notação encontrada neste capítulo tem-se:

$$Y_n = B_o E_o + \sum_{i=1}^2 B_{1i} E_{ih} + \sum_{j=1}^2 B_{2j} A_{jh} + E_h$$

onde $E_o = 1$, E_{ih} e A_{jh} representam, respectivamente, a variável educação e setor de atividade. Resumindo o modelo numa forma geral, tem-se $Y = XB + E$, onde Y é o vetor das observações e X é a matriz cujos elementos são constituídos de valores 0 (zero) e 1 (um) e E é o vetor das perturbações aleatórias.

Usando-se uma notação que ressalta melhor a composição de cada valor da variável observada Y , apresenta-se o modelo na seguinte forma:

$$Y_{ij} = B_o E_o + B_{11} E_1 + B_{12} E_2 + B_{21} A_1 + B_{22} A_2 + E_{ij}$$

onde $E_o = 1$ para todo Y_{ij} ; $E_1 = 1$ para todo Y_{ij} onde $i = 1$ e $E_1 = 0$ para qualquer outro Y_{ij} ; $E_2 = 1$ para todo Y_{ij} onde $i = 2$ e $E_2 = 0$ para qualquer outro Y_{ij} ; $A_1 = 1$ para todo Y_{ij} onde $j = 1$ e $A_1 = 0$ para qualquer outro Y_{ij} ; $A_2 = 1$ para todo Y_{ij} onde $j = 2$ e

$A_2 = 0$ para qualquer outro Y_{ij} . Assim observa-se que as variações explicativas (E , A) assumem valores 0 e 1, funcionando como fatores de classificação da variável dependente efetivamente observada. Vejamos agora como se poderia interpretar este modelo num sistema de classificação de duas entradas, geralmente denominado tabela de contingência nos estudos de análise de variância:

		ATIVIDADE		
EDUCAÇÃO	$E_i \backslash A_j$	1	2	Σ_j
	1	Y_{11}	Y_{12}	$Y_{1.}$
	2	Y_{21}	Y_{22}	$Y_{2.}$
	Σ_i	$Y_{.1}$	$Y_{.2}$	$Y_{..}$

Através deste quadro evidencia-se que as únicas observações existentes no modelo em discussão são devidas à variável Y .

9 Num modelo desta natureza, a obtenção de valores para os parâmetros envolve um certo grau de arbitrariedade que pode ser evidenciada pela seguinte afirmação de Oscar Kempthorne: "Unique solutions for the original parameters can only be obtained by imposing conditions on the parameters", vide página 69, capítulo 6, do seu livro *The Design and Analysis of Experiments*. O mesmo problema evidencia-se também quando H. P. Hill no seu artigo "An Analysis of the Distribution of Wages and Salaries in Great Britain" afirma: "A characteristic feature of a model of this type is that it is not fully determinate as it stands".

Sabe-se que o estimador de mínimos quadrados de B , num modelo linear do tipo $Y = XB + E$, pode ser obtido a partir do seguinte sistema $X'XB = X'Y$ de equações normais. Vejamos como nos modelos lineares com variáveis *dummies* a matriz $X'X$ é singular. Na ilustração de tal fato vamos utilizar, mais uma vez, o pequeno exemplo empregado até aqui. Examinemos a matriz X :

	E_0	E_1	E_2	A_1	A_2
Y_{11}	1	1	0	1	0
Y_{12}	1	1	0	0	1
Y_{21}	1	0	1	1	0
Y_{22}	1	0	1	0	1

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Conhecido X , observa-se que para o exemplo utilizado-se tem-se:

$$X'X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$X'X = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Neste exemplo verifica-se que $|X'X| = 0$, visto que a 4.^a e 5.^a linhas somadas igualam a primeira. Este exemplo justifica a diferença entre o modelo apresentado no capítulo 5 e os modelos usuais de regressão múltipla, onde $|X'X| \neq 0$, isto é, vale a condição de *full rank*. No caso extremo em que $|X'X| = 0$, tem-se o problema de perfeita multicoli-

nearidade.¹⁰ O importante é que se o modelo não for de *full rank* as características dos parâmetros serão afetadas. Mais precisamente, neste tipo de modelo o número de parâmetros independentes é menor que o número de parâmetros a serem obtidos.¹¹ Isto talvez explique porque Langoni, na página 107, diz: “A fim de evitar a singularidade da matriz $X'X$ de produtos cruzados em cada conjunto de *dummies*, um dos valores é deixado no termo constante”.

Aqui reside precisamente o elemento de arbitrariedade do modelo usado. O valor de B_0 pode ser escolhido arbitrariamente. No trabalho em questão, B_0 representa a média geométrica (em logs) da renda dos indivíduos analfabetos, no setor primário, com mais de 70 anos de idade, na Região VI (Norte e Centro-Oeste) e do sexo feminino.

A arbitrariedade de um modelo desta natureza é uma de suas características mais importantes. A infinidade de soluções (não estimativas) deve-se ao fato de $X'X$ ser singular e não possuir, portanto, nenhuma inversa. Sendo assim, o pesquisador, ao usar este modelo, deve deixar mais clara a técnica utilizada para levantar a singularidade de $x'x$.¹²

Outra relevante propriedade deste tipo de modelo é que apesar de ter infinitas soluções, o valor R^2 permanece constante, ou seja, existem infinitas combinações lineares que dão a estimativa da variável dependente (no caso em questão, renda).¹³ Finalmente, a mais relevante característica deste tipo de modelo, a despeito das infinitas soluções para os B , é a possibilidade de obtenção de estimativas através de estimadores de funções estimáveis dos parâmetros, estimativas essas que são invariantes às infinitas soluções das equações normais para o mesmo grupo de dados. Deve-se lembrar, no entanto, que mesmo essas funções estimáveis não são únicas.¹⁴

10 Para se entender melhor a diferença entre este modelo e os modelos comuns de regressão múltipla, nos quais se exige que $|X'X| \neq 0$ para a estimação dos parâmetros, veja-se página 123, capítulo 5 do livro *Econometric Methods*, 2.^a edição de autoria de J. Johnston, para uma completa análise dos modelos de *rank* completo (*models of full rank*). Para a análise dos modelos de *rank* incompleto (*models of not full rank*) vide os capítulos 5 e 6 do livro *Linear Models* de autoria de S. R. Searle. Este último livro discute todos os modelos lineares, apresentando os modelos de *rank* completo, onde $|X'X| \neq 0$ e os modelos de *rank* incompleto, onde $|X'X| = 0$, considerando-se casos especiais de um modelo linear generalizado. Porém, não se deve pensar que, pelo fato de se ter generalizado os modelos lineares, deixam de existir diferenças entre os modelos de regressão múltipla que o economista está acostumado a encontrar e o modelo que Langoni utiliza no capítulo 5. Para melhor ilustrar o porquê de nossa posição veja-se o que Searle diz no capítulo 4, página 143: “Now, however, X does not have full column rank — as seen in (5) the sum of its 3 columns equals its first. Thus is a model described as a “model not of full rank”. Its property is that X does not have full column rank, with the important consequence that $(X'X)^{-1}$ does not exist and so $X'X\delta = X'y$ can not be solved as $\delta = (X'X)^{-1}X'y$. However, by using generalized inverse of $X'X$ solutions can be found; but before discussing them, in chapter 5, we give another example and then describe other aspects of linear models.”

11 De fato, como se pode verificar através da exposição de Oscar Kempthorne, no caso do modelo em questão, tem-se $1 + i + j$ parâmetros para serem estimados e apenas $i + j - 1$ parâmetros independentes. A mesma observação é feita por H. T. Hill na página 137 do seu artigo já citado.

12 Para evitar discussões sobre este ponto, já que alguns economistas e mesmo estagiários têm relutado em entender o que pretendo chamar atenção, seria interessante repetir o que Searle diz no capítulo 5, página 168: “Whenever $X'X$ is not of full rank, as in (3), the normal equations $X'Xb = X'y$ cannot be solved with one solitary solution $b = (X'X)^{-1}X'y$ as in chapter 3. Many solutions are available”.

13 Para a constatação desta propriedade veja-se Searle, *op. cit.*, capítulo 5, página 172.

14 Vide Searle no capítulo 4, página 162 para esclarecimento: “Functions such as these are known as *estimators of estimable functions*. They all have the property to they are invariance to whatever solution is obtained to the normal equations. Because of this invariance property they are the only functions that can be of interest, so far as estimation of the parameters of a linear model is concerned”.

Nestas circunstâncias, a afirmativa de que B_0 foi mantido como o intercepto, no modelo, é uma informação insuficiente para caracterizar se os valores divulgados dos coeficientes na tabela 5.1 são estimativas obtidas através de estimadores de alguma função estimável dos parâmetros, ou somente uma das infinitas soluções que o modelo oferece.¹⁵ Pela afirmativa presente no livro de Langoni tem-se a impressão de que se trata de uma das várias maneiras de se eliminar a singularidade de $X'X$. Mesmo que a introdução de B_0 consiga, por si só, eliminar a singularidade de $X'X$, tornando possível a solução do modelo, ainda assim ela é insuficiente para garantir que a solução obtida seja um estimador de uma função estimável dos parâmetros do modelo. Se os valores dos coeficientes divulgados na tabela 5.1 não são resultados de estimadores de funções estimáveis dos parâmetros do modelo, então seriam apenas uma das infinitas soluções das equações normais $X'y = X'XB$.

Se os valores dos coeficientes divulgados referem-se a uma das infinitas soluções do modelo, a interpretação de cada um não comporta nenhum sentido, a não ser que contribuam para estimar a variável dependente. Nestas circunstâncias a relevância do modelo se restringiria à obtenção de estimativas para a variável dependente, ficando a significância dos coeficientes obtidos destituída de base para qualquer afirmação a respeito dos valores teóricos dos parâmetros. Além disso, mesmo que os coeficientes divulgados sejam estimativas obtidas através de estimadores que são funções estimáveis dos parâmetros, o pesquisador para falar em significância deveria investigar qual a forma da distribuição da variável dependente (pelo menos para preencher os requisitos do instrumental, já que não temos poderes para fazer as variáveis se distribuírem como o instrumental exige) e conseqüentemente das perturbações aleatórias. E a fim de ter uma idéia sobre a possível forma da distribuição das estimativas. Só assim Langoni poderia se basear na significância das estimativas para defender as evidências obtidas.¹⁶

Em função da importância das conclusões do trabalho, acredito que seria imprescindível que se explicasse melhor se os valores divulgados para os coeficientes referem-se a uma das infinitas soluções ou estimativas a partir de estimadores de funções estimáveis dos parâmetros do modelo. Esta é uma grande deficiência na apresentação deste modelo, por parte do pesquisador, fazendo com que a maioria dos leitores fique pensando que se trata de um modelo de regressão linear múltipla de *rank* completo.

15 Dado o modelo linear $y = XB + E$, onde X é uma matriz de variáveis *dummies*, é de grande interesse que se registre as palavras de Searle sobre as infinitas soluções das equações normais: "In a general discussion of linear models that are not of full rank, it is essential to realize that what is obtained as a solution of the normal equations is just that a solution and *nothing more*. It is misleading and in most cases quite wrong for b^0 to be termed an estimator, particularly an estimator of B . It is true that b^0 is, as should be shown, an estimator of something, but not of B , and indeed the expression it estimates depends entirely upon which generalized inverse of $X'X$ is used in obtaining b^0 ".

16 Mas Langoni parece não perceber isto quando fala em sua defesa: "O que é efetivamente relevante é a significância estatística das variáveis consideradas no modelo e não necessariamente o seu poder de explicação." Vide página 168, em Pesquisa e Planejamento — op. cit.

4 — A Contribuição Marginal da Educação, uma Evidência com Bases Muito Tênues

O propósito desta parte do trabalho é ressaltar que a evidência do aumento da contribuição marginal da educação entre 1960 e 1970 não foi apresentada em bases suficientemente sólidas para daí caracterizar a educação com o fator crucial na determinação do aumento de concentração entre 1960 e 1970. Outro aspecto importante que esta parte pretende ressaltar consiste na possibilidade de que a tênue evidência obtida se deva, em grande parte, à peculiar disponibilidade dos dados de 1960.

Acredito ser mais importante o papel da educação na diferenciação das rendas em 1960 do que em 1970. Isto porque em 1960 o Brasil saía de uma fase de grande desenvolvimento na qual se iniciava a indústria automobilística com toda a sua dinâmica e consequência; além do mais, o sistema educacional melhorou entre 1960 e 1970, podendo hoje oferecer oportunidades educacionais a uma maior parcela da população. Tendo em mente estas assertivas e deixando de lado as questões levantadas sobre a arbitrariedade dos valores dos coeficientes, não é absurdo se admitir que os coeficientes referentes aos vários níveis educacionais para o ano de 1960 pudessem se apresentar maiores do que os mesmos coeficientes para 1970, contrariando assim a evidência empírica encontrada por Langoni.

Antes de prosseguir seria interessante lembrar o modo pelo qual os dados de renda para 1960 diferem dos de 1970. Os dados de renda para 1960 foram obtidos por classes de renda. Para 1970, os dados disponíveis se constituem de informações de renda individual, não apresentando portanto nenhuma limitação para efeito de aplicação do modelo de análise da variância dos logaritmos das rendas. Em 1960 a pergunta foi feita ao indivíduo para que ele indicasse a que classe de renda pertencia. Logo, as únicas informações sobre a renda existente para 1960 são apenas os pontos médios das classes de renda e duas classes que são abertas e a última.¹⁷ É possível, no entanto, estimar-se a renda média para estas classes. Portanto, a informação de renda existente para 1960 se resume em seis pontos médios e duas estimativas das classes de renda. A fim de se obter informações de renda média para grupos de indivíduos de acordo com o nível educacional, idade, sexo, região e setor de atividade, utiliza-se estes 8 (oito) pontos, pois cada indivíduo terá sua renda vinculada a uma das oito classes de renda. Portanto, o resultado da reconstituição das informações para se aplicar o modelo de análise da variância dos logaritmos das rendas para o ano de 1960 devem ser médias dos pontos médios das classes de renda.¹⁸

Tendo em vista essas observações sobre os dados, pode-se concluir definitivamente que a variância dos dados de 1960 está subestimada, pelo simples fato de que a variância dos dados agrupados é sempre menor que a variância dos dados individuais. Portanto, as evidências de aumento de contribuição marginal da educação e do maior impacto

17 O correto seria dizer que a única informação sobre a renda são os limites dos intervalos de classe (com exceção da primeira e última classe), pois os pontos médios são utilizados pelo princípio de *insufficient reason*.

18 A possibilidade de se obter as informações de renda média para grupos de indivíduos de acordo com o nível educacional, idade, sexo, região e setor de atividade, a partir das informações correspondentes para 1970, foi excluída porque julgamos tal alternativa inadequada nestas circunstâncias. Ou seja, quando se pretende comparar as contribuições marginais das variáveis nos dois anos (1960 e 1970) não se deve atribuir aos dados de 1960 nenhuma característica que seja dos dados de 1970, a fim de se evitar uma possível interferência pessoal nas evidências obtidas.

entre 1960 e 1970 devem ser encaradas com certa reserva, já que podem ter sido obtidas em função da existência desta fonte de subestimação da variância dos dados de renda em 1960.¹⁹

Outro fato vem de encontro à afirmação feita no início de que os coeficientes para 1960 poderiam ser maiores, caso os dados individuais se fizerem disponíveis. Tal fato se faz presente através das informações contidas na tabela 5.1, que reproduzimos parcialmente, a fim de melhor argumentação. Observa-se que os coeficientes dos dados individuais para 1970 são, em geral, superiores aos mesmos coeficientes com dados agrupados para 1970. Dos 20 coeficientes apresentados na tabela 5.1, referentes aos dados com informações individuais, 15 são superiores aos mesmos coeficientes correspondentes aos dados agrupados. Este fato ressalta que após o agrupamento dos dados de 1970 os valores dos coeficientes de regressão apresentaram reduzida magnitude. E no caso especial que ora discutimos, o da educação, todos os coeficientes obtidos com as informações individuais são maiores que os coeficientes obtidos com os dados agrupados (vide quadros 1 e 2).²⁰

Deve-se lembrar que os dados de renda para 1960 são dados agrupados e que, portanto, apresentam uma variância total subestimada e, além disso, os valores dos coeficientes de regressão para 1960, a exemplo do que se verifica para 1970, podem estar com suas magnitudes reduzidas. Estes fatos mostram que as informações de renda para 1960 não apresentam condições satisfatórias para a obtenção de informações quantitativas relevantes para uma comparação definitiva entre 1960 e 1970, no que se refere à situação da distribuição de renda do Brasil. Nestas circunstâncias é preciso cautela na aceitação das evidências sobre o aumento de contribuição marginal da variável educação, e de maior impacto de determinadas variáveis quando se compara os dois anos em questão.

Quando propomos a evidência do aumento da contribuição marginal da educação entre 1960 e 1970 não tendo sido apresentada em bases suficientemente sólidas, tomamos por base a argumentação de Langoni, que parece indicar a confirmação ou relevância deste aumento unicamente quando se usa a contribuição marginal com base nos dados agrupados para 1970. Julgamos que o maior $\bar{R}^2$ tenha sido a razão para se apresentar as evidências do aumento da contribuição marginal da variável educação só com dados agrupados, visto que os dados individuais de 1970 fornecem um $R^2 = 51,20\%$, enquanto que os dados agrupados permitem um $R^2 = 59,28\%$. A diferença entre os dois totaliza 8,08%, diferença esta que tão logo diminuída da contribuição marginal da educação na tabela 5.2 roubar-lhe-ia um importante trunfo da pesquisa, que consiste no aumento da contribuição marginal da educação entre 1960 e 1970 da ordem de 33,19%, conforme o quadro reproduzido parcialmente (vide quadro 3).

Outrossim, ainda que a diferença não seja totalmente diminuída da contribuição da variável educação, pode-se admitir que poderia diminuir de maneira tal que em lugar de se observar um aumento na

19 Não há dúvida sobre este fato, visto que é sabido que dada uma variável aleatória X , cuja distribuição apresenta uma variância p^2 , a distribuição das médias das amostras retiradas de tal distribuição apresentará uma variância p^2/N . Apesar deste fato por si só denunciar que a variância das rendas em 1960 está subestimada, a disponibilidade das informações em classes de renda também faz reduzir a variância. É fato notório de que a variância total é o resultado da soma da variância entre classes mais a variância dentro de cada classe. Sendo assim, em 1960 estaríamos considerando somente a variância entre as classes.

20 É preciso ter em mente que não estamos sugerindo que os valores dos coeficientes sejam viesados pelo simples fato de se agrupar os dados.

QUADRO 1

Coefficiente das Regressões Para 1970

N.º	INDIVIDUAIS	GRUPADOS	VARIAÇÃO
1	0,17	0,16	—
2	0,25	0,24	—
3	0,02	0,05	+
4	— 0,26	— 0,22	—
5	— 0,38	— 0,32	—
6	— 0,47	0,51	+
7	0,44	0,49	+
8	0,34	0,32	—
9	0,89	0,84	—
10	1,34	1,28	—
11	2,03	2,01	—
12	— 0,98	— 0,72	—
13	— 0,57	— 0,56	—
14	— 0,21	— 0,23	+
15	— 0,01	— 0,04	+
16	0,14	0,10	—
17	0,25	0,21	—
18	0,22	0,18	—
19	0,13	0,10	—
20	0,66	0,57	—

FONTE: Tabela 5.1 Langoni, página 109 op. cit.

QUADRO 2

Coefficientes da Variável Educação — 1970

NÍVEIS DE EDUCAÇÃO	INDIVIDUAIS	GRUPADOS
E ₂	0,34	0,32
E ₃	0,89	0,84
E ₄	1,34	1,28
E ₅	2,03	2,01

FONTE: Tabela 5.1 — Langoni, página 109 op. cit.

contribuição marginal da educação poder-se-ia constatar uma diminuição. Para tanto não seria necessário que a contribuição marginal da educação com os dados individuais (não agrupados) para 1970 diminuísse do total 8,08%, bastaria que diminuísse somente um pouco mais de 5,45%, que constitui a diferença entre a contribuição marginal referente aos dados agrupados de 1970 e a contribuição marginal referente aos dados de 1960 agrupados.

Com base nestes fatos, a evidência de se ter realmente verificado um aumento na contribuição marginal da educação entre 1960 e 1970 deveria ser ratificada pelas informações sobre a contribuição marginal da educação, quando se leva em consideração os dados individuais de renda (não agrupados) de 1970. Como se trata de uma evidência crucial, seria cientificamente louvável que se desse a público tal informação. Além do mais, esta divulgação provavelmente mostraria que, apesar de um menor R^2 obtido com os dados individuais (sem agrupar), a

QUADRO 3

Contribuição Marginal de Educação

VARIÁVEL	1960 CONTRI- BUIÇÃO MARGINAL (Agrupado)	1970 CONTRI- BUIÇÃO MARGINAL (Agrupado)	1970 CONTRI- BUIÇÃO MARGINAL (Individual)	DIFE- RENÇAS	AUMENTO DA CONTRI- BUIÇÃO MARGINAL PARA
Educação	9,98	15,43	?	5,45	33,19
Total	32,41	37,62	?	—	—
R ²	50,74	59,28	51,20	8,08	—
Multicolinearidade	18,33	21,66	?	—	—
Varição por Explicar	67,59	62,37	?	—	—

FONTE: Tabela 5.2 e 5.1 Langoni
op. cit.

educação continuaria apresentando uma taxa de crescimento relativamente grande. Caso contrário, confirmar-se-ia a não relevância da evidência divulgada, a qual estaria condicionada ao agrupamento dos dados de 1970, situação em que realmente se consolidaria a falta de base sólida para a apresentação da educação com a vedete das variáveis utilizadas no modelo, em virtude de seu tão desconcertante aumento de contribuição marginal entre 1960 e 1970.

Ainda que a divulgação do valor da contribuição marginal da variável educação para 1970 (com dados individuais) venha sanar as dúvidas levantadas a respeito do aumento da contribuição marginal da educação, ou se esquecermos por um momento estes problemas mesmo assim acreditamos que não se deveria impressionar com o fato de que a variável educação tenha apresentado uma maior contribuição marginal. Num país onde a possibilidade de diferenciar a renda dos indivíduos através do grau educacional é muito ampla, certamente não significaria muito o fato de que dos 100% de variação dos logaritmos da renda, em 1970 e 1960, somente 15,43% e 10%, respectivamente, sejam devidos à variável educação. Além disso, a variação total explicada, descontada a multicolinearidade, é de 32,41% para 1960, 37,62% para 1970 com os dados agrupados, conforme o quadro 3, onde também não se constata esta informação para 1970 com dados individuais de renda.

É necessário também não esquecer que 67,59% para 1960 e 62,38% para 1970, das variações dos logaritmos das rendas continuam sem uma explicação plausível dentro do modelo utilizado. Julgamos que o autor não pensa que toda esta parcela da variação seja devida a perturbações aleatórias. Apesar de um R² pequeno não ser razão suficiente para abalar as evidências referentes ao papel da educação na diferenciação das rendas individuais, tal fato, no entanto, não deve servir de motivo para não se dar a devida importância aos 67,59% e 62,38% das variações que ficaram sem explicações e apresentar a educação como a grande vedete para a solução dos problemas de desigualdade de renda no Brasil.²¹

21 Tal qualificação a respeito do R² só pode ser feita quando temos todas hipóteses do modelo utilizado especificados e os dados adequados. Pois para se aceitar um R² relativamente baixo é necessário testá-lo se não difere significativamente de 0 e isto só é possível quando se admite a hipótese de normalidade do termo E_n, omissão já apontada no início do trabalho. Pode-se investigar com mais detalhe a distribuição de E_n, com o objetivo de se fazer uso das propriedades de robustez dos testes t e F, mas as informações contidas no capítulo 5 não são suficientes para demonstrar tal preocupação por parte do autor.

A identificação de fontes de subestimação da variância dos dados de renda para 1960, o problema da evidência de acréscimo da contribuição marginal da educação entre 1960 e 1970 ter sido divulgada só com os dados agrupados (para o caso do Brasil), a existência de uma grande parcela da variação não explicada pelo modelo, são fatos suficientes para justificar que as evidências sobre o verdadeiro impacto das variáveis e sobre o acréscimo da contribuição marginal da educação entre 1960 e 1970 não estão solidamente assentadas.

5 — Conclusões

Certamente existem outros problemas no trabalho de Langoni além daqueles aqui discutidos, visto que nos concentramos apenas no capítulo 5. Eles exigem novos ensaios e seguramente serão mostrados em outros trabalhos. Entre os problemas mais importantes destaco: o fato de admitir a variável educação como uma variável independente; a pouca importância dada ao papel da política salarial no processo de concentração que se verificou entre 1960 e 1970; o uso da teoria do capital humano para o tipo de renda individual divulgada pelo Censo; omissão sobre o papel da política de crescimento econômico voltada para o exterior no aumento de concentração verificado; o excessivo uso de raciocínios que implicam em hipóteses de concorrência perfeita. Muitos desses problemas constituem omissões e poderão futuramente ser estudados.

Na primeira parte concluiu-se que, teoricamente, os coeficientes obtidos devem apresentar viés, em virtude de omissões de variáveis. Em seguida tenta-se mostrar certas peculiaridades do tipo de modelo usado, no qual a matriz $X'X$ é singular; com a eliminação da singularidade desta matriz, através da escolha de B_0 introduz-se um elemento de arbitrariedade, ou seja o valor dos coeficientes dependeriam da escolha de B_0 . Finalmente, mesmo omitindo-se os problemas apontados nas duas primeiras partes, procura-se mostrar quão tênues são as evidências empíricas do maior impacto e aumento da contribuição marginal da educação entre 1960 e 1970, quando se examina com mais detalhe os dados utilizados e a maneira pela qual as evidências foram apresentadas.

Gostaria de lembrar ao Langoni, aos que leram seu livro e aos que não leram e no entanto tomam como verdadeiras suas conclusões sobre o papel da educação na diferenciação das rendas, como são tênues as evidências, como é relativa a importância da educação, como é preciso procurar entender melhor o processo de diferenciação das rendas no Brasil, antes de apresentar a educação como a principal variável para explicar o aumento de concentração entre 1960 e 1970, antes de se condicionar as soluções dos problemas de desigualdade às soluções dos problemas educacionais.

Julgamos ainda que uma ênfase muito grande ao papel da educação, apesar das evidências não serem convincentes, como se tentou mostrar neste ensaio, pode ser altamente nociva para a discussão séria e sem ideologia dos problemas de distribuição de renda. Não há dúvida de que, com a aceitação da educação como o fator mais relevante na diferenciação das rendas individuais, esvazia-se parcialmente a discussão a respeito da distribuição de renda, já que os problemas educacionais, na sua maioria, só podem ser solucionados a longo prazo, adiando, assim, discussões de soluções mais realísticas e humanas para os problemas de desigualdades de renda.

BIBLIOGRAFIA

1. LANGONI, Carlos G. — *Distribuição da Renda e Desenvolvimento Econômico do Brasil*, editora Expressão e Cultura, julho de 1973.
2. ———— “Distribuição da Renda e Desenvolvimento Econômico do Brasil”, revista *Estudos Econômicos*, n.º 5, 1972, IPE-USP.
3. HILL, H. P. — “An analysis of the distribution of wages and salaries in Great Britain” *Econometrica*, vol. 27, julho 1959.
4. KEMPTHORNE, Oscar — *The Design and Analysis of Experiments*, New York, John Wiley & Sons. Inc. 1952.
5. SPRENT, Peter — *Models in Regression and Related Topics*, Methuen & Co. Ltd., 1969.
6. JOHNSTON, J. — *Econometric Methods*, 2.^a edição, MacGraw-Hill Book Company, New York, 1972.
7. HOFFMAN, R — “Contribuição à análise da Distribuição da renda e da posse da terra no Brasil”, 1971, tese de livre docência, Eça-Luiz de Queiroz, Piracicaba, não publicado.
8. DUARTE, João C. — “Aspectos da Distribuição de Renda no Brasil em 1970”, 1972, tese de mestrado, Eça-Luiz de Queiroz, Piracicaba, não publicado.
9. FISHLOW, Albert — “Brazilian size distribution of income”, *American Economic Review*, maio de 1972.
10. COSTA, Ramonaval A — “Reflexões a respeito do trabalho de Langoni sobre distribuição de renda no Brasil”, maio de 1973, não publicado.
11. SEARLE, S. R. — *Linear Models*, John Wiley & Sons Inc. New York London Sidney — Toronto. Chapter 9. page 135.

A propósito de um modelo de ocupação racional da Amazônia

BERTHA K. BECKER

Inst. Geociências, U.F.R.J. CNPq

1 — Introdução

A análise da forma com que se vem processando a integração da Amazônia (Becker, 1974) trouxe à tona, agudamente, a necessidade e a responsabilidade de um esforço conjunto para uma definição da ocupação adequada à região.

Durante séculos, em virtude de fatores histórico-econômicos, bem como de fatores geográficos decorrentes de sua extensão e posição, a Amazônia permaneceu à margem dos estímulos que impulsionaram o povoamento estável do território. O crescimento econômico e demográfico do país, colocando a região sob novas perspectivas vem, finalmente, induzindo a sua articulação à economia espacial e a sua ocupação.

Correspondendo praticamente à metade do território nacional, a Amazônia é a natural área de expansão do ecúmeno brasileiro; sua valorização adequada, significando a utilização plena dos recursos do território, é essencial para tirar partido das dimensões continentais do País, que constituem, sem dúvida, fundamento primordial de sua capacidade econômica e política. A importância de sua valorização transcende ainda o âmbito nacional e mesmo continental: dado a sua extensão, é elemento decisivo frente aos problemas da qualidade da vida e da preservação do meio-ambiente com que se depara o mundo contemporâneo.

O atual processo de integração regional, contudo, calcado na implantação de rodovias, nos incentivos fiscais e na colonização dirigida e espontânea, vem assumindo forma desordenada, causando sérias preocupações quanto à preservação de tão extenso e valioso patrimônio.

É natural, portanto, que as metas nacionais incluam os anseios e a necessidade de criar um modelo de desenvolvimento adaptado às

condições amazônicas, uma nova forma de conquista dos trópicos que permita vida harmoniosa com o meio-ambiente, passível de ser aplicada a toda a Amazônia brasileira e mesmo sul-americana.

Não se trata, assim, da simples ocupação do território, embora esta constitua uma prioridade política, e sim de uma ocupação *racional* do território, difícil de ser concebida devido ao desconhecimento da área e à ausência de um *know-how* para outras regiões equatoriais do Globo nessa escala, mas que, por isso mesmo, cumpre ser definida.

Nestas páginas apontam-se alguns elementos que, após a referida análise, foram considerados cruciais para o desenvolvimento da região; não se pretende uma proposição detalhada e final, mas tão somente estimular uma discussão que possa contribuir para a solução do problema.

2 — Objetivos Esperados e Experiência Observada

A concepção de um modelo de desenvolvimento racional tem um sentido geopolítico amplo, que implica em dois objetivos fundamentais: a) a exploração conservacionista dos recursos, com preservação do equilíbrio ecológico; b) o lançamento das bases para um crescimento auto-sustentado, implicando em povoamento permanente e integração à economia nacional.

A preservação do equilíbrio ecológico não significa impossibilidade de exploração das potencialidades regionais, mas sim a busca das formas de utilização da terra que, embora forçosamente introduzindo modificações no ecossistema, reduzam ao mínimo os riscos decorrentes dessa modificação. Ora, um ecossistema é um conjunto que abrange populações de organismos vivos e um complexo de fatores ambientais, em que os organismos interagem entre si e em que existem efeitos recíprocos entre o ambiente e as populações, de tal sorte que a interferência em um de seus elementos tem repercussões sobre o funcionamento do conjunto.

No ecossistema amazônico o elemento dominante é a floresta, e é por demais sabido que a remoção do manto florestal implica em fortes mudanças no funcionamento do ecossistema; pode acarretar não só a perda em si das espécies vegetais como a remoção da matéria orgânica, a lixiviação e erosão dos solos, cujos detritos, carregados para os rios, podem favorecer inundações desastrosas, acentuadas pela dificuldade de infiltração da água no solo.

Por essa razão, é vital a identificação das alternativas de utilização da terra mais aptas à preservação do equilíbrio ambiental.

Quanto ao segundo objetivo, a teoria contemporânea do crescimento regional estabelece que regiões remotas, despovoadas, dotadas de recursos naturais valiosos — as fronteiras de recursos — têm seu processo de crescimento desencadeado por impulsos externos, representados pela forte demanda de recursos naturais com a correspondente inversão em infra-estrutura, capital e instituições para sua exploração. O desenvolvimento regional se efetuará se houver internalização dos fatores econômicos externos, de modo a criar uma base econômica diversificada, o que exige: a) a formação de um mercado interno (retenção de salários e dimensão mínima crítica da população) e conseqüente implantação de atividades residenciais; b) a formação de uma infra-estrutura psicossocial, liderança identificada com a região e capaz de pressionar por sua integração interna e por um grau mínimo de autonomia regional.

A distância em que essas regiões se encontram dos focos de povoamento sugere que seu desenvolvimento seja apoiado numa cidade, ponta de lança da civilização que transforma o sertão em ambiente adequado à ocupação permanente.

Se os impulsos externos não são efetivos, a região se desenvolverá muito lentamente; na ausência da diversificação da base econômica e de um povoamento estável alcança apenas o crescimento tributário, a maioria dos benefícios de seu crescimento sendo filtrados para o exterior, o que a mantém em estado de dependência quase colonial; se, finalmente, um sistema urbano não se elabora, o espaço regional não se integra, persistindo uma dualidade social e econômica que dificulta o desenvolvimento regional e o próprio desenvolvimento nacional.

No caso da Amazônia sul-americana, vem ela sendo percebida como fronteira de recursos em função de objetivos políticos a curto prazo e econômicos a longo prazo. Assim, a ocupação tem precedido a forte demanda de recursos, e os impulsos externos limitam-se à abertura de rodovias, associada, por vezes, a estímulos para a ocupação. Dado a fraca intensidade dos impulsos externos, o crescimento regional passa a apoiar-se na colonização espontânea.

Na maioria dos casos, comuns a vários países latino-americanos, a estratégia de ocupação do espaço pela simples implantação rodoviária tem sido antieconômica, quando não se descobrem recursos naturais importantes. A estrada é apenas um fator permissivo para o desenvolvimento e não um fator determinante; necessário seria que fosse acompanhada de um planejamento global para estimular e apoiar a implantação de atividades criativas. Registra-se, assim, apenas um certo crescimento agropecuário que acarreta a destruição dos recursos naturais, representando um grande ônus público. Faltam-lhe as bases urbanas, as linhas internas de transporte e comunicação, a extensão de serviços sociais e administrativos básicos às novas comunidades, e a regularização da posse adequada da terra.

A Amazônia brasileira não tem fugido muito a essa regra. Ao intenso apelo de integração promovido pelo Governo federal, os empresários têm respondido apenas moderadamente, a maior resposta sendo a da força de trabalho, representada pela migração espontânea ou dirigida da população móvel de meeiros, assalariados e pequenos proprietários rurais. Esta população, contudo, não tem tido, via de regra, condições de se fixar em bases permanentes na região. Dado o desconhecimento das condições naturais, a ausência ou dificuldade de acesso a mercados, a falta de armazenamento e de assistência técnica e financeira, em pouco tempo se torna incapaz de se manter em suas posses, voltando a migrar; assim, constitui-se, na verdade, como força de trabalho para a abertura das matas de terras logo adquiridas pelos grandes proprietários. Estes, após a retirada de algumas espécies madeiras valiosas, e a queimada impiedosa da mata, têm destinado suas terras a pastagens, não se sabendo ainda os efeitos dessa atuação sobre o equilíbrio ecológico.

Tal processo apresenta restrições ao crescimento auto-sustentado da região, uma vez que os impulsos externos são de fraca intensidade e além disso não conduzem à criação de forças internas; estas são ainda reduzidas pela forma de penetração da sociedade moderna que, causando grande impacto na sociedade local, não valoriza os seus recursos, pelo contrário, anula-os, quer no sentido ecológico quer no econômico, social e político. Tal forma de atuação conflitua com os objetivos políticos da integração e desenvolvimento nacional, representando desperdício de recursos e favorecendo a formação de tensão social.

3 — Conclusões e Proposições Preliminares

Do acima exposto, várias conclusões podem ser estabelecidas. Em primeiro lugar verifica-se a necessidade premente de *amplo programa de investigação científica* e de coordenação das pesquisas já em andamento, com vistas à *identificação da real vocação regional*. Regiões trópicas e equatoriais têm sido alvo de avaliações ufanistas ou derrotistas quanto à sua dotação de recursos, ambas carecendo de objetividade. Se, na verdade, apresentam certas limitações, certamente não de oferecer potencialidades ainda não reconhecidas, uma vez que têm sido geralmente analisadas sob parâmetros de regiões temperadas, dotadas de ecologia, cultura e tecnologia diversas. Seria, assim, importante identificar não só a sua vocação como as técnicas mais adequadas para desenvolver suas potencialidades antes de se cogitar da introdução de produtos a ela estranhos, cujas conseqüências sobre a alteração do ambiente são ainda desconhecidas. Ressalte-se que para a Amazônia não podem ser generalizados os resultados da investigação, sendo necessário considerar as variações regionais existentes.

Um segundo ponto fundamental diz respeito à *percepção do ambiente pelas populações locais*. Longe de ser anulada, deve ela se constituir como ensinamento precioso para a valorização da região, alimentando gradativamente o povoamento racional permanente do território. A cultura nativa — índios e caboclos — representa ensinamento da experiência secular de adaptação dessas populações ao ambiente, e seu aprendizado permitirá prepará-la para melhor enfrentar o impacto da modernização que a ameaça de extinção. Plantas e animais nativos passíveis de utilização como alimento e/ou industrialização, flora medicinal, condições de alimentação relacionadas com produtividade de trabalho, formas de organização comunitária, etc., são algumas das muitas contribuições que a população nativa pode oferecer para a moderna conquista da Amazônia, sua pesquisa constituindo talvez a maior contribuição que o Brasil poderia oferecer à ocupação das regiões equatoriais.

Tal investigação e aprendizados sofrem restrições de tempo impostas pelo avanço da frente de povoamento, demandando solução que ofereça alternativa de exploração econômica a curto prazo, satisfatórias tanto para o empresariado como para a meta preservacionista. Do que se depreende da teoria do desenvolvimento regional e da forma pela qual se vem fazendo a integração da área, um terceiro ponto importante se delineia: sua ocupação mais eficiente se processaria, inicialmente, *mediante o reforço dos impulsos externos* do desenvolvimento. Estes são representados por investimentos em grande escala para exploração racional de recursos valiosos, e não com o usual processo predatório de colonização agrícola.

Ao que tudo indica, portanto, a concepção de um modelo de ocupação racional da Amazônia implicaria no desenvolvimento de uma *tecnologia nacional* capaz de *integrar* os modos eficientes de exploração da sociedade moderna extra-regional com os modos de exploração primitivos, mas profundamente adaptados ao ambiente, utilizados pelas populações locais, que constituem patrimônio cultural que cumpre preservar e utilizar.

Tal modelo, a partir da teoria existente e da realidade observada, seria uma versão adaptada da “base de exportação”, útil para o desen-

volvimento das fronteiras de recursos, mas incorporando as características específicas do País e da região. Implicaria ele:

1 — na exploração racional em grande escala de recursos regionais já comprovados e valorizados no mercado interno e/ou externo. A pesquisa de mercado é fundamental para indicar os recursos a serem explorados que, em função do potencial e acessibilidade das diferentes áreas, poderão variar — castanha, borracha, guaraná, madeira, minério, etc. A presença de grandes empreendimentos não significa o uso imediatista de recursos e a simples transferência da tecnologia de domínios, ecológico e culturalmente diversos. Trata-se de uma exploração de vários recursos, que alterem o mínimo o ecossistema, programada no tempo e no espaço, o que vale dizer limitada a certos montantes anuais e a certas áreas mais propícias e sujeita a exigências de restauração no caso de recursos renováveis (plantas, fauna, solos);

2 — na utilização racional dos rios como meio de circulação das exportações e importações, com vistas não só ao aproveitamento do potencial natural da região como a evitar a invasão inadequada das terras;

3 — na implantação de uma base logística de apoio à exploração, apta a se desenvolver progressivamente como base urbana para o processamento da matéria-prima à organização do espaço regional. Situada junto aos rios, seriam os centros de convergência de transportes terrestres a serem implantados em oportunidade adequada, tirando partido de tal vantagem locacional para seu crescimento;

4 — no gradativo beneficiamento e industrialização das matérias-primas que, gerando efeitos para trás (*backward linkages*), estimulam a implantação de atividades diversificadas, assim tornando a região capaz de atrair e de absorver em bases estáveis a população;

5 — na organização, paralelamente, de grandes propriedades comunitárias, com uma direção central, com vistas a absorver a migração espontânea para a região, e à produção de alimentos para a nova base urbana em elaboração. Essa organização, obviamente localizada em terras aptas a sustentar a atividade agrícola, seria calcada não só na produção de alimentos para o mercado local como em pelo menos uma lavoura comercial, de modo a oferecer um padrão de vida digno à população;

6 — na organização de um mecanismo inovador para defesa da região contra a invasão desordenada das terras e sua exploração inadequada. Para fiscalizar essa defesa poderiam ser integradas formas das mais modernas como o Radam, e formas adequadas à região como destacamentos que utilizassem os rios para circulação;

7 — Tal forma de ocupação, mais compatível com a escala da região, apresenta a vantagem de dar tempo útil para que se proceda, paralelamente, a pesquisa para maior conhecimento da região, incluindo o aprendizado com a população nativa que deverá ser fundamental para nortear a descoberta de novos recursos regionais e da tecnologia adequada à sua exploração.

A ocupação da Amazônia mediante a integração de formas modernas e primitivas de exploração poderia lançar as bases para o desenvolvimento de uma tecnologia amazônica nacional que, pela dimensão da área, é de fundamental importância, como já frisado, não só para o Brasil como para todo o globo terrestre, em termos de preservação do ambiente para gerações atuais e futuras.

Ficam, assim, registradas essas proposições iniciais à espera de um diálogo.

Representação Gráfica de uma Matriz de Distâncias Sociais*

C. ERNESTO S. LINDGREN E CARL STEINITZ

INTRODUÇÃO

 O algoritmo sugerido neste trabalho se propõe solucionar um problema típico em desenho urbano — a alocação de um conjunto de espaços funcionais, com demandas locais, relativos uns aos outros. O problema é análogo ao de localizar entre um conjunto de estruturas existentes, como por exemplo em um complexo universitário, um novo pavilhão de ciências, um dormitório para alunos, um ginásio, uma piscina etc. Uma solução que se poderia adotar é a de recortar retângulos de papel colorido representando o espaço funcional em questão e procurar ajustá-los ao espaço físico disponível.

O problema é definido como se segue e leva em consideração os seguintes pressupostos:

1. Os espaços funcionais são entidades mutuamente exclusivas;
2. É feita uma distinção entre espaços funcionais “fixos” (aqueles que já existem em espaço bi ou tridimensional e assumidos assim permaneceram) e os espaços funcionais “flutuantes” (os novos espaços funcionais cujas localizações são as variáveis na solução);

* Transbordo de edição mimeografada da COPPE (UFRJ) (maio/75). O texto foi publicado originalmente em decorrência do convênio entre a COPPE, o Ministério do Interior e a Secretaria de Planejamento da Presidência da República que financia o Programa de Planejamento Urbano e Regional.

Tradução de C. ERNESTO S. LINDGREN, professor titular do Curso de Planejamento Urbano e Regional (COPPE/UFRJ). Título do original: “Graphical Representation of a Matrix with Applications in Spatial Location”, por C. Ernesto S. Lindgren e Carl Steinitz, Center for Environmental Studies, Graduate School of Design, Harvard University. Harvard Papers in Theoretical Geography, “Geography and the Properties of Surfaces” Series, Paper Number Thirty-Three, 30 de outubro de 1969, Thirty Third Technical Report-Office of Naval Research — Contract N.º 00014-67 A-0298.

3. As inter-relações entre espaços fixos e flutuantes são expressas em uma única matriz numérica, representando as "distâncias sociais" entre os espaços. Entende-se por "distância social" um valor numérico que leva em consideração um conjunto de características mensuráveis em cada espaço, fixo ou flutuante;

4. A matriz acima mencionada pode servir de base para a avaliação de quaisquer outras soluções alternativas, independentemente de como estas tenham sido propostas;

5. Uma solução "ótima", necessariamente, envolve concessões. O projetista deve compreender as vantagens e as desvantagens das estratégias de concessões a ele disponíveis. Estas, por sua vez, são função da geometria N-dimensional que deve ser utilizada no processo de solução. Se todos os espaços são flutuantes, como seria no caso de um inteiramente novo complexo de edificações, sem a presença de restrições locais, a solução ainda assim envolve a seleção de estratégias de concessões, que podem ser, entretanto, expressas em (N-1) dimensões. A melhor solução é aquela que, quando projetada em duas ou três dimensões, produz um desvio mínimo da matriz de entrada inicial. Se, entretanto, alguns espaços são fixos, é necessário que o colapso do espaço de (N-1) dimensões aloca estes pontos fixos na sua posição original. Uma combinação de espaços fixos e flutuantes é tomada como o caso geral do problema;

6. O algoritmo consiste na representação gráfica da matriz de distâncias sociais;

7. Um espaço funcional é representado pelo elemento geométrico, ponto, e sua coordenação é feita em espaço euclidiano. Refere-se, portanto, a "pontos fixos" e a "pontos flutuantes";

8. A representação gráfica da matriz, expressando as inter-relações entre pontos fixos e pontos flutuantes, serve como um passo em direção a um processo de otimização da matriz. Vários pressupostos e decisões devem ser feitos e tomados pelo projetista com relação ao colapso do espaço multidimensional, onde os pontos são relacionados, sobre o espaço definido pelos pontos fixos;

9. Porque várias alternativas se apresentam, parece razoável não levar em consideração a verdadeira dimensionalidade do espaço geométrico requerido e combinar os pontos fixos (usualmente definindo um espaço bidimensional) com dois dos K pontos flutuantes. Assim, operar-se-á sempre em um espaço tetradimensional. Utilizando este procedimento, uma sequência de otimização de matrizes pode ser postulada;

10. Sob estas condições, o processamento eletrônico do algoritmo seria simplificado. Outra vantagem seria a possibilidade de mudar o método de obter o colapso dos pontos flutuantes (localizados em espaço tetradimensional) sobre o plano dos pontos fixos. Colapso, neste caso, trata-se simplesmente da projeção de pontos em espaço tetradimensional (4-D) sobre um plano fixo (bidimensional ou espaço 2-D). Como a direção da projeção pode variar de 0° a 90° , assumindo projeção cilíndrica, a otimização torna-se uma ferramenta efetiva, ao contrário das condições não controláveis de processo randômico.

O trabalho está dividido em cinco partes. A *Primeira Parte* trata da questão da dimensionalidade do espaço geométrico em que se representam os pontos fixos e flutuantes. A *Segunda Parte* introduz brevemente as considerações básicas de um método geométrico de representação gráfica de formas geométricas, em espaço tetradimensional. Este

método é, entretanto, considerado como conhecido e disponível para utilização, em vista de terem Lindgren e Slaby (1968) e Lindgren (1964a, 1964b, 1964c, 1964d, 1965a, 1965b, 1965c, 1965d, 1965e, 1965f, 1965g, 1965h, 1965i) discutido em detalhe, em trabalhos publicados, as considerações teóricas para a geometria descritiva tetradimensional. Sem restrições, fazemos uso da metodologia apresentada na referida bibliografia. A *Terceira Parte* trata da conceituação de distância social e dos efeitos que tem em problemas de localização espacial. Mostra-se, em seguida, a organização da matriz de distância, cuja representação gráfica é obtida utilizando-se a metodologia indicada na *Segunda Parte* do trabalho. A *Quarta Parte* contém uma descrição do algoritmo propriamente dito, introduzindo-se um exemplo ilustrativo. Finalmente, na *Quinta Parte* tecem-se considerações gerais sobre outras aplicações do algoritmo proposto neste trabalho.

PRIMEIRA PARTE

0 Problema da Dimensionalidade

Dada uma matriz ($n \times n$) cujos elementos expressam "distância" entre n pontos ou elementos, necessitamos de um método geométrico de representação em um espaço de $(n - 1)$ dimensões se, para uma combinação de quaisquer três elementos i, j, k , na matriz, a condição abaixo for satisfeita,

$$L_i + L_j > L_k \text{ para } i = 1, n; j = 1, n; k = 1, n; i \neq j \neq k$$

assumindo-se que um quarto elemento p não pertence ao plano definido pelos elementos i, j e k , ou, geralmente, que um elemento qualquer não pertence ao espaço dos demais $(n - 1)$ elementos.

Caso a condição acima não seja satisfeita em uma qualquer triada de pontos, a dimensionalidade do espaço será reduzida de uma dimensão. Entretanto, se duas, três ou K triada de pontos não satisfazem a condição, tal não implica numa redução da dimensionalidade do espaço de duas, três ou K dimensões. A dimensionalidade do espaço é função do número de pontos que determinam triadas, satisfazendo a condição menos um.

Assim, seja T o número total de triadas e K o número de triadas que não satisfazem a condição. O número de triadas satisfazendo a condição é $S = T - K$. O número total de triadas S é dado por

$$S = C_m^3 = \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}$$

onde m é o número de pontos, sendo $(m - 1)$ a dimensionalidade do espaço. Naturalmente,

$$T = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$$

A dimensionalidade do espaço pode ser, e usualmente o é, reduzida, levando-se em consideração que alguns elementos na matriz expressam relações entre pontos que são considerados fixos durante qualquer trans-

formação da matriz. Por exemplo, se tais elementos são distâncias entre edificações ou objetos existentes, estas distâncias permanecem constantes. Em consequência, a dimensionalidade do espaço e da geometria euclidiana correspondente pode ser reduzida de um valor igual ao número de elementos fixos na matriz.

Seja então $(n \times n)$ a matriz de distâncias entre n elementos, f o número de elementos fixos, originando assim uma matriz de distâncias $(f \times f)$, g o número de elementos flutuantes, originando uma matriz de distâncias $(g \times g)$. Então, $f + g = n$.

Podemos assumir que os f pontos fixos pertencem a um único plano e, assim, a dimensionalidade, acima de três, do espaço e da geometria é estimada em função de g . Se a matriz é $(g \times g)$, o espaço requerido e a geometria euclidiana correspondente é g -dimensional. As relações envolvendo as triadas de pontos são analisadas nesta matriz $(g \times g)$ e qualquer redução da dimensionalidade do espaço e da geometria é estimada determinando-se o número de triadas que não satisfazem a condição estabelecida.

$$T_g = C_g^3 = \frac{g(g-1)(g-2)}{3!}$$

é o número total de triadas envolvendo g pontos. Se K_g é o número de triadas que não satisfazem a condição, $S_g = (T_g - K_g)$, onde S_g é o número de triadas satisfazendo a condição. A dimensionalidade do espaço e da geometria é $(r-1)$, onde r é estimado a partir de

$$S_g = \frac{r(r-1)(r-2)}{3!}$$

Evidentemente, nenhuma redução da dimensionalidade pode ser feita através de uma investigação das relações entre os pontos fixos. Considera-se que estes pontos pertencem a um plano, ou por eles determinado ou simplesmente assumindo a existência de um plano para o caso em que os elementos existentes sejam colineares.

SEGUNDA PARTE

Um Método de Representação Gráfica de Formas Geométricas Tetradimensionais

Lindgren e Slaby (1968) e Lindgren (1964a, b, c, d, 1965a, b, c, d, e, f, g, h, i) discutem em detalhe os chamados métodos "tipo mongeano" e "direto" para a geometria descritiva tetradimensional. Sumariamos aqui os principais pressupostos do método tipo mongeano e as principais relações espaciais entre formas geométricas tetradimensionais, apontando como as mesmas se representam em épura. Certamente um método de geometria descritiva tetradimensional fundamenta-se nos conceitos da geometria sintética tetradimensional e, assim, iniciamos a discussão com uma breve introdução às relações sintéticas.

Para facilitar o acompanhamento da apresentação, adiantamos que utilizamos o seguinte glossário de símbolos e abreviações.

Abreviações:

3 — D: espaço euclidiano tridimensional.

4 — D: espaço euclidiano tetradimensional.

Glossário*:

letra minúscula, entre parêntesis, identifica um ponto: pontos (a), (b), (c) etc.;

letra maiúscula, entre parêntesis, identifica uma reta: retas (A), (B), (C) etc.;

letra minúscula grega, sem parêntesis, identifica um plano: π , θ , η , μ , α , β , γ , δ , etc.;

letra minúscula grega, sem parêntesis, com subscrito, identifica traços de um espaço tridimensional em um elemento do sistema de referência: λ_1 , λ_2 , λ_3 , ω_1 , ω_2 , ω_3 , etc.;

letra maiúscula grega, sem parêntesis, identifica um espaço tridimensional: espaços Γ , Ω , Λ , Δ , Σ , etc.;

x indica a interseção de dois elementos geométricos: (R) x (L);

$\Gamma \times \Omega$; $\gamma \times \beta \times \alpha$;

$\rightrightarrows$ indica o resultado de uma interseção:

$\gamma \times \beta \times \alpha \rightrightarrows (a)$; $(R) \times (L) \rightrightarrows (b)$; $\Gamma \times \Omega \rightrightarrows \mu$;

$\rightarrow$ indica que um elemento geométrico é definido por dois outros ou que um elemento geométrico pertence a outro:

(ab) $\rightarrow$ (R) indica que os pontos (a) e (b) determinam a reta (R);
 $\alpha\beta \rightarrow \Gamma$ indica que os planos α e β determinam o espaço tridimensional Γ ;

$\omega \rightarrow \Lambda$ indica que o plano ω pertence ao espaço tridimensional Λ .

$\perp$ perpendicular (retas, planos, espaços tridimensionais);

∇ absolutamente perpendicular (relaciona-se a dois planos apenas);

$\parallel$ paralelo;

$\perp$ retas, planos, espaços tridimensionais formando ângulo diferente de 90° .

Vários conceitos e noções relativas à síntese de elementos geométricos em espaço tetradimensional, bem como a postulação do próprio conceito de “espaço tetradimensional” como elemento geométrico, não são aqui considerados por se tratar de assuntos específicos da geometria sintética, fora, portanto, do escopo deste trabalho. Mencionamos, entretanto, aqueles teoremas de geometria sintética de significante importância para as relações espaciais que são introduzidas tanto na descrição do sistema de referência para a representação gráfica como na elaboração da estrutura geométrica correspondente ao proposto algoritmo. São as seguintes as observações e teoremas, seguidos de uma breve des-

* As notações abaixo aplicam-se apenas a esta Segunda Parte do trabalho. Na Quarta Parte, onde o algoritmo é introduzido, não seguimos a notação, tendo em mente facilitar a programação em linguagem FORTRAN.

criação do sistema de referência para a geometria descritiva tetradimensional e da representação em épura de relações espaciais em espaço tetradimensional.

Observações:

1. Considera-se a existência geométrica de mais de um espaço tridimensional euclidiano;
2. A existência geométrica de um espaço tetradimensional euclidiano evidencia-se em virtude da observação acima, pois dois espaços de mesma dimensão m só podem coexistir em um espaço com dimensão mínima $m + 1$;
3. Em cada espaço tridimensional observam-se relações entre pontos, retas e planos a ele pertencentes, obedecendo aos princípios da geometria sintética euclidiana.

Teoremas:

1. Uma reta corta um plano ou um espaço tridimensional ao qual não pertence, em um ponto;
2. Um plano corta um espaço tridimensional ao qual não pertence, em uma reta;
3. A interseção de dois planos não pertencentes ao mesmo espaço tridimensional é um ponto, próprio ou impróprio. Se o ponto é impróprio os dois planos são semiparalelos;
4. A interseção de dois espaços tridimensionais é um plano, próprio ou impróprio. Se o plano é impróprio os dois espaços são paralelos;
5. Uma reta paralela a um espaço tridimensional é paralela a todas as retas e a todos os planos pertencentes ao espaço;
6. Um plano paralelo a um espaço tridimensional é paralelo a todas as retas e a todos os planos pertencentes ao espaço;
7. Dois planos são simplesmente perpendiculares quando o ângulo diedro por eles formado é igual a 90° e pertencem ao mesmo espaço tridimensional (neste trabalho a referência a "planos perpendiculares" indica esta situação);
9. Dois planos que não pertencem ao mesmo espaço e que se cortam em um ponto formam dois ângulos. Quando ambos os ângulos são iguais a 90° , os planos são absolutamente perpendiculares;
10. Um plano perpendicular a um espaço tridimensional é absolutamente perpendicular a todos os planos pertencentes ao espaço;
11. Todas as retas de quaisquer um de dois planos absolutamente perpendiculares são perpendiculares a todas as retas do outro, que passam pelo ponto de interseção dos dois planos, e ortogonais às demais;
12. A projeção, cônica ou paralela, de um ponto sobre um espaço é um ponto pertencente ao espaço.

Geometria Descritiva Tetradimensional

a. O sistema de referência.

Constitui-se o sistema de referência de quatro espaços tridimensionais, mutuamente perpendiculares. Tomados três a três, determinam quatro retas mutuamente perpendiculares, pertencentes a um ponto. As quatro retas, tomadas em pares, determinam seis planos que, tomados em grupos de três, são mutuamente perpendiculares e pertencem à mesma reta, mas não pertencem a um mesmo espaço tridimensional. A figura 1 indica as relações entre os elementos do sistema de referência.

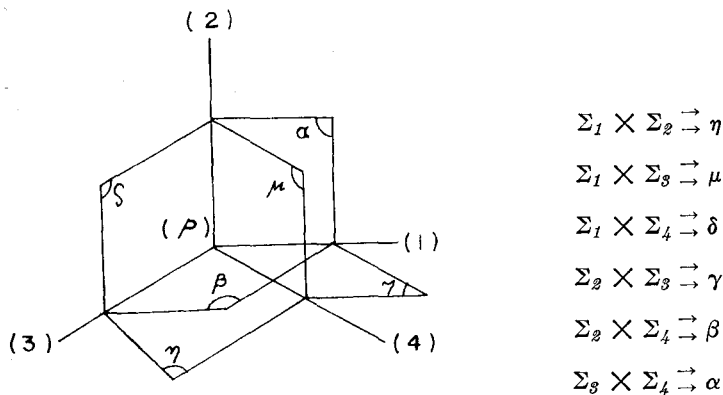


Fig. 1

$$1. \quad \Sigma_1 \perp \Sigma_2; \Sigma_1 \perp \Sigma_3; \Sigma_1 \perp \Sigma_4; \Sigma_2 \perp \Sigma_3; \Sigma_2 \perp \Sigma_4; \Sigma_3 \perp \Sigma_4$$

$$\Sigma_1 \times \Sigma_2 \times \Sigma_3 \rightarrow (4)$$

$$\Sigma_1 \times \Sigma_2 \times \Sigma_4 \rightarrow (3)$$

$$\Sigma_1 \times \Sigma_3 \times \Sigma_4 \rightarrow (2)$$

$$\Sigma_2 \times \Sigma_3 \times \Sigma_4 \rightarrow (1)$$

$$(1) \times (2) \times (3) \times (4) \rightarrow \text{ponto } (\rho)$$

$$2. \quad (123) \rightarrow \Sigma_4$$

$$(124) \rightarrow \Sigma_3$$

$$(134) \rightarrow \Sigma_2$$

$$(234) \rightarrow \Sigma_1$$

$$3. \quad (12) \rightarrow \alpha; (13) \rightarrow \beta; (14) \rightarrow \gamma; (23) \rightarrow \delta; (24) \rightarrow \mu; (34) \rightarrow \eta$$

$$\alpha\beta\delta \rightarrow \Sigma_4 (\alpha \perp \beta; \alpha \perp \gamma; \beta \perp \delta)$$

$$\alpha\gamma\mu \rightarrow \Sigma_3 (\alpha \perp \gamma; \alpha \perp \mu; \gamma \perp \mu)$$

$$\beta\gamma\eta \rightarrow \Sigma_2 (\beta \perp \gamma; \beta \perp \eta; \gamma \perp \eta)$$

$$\delta\mu\eta \rightarrow \Sigma_1 (\delta \perp \mu; \delta \perp \eta; \mu \perp \eta)$$

b. Representação de ponto, reta, plano e espaço tridimensional.

Ponto

Pertencente ao espaço tetradimensional, é unicamente localizado por suas distâncias em relação aos quatro espaços do sistema de referência. A distância entre o ponto e um espaço é igual à distância entre o ponto e sua projeção cilíndrica-ortogonal sobre o espaço. Demonstra-se que a projetante do ponto sobre um espaço do sistema de referência é paralela à interseção dos outros três espaços. Esta consideração torna-se importante para a introdução da operação geométrica que conduz a representação do ponto, por suas projeções, em *épura* plana.

A figura 1 mostra que cada grupo de três retas do sistema de referência determina um espaço e constitui-se em um sistema ortogonal cartesiano ou, considerando-se os três planos que também determinam, em um sistema de referência mongeano. Assim, obtida a projeção do ponto em um espaço, procede-se com o tratamento desta projeção como ponto pertencente à espaço tridimensional. Este ponto-projeção é então referido ao sistema mongeano.

A consideração simultânea das projeções do ponto sobre os quatro espaços do sistema de referência produz as relações pictorialmente indicadas na figura 2.

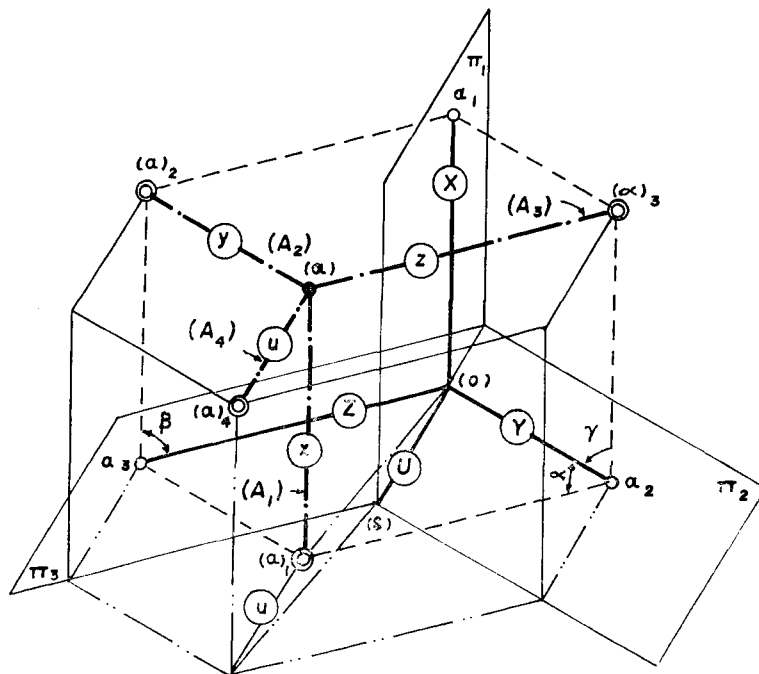


Fig. 2

- (a): ponto no espaço 4-D
- (a)₁, (a)₂, (a)₃, (a)₄: projeções de (a) em Σ_1 , Σ_2 , Σ_3 , Σ_4
- α_1 , α_2 , α_3 : projeções de (a)₁, (a)₂, (a)₃ em π_1 , π_2 , π_3
- (a) - (a)₁: distância de (a) à Σ_1
- (a) - (a)₂: distância de (a) à Σ_2
- (a) - (a)₃: distância de (a) à Σ_3
- (a) - (a)₄: distância de (a) à Σ_4

A introdução de operadores geométricos (rotação de espaços e planos até suas superposições) produz a representação do ponto, em épura, conforme o indicado na figura 3.

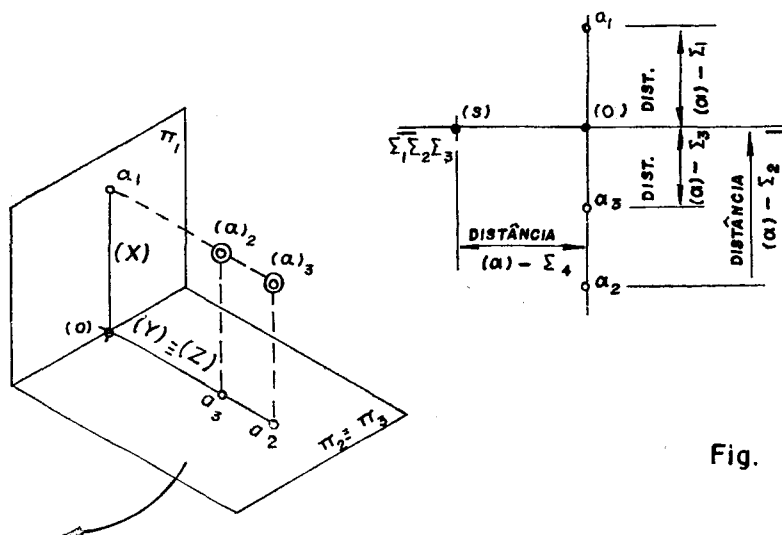


Fig. 3

Reta e Plano

A representação de retas e planos é aqui tratada, genericamente, sob a consideração da representação de dois ou três pontos que determinam a reta ou o plano, respectivamente. Existem várias particularidades correspondentes a traços de retas e de planos nos elementos do sistema de referência, bem como a posições peculiares que uma reta ou um plano ocupa com relação aos mesmos elementos. Estas particularidades e peculiaridades não são aqui tratadas por estarem fora do escopo deste trabalho.

Espaço 3—D

A forma de representação mais simples de um espaço tridimensional é pelos seus traços nos planos do sistema de referência. Estes traços correspondem, por sua vez, aos traços de cada plano de interseção do espaço dado com os espaços do sistema de referência.

A figura 4 indica a representação, em épura, de um espaço τ .

Condições de Pertinência e Representação em Épura de Relações Entre Reta, Plano e Espaço 3—D

Todas as condições de pertinência observadas, em épura, no método mongeano tridimensional estendem-se ao caso do método tipo mongeano tetradimensional. Isto decorre em vista de, neste caso, operar-se simultaneamente com três sistemas de referência tridimensionais. Consequentemente, as condições de paralelismo e perpendicularismo entre reta, plano e espaço expressam-se em acordo com a simultaneidade de operação com os três sistemas de referência tridimensionais. Portanto, por exemplo, retas paralelas têm projeções de mesmo "nome" paralelas; as projeções de uma reta perpendicular a um espaço 3—D são perpendiculares aos traços do espaço nos elementos do sistema de referência etc.

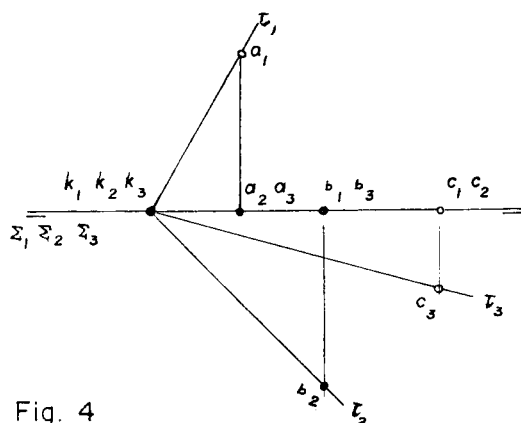


Fig. 4

1. A interseção do espaço T com o espaço Σ determina o plano α representado pelos traços T_2 e T_3 nos planos π_2 e π_3 .
2. A interseção do espaço T com o espaço Σ_2 determina o plano β representado pelos traços T_2 e T_3 nos planos π_1 e π_3 .
3. A interseção do espaço T com o espaço Σ_3 determina o plano γ representado pelos traços T_3 e T_3 nos planos π_2 e π_3 .

Esta breve discussão do método de representação de formas geométricas tetradsimensionais é aqui encerrada, por ser considerada suficientemente informativa sobre a metodologia na qual se firma o proposto algoritmo de localização espacial.

TERCEIRA PARTE

Distância Social: Conceituação

No grupamento de unidades taxonômicas operacionais, na proposição de modelos de estrutura física de cidades, na verificação da existência ou não existência de interação entre grupos estratificados segundo características socioeconômicas e em outras questões que pressupõem uma “separação” entre unidades taxonômicas, unidades componentes da morfologia de cidades, classes sociais etc., necessário se torna definir, operacionalmente, o conceito de “separação” ou, conforme a nomenclatura já universalmente adotada, distância social. Um exemplo de como esta operacionalização é feita aplica-se a todas as demais situações.

Seja, pois, o caso de grupamento de unidades taxonômicas. Abler, Adams e Gould (1971) chamam atenção para o fato de que grupos são comumente compreendidos como nucleação de eventos, objetos ou pessoas, sendo definidos em termos de similaridade ou proximidade de seus membros. Proximidade, por sua vez, é geralmente definida em termos de distância física entre objetos, se for este o caso. Similaridade é definida em termos de diferença entre o número de unidades que são associadas a cada membro do grupo como resultado da mensuração de uma característica qualquer observável em cada membro. Por exemplo, os grupamentos de pessoas em faixas etárias, ou níveis de renda, ou em níveis educacionais etc., são baseados nas diferenças entre idade, renda e escolaridade de cada membro da população sendo grupada. Quanto menor a diferença entre dois membros, com respeito ao número de unidades que representam a característica, mais similares são eles.

Conforme a conceituação acima, a formação de grupos torna-se simples quando são eles obtidos em função de uma variável como distância física, idade, renda ou outra característica observável e mensurada em todos os membros da população. Tem-se, neste caso, um procedimento que se diz unidimensional ou, em linguagem da taxonomia, uma classificação em espaço taxonômico unidimensional. Abler, Adams e Gould (1971) argumentam não haver razão para esta unidimensionalidade. A introdução de duas, três ou mais variáveis permite, pois, classificação em espaços taxonômicos de duas, três ou mais dimensões. Certamente isto se torna necessário a fim de que grupos sejam formados em função, por exemplo, de renda, nível educacional, nível ocupacional etc. Para se alcançar este objetivo, dados os valores numéricos que correspondem às mensurações de cada característica sendo considerada para a taxonomia, determina-se um valor d em função dos valores numéricos fornecidos. Sendo, por exemplo, M , N e P , três membros de uma população (de pessoas, objetos, eventos etc.), a cada um correspondendo um número n finito de características (C_a , $a = 1, n$), estimam-se os valores

$$d_{MN} = f(C_a^M, C_a^N, a = 1, n),$$

$$d_{MP} = f(C_a^M, C_a^P, a = 1, n) \quad \text{e} \quad d_{NP} = f(C_a^N, C_a^P, a = 1, n).$$

A decisão sobre a possibilidade de nucleação de M , N e P formando grupos tais como MNP , MN , MP ou NP , dependerá da diferença entre d_{MN} , d_{MP} e d_{NP} . Ao valor d chamamos de "distância social", pois expressa o grau de interação entre elementos de uma população em função de características físicas, sociais e econômicas observadas e mensuradas em cada elemento.

Duas possibilidades se apresentam para o cálculo de d . Abler, Adams e Gould, por exemplo, sugerem utilizar a expressão pitagoreana

$$(1) \quad d_{ij} = \left(\sum_{a=1}^n (\Delta C_a)^2 \right)^{0,5}, \quad i = j = 1, N; \quad i \neq j$$

onde N é o número de elementos de população.

Uma segunda alternativa seria utilizar

$$(2) \quad d_{ij} = \left(\sum_{a=1}^n \left(\Delta \frac{C_a}{\Sigma C_a} \right)^2 \right)^{0,5}, \quad i = j = 1, N; \quad i \neq j$$

isto é, d_{ij} , a distância social do elemento i ao elemento j é calculada em função da distribuição percentual do total de uma característica C_a em uma população. Esta segunda alternativa tem por objetivo minimizar o efeito de grandes valores numéricos correspondentes a determinada característica. No seguinte exemplo, d_{ij} são estimados utilizando-se as duas expressões.

Sejam M , N e P três elementos de uma população. Sejam renda, nível educacional e nível ocupacional três características que se dispõe para o cálculo da distância social. A tabela 1 indica as mensurações obtidas e o tratamento que se dá a estas mensurações. Por exemplo, na tabela 2 passamos a nos referir a *unidades* de renda, *unidades* de nível educacional e *unidade* de nível ocupacional. Isto é feito a fim de eliminar o problema de análise dimensional. Tal é necessário quando o cálculo de d_{ij} é feito segundo a primeira alternativa. Na segunda alternativa este problema fica automaticamente solucionado.

Tabela 1

ELEMENTO	RENDA MENSAL	NÍVEL EDUCACIONAL (Anos de Educação)	NÍVEL OCUPACIONAL (Escala Social)
M	5.000	17	Engenheiro 9
N	8.000	18	Médico 10
P	6.000	16	Dentista 8

Tabela 2

ELE- MENTO	UNIDADES DE RENDA		UNIDADES DE NÍVEL EDUCACIONAL		UNIDADES DE NÍVEL OCUPACIONAL	
	Absoluto	Porcentagem	Absoluto	Porcentagem	Absoluto	Porcentagem
M	5.000	26	17	33	9	33
N	8.000	42	18	35	10	37
P	6.000	32	16	32	8	30

$$\Sigma = 19000 \quad \Sigma = 100 \quad \Sigma = 51 \quad \Sigma = 100 \quad \Sigma = 27 \quad \Sigma = 100$$

Aplicando a expressão (1) teremos

$$d_{MN} = \sqrt{(5000 - 8000)^2 + (17 - 18)^2 + (9 - 10)^2}$$

$$d_{MP} = \sqrt{(5000 - 6000)^2 + (17 - 16)^2 + (9 - 8)^2}$$

$$d_{NP} = \sqrt{(8000 - 6000)^2 + (18 - 16)^2 + (10 - 8)^2}$$

$$d_{MN} \simeq 3.000$$

$$d_{MP} \simeq 1.000$$

$$d_{NP} \simeq 2.000$$

Aplicando a expressão (2) teremos

$$d_{MN} = \sqrt{(26 - 42)^2 + (33 - 35)^2 + (33 - 37)^2}$$

$$d_{MP} = \sqrt{(26 - 32)^2 + (33 - 32)^2 + (33 - 30)^2}$$

$$d_{NP} = \sqrt{(42 - 32)^2 + (35 - 32)^2 + (37 - 30)^2}$$

$$d_{MN} \simeq 16,6$$

$$d_{MP} \simeq 6,8$$

$$d_{NP} \simeq 12,6$$

Observe-se que há uma mudança acentuada com relação às distâncias sociais entre os elementos. No caso da utilização da expressão (1) estas distâncias estão claramente determinadas mais em função da característica "renda" que das outras duas, enquanto que no caso da aplicação da expressão (2) a influência das demais características se faz sentir. Parece-nos evidente, portanto, que o cálculo de distâncias sociais onde se leva em consideração o simples valor absoluto do número de unidades associadas a uma mensuração, pode induzir a uma classificação em espaço taxonômico unidimensional, caso este número de unidades seja muito maior que o número de unidades associadas a outra ou outras características. O cálculo do percentual destas unidades parece produzir resultados mais coerentes.

Seja então, referindo-nos ao que é discutido na Introdução, uma matriz de distâncias sociais entre espaços funcionais considerados como entidades mutuamente exclusivas. Consideramos como problema fundamental o pressuposto 4 ali indicado e que é:

— A matriz pode servir de base para a avaliação de quaisquer outras alternativas, independentemente de como estas tenham sido propostas.

Este pressuposto, no contexto do planejamento urbano, refere-se à localização espacial dos espaços funcionais (objetos, pessoas etc.), cujas distâncias sociais são os elementos da matriz.

O objeto deste trabalho é, então, a proposição de um algoritmo que permita a transformação da matriz de distâncias sociais em uma que leve em consideração as adaptações locacionais, que devem ser tomadas em conta quando um ou mais espaços funcionais são introduzidos no universo de espaços funcionais existentes. Em um exemplo, para situar a questão, dado um complexo universitário, com suas edificações para salas de aula, escritórios para professores, funcionários, administração, campos de esporte, praças etc., onde se situaria um novo dormitório para alunos, ou um complexo para prática de esportes etc.?

Na solução de tal problema considerar-se-ia, conforme a proposição deste trabalho:

1. O tratamento de cada uma das unidades acima como um espaço funcional, existente (fixo) ou novo (flutuante);

2. A identificação das características peculiares a cada espaço, isto é, aquelas que estão ligadas a ele por razão de sua própria função;

3. O cálculo das distâncias sociais entre os espaços e organização de uma matriz destas distâncias;

4. A verificação da viabilidade estrutural desta matriz e sua transformação, se necessária, conforme o discutido na Primeira Parte deste trabalho.

O problema de representação e transformação da matriz torna-se objeto da discussão na Quarta Parte deste trabalho.

QUARTA PARTE

Representação Gráfica de uma Matriz de Distâncias Sociais: Um Algoritmo

A seguinte descrição do algoritmo é feita com dois objetivos. Primeiro, considera a viabilidade estrutural, em espaço tetradimensional, de uma forma geométrica construída a partir das distâncias sociais fornecidas na matriz. Segundo, desenvolve-se de forma seqüencial para uma lógica preparação de programa que permita a obtenção da matriz trans-

PONTOS FIXOS				PONTOS FLUTUANTES			
1	2	...	k	m	n	...	w
A	B	...	K	M	N	...	W
1	A	0					
2	B		0				
:	:			0			
k	K				0		
m	M					0	
n	N						0
:	:						
w	W						0

MATRIZ DE DISTÂNCIAS SOCIAIS
(Matriz de Insumo)

formada e que leva em consideração as concessões que se fizerem necessárias. Concluímos o trabalho com um exemplo simples, solucionado com uma construção gráfica. É de se crer que o custo de programação do algoritmo será alto e só uma análise de seu uso poderia justificar o investimento inicial. Por esta razão não tentamos desenvolver o pro-

grama, em vista da não disponibilidade dos recursos necessários para tal empreendimento. A descrição aqui apresentada corresponde ao *flow chart* que comumente se utiliza em programação.

Seja dada a matriz de insumo onde estão indicados os pontos fixos e os pontos flutuantes. Conforme o já especificado, pontos fixos são aqueles representativos de espaços funcionais existentes. Pontos flutuantes representam novos espaços funcionais que se relacionam com os pontos fixos.

1. Dados os pontos fixos é sempre possível construir o polígono convexo ($AB \dots K$).

2. Neste polígono, um ou mais pontos podem pertencer ao segmento determinado por dois deles. Isto ocorrerá quando três pontos não determinam um triângulo.

Exemplos (Figuras 5 e 6):

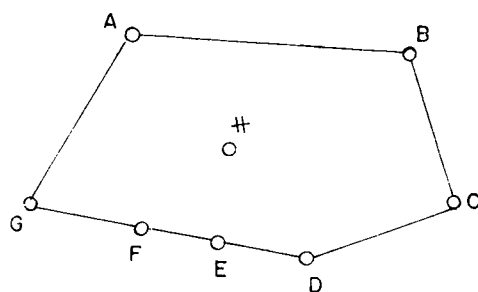
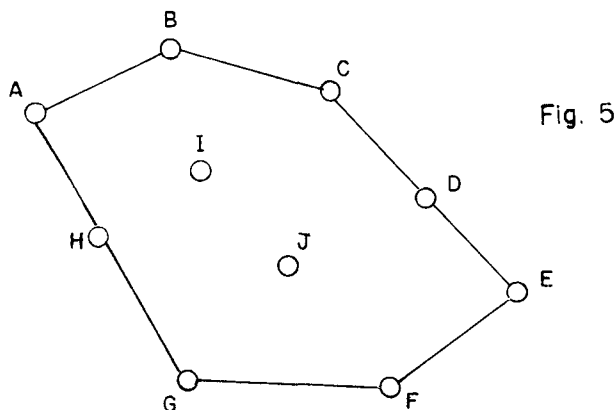


Fig. 6

3. É necessário, portanto, verificar a existência de colinearidade de pontos fixos. Isto é feito tomando-se três elementos $1'$, $1''$ e $1'''$ da matriz de insumo e verificando-se as relações abaixo:

a) se

$$1' + 1'' > 1'''$$

$$1' + 1''' > 1''$$

$$1'' + 1''' > 1'$$

os três pontos determinam um triângulo

b) se

$$1' + 1'' = 1'''$$

ou

$$1' + 1''' = 1''$$

ou

$$1'' + 1''' = 1'$$

os três pontos são colineares

4. Na construção que se segue interessa-nos apenas os pontos que são vértices ou que se encontram no interior do polígono. Entretanto, informações relativas a pontos situados em lados do polígono são retidas.

5. No caso da figura 5, interessa-nos o polígono abaixo (figura 7)

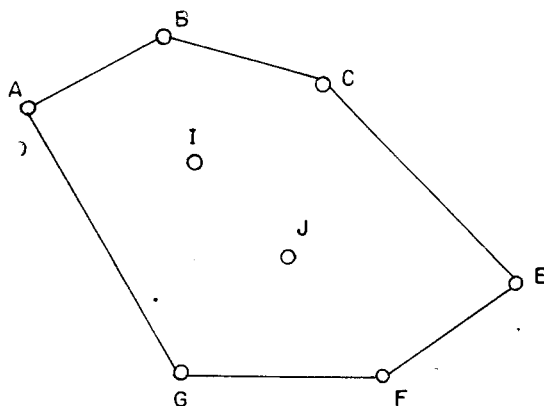


Fig. 7

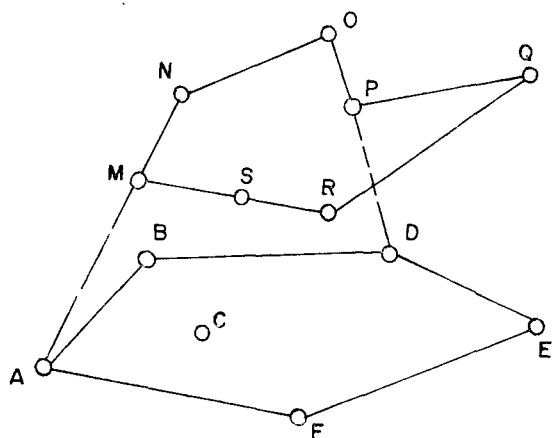
6. Em seguida, aplicamos aos pontos flutuantes o procedimento especificado no item 3.

7. Ao término desta análise inicial temos dois polígonos (figura 8)

a) Um polígono plano determinado por pontos fixos. Este polígono poderá conter um ou mais pontos fixos pertencendo a lados do polígono. Poderá conter, também, pontos fixos localizados em seu interior.

b) Um polígono espacial determinado pelos pontos flutuantes. Este polígono poderá conter um ou mais pontos flutuantes pertencendo a lados do polígono.

8. Verificamos, em seguida, se um ou mais pontos flutuantes pertencem ao segmento definido por um ponto fixo e um ponto flutuante. A verificação é necessária porque o polígono dos pontos flutuantes não é plano. Para isto aplicamos o procedimento indicado no item 3.



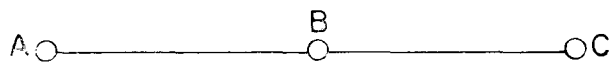
A, M, N colinear
D, P, O colinear

Fig. 8

9. Identificação de pontos

a) Pontos fixos

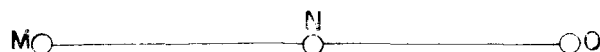
Assuma que temos um ponto fixo pertencendo a um lado do polígono dos pontos fixos.



Anotamos as distâncias AB e BC e passamos a operar, apenas, com os extremos A e C . As distâncias AB e BC permanecerão constantes.

b) Pontos flutuantes

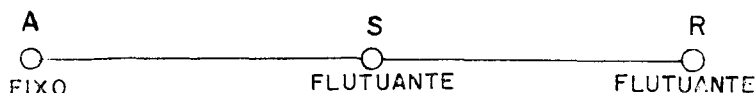
Assuma que temos um ponto flutuante pertencendo ao lado do polígono dos pontos flutuantes.



Anotamos a razão MN/NO e não as distâncias propriamente, pois estas são suscetíveis de alteração. Assumimos, entretanto, que a razão entre as distâncias permanecerá constante.

c) Pontos fixos e pontos flutuantes

Assuma que temos um ponto flutuante pertencendo ao lado determinado por um ponto flutuante e um ponto fixo.



Anotamos a razão AS/SR e não as distâncias propriamente, pois estas são suscetíveis de alteração. Assumimos, entretanto, que a razão entre as distâncias permanecerá constante.

10. Divisão do polígono dos pontos fixos em triângulos

Dados os pontos fixos podemos sempre construir um polígono convexo. Dois casos podem ser identificados com respeito ao número de pontos considerados e à divisão do polígono em triângulos.

a) Se não existem pontos no interior do polígono a divisão pode ser obtida traçando-se as diagonais a partir de qualquer vértice (figura 9).

b) Se existem pontos no interior, podemos obter a divisão determinando o número de segmentos que dividirão o polígono em triângulos. O número de segmentos é dado por

$$NS = Z(NP - 1) + (NPI - 1)$$

onde NP é o número total de pontos e NPI é o número de pontos interiores.

O número de triângulos em que o polígono se divide é igual a $(NS + NPI - 1)/2$.

As relações acima independem do modo segundo o qual a divisão é feita. Sugere-se o seguinte procedimento:

b.1. Unimos alternadamente os vértices do polígono conexo e verificamos se existem pontos no interior dos triângulos que ficam determinados;

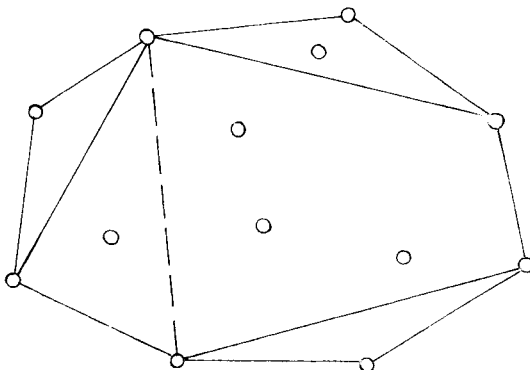


Fig. 10

b.2. Temos, agora, o polígono dividido em *triângulos externos* e um polígono convexo interno. Aplicamos b.1. a este novo polígono, ter-

minando-se, eventualmente, com um quadrilátero. Traçamos uma diagonal do quadrilátero e verificamos se existem pontos no interior dos triângulos resultantes;

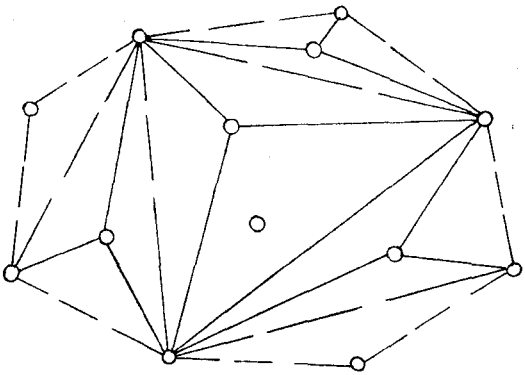


Fig. 11

b.3. Se existem pontos no interior do triângulo, unimos um dos pontos aos vértices do triângulo;

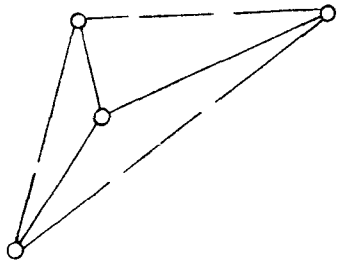


Fig. 12

b.4. Aplicamos b.3. até que em nenhum triângulo se observe a existência de ponto interior.

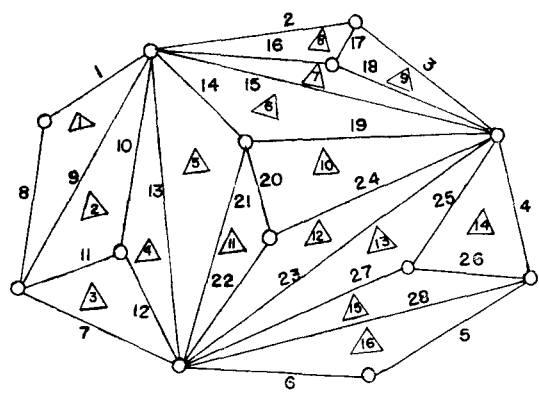


Fig. 13

No exemplo acima temos um total de treze pontos, dos quais cinco são internos. O número total de lados é

$$NS = 2(13 - 1) + (5 - 1) = 24 + 4 = 28.$$

O número de triângulos é igual a $(28 + 5 - 1)/2 = 16$. Este mesmo número de lados e de triângulos é obtido se a divisão do polígono em triângulos é feita de uma outra maneira qualquer.

11. *Relação entre cada ponto flutuante e o polígono de pontos fixos.*

Se tomarmos um ponto flutuante e três pontos fixos, determinamos um tetraedro. O tetraedro existe porque já verificamos a condição para isto nos itens 3 e 8. Conseqüentemente, teremos tantos tetraedros, ao combinarmos *um* ponto com o polígono dos pontos fixos, quantos são os triângulos obtidos ao fim das operações indicadas no item 10. Resta verificar se todos os tetraedros de fato têm um vértice comum, no caso o ponto flutuante, especificado pelas distâncias aos pontos fixos. Assumindo, por exemplo, quatro pontos fixos A, B, C, D e um ponto flutuante M, podemos considerar os tetraedros $M_1 - ABC$ e $M_2 - ACD$, entre outros. Conhecidas as distâncias de M aos pontos A, B e C, podemos construir o tetraedro conforme mostra a figura 14 (detalhes sobre esta operação são dados no item 12).

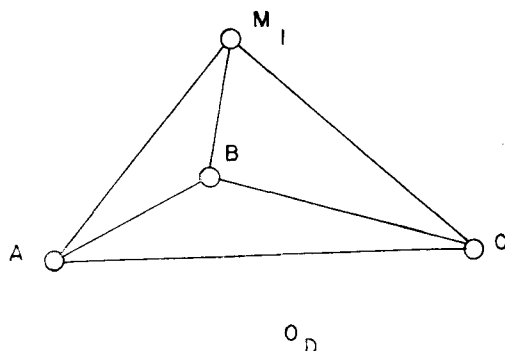


Fig. 14

O tetraedro $M_2 - ACD$ pode ser construído conforme o indicado na figura 15.

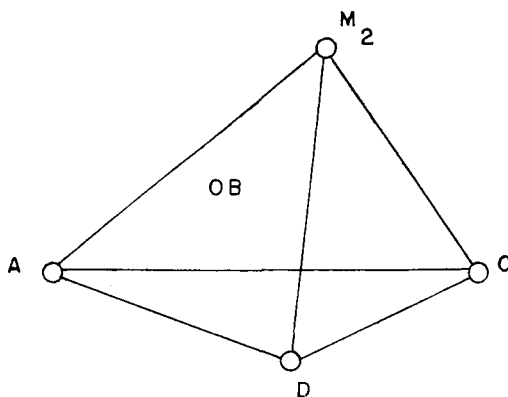


Fig. 15

Se agora combinamos os dois tetraedros tomando como referência os pontos fixos A, B, C, D , resta verificar se os vértices M_1 e M_2 coincidem. (figura 16).

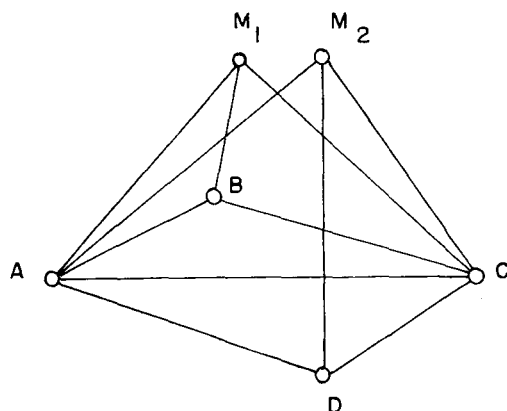


Fig. 16

Evidentemente,

$$M_1A = M_2A$$

$$M_1C = M_2C$$

Entretanto, M_1B é, usualmente, diferente de M_2D . Em consequência, M_1 e M_2 não coincidem.

$$M_1B \neq M_2D$$

$$M_1D \neq M_2B$$

Mas, geralmente,

$$M_1A \neq M_2C$$

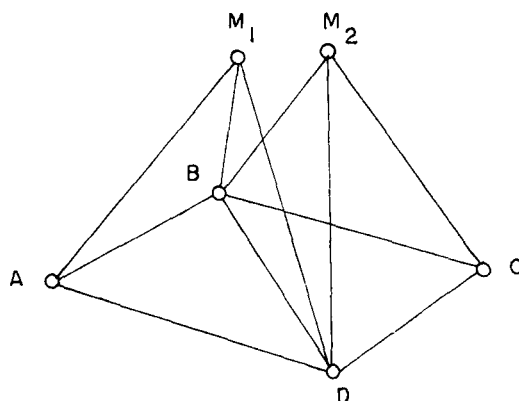
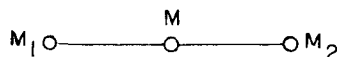


Fig. 17

Em vista da possível não coincidência dos pontos M_1 e M_2 , assumimos que a posição de M é o ponto médio de M_1M_2 .



Geralmente operamos com mais de um tetraedro. De fato, o número de tetraedros é igual ao número de triângulos em que se divide o polígono dos pontos fixos. Como resultado, teremos uma série de pontos $M_i, i = 1, n$, onde n é o número de triângulos ou tetraedros. O ponto M é considerado como sendo o centro de gravidade da linha quebrada $M_{123}, \dots, n$ (figura 18). A determinação deste centro de gravidade é discutida no item 13.

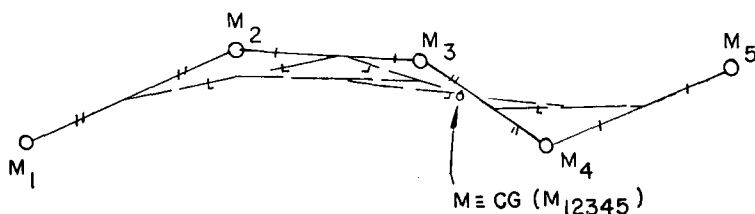


Fig. 18

12. Construção do tetraedro

Sejam A, B, C três pontos fixos e M um ponto flutuante. Usamos a seguinte construção para determinar a posição de M em relação a ABC .

a) Adote um sistema (X, Y, Z) de coordenadas representado no plano como:

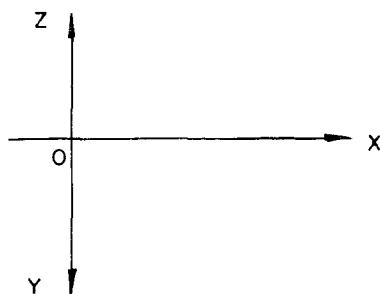


Fig. 19

b) Sendo conhecidos os lados do triângulo podemos construí-lo.

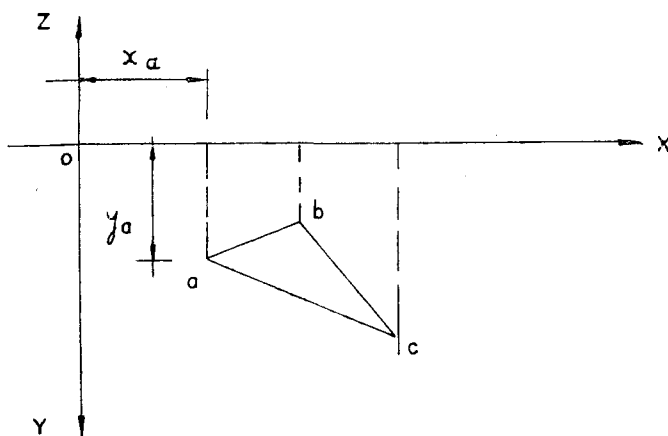


Fig. 20

As coordenadas dos pontos são obtidas em relação ao sistema (XYZ) de referência. O triângulo pertence ao plano (XY) .

c) No plano (XY) construímos dois dos triângulos MBC , MAC , MAB , faces do tetraedro. A figura 21 mostra as faces MAC e MBC onde M é identificado como M' e M'' . A partir de M' traçamos uma perpendicular à AC e a partir de M'' traçamos uma perpendicular à BC . A interseção das duas perpendiculares é o ponto m . Este ponto é a projeção de M sobre a base ABC do tetraedro.

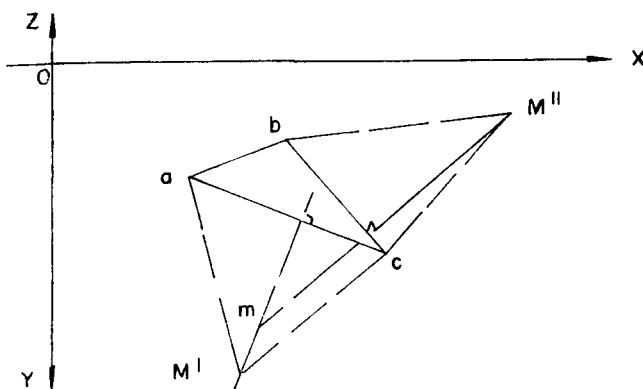


Fig. 21

d) A partir de m traçamos uma paralela à BC , e com centro em k traçamos uma circunferência de raio kM'' cortando a paralela no ponto t (figura 22).

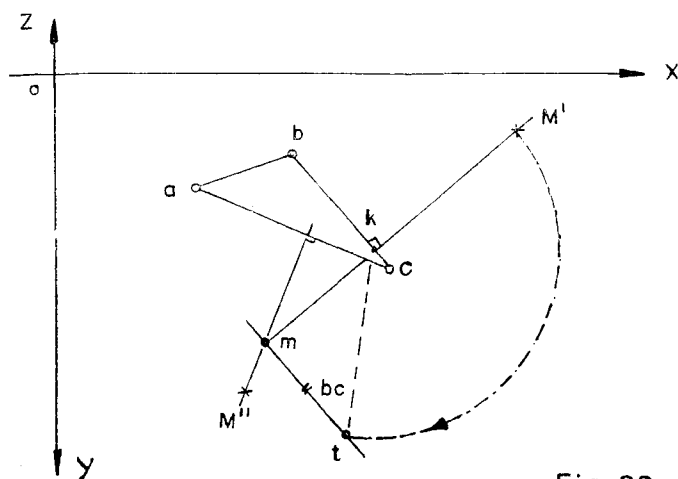


Fig. 22

A distância mt é a altura do ponto M em relação à base ABC . A figura 23 mostra o ponto M referido do sistema (XYZ) .

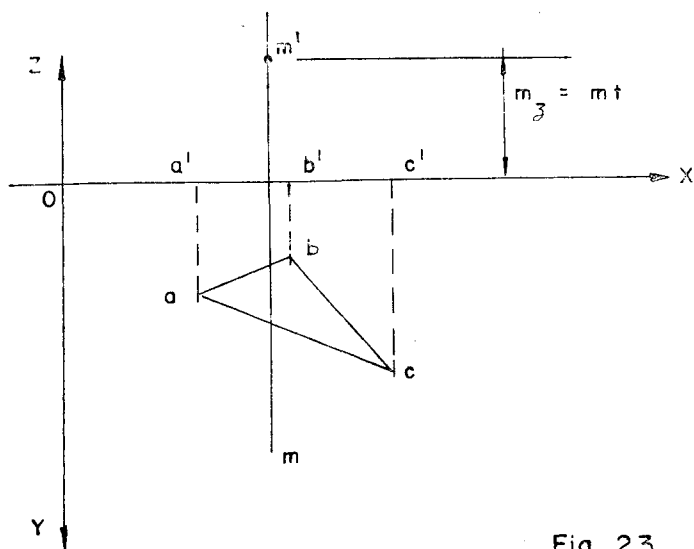


Fig. 23

e) Anotamos as coordenadas (x, y) de todos os pontos fixos e de todos os pontos flutuantes.

13. Mais de três pontos fixos

Neste caso temos tantos tetraedros quantos são os triângulos em que se divide o polígono dos pontos fixos. Construímos cada tetraedro de acordo com o procedimento do item 12 e determinamos a posição do ponto flutuante M de acordo com o procedimento do item 11.

A determinação do centro de gravidade é feita da seguinte forma:

Sejam $M_1, M_2, M_3, \dots, M_k$ os vértices de (k) tetraedros (figura 24). Para determinar a coordenada x_M , construímos a poligonal $(m'_1 m'_2 \dots$

m'_k) e ao ponto médio de cada segmento $(m'_1 m'_2)$, $(m'_2 m'_3)$... $(m'_{k-1} m'_k)$ associamos um vetor de magnitude proporcional ao comprimento de cada segmento. Estes vetores têm direção perpendicular ao eixo — x . Então,

$$x_M = \frac{(X_1 l_1) + (X_2 l_2) + (X_3 l_3) + \dots + (X_k l_k)}{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_k}$$

Mutatis mutandis (figuras 24 e 26).

$$y_M = \frac{(Y_1 h_1) + (Y_2 h_2) + (Y_3 h_3) + \dots + (Y_k h_k)}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_k}$$

$$z_M = \frac{(Z_1 g_1) + (Z_2 g_2) + (Z_3 g_3) + \dots + (Z_k g_k)}{Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_k}$$

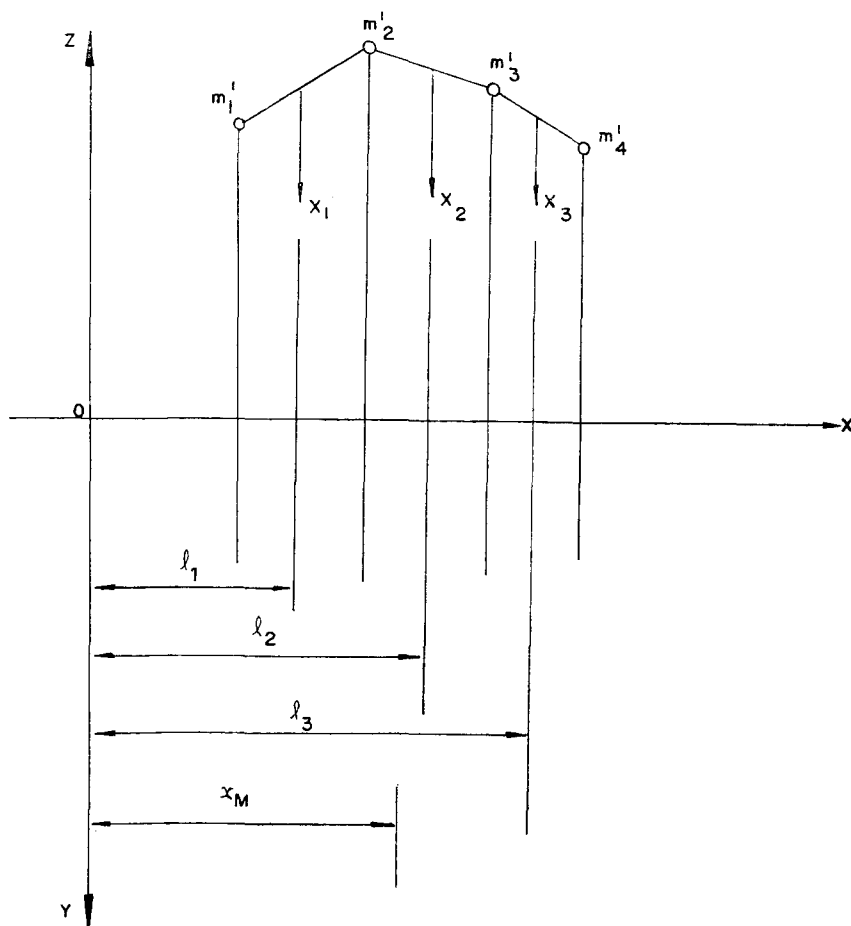


Fig. 24

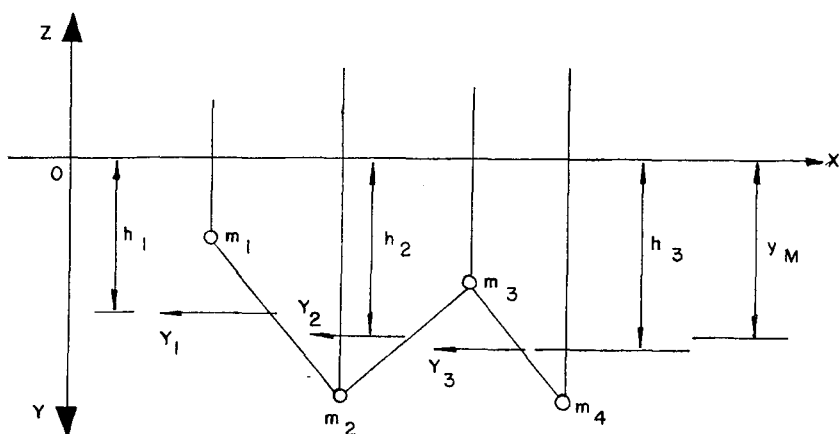


Fig. 25

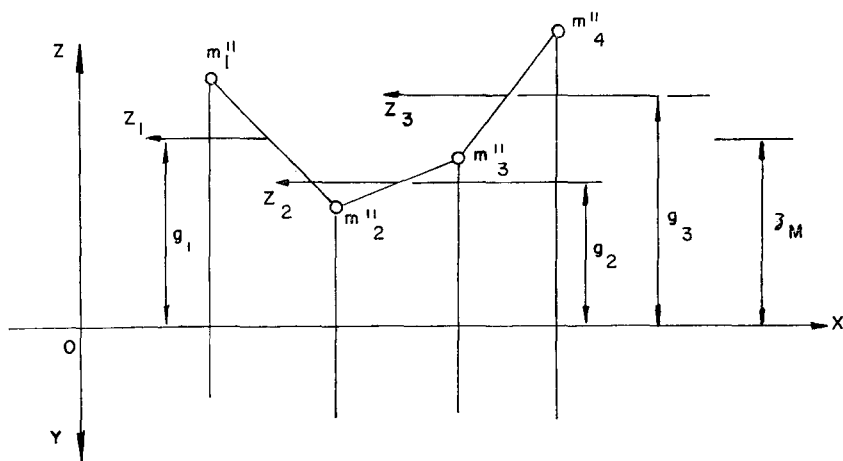


Fig. 26

14. *Correção da distância de um ponto flutuante a um ponto fixo.*

Em vista da necessidade da determinação de um ponto M como centro de gravidade das várias posições que ele ocupa com relação aos pontos fixos, devemos recalculas as distâncias deste ponto único a todos os pontos fixos. Porque as coordenadas são conhecidas, utilizamos

$$MA = \sqrt{(x_{ma})^2 + (y_{ma})^2 + (z_{ma})^2}$$

As novas distâncias constituem a primeira alteração na matriz de insumo e devem ser nela anotadas.

15. Os itens 11 a 14 são repetidos para cada ponto flutuante.

16. *Relação entre dois pontos flutuantes.*

As construções necessárias para a verificação da relação, expressa na matriz de insumo, entre dois pontos flutuantes são as seguintes.

Sejam M e N dois pontos flutuantes. Cada ponto é relacionado ao polígono dos pontos fixos e suas coordenadas recalculadas conforme o especificado no item 13.

a) O ponto M tem coordenadas x_M, y_M, z_M e o ponto N tem coordenadas x_N, y_N, z_N .

b) Considere o sistema de referência indicado na figura 27.



Fig. 27

c) A partir do ponto O no eixo — x , traçamos as retas 1, 2 e 3 (figura 28). Os ângulos que estas retas fazem com o eixo — x são arbitrários. Optamos pelos ângulos indicados.

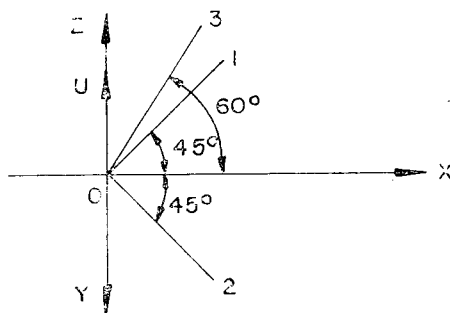


Fig. 28

d) Traçamos uma reta paralela ao eixo — x , distante dele de um valor arbitrário Z_{ARB} , acima do eixo se positivo e abaixo se negativo. Identificamos esta paralela como $(\alpha, 3)$ (figura 29). O valor Z_{ARB} permanecerá constante.

e) A partir do ponto de interseção da paralela (item d acima) com a reta 3, traçamos uma perpendicular ao eixo — x (figura 29).

f) A partir do ponto de interseção da perpendicular (item e acima) com o eixo — x , traçamos paralelas às retas 1 e 2. Estas paralelas são identificadas como $(\alpha, 1)$ e $(\alpha, 2)$.

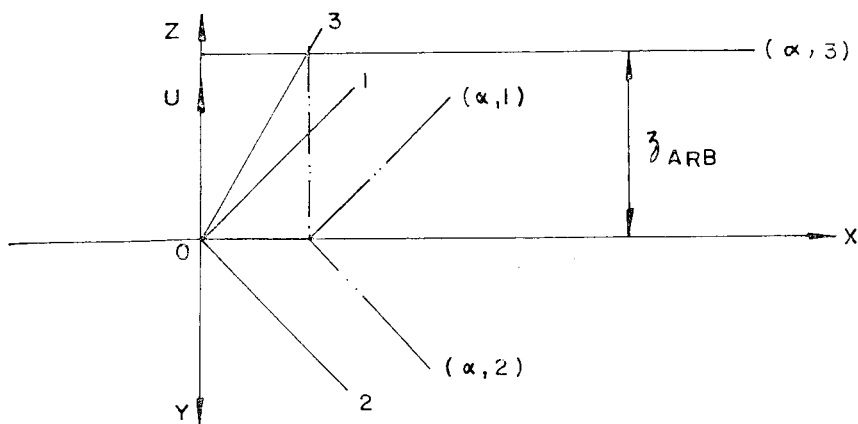


Fig. 29

g) Traçamos uma reta paralela ao eixo — x , distante dele de um valor igual a y_M , coordenada do ponto M , acima do eixo se positivo e abaixo se negativo. Identificamos esta paralela com $(M, 2)$ (figura 30).

h) A partir do ponto de interseção de $(M, 2)$ com $(\alpha, 2)$, traçamos uma perpendicular ao eixo (figura 30).

i) A partir do ponto de interseção da perpendicular (item h acima) com o eixo — x , traçamos uma paralela à reta $(\alpha, 1)$. Identificamos esta paralela como $(M, 1)$ (figura 30).

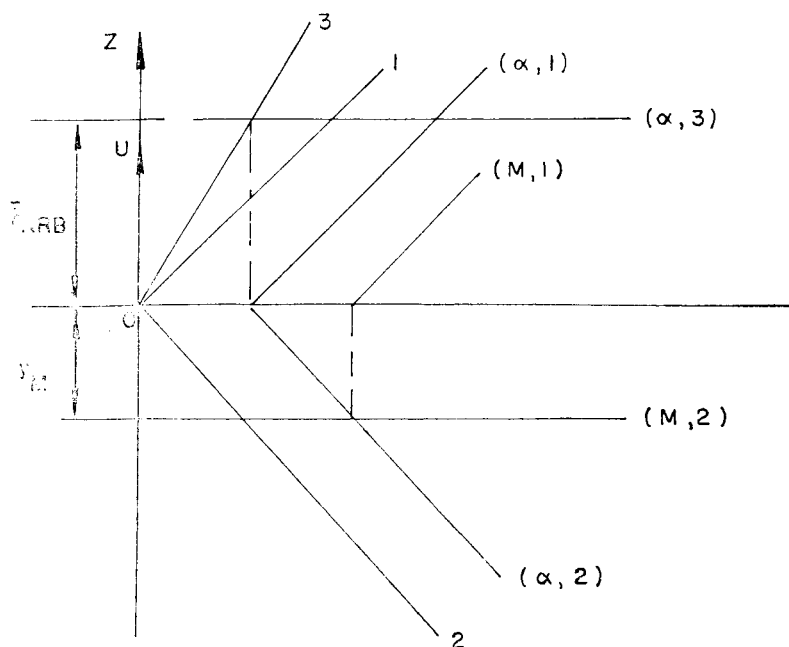


Fig. 30

j) A partir do ponto O no eixo x , marcamos o valor x_M , coordenada do ponto M , ao longo do eixo x , para a direita se positivo e para a esquerda se negativo (figura 31).

k) A partir do ponto obtido traçamos uma perpendicular ao eixo x (figura 31).

l) As interseções da perpendicular (item k acima) com as retas $(\alpha, 3)$, $(M, 1)$ e $(M, 2)$ são identificadas como pontos $M3$, $M1$ e $M2$, respectivamente (figura 31).

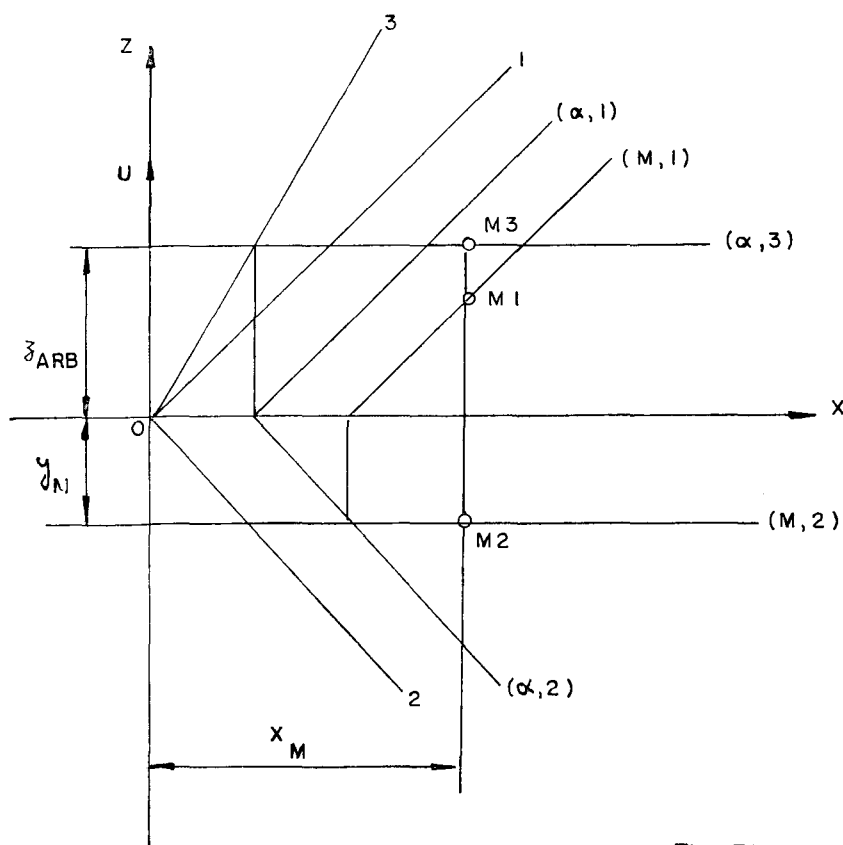


Fig. 31

m) Com os valores de x_N e y_N para o ponto N , repetimos as operações descritas nos itens g , h , i , j , k , l acima, obtendo $N1$, $N2$ e $N3$ (figura 32).

17. Determinação de MM e NN no espaço tetradimensional em correspondência com M e N .

a) Traçamos perpendiculares às retas 1, 2 e 3 a partir dos pontos $M1$, $M2$ e $M3$, respectivamente, identificando-se como $PM1$, $PM2$ e $PM3$ (figura 32-a).

b) Tomamos arbitrariamente um ponto $R1$ de $PM1$ e traçamos uma perpendicular ao eixo x , obtendo as interseções com $PM2$ e $PM3$. Os pontos obtidos são identificados como $R2$ e $R3$, respectivamente (figura 32-a).

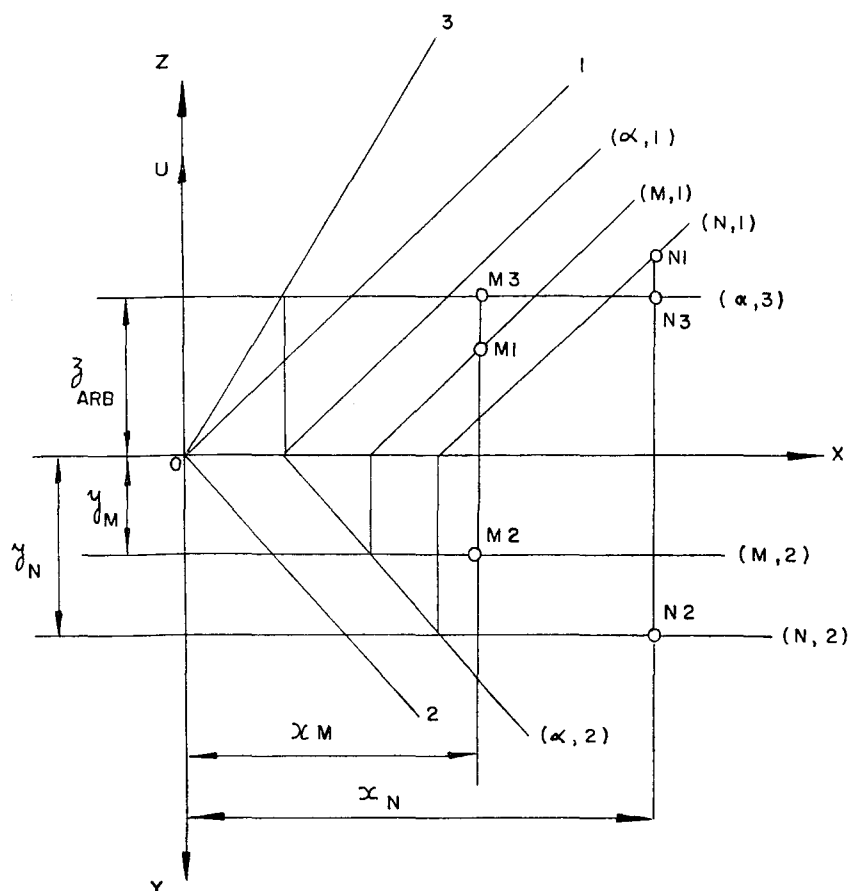


Fig. 32

c) Com centro em $M3$ e raio $(M3 - R3)$ traçamos uma circunferência que corta a reta $(\alpha, 3)$ no ponto $R31$ (figura 32-a).

d) Pelos pontos $R1$ e $R2$ traçamos perpendiculares ao eixo — x (figura 32-a).

e) Pelo ponto $R31$ traçamos uma perpendicular ao eixo — x e determinamos $R11$ e $R21$ nas paralelas ao eixo — x que passam por $R1$ e $R2$ (item d) (figura 32-a).

f) Com centro em $M2$ e raio $(M2 - R21)$ traçamos uma circunferência que corta a reta $(M, 2)$ no ponto $R22$ (figura 32-a).

g) Pelo ponto $R22$ traçamos uma perpendicular ao eixo — x e determinamos $R32$ e $R12$ nas paralelas ao eixo — x que passam por $R31$ e $R11$ (figura 32-a).

h) Traçamos a reta $(M1 - R12)$ (figura 32-a).

i) A partir do ponto $M1$, na direção de $R12$ sobre a reta $(M1 - R12)$, marcamos a distância igual a Z_M , coordenada do ponto M , item 13. Identificamos o ponto obtido como $M12$ (figura 33).

j) Pelo ponto $M12$ traçamos uma paralela ao eixo — x e determinamos sua interseção com a reta $(M1 - R1)$. Esta interseção é o novo ponto $MM1$ (figura 33).

172

m) Consideramos o ponto $N (x_N, y_N, z_N)$.

n) Pelos pontos $N1, N2$ e $N3$ traçamos perpendiculares às retas 1, 2 e 3, respectivamente. Retornamos ao item b e repetimos os itens b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, obtendo as novas coordenadas do ponto $NN (x_{NN}, y_{NN}, z_{NN}, u_{NN})$.

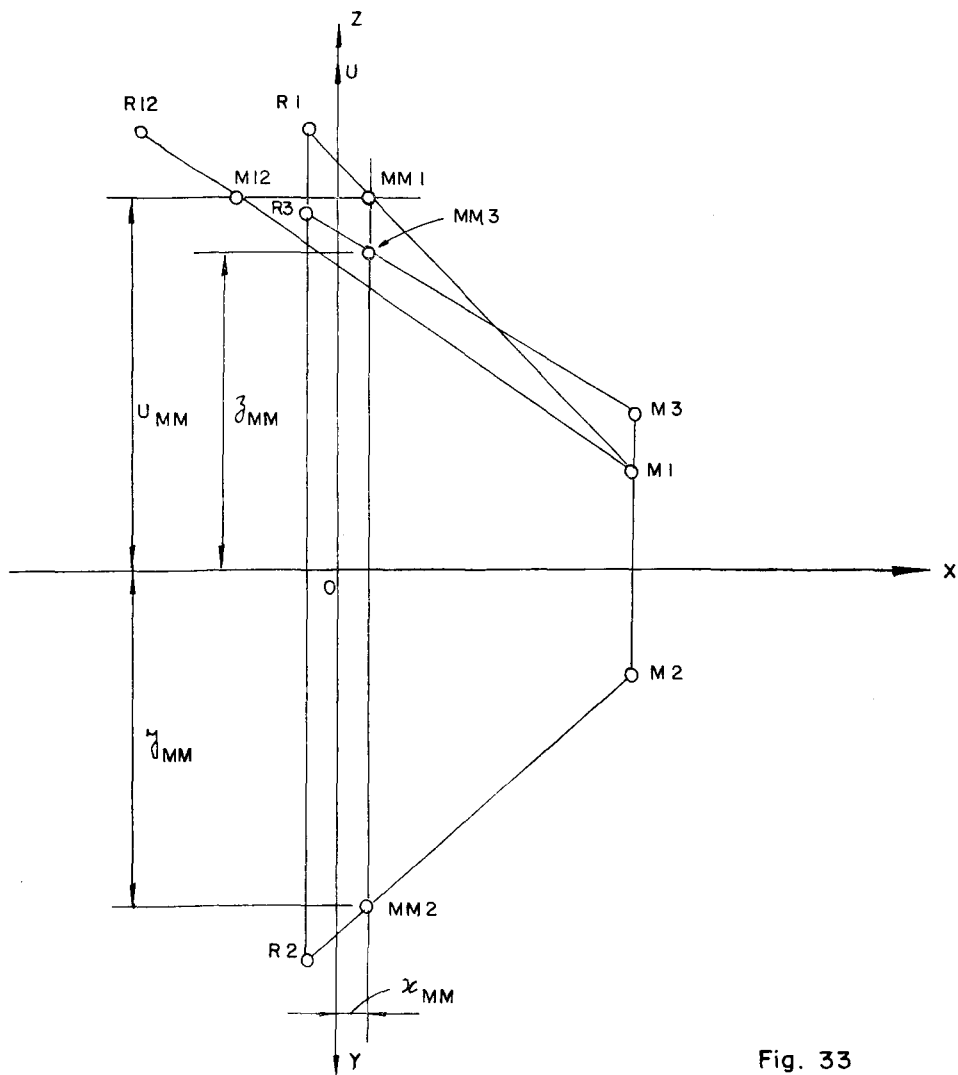


Fig. 33

18. Calculamos a distância $MM - NN$.

19. Anotamos esta distância.

20. Tomamos o mesmo ponto M e um outro ponto flutuante, repetindo os itens 16 a 19.

Nota: no (item 16, c) usamos as mesmas retas 1, 2 e 3. No (item 16, d) usamos o mesmo valor de z_{ARB} .

21. Combinamos dois pontos flutuantes e aplicamos os itens 16 a 19.

22. Saída (output)

Imprima:

- a) A matriz original.
- b) A matriz modificada com as novas distâncias entre pontos fixos e pontos flutuantes e entre dois pontos flutuantes. As distâncias entre pontos fixos permanecem inalteradas. O título desta matriz modificada é *nova matriz sem concessões*.
- c) Coordenadas dos pontos fixos e dos pontos flutuantes com referência a um sistema cartesiano bidimensional.

No (item 12, b) calculamos as coordenadas (x, y) de todos os pontos fixos, e no (item 16,1, figura 31) temos as coordenadas z_{ARB}, x, y onde $z_{ARB} = \text{constante}$ para os pontos flutuantes. A fim de obter o arranjo dos pontos fixos e dos pontos flutuantes procedemos da seguinte forma:

c.1. Tomamos as coordenadas (x, y) dos pontos fixos e aplicamos os itens 16g e 16l. Caracterizamos assim os pontos fixos de maneira idêntica à dos pontos flutuantes.

c.2 Para todos os pontos (fixos e flutuantes). Seja $A1$ e $A2$ um ponto genérico (figura 33-a).

c.2.1. Determinamos as interseções da reta $A1 - A2$ com $(\alpha, 1)$ e com eixo $-x$, identificando os pontos obtidos como AC e AB , respectivamente.

c.2.2. Pelo ponto AB traçamos uma perpendicular à reta $(\alpha, 2)$.

c.2.3. Com centro no ponto AD , ponto de interseção de $(\alpha, 2)$, $(\alpha, 1)$ e o eixo $-x$, traçamos uma circunferência que corta a perpendicular do item c.2.2. acima, no ponto AE .

c.2.4. Traçamos a reta $(AD - AE)$.

c.2.5. Pelo ponto AF , interseção das retas $(A, 2)$ e $(\alpha, 2)$, traçamos uma paralela à reta $(AD - AE)$.

c.2.6. Pelo ponto $A2$ traçamos uma perpendicular à reta $(\alpha, 2)$ e determinamos o ponto A na interseção desta perpendicular com a reta do item c.2.5. acima.

c.2.7. Determinamos as coordenadas de A em relação a um sistema de referência (xx, yy) de origem arbitrária 00 , com o eixo $-xx$ paralelo ao eixo $-x$ (figura 33-a). Anotamos as coordenadas (xx_A, yy_A) .

c.2.8. Imprimimos as coordenadas (xx, yy) para todos os pontos fixos e flutuantes em duas tabelas com o título "coordenadas de pontos sem concessões".

23. Opção: nova matriz com concessões

Tomamos as distâncias entre pontos flutuantes na matriz original (matriz de insumo) e comparamos com as distâncias na matriz modificada obtida no item 22. Selecionamos a distância que apresenta, percentualmente, a menor modificação. Suponhamos que isto ocorra com a distância entre os pontos M e N .

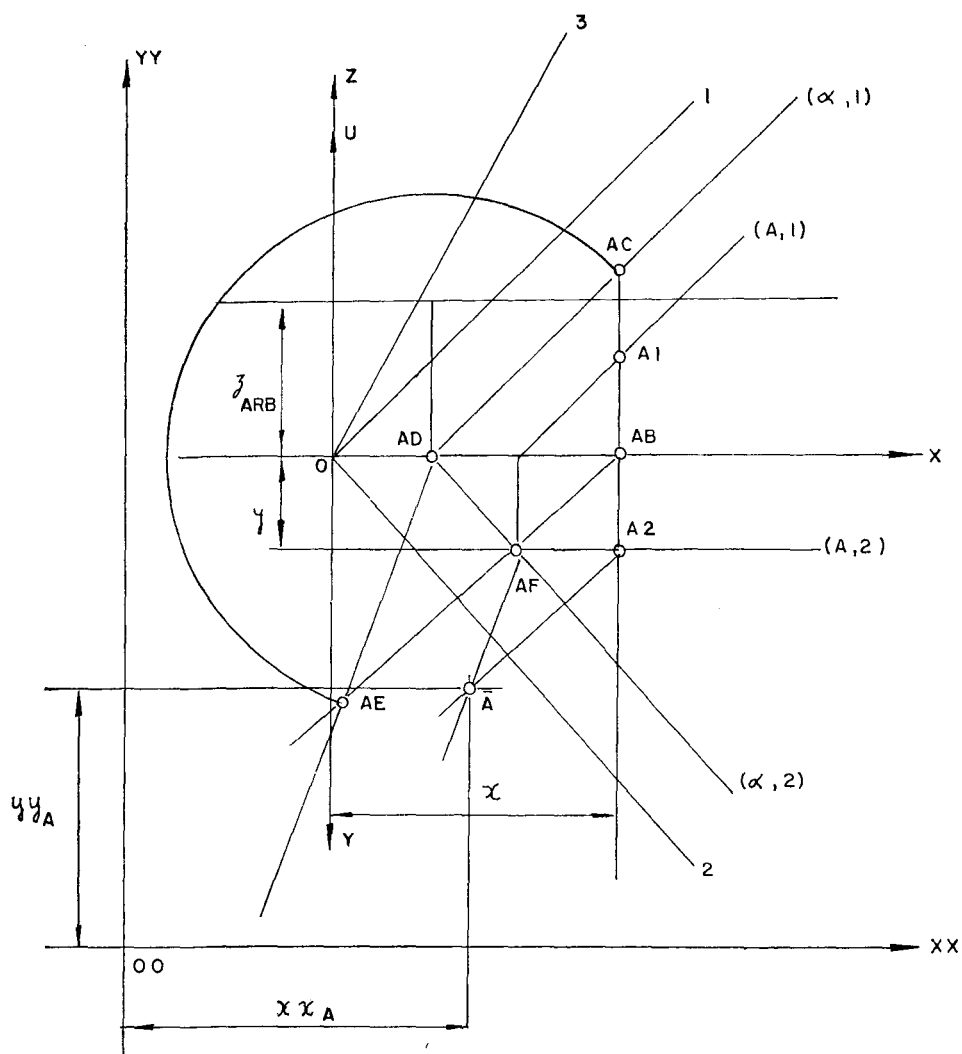


Fig. 33-a

24. Sejam A e B os dois valores da distância de M à N . Calculamos:

a) $AMEDI = (A + B)/2$

b) $GMEDI = SQRT(A * B)$

c) $A = AMEDI$

d) $B = GMEDI$

e) Retornamos ao item a acima

f) Terminamos quando $(AMEDI - GMEAN) \leq 0,001$

25. Com as coordenadas dos pontos MM e NN construímos o seguinte diagrama (figura 34).

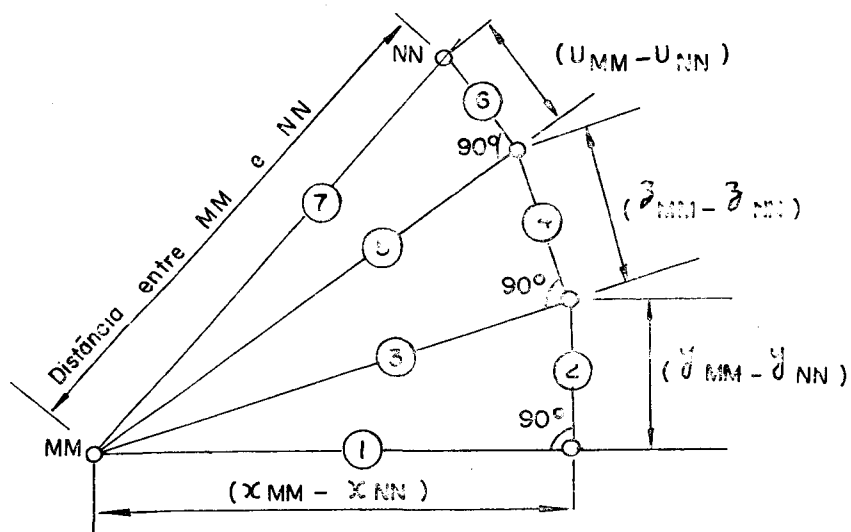


Fig. 34

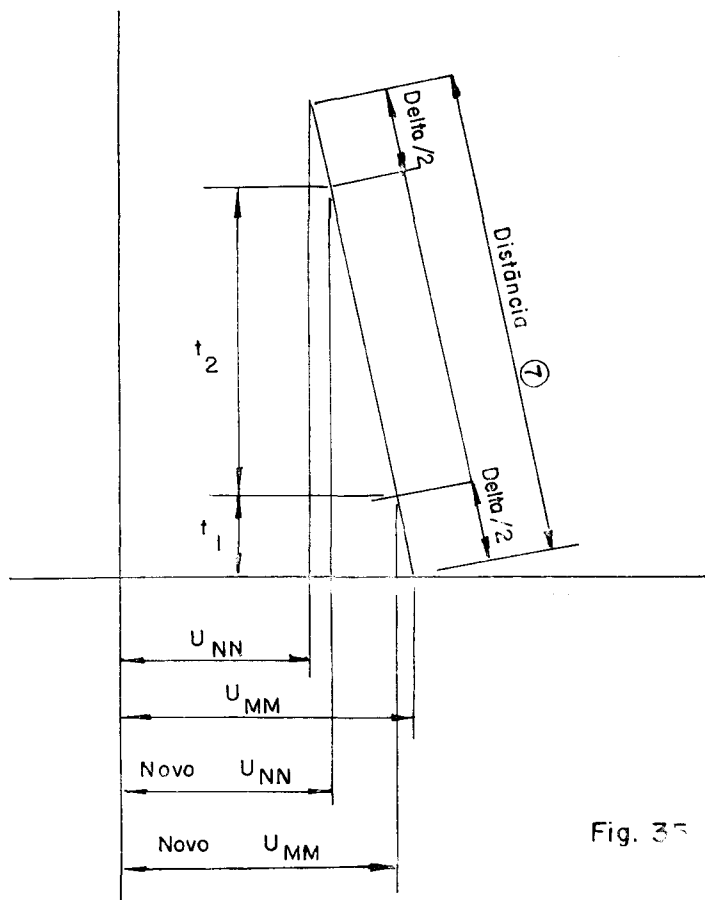


Fig. 35

26. Determinamos a diferença entre a distância calculada no item 25 e a distância calculada no item 24. Chamamos esta diferença de DELTA e calculamos $(\Delta)/2$.

27. Determinamos as novas coordenadas de MM e NN , como mostram os seguintes diagramas:

- Coordenadas u_{MM} e u_{NN} (figura 35).
- Coordenadas z_{MM} e z_{NN} (figura 36).
- Coordenadas y_{MM} e y_{NN} (figura 37).
- Coordenadas x_{MM} e x_{NN} (figura 38).

28. Determinadas as novas coordenadas para *dois pontos flutuantes*, recalculamos todas as distâncias destes pontos e todos os demais pontos flutuantes e pontos fixos.

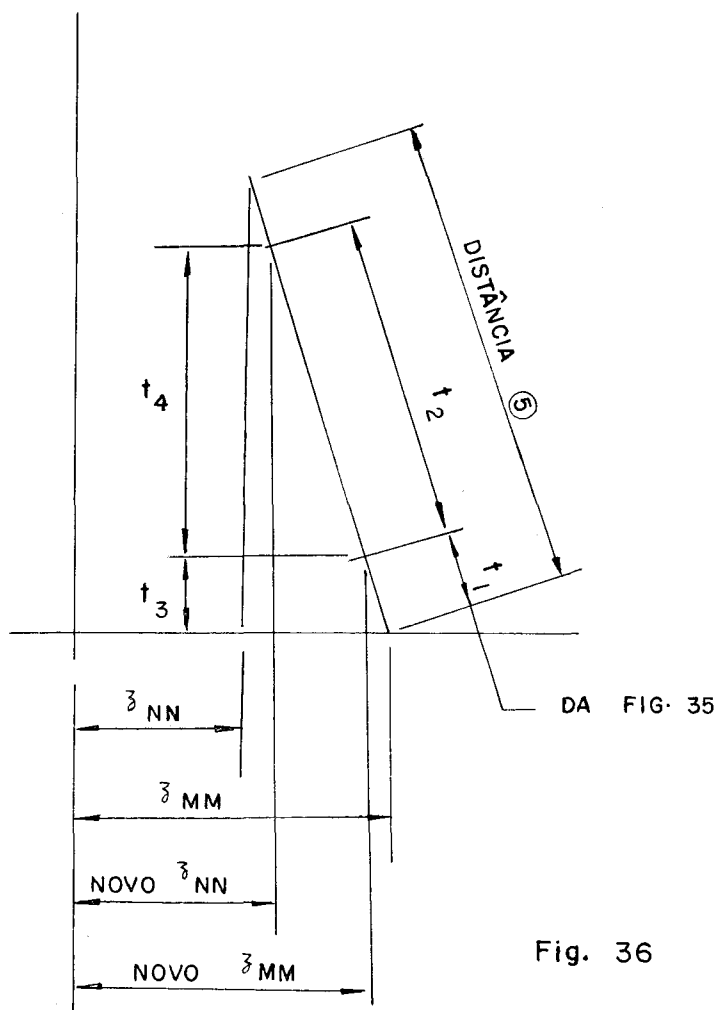


Fig. 36

29. Uma nova matriz é obtida.

30. Comparamos as distâncias da matriz do item 29 com as distâncias da matriz do item 22. Seleccionamos a distância que apresenta a menor variação percentual. Se os pontos forem os mesmos já anteriormente seleccionados no item 23, tomamos os dois pontos cuja variação percentual é menor que todas as demais variações de distâncias.

Anotamos a matriz do item 28. Retornamos ao item 24.

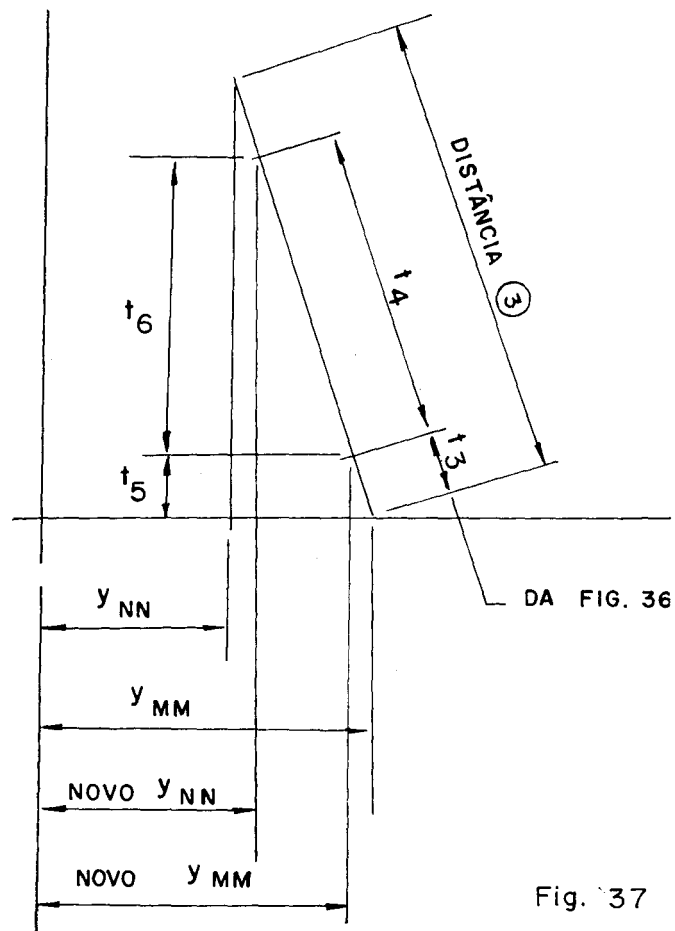


Fig. 37

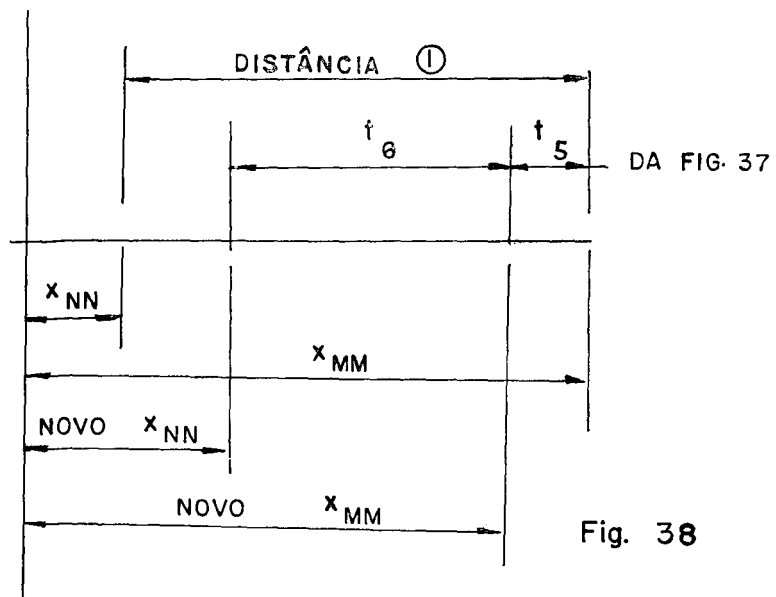
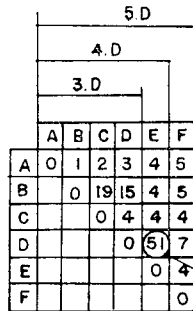


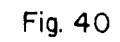
Fig. 38

35. Para obtermos as coordenadas (x, y) dos pontos flutuantes, no plano, procedemos como se segue (figura 39).





49



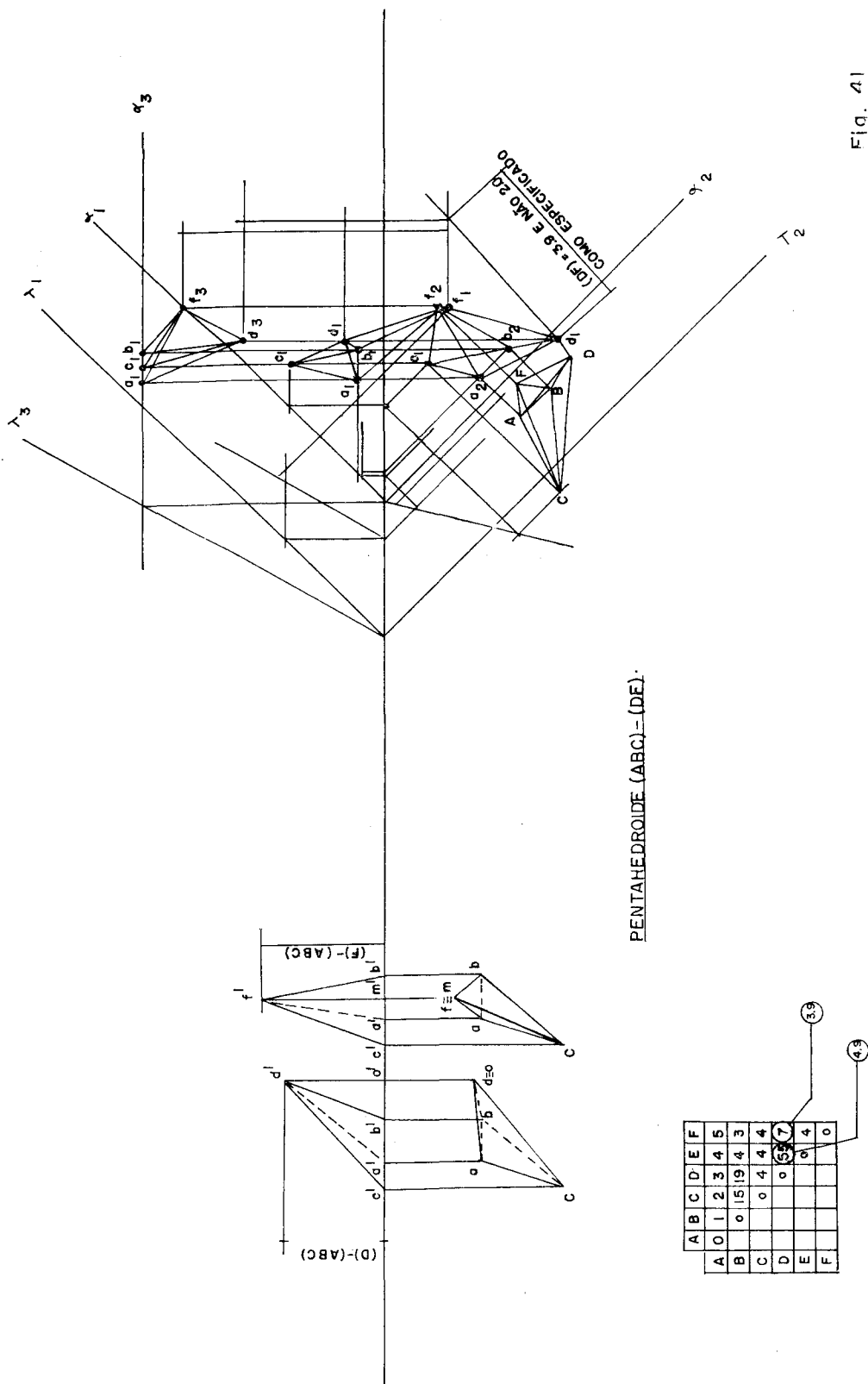


Fig. 41

a) Um ponto flutuante, digamos MM , é identificado pelas coordenadas $(x, y, z, u)_{MM}$.

b) Pelos pontos $MM1$, $MM2$ e $MM3$ traçamos perpendiculares às retas 1, 2 e 3 respectivamente.

c) A perpendicular pelo ponto MM corta o eixo x no ponto $XM1$ e a reta $(\alpha, 1)$ no ponto $YM1$.

d) Pelo ponto $YM1$ traçamos uma perpendicular ao eixo x , cortando-o no ponto $YM2$.

e) Pelo ponto $XM1$ traçamos uma perpendicular ao eixo x , cortando a reta $(\alpha, 2)$ no ponto $XM2$.

f) Traçamos a reta $(XM2 - YM2)$.

g) Determinamos a interseção da reta do item f acima, com a reta pelo ponto $MM2$ perpendicular à reta 2. O ponto de interseção das duas retas é o ponto $M2$.

h) Pelo ponto $M2$ traçamos uma perpendicular ao eixo x cortando a reta $(XM1 - YM1)$ no ponto $M1$.

36. Quando o item 35 é aplicado a todos os pontos flutuantes, aplicamos em seguida os itens 22, de c.2.1. a c.2.8.

37. Imprimimos as coordenadas (xx, yy) para todos os pontos fixos e flutuantes em duas tabelas. O título é "coordenadas dos pontos após concessões".

Exemplo com solução gráfica

Como ilustração do algoritmo procuramos relacionar três pontos fixos (A), (B) e (C) com três pontos flutuantes (D), (E) e (F), sendo dada a matriz de distâncias sociais (figura 40). Nas figuras 40, 41, 42 e 43 temos a solução gráfica *sem concessões*.

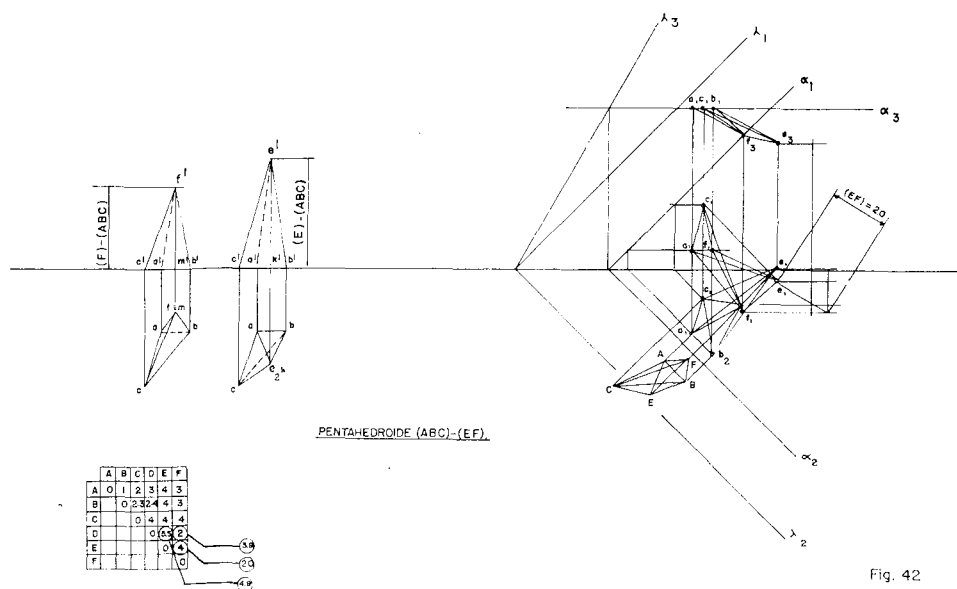


Fig. 42

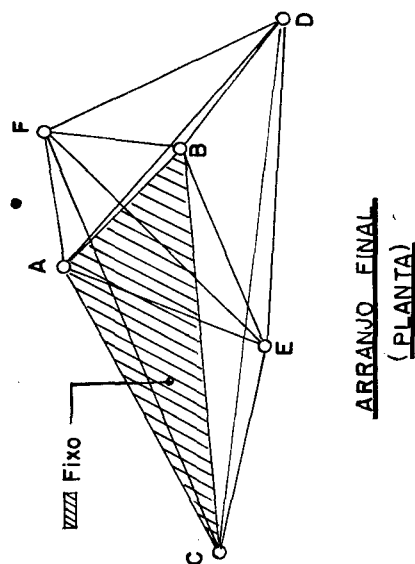
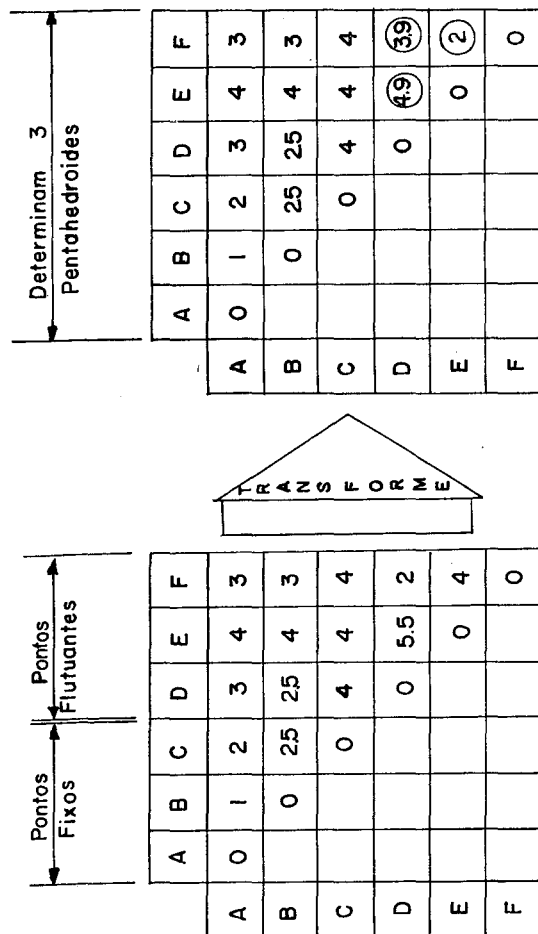


Fig. 43

QUINTA PARTE

Aplicações alternativas do algoritmo

Um fator importante do algoritmo proposto é sua potencial aplicabilidade em uma grande variedade de problemas, mais como um instrumental do que como modelo concebido como uma abstração generalizada e simplificada do mundo real. A vantagem neste caso é que o algoritmo encontra seu lugar entre a concepção abstrata do modelo e a solução prática a ser atendida. Este relacionamento, isto é, a dependência de um modelo em um algoritmo é indicada no problema que discutimos. No caso, a matriz de distâncias sociais é dada e procuramos otimizar as distâncias físicas do mundo real, envolvendo novos pontos à medida que se relacionam com pontos já existentes. A resolução desta otimização é o que o algoritmo procura alcançar.

De fato, este é o objetivo. O que se situa entre o algoritmo, com sua solução mecânica, e o mundo real é o modelo, concebido como uma abstração por processo e construção dependentes de fatores e decisões não diretamente ligados ao algoritmo propriamente dito. Assim, as distâncias sociais que servem como insumo no algoritmo são derivadas de uma conceituação que se fundamenta em um modelo de localização espacial. No que diz respeito ao algoritmo apenas, nenhuma relação existe entre ele (algoritmo) e o modelo abstrato.

A solução fornecida pelo algoritmo refere-se apenas às condições que se apresentam sob as estipulações consideradas pelo modelo. Por outro lado, o algoritmo pode ser utilizado como um instrumento que determina as estipulações que devem existir, a fim de que um certo tipo ou número de condições sejam observadas.

Temos, então, duas importantes características inerentes ao proposto algoritmo. 1) Dadas as estipulações assumidas no modelo, o algoritmo determina as relações entre os pontos. 2) Dadas as relações entre os pontos, o algoritmo determina as estipulações a serem consideradas no modelo.

O exemplo discutido neste trabalho lida com a primeira característica. Em termos genéricos, discutimos um outro problema onde se verifica a possibilidade de utilizar, em processo de interação, as duas características. Tomamos como problema o caso de transporte urbano.

Em sua mais simplificada versão, um modelo de transporte urbano pode ser concebido em termos da localização dos elementos existentes em uma rede de transporte urbano, tais como terminais, locais de estacionamento, ligações físicas entre os mesmos, tipos, capacidade e número de veículos operando na rede. Além disso podemos considerar todas as características destes elementos, tendo em vista as exigências que impõem nas propriedades sociofísicas dos elementos da rede. Por exemplo, considerar-se-iam características definidoras da função ecológica da rede (nível de organização, tecnologia empregada, características da população, condições físicas do meio ambiente).

Eliminando o elemento população como fator, justamente aquele que a rede de transporte propõem-se servir, sugerimos agora a proposição de um problema em que se pede a determinação das condições que devem existir nas relações entre os elementos da rede, em função das características da população. Traduzindo em termos mais técnicos, sejam $x, y, z, \dots, n$, as coordenadas de pontos singulares de uma rede de transporte. Estes pontos podem ser terminais, pontos de mudança de meio de transporte etc. As coordenadas são, em essência, expressões

dos fatores que entram na definição operacional de um índice ecológico da forma $L = f(T, O, E, EP)$, onde cada letra representa tecnologia, organização, meio ambiente (físico-social) e o fator sociopsicológico. Definimos, então, um conjunto de pontos singulares da forma $A_i(x, y, z, \dots n)$. Evidentemente, porque este é um conjunto de pontos homogêneos, estimamos as distâncias sociais entre os mesmos aplicando a conceituação discutida na segunda parte deste trabalho. Podemos, também, ordenar os pontos do conjunto de acordo com os valores dos índices ecológicos que lhes correspondem.

Propositadamente ignorado na estimativa da distância social é o fator população, pois o problema a ser analisado em uma rede de transporte parece ser o seguinte: "Quais são as condições que devem prevalecer nos pontos singulares a fim de que uma certa população, propriamente classificada e estratificada, seja atendida em cada ponto sob condições ótimas de serviço?"

Entra, então, aqui, a aplicação do algoritmo proposto neste trabalho, porque verificamos que a conceituação do modelo do sistema de transporte foi feita, conforme o anteriormente apontado, em um certo nível de abstração e agora o que necessitamos executar são as "mudanças" nas coordenadas dos pontos singulares de acordo com os efeitos nelas impostos pelas características da população que deles se servem. Temos, então, na solução deste problema, duas matrizes de distâncias sociais. Uma é definida em termos de todos os fatores, excluindo o fator população. A segunda é definida em termos das características da população. A comparação das duas matrizes e a manipulação da primeira indicarão os ajustamentos a serem feitos nas coordenadas dos pontos singulares.

Devemos enfatizar que a utilização do algoritmo não torna válido ou inválido os aspectos conceituais do modelo. Esta conceituação pode ser feita a qualquer nível de abstração. Da mesma forma, "serviço" é, também, um conceito que pode ser operacionalizado de diferentes maneiras. Todos estes procedimentos são independentes do algoritmo que fornece apenas um meio de determinar as relações entre o modelo conceitual e sua aplicação em termos de implementação. Esta função do algoritmo é, nos parece, crucial e de importante significação em qualquer problema de localização espacial, pois se situa entre o conceitual e o desejado. Destaca-se como um meio de determinar os tipos de intervenção que devem ser feitos a fim de que as condições existentes observadas se transformem em condições ótimas.

BIBLIOGRAFIA

- ADLER, Ronald, JOHN S. Adams, PETER Gould — *Spatial Organization*, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, Inc., 1971.
- LINDGREN, C. Ernesto S. — "Symmetry in a Four-Dimensional Space", Report No. 11, Dept. Graphics and Eng. Drawing, Princeton University, 1964a.
- "An Engineering Application of Four-Dimensional Descriptive Geometry" Report No. 12, Dept. Graphics and Eng. Drawing, Princeton University, 1964b.
- "On the Fundamentals of the Four-Dimensional Descriptive Geometry", Rudgers — The State University, 1964c.
- "Lectures 1 and 2 on 4-D Geometry", Dept. Graphics and Eng. Drawing, Princeton University, 1964d.
- "Four-Dimensional Descriptive Geometry, Symmetry-Descriptive Solution", Special Report No. 1, Dept. Graphics and Eng. Drawing, Princeton University, 1965a.
- "Four-Dimensional Descriptive Geometry; Regular Pentatope-Orthographic Projections", Special Report No. 2, Dept. Graphics and Eng. Drawing, Princeton University, 1965b.
- "Four-Dimensional Descriptive Geometry; Rotation", Special Report No. 3, Dept. of Graphics and Eng. Drawing, Princeton University, 1965c.
- "Four-Dimensional Descriptive Geometry; Problems on 3-D Spaces", Special Report N.º 4, Princeton University, 1965d.
- "Graphical Plotting of Data — An Application of Three and Four-Dimensional Theoretical Descriptive Geometry", Special Report No. 5, Princeton University, 1965e.
- "Four-Dimensional Descriptive Geometry: Metric Problems — Angles, Descriptive Solution", Special Report No. 6, Dept. of Graphics and Eng. Drawing, Princeton University, 1965f.
- "Four-Dimensional Descriptive Geometry: Proposition of a Problem", Special Report No. 7, Dept. of Graphics and Eng. Drawing, Princeton University, 1965g.
- "Four-Dimensional Descriptive Geometry: Metric Problems: Distances", Special Report No. 8, Dept. of Graphics and Eng. Drawing: Princeton University, 1965h.
- "Four-Dimensional Descriptive Geometry: Proposed Problems", Special Report No. 9, Dept. of Graphics and Eng. Drawing, Princeton University, 1965i.
- LINDGREN, C. Ernesto S. e STEVE M. Slaby — *Four-Dimensional Descriptive Geometry*, New York: McGraw-Hill Book Co., 1968.

Livro escrito por Peter E. Lloyd e Peter Dicken, da Universidade de Manchester, Inglaterra — Publicado pela Harper & Row, Nova York, Evanston, São Francisco e Londres — 1972.

Location in space: A theoretical approach to economic geography

Essa publicação originou-se de vários cursos realizados pelos autores em universidades americanas e inglesas e, segundo eles, é uma tentativa de suprir a ausência de um livro introdutório que tratasse a geografia econômica de modo conceitual e se concentrasse primordialmente nos princípios locacionais, de preferência às atividades econômicas específicas.

O livro reflete bem as profundas mudanças sofridas pela matéria nas duas últimas décadas e é uma fonte de consulta valiosa para aqueles que pretendem se iniciar nas técnicas estatísticas atuais.

A apresentação da matéria foi feita de modo bastante ordenado, obedecendo a uma estrutura lógica, como veremos a seguir.

O primeiro capítulo é uma introdução à geografia econômica na qual os autores expõem o conceito de sistema econômico como “uma estrutura organizada através da qual o homem procura alocar eficientemente recursos escassos de usos alternativos de acordo com suas necessidades”.

Após afirmar que a dimensão espacial desse sistema deve ser a variável fundamental para o geógrafo, os autores colocam a questão de uma nova etapa da ciência na qual procura-se formular uma teoria básica. Dentro dessa idéia a busca de uma explanação das tendências e padrões de localização geral apresenta-se mais válida do que a simples descrição de exemplos específicos.

Assim, de acordo com este ponto de vista, um grande número de pesquisas geográficas atualmente estão voltadas para a construção de teorias e *modelos* numa tentativa de compreender a complexidade do mundo real a ser capaz de prever os futuros padrões espaciais.

Na concepção dos autores a maior vantagem apresentada pelo emprego de modelos é que embora eles não possam representar exatamente

a realidade, podem ajudar não só no entendimento de um dado problema como também na formulação das questões mais relevantes para aumentar esse conhecimento.

Finalizando o capítulo, é abordado o crescente interesse por parte da geografia na “análise de sistemas” e, citando Hall e Fagen (1956), é dada a seguinte definição para sistema no contexto geográfico: “um conjunto de objetos juntos com a relação entre eles e seus atributos”. Esses objetos do sistema econômico são todas as atividades e instituições que realizam um papel na economia e a “relação” entre esses objetos são as conexões que mantêm unido o sistema.

Os mecanismos desse sistema estão muito bem representados na figura 1.

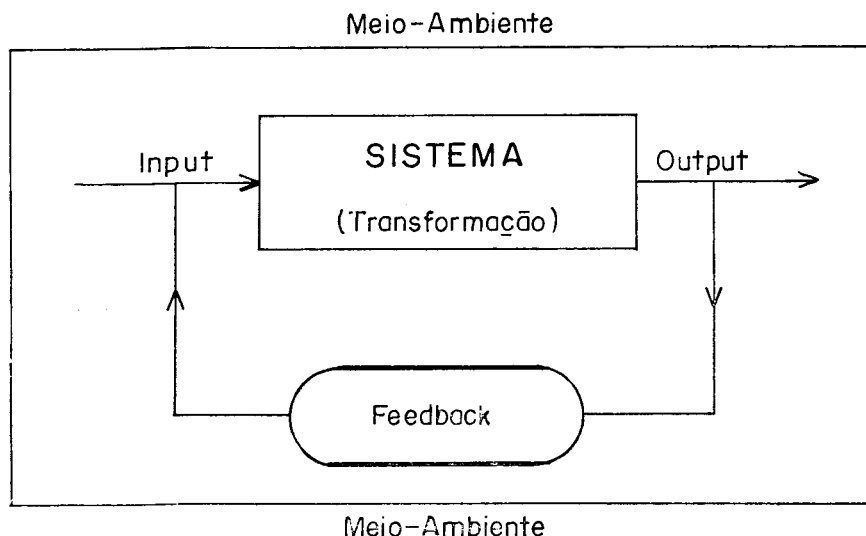


Fig.1 - Um Sistema Aberto Simples

A localização e sua importância na complexa realidade econômica é o tema dos capítulos 2 e 3.

Descrevendo o *central place* como um lugar cuja função primária é a provisão de uma larga gama de produtos e serviços a uma população dispersa em sua volta, os autores colocam logo no início do segundo capítulo a noção de *threshold value* de um produto x, como sendo “o nível mínimo de demanda exigida por esse produto, de modo a assegurar ao produtor retorno suficiente para cobrir o custo adicional, fornecendo lucro razoável”.

A partir da noção do *threshold value* delineia-se um mercado circular que seria a forma final lógica (demonstrado graficamente) num sistema em que, mantendo as demais variáveis fixas, o preço para o consumidor varia com sua distância do ponto de origem da produção. Assim, quanto mais distante ele está desse ponto menor será seu consumo, sendo o preço progressivamente maior.

A evolução clássica da forma do mercado é apresentada, em seguida, evoluindo de circular a hexagonal, que seria “teoricamente a forma mais eficiente de mercado, porque permite o maior aglomerado de áreas de mercado condizente com a minimização dos custos de movimento” (Haggett, 1965).

Citando Christaller, os autores referem-se à hierarquização dos centros obedecendo à regra fundamental de que um lugar de determinado

nível hierárquico fornece não somente aqueles produtos e serviços de sua classe mas também todos os produtos e serviços de classe inferior.

Ao descrever o padrão espacial da produção agrícola, Lloyd e Dicken partiram inicialmente de um modelo teórico de um único cultivo. O impacto da variável distância é decisivo nessa situação, sendo responsável pela *economic rent* de determinada área.

O conceito de *economic rent* é, pois, fundamental; seria o mecanismo pelo qual os escassos recursos da terra estariam alocados de modo a permitir o maior lucro possível. Assim, o *economic rent* basicamente mede as vantagens que um pedaço de terra apresenta sobre outro. No modelo simplificado sobre o qual os autores discorrem, a única vantagem possível seria a da localização em relação ao mercado de produtos agrícolas. De fato, para cada produto o agricultor receberá o preço de mercado menos o custo da produção e o *custo de transporte dessa mercadoria para o mercado*.

Como resultado da situação descrita acima, quanto mais próximo do mercado mais cobiçado será o terreno e, conseqüentemente, mais disputado será o seu cultivo. Essa competição de ofertas entre agricultores pela disputa do terreno resultará numa *bid-rent-curve* semelhante à *location rent curve*.

Quanto à relação entre produtores diferentes e a distância do mercado, para cada produto haverá:

1. um preço de mercado específico dependente da relação oferta — procura desse produto;
2. uma taxa de transporte específica, que vai variar de acordo com a natureza do produto — seu volume, perecibilidade e transportabilidade em geral;
3. um custo básico de produção que se presume ser constante no espaço para qualquer produto;
4. um rendimento específico por pedaço de terra.

Assim, cada produto terá uma *bid-rent-curve* diferente e cada nível de *location rent* determinará qual cultura será produzida numa dada unidade rural. A representação espacial que resultará desse sistema será um padrão de uso da terra agrícola em *anéis concêntricos ou zonas*, cada zona abrigando aquele tipo de exploração que dará os maiores *location rent*.

Essa análise do problema de localização agrícola foi formulada inicialmente por Von Thünen em 1826, e, mais tarde, aperfeiçoada por Dunn (1945), Hoover (1937), Lösch (1954), Isard (1956).

Segundo o modelo de Von Thünen, bastante conhecido entre nós *, as atividades agropastoris estariam localizadas “numa série regular de zonas concêntricas em torno de mercados urbanos”. Tal zoneamento estaria baseado na influência do custo de transporte sobre a *economic rent* de unidades rurais cada vez mais distante do mercado, juntamente com a sensibilidade de diferentes produtos ao custo do transporte.

Aprofundando-se na estrutura dos lugares centrais, os autores fizeram nesse ponto uma comparação entre o sistema de Christaller e o de Lösch. Segundo Christaller a progressão dos tipos de áreas de mercado é fixa e regular, uma vez que a forma de rede tenha sido estabelecida de acordo com um dos três princípios básicos: o de mercado, o de tráfego e o administrativo. Já o modelo de Lösch, “apesar da obs-

* A *Revista Brasileira de Geografia*, Ano 36 — n.º 4, publicou um artigo — “Distribuição de Atividades Agropastoris em torno da Metrópole de São Paulo” — que utiliza esse modelo.

curidade de certas partes”, parece ser bem mais flexível e compreensível; para ele não é necessário supor três princípios separados e conflitantes, como na teoria anterior, pois seu sistema regional completo, de centros e áreas de mercado hexagonal, agrupam todos esses princípios ao mesmo tempo.

Para compor a rede de lugares centrais, ele sobrepôs todas as redes hexagonais possíveis, mantendo cada um pelo menos um centro em comum, que seria a metrópole ou núcleo da rede.

Finalizando o segundo capítulo, os autores fizeram menção ao movimento e interação na paisagem econômica, focalizando o Modelo de Gravidade de J. Q. Stewart (1947) que, em linhas gerais, supõe que o total de interação entre dois lugares será diretamente proporcional aos produtos de suas populações (ou qualquer medida de “massa”) e inversamente proporcional à magnitude da distância que as separa. Esse modelo foi posteriormente modificado por Ullman.

O objetivo do capítulo seguinte é “testar” o modelo espacial exposto anteriormente com a realidade. A orientação adotada no livro foi a de basear-se em pesquisa rigorosamente científica de casos empíricos.

Estudos de *central places* realizados nos Estados Unidos, Canadá, Grã-Bretanha e Alemanha revelaram que uma organização hierárquica rígida, como foi proposta por Christaller, não se verifica. No entanto, em todos esses exemplos notou-se que os lugares centrais estão organizados numa hierarquia funcional.

Os autores, entretanto, se detiveram mais demoradamente em comentários sobre a relação estatística apresentada nesses estudos entre variáveis tais como: por um lado, o número de funções centrais e unidades funcionais (estabelecimentos) e, por outro, a população dos lugares centrais. Assim, “quando a população dos centros aumenta, o número de unidades funcionais aumenta mais ou menos proporcionalmente”. Essa relação pode ser medida empregando-se o *coeficiente de correlação* (r), uma técnica bastante utilizada e que se encontra em qualquer livro básico de estatística. A análise de regressão é outra técnica citada e que foi também empregada para mostrar a relação entre as duas variáveis acima e cuja maior vantagem é que através dela pode-se medir até quando o valor de uma variável muda em relação ao valor da outra variável.

Os autores, baseados em evidências empíricas, defendem a tese de que na medição da hierarquização de lugares centrais não apenas as atividades terciárias serviriam de base, mas também certo grupo de indústrias manufatureiras bastante influenciadas pelo mercado, pois elas se assemelhariam muito com o setor terciário em suas características locais.

Finalmente o livro dá realce a *rank-size rule*, que pode ser expresso basicamente como: $Pr = \frac{P_1}{r^q}$ significando que a população de uma dada cidade de classe (*rank*) r é igual à população da maior cidade (*first ranking city*) dividida pela classe da cidade em questão.

A *rank-size rule* foi postulada no fato de que se os centros urbanos forem ordenados conforme o tamanho de sua população, em muitos casos o tamanho de um centro será inversamente proporcional à sua classe.

Essa relação foi verificada não somente nos Estados Unidos como também através de um estudo realizado por Berry entre 38 países em níveis diversos de desenvolvimento econômico, no qual encontrou 13 países apresentando uma distribuição de cidades do tipo *rank-size*, enquanto em outros 15 observou-se a *primate distribution* na qual um

ou dois grandes centros dominam e há uma ausência de cidades de médio porte. Os demais revelaram uma situação intermediária entre *rank-size* e *primate*.

Em seguida, Lloyd e Dicken analisam a distribuição espacial dos centros urbanos citando, inicialmente, a *nearest-neighbor analysis* que é um método para determinar até onde uma distribuição de pontos (centros urbanos) se diferencia de uma distribuição aleatória. A técnica se baseia na distância em linha reta entre um centro e seu vizinho mais próximo na área em questão. A distância média resultante é então comparada com um modelo de aglomeração (*cluster*) de valor 0; aleatório (*random*) de valor 1,0; ou uniforme igual a 2,15. Uma distribuição hexagonal teria um valor de 2,15. Após citar vários estudos utilizando essa técnica os autores concluem que é extremamente duvidoso que a distância física em linha reta seja uma medida realista do espaçamento funcional dos lugares centrais. Para eles, uma atitude mais válida seria aquela que levasse em conta as variações da densidade populacional. Um estudo interessante utilizando as relações distância-densidade foi desenvolvido por Bogue (1949) que, estudando as regiões metropolitanas dos E.U.A., demonstrou que existe uma grande evidência de regularidade espacial em muitas de suas características. Em todos os exemplos a densidade populacional declina sistematicamente com o aumento da distância a partir da metrópole e essa tendência continua em direção à extremidade do *hinterland* metropolitano.

Em anos recentes, pesquisas interessantes têm sido realizadas tentando aplicar a teoria da localidade central a mercados em condições diferentes dos exemplos até agora comentados, localizados em países subdesenvolvidos, em sua maioria asiáticos. Aí, com níveis de renda bastante baixos e a mobilidade dos consumidores restrita quase que somente a percursos a pé, a firma não pode sobreviver com uma localização fixa. Desse modo, as funções centrais são executadas por "caixeiros viajantes" que, percorrendo várias localidades, acumulam demanda suficiente para exceder o *threshold*. O movimento dos mercados periódicos (reunião de caixeiros viajantes) não é aleatório, "estando regulamentado por costumes ou fixados artificialmente". *

O capítulo 3 termina com uma abordagem sobre a regularidade espacial da produção agrícola. Os autores chamam a atenção para o fato de que hoje em dia nas economias altamente industrializadas o padrão espacial agrícola em zonas concêntricas apresenta-se bem menos evidente que no passado. A área onde tal aspecto ainda aparece caracterizado é a região mais interna da produção agrícola, em volta das cidades — hortigranjeiros, produção de leite e floricultura.

Sinclair (1967) apresenta uma teoria bastante interessante pela qual o custo do transporte não seria a variável mais importante na variação do *economic rent* e sim a *expansão urbana*. Para ele a expectativa de expansão do centro urbano criaria um valor "antecipado" do solo agrícola tão grande que desestimularia o proprietário a investir um grande capital na lavoura. Desse modo, o valor da terra para exploração agrícola seria mais baixo, próximo ao centro urbano em expansão e aumentaria com a distância onde a probabilidade de invasão urbana é menor.

Os países subdesenvolvidos, segundo vários estudos citados, parecem estar mais próximos do modelo de Von Thünen, uma vez que aí o custo do transporte seria preponderante na variação espacial do *economic*

* O volume 64 — n.º 2 (junho 1974) do *Annals of the Association of American Geographers* traz um artigo focalizando os ciclos desses mercados periódicos utilizando técnicas quantitativas.

rent. O que estaria ocorrendo nos países desenvolvidos, na opinião de alguns autores, seria a existência de anéis de produção agrícola numa escala maior do que aquela em torno de uma área urbana individual. O noroeste europeu, por exemplo, seria um vasto mercado para os produtos agrícolas dessa região.

Os autores apresentam em seguida o modelo de gravidade afirmando que realmente a intensidade de movimento e interação diminui com o aumento da distância.

Na segunda parte da obra procura-se chegar a uma situação mais semelhante à realidade. Os capítulos 4 e 5 apresentam uma análise mais realista da localização sob o impacto de variáveis de custo importantes como o meio, a natureza do terreno, o tipo de mercadoria transportada, etc., individualmente e em grupo.

A distribuição desigual de matérias-primas industriais e de recursos energéticos é o tema focalizado no capítulo 4. A *análise do ponto de transporte mínimo* de Weber é apresentada e, segundo ela, as indústrias manufatureiras serão localizadas no ponto onde os custos de transporte forem minimizados. Weber observou que os custos de transporte são determinados por 2 fatores: o *peso* do material e produto envolvidos e a *distância* a que devem ser transportadas e a partir desses dois elementos concebeu um índice de custo: o *ton-mile*.

Seu trabalho teve como principal êxito mostrar como a existência de matérias-primas localizadas afetam a distribuição da indústria manufatureira.

Logo em seguida são citadas duas técnicas que, baseando-se na teoria de Weber, tentam aprimorá-la e adaptá-la a situações mais complexas: a primeira é a de Walter Isard (1956), com sua *análise de substituição*, que amplia a teoria básica introduzindo uma “linha de transformação” que expressa todas as relações de substituição possível para a distância a partir do mercado e a partir da fonte de matéria-prima. O outro método desenvolvido a partir da teoria de Weber foi a *curva de custo espacial* de D. M. Smith (1966). A base desse método é a técnica de *isodapane* definida pelo autor como “uma linha unindo pontos de igual custo de transporte”.

Analisando as implicações dos “recursos localizados” na economia espacial Lloyd e Dicken destacam o fato de que as indústrias com uma grande proporção de seus custos totais, empregados na aquisição e no processamento de matérias-primas pesadas e localizadas, serão fortemente atraídas para junto das mesmas. Por outro lado, aqueles produtos com relativamente baixa proporção de matérias-primas pesadas no total de custo terão uma autonomia de localização semelhante às funções de serviço central no modelo de Losch-Christaller. Os autores chamam a atenção para o fato de que no mundo real onde a natureza da demanda e tecnologia de produção estão em constante mudança, a natureza da matéria-prima básica e seu impacto sobre o povoamento e a distribuição populacional também mudam, causando portanto transformações profunda na economia espacial.

Variações espaciais no meio físico afetam, principalmente, a localização da produção agrícola e, indiretamente, outros tipos de atividade econômica. Embora os autores reconheçam a enorme importância dessas diferenças físicas sobre o padrão de uso da terra, eles as observam sob o prisma do custo econômico, isto é, o impacto do meio físico na localização da produção agrícola é vista “como um dos fatores de controle de custo entre muitos”.

Quanto às variações nos custos dos transportes negam o exagerado determinismo físico na localização das rotas defendida pela geografia

tradicional. Em sua opinião, a determinante fundamental de localização seria “a *demanda* (real ou potencial) gerada por tais rotas, principalmente pela *complementaridade* dos lugares”. A influência direta do meio físico se fará sentir, numa segunda etapa, sobre o *custo da construção*.

A teoria de Bunge, ilustrada na figura abaixo, diz respeito ao problema do transporte na conexão de centros urbanos:

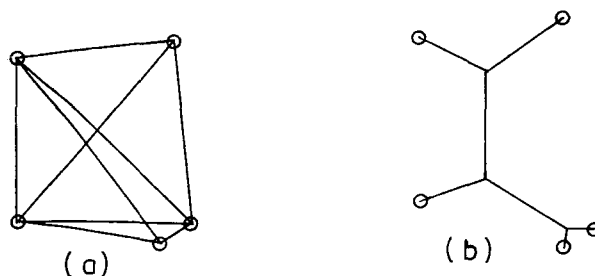


Fig.2 - Duas Redes de Transporte Básicas

A fig. 2 (a) é o padrão característico da rede *least-cost-to-user*, na qual todos os centros se relacionam diretamente; a fig. 2 (b) apresenta o padrão *least-cost-to-build*, onde o comprimento da rede foi diminuído ao extremo, não ligando, entretanto, dois centros diretamente. Esses dois padrões, segundo o autor, explicariam em parte o formato da rede de transporte nos Estados Unidos: o *least-cost-to-user* caracterizaria o nordeste e o meio-oeste onde as grandes metrópoles estão agrupadas e a demanda por transporte é, conseqüentemente, maior. Nas demais regiões os centros urbanos são mais escassos, aumentando a distância entre eles e diminuindo o volume de tráfego. As condições determinantes nesse caso seriam aquelas relativas ao custo de construção, sendo o *least-cost-to-build* o padrão esperado.

Uma superfície heterogênea obviamente terá efeito sobre o custo da construção. Trabalhos de Lösch e Werner, entre outros, sugeriram que os desvios produzidos por tais fatores são análogos à lei física da refração. Assim, por exemplo, uma grande cadeia de montanhas iria “curvar” uma via de transporte do mesmo modo que uma lente ótica refrataria um raio de luz: quanto maior o índice de refração maior seria a deflexão. A presença de fronteiras políticas também seria um outro exemplo de distorção no padrão das vias de transporte.

Quanto à estrutura do custo do transporte, a fig. 3 abaixo demonstra bem o modo como ocorre:

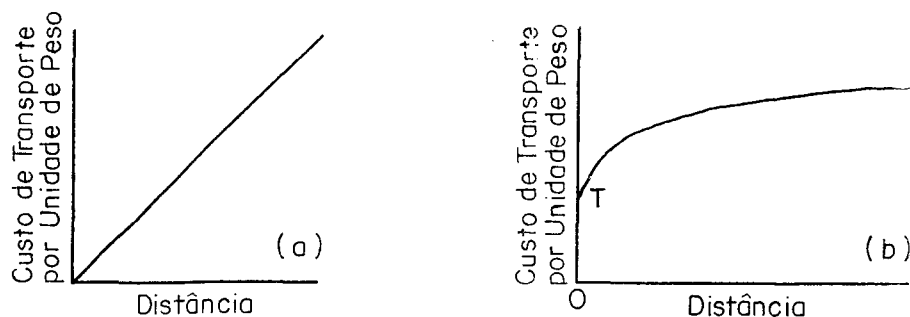


Fig.3 - Curvas de Custo de Transporte

Na fig. 3 (a) aparece o custo do transporte como vinha sendo tratado até aqui, isto é, diretamente proporcional à distância; a fig. 3 (b) apresenta a situação real onde o custo é geralmente menos que proporcional à distância. A principal razão está na existência de custos fixos que não são influenciados pela distância do percurso, como por exemplo, os custos da manutenção de equipamento e os custos de depreciação entre outros. Esses custos básicos aparecem na fig. 3 (b) com o nome de custos terminais (OT). Não sendo diretamente proporcional à distância eles tendem a diminuir num percurso longo onde esses custos básicos se “diluiriam” mais do que numa distância mais curta.

Muitos outros fatores influenciam o custo do transporte, sendo os mais relevantes o meio de transporte, o tipo de mercadoria e as variações da tarifa de frete segundo as características de tráfego.

Qual seria, então, a consequência desse novo enfoque sobre custo de transporte na localização das atividades econômicas?

Para Lloyd e Dicken seria a ampliação das áreas de mercado e de fornecimento de todos os tipos de produtos, uma vez que as grandes distâncias diminuiriam os custos de transporte, como foi visto. Essa ampliação não seria, entretanto, uniforme no espaço mas iria variar de acordo com as vantagens de custo de diferentes rotas.

As melhorias nos meios de transporte e seu impacto no espaço são finalmente analisadas pelos autores através de um ciclo contínuo como mostra a fig. 4:

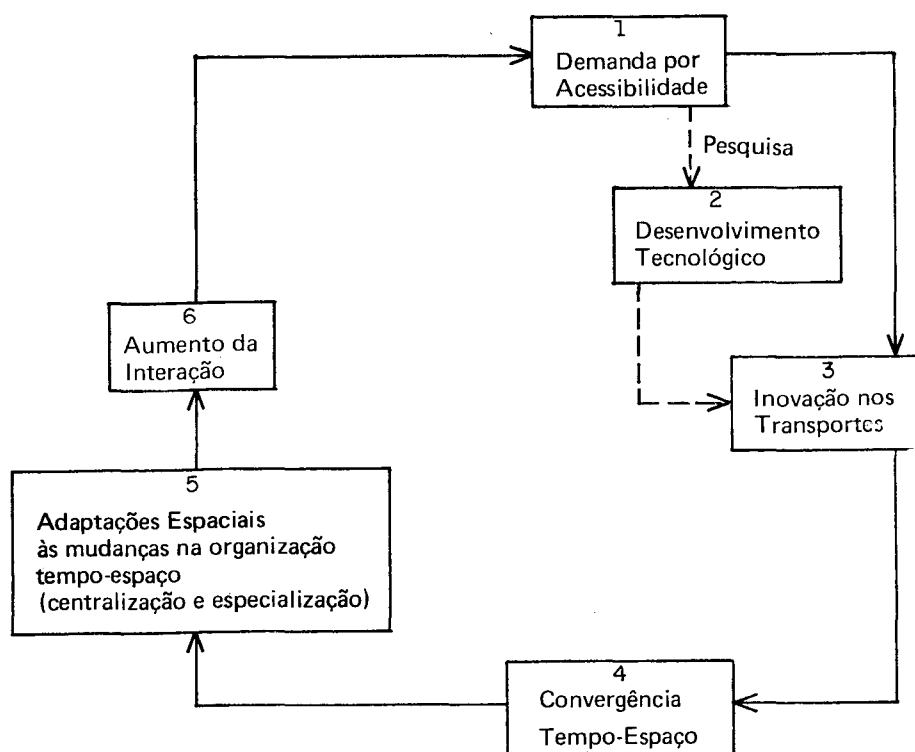


Fig.4 – Processo de Reorganização Espacial devido ao melhoramento dos transportes

Esse processo, a título de explicação, inicia-se com a demanda gerada pelo sistema econômico por maior acessibilidade (1) medida em

termos de tempo e custo. Se a demanda for suficiente provocará a pesquisa para sua satisfação (2). Caso a pesquisa seja bem sucedida resultará na inovação dos transportes (3). O desenvolvimento dos meios dos transportes e, como ressalta o autor, os desenvolvimentos técnicos desses meios provocam um declínio violento no custo do transporte e também no tempo gasto, por exemplo, entre dois pontos no espaço. Como resultado de tais mudanças esses pontos estariam efetivamente mais próximos entre si. Na terminologia de Janelle, são caracterizados pela convergência tempo-espaço *time-space convergence* (4). Conseqüentemente as relações espaciais entre as atividades econômicas seriam profundamente alteradas (5), resultando dessa reorganização espacial um nível de interação elevado (6).

“A diminuição do gasto com transporte torna mais significativa a participação dos custos de produção na estrutura de custo de uma atividade econômica.” *

A influência dos fatores de produção ** — trabalho, capital, tecnologia — e suas variações espaciais são analisadas em seguida. No caso específico do fator trabalho os autores chamam a atenção para o fato do impacto da força de trabalho sobre a localização das atividades econômicas não estar declinando com o tempo como muitos acreditavam. Observam também que tanto a demanda por trabalho exercida pelos sistemas de produção está desigualmente distribuída no espaço como a oferta também varia, principalmente a oferta por diferente tipo de trabalho.

Para eles a variação espacial do custo de trabalho não é função somente dos níveis salariais, como também da própria produtividade por trabalhador. O sindicalismo surge como fator preponderante nessa diferenciação dos custos no espaço.

Quanto à mobilidade de capital, dividiram de acordo com suas duas formas:

— o capital físico (fábricas, equipamentos) que uma vez posto em funcionamento torna-se uma poderosa força locacional, “orientando o desenvolvimento da economia no espaço através de sua inércia”. Origem do fenômeno denominado *geographical or industrial inertia*.

— o capital monetário consideravelmente mais móvel, sendo seu movimento restrito por barreiras institucionais (fronteiras internacionais, comunidades econômicas, etc.)

Embora considerem que dentro de uma nação a mobilidade espacial do capital está aumentando, não há dúvidas que “as disparidades na disponibilidade desse fator no passado tiveram uma influência poderosa no desenvolvimento e, portanto, na atual geografia do sistema econômico”. Realmente, no caso do Brasil, por exemplo, é conhecido o fato de a industrialização, a partir da década de 30, ter-se concentrado no eixo Rio—São Paulo, além de outras razões, pela disponibilidade de capitais aí existentes.

Quanto ao conhecimento técnico *** pode ser considerado um fator espacialmente localizado, orientando-se em direção às maiores concentrações de produção e aos focos da rede geográfica de comunicações.

* A persistência da atual “crise” do petróleo poderá alterar profundamente a estrutura de custo aqui exposta.

** O fator terra não foi analisado neste capítulo.

*** Por conhecimento técnico considera-se aqui: a) a invenção — introdução de novos processos e técnicas ao conhecimento existente e b) a inovação — adoção desses processos e sua adaptação ao processo produtivo.

Por fim, os autores concluem que cada fator de produção com suas características de mobilidade exercem uma grande influência na localização espacial. Aquele fator particular, ou a combinação deles, que representa o papel dominante varia de setor para setor e de indústria para indústria.

O sétimo capítulo vai apresentar as variações na demanda através da análise de *potential models* * que fornecem dados valiosos a respeito das variações espaciais de indicadores agregados como a renda individual ou a venda a varejo, capazes de proporcionar uma noção sobre a demanda potencial disponível. Outras determinantes importantes também na avaliação do nível da demanda seriam o preço de mercado do produto ou de serviço; os preços relativos de todos os outros produtos e serviços e a preferência e gosto do consumidor.

A seguir os autores apresentam três causas básicas para a economia de escala: a) a especialização da força de trabalho e do equipamento; b) a economia de um grande estoque de material: uma grande indústria imobilizaria relativamente menos recursos em reservas (estoque de equipamento, peças sobressalentes) do que uma pequena indústria; c) a economia de compras em larga escala, que implicaria em condições privilegiadas na obtenção de crédito, tarifas de serviços de utilidade pública (água, gás, etc) e na própria transação de compra com os fornecedores.

Por essas razões concluem os autores que é provável que “a expansão de uma fábrica para aumentar seu *output* produza custos por unidade mais baixos”. Porém, tais economias de escala são capazes de influenciar até certo ponto; na terminologia de Bain existe uma *minimum optimal scale* (MOS) “abaixo da qual uma fábrica será menos eficiente (isto é, terá custos por unidade mais elevados) e acima da qual não é provável que ocorra menores custos”.

Hoover (1937) provou que essas duas variáveis, escala de produção e demanda, estão intimamente ligadas, mostrando a maneira pela qual as reduções de custo por unidade, quando a escala aumenta, diminui o preço final da mercadoria de um estabelecimento, estendendo assim sua área de mercado.

O capítulo 8 remove a última variável, e talvez a mais importante, influenciando o padrão locacional das atividades econômicas: o processo decisório.

Os autores ressaltam o fato de ser esse um campo novo para o geógrafo, para o qual a primeira preocupação deva ser as decisões locais, “incluídas inicialmente dentro do contexto das decisões em geral que uma firma deve tomar em sua adaptação constante com o ambiente em mutação ao seu redor”.

As decisões tomadas por uma empresa vão depender fundamentalmente das informações disponíveis que ela recolhe do ambiente. Nesse ponto uma distinção é feita entre o ambiente observado (*perceived or behavioral environment*) e o ambiente objetivo, “sendo o primeiro um segmento do ambiente objetivo sobre o qual os sinais de informação são recebidos e interpretados pelos mecanismos de percepção da empresa”. Esses mecanismos é que vão selecionar a informação “recebendo

* Os *potential models* são baseados no Modelo de Gravidade ($l_{ij} = \frac{P_i P_j}{d^{b_{ij}}}$) o qual indica que a interação (l) entre dois lugares (ij) está relacionada com o produto de suas “massas” (medida por exemplo pelo tamanho de sua população — P) dividido pela distância que os separa ($d^{b_{ij}}$).

somente uma proporção limitada da informação transmitida pelo ambiente objetivo”.

Feitas essas observações sobre o processo de coleta de informação os autores classificam as fontes de obtenção dessa informação em três tipos:

- a observação visual;
- as comunicações interpessoais que estendem o limite do campo visual mas estão sujeitas a várias barreiras como a “distância funcional” relacionada com a organização de grupos sociais com uma forte identidade espacial (por exemplo grupos étnicos de centros metropolitanos);
- as fontes de informações públicas: os meios de comunicação de massa (Rádio, TV); as organizações governamentais e outros corpos. De interesse geográfico é o fato de essa fonte de informação pública apresentar uma tendência espacial segundo a hierarquia urbana. Os grandes centros estariam assim em situação privilegiada.

Quanto à decisão puramente locacional duas observações são bastante interessante e originais: a primeira é a importância da percepção que o empresário faz do ambiente ao seu redor — *mental maps* — formando uma imagem distorcida desse ambiente com grande preferência pelas áreas familiares, que vai influenciar em muito a escolha da localização de um empreendimento qualquer.

A segunda diz respeito a um fator preponderante na escolha da localização ideal que é a minimização da incerteza, que leva o empresário a agir preferentemente de 3 maneiras: repetindo comportamentos anteriores, permanecendo no local; localizar-se em área de grande familiaridade, em geral o circuito entre o local de trabalho e a residência ou, finalmente, imitando o comportamento de outros que ele julga ter sido acertado. Esse terceiro tipo se assemelharia, assim, ao processo migratório.

A terceira e última parte do livro examina a evolução da economia espacial sob condições mais reais, isto é, tentando analisar a influência das variáveis da 2.^a parte na localização através do tempo e, finalmente, o último capítulo é um comentário da experiência de políticas governamentais no campo econômico.

Os autores iniciam o capítulo 9 examinando a gênese do crescimento num sistema econômico espacialmente organizado e concluindo que as origens verdadeiras do impulso inicial do desenvolvimento no espaço são extremamente difíceis de se precisar quando analisadas retrospectivamente.

No entanto, uma vez iniciado o processo, ele tende, pelo menos em seus estágios iniciais, a ter um caráter cumulativo. Entre os três “fatores cumulativos” analisados no livro: os efeitos multiplicadores, os fatores de escala e os fatores de comportamento, o primeiro mereceu maior atenção por parte dos autores que mostram através de um diagrama como os impulsos de crescimento são gerados através desses efeitos.

Como mostra a figura a seguir, o processo inteiro é cumulativo, cada novo desenvolvimento gerando efeitos multiplicadores adicionais atraindo novos empreendimentos.

Quanto à transmissão dos impulsos gerados pela continuação desse processo eles se realizam através de dois efeitos: *spread and backwash effects* — que, em linhas gerais limitariam esse processo à vizinhança dos centros em desenvolvimento e a outros centros, obedecendo à hierarquia urbana, favorecendo especialmente os de 1.^a ordem. As áreas excluídas dessa influência dos *spread effects* estariam sujeitas não a um crescimento paralelo, mas sim a um *counterpoised decline* — *backwash effects* (Mirdal, 1957).

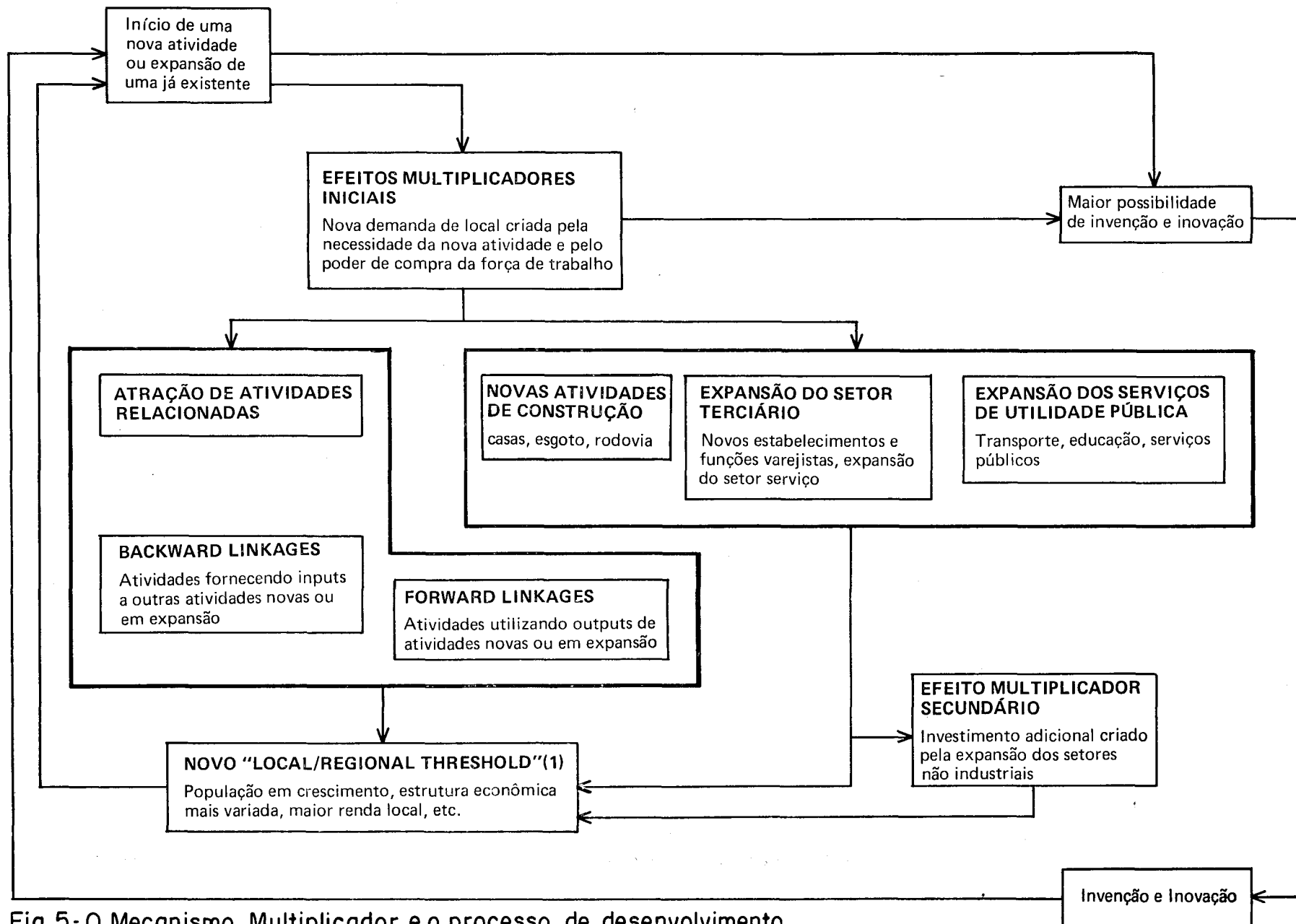


Fig.5- O Mecanismo Multiplicador e o processo de desenvolvimento cumulativo e circular.

O capítulo 10 — *Spatial Imbalances in Economic Health* contém um estudo de quatro casos: EUA, Canadá, Inglaterra e França, empregando a *Análise de Componentes Principais*. As variáveis utilizadas em todos os casos foram a renda, população, emprego, desemprego e educação.

A margem de conclusões interessantes a respeito das desigualdades regionais no desenvolvimento econômico desses países citados, o capítulo tem como seu maior mérito a demonstração dessa técnica de comparação de múltiplas variáveis na construção de um padrão espacial característico*.

Uma vez apontadas as áreas-problema os autores abordam no último capítulo a intervenção do governo desses países para tentar minorar tais desequilíbrios. A conclusão a que chegaram é que, de modo geral, a ação governamental, com possível exceção da França é caracteristicamente descoordenada.

Por essa razão salientam os autores que um elemento fundamental de um programa de desenvolvimento regional deva ser “sua integração com a política de âmbito nacional” apoiada numa sólida base de informações e pesquisas.

No nosso País é inegável a falta de tal sentido amplo em políticas de planejamento regional, onde na maioria dos casos tenta-se implantar uma industrialização não levando em conta o fato de que, como salienta Friedmann, “o desenvolvimento regional é essencialmente induzido pela estrutura de demanda nacional” e, desse modo, o papel de cada região deve estar adaptado a tal demanda externa.

Finalmente os autores defendem a política de planejamento baseada na teoria de pólo de crescimento, pela própria afinidade que ela apresenta com os princípios básicos de organização socioeconômica do espaço apresentados no livro. Isto é, “o crescimento econômico, por várias razões, é espacialmente desigual.”

Comentário de ADMA LIMA HAMAM

Geógrafa do IBGE.

* Uma introdução básica desta técnica é dada ao leitor no final do capítulo