

REVISTA BRASILEIRA DE ESTATÍSTICA

ISSN 0034-7175



volume 74

número 238

janeiro / junho 2013

Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão
Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE

REVISTA BRASILEIRA DE ESTATÍSTICA

volume 74 número 238 jan/jun 2013

ISSN 0034-7175

R. Bras. Estat., Rio de Janeiro, v. 74, n. 238, p. 1-155, jan./jun. 2013

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE
Av. Franklin Roosevelt, 166 - Centro - 20021-120 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil

© IBGE. 2014

Revista Brasileira de Estatística, ISSN 0034-7175

Órgão oficial do IBGE e da Associação Brasileira de Estatística - ABE.

Publicação semestral que se destina a promover e ampliar o uso de métodos estatísticos através de divulgação de artigos inéditos tratando de aplicações da Estatística nas mais diversas áreas do conhecimento. Temas abordando aspectos do desenvolvimento metodológico serão aceitos, desde que relevantes para a produção e uso de estatísticas públicas.

Os originais para publicação deverão ser submetidos para o site <http://rbes.submitcentral.com.br/login.php>
Os artigos submetidos à RBEs não devem ter sido publicados ou estar sendo considerados para publicação em outros periódicos.

A Revista não se responsabiliza pelos conceitos emitidos em matéria assinada.

Editor Responsável

Lúcia Pereira Barroso (IME-USP)

Editores Executivos

Pedro Luis do Nascimento Silva (ENCE/IBGE)

Mário e Castro Andrade Filho (ICMC-USP)

Editor de Metodologias

Fernando Antonio da Silva Moura (UFRJ)

Editor de Estatísticas Oficiais

José André e Moura Brito (ENCE/IBGE)

Editores Associados

Ana Maria Nogaes Vasconcelos (UNB)

Beatriz Vaz de Melo Mendes (UFRJ)

Cristiano Ferraz (UFPE)

Dalton Francisco de Andrade (UFSC)

Flávio Augusto Ziegelmann (UFRGS)

Francisco Louzada Neto (ICMC-USP)

Gleici Castro Perdoná (FMRP-USP)

Gustavo da Silva Ferreira (ENCE/IBGE)

Ismênia Blavatski de Magalhães (IBGE)

Thelma Sáfyadi (UFLA)

Josmar Mazucheli (UEM)

Juvêncio Santos Nobre (UFC)

Luis A Milan (UFSCar)

Marcel de Toledo Vieira (UFJF)

Maysa Sacramento de Magalhães (ENCE/IBGE)

Paulo Justiniano Ribeiro Junior (UFP)

Pledson Guedes de Medeiros (UFRN)

Ronaldo Dias (UNICAMP)

Rosângela Helena Loschi (UFMG)

Solange Trindade Corrêa (Univ. Southampton)

Thelma Sáfyadi (UFLA)

Viviana Giampaoli (IME-USP)

Editoração

Marilene Pereira Piau Câmara - ENCE/IBGE

Dyana Cristina da Silva Braga - ENCE/IBGE

Impressão

Gráfica Digital / Centro de Documentação e
Disseminação de Informações - CDDI/IBGE

Capa

Renato J. Aguiar - Coordenação de

Marketing/CDDI/IBGE

Ilustração da Capa

Marcos Balster - Coordenação de

Marketing/CDDI/IBGE

Revista brasileira de estatística / IBGE, - v.1, n.1
(jan./mar.1940), - Rio de Janeiro : IBGE, 1940 .v.

Trimestral (1940-1986), semestral (1987-).

Continuação de: Revista de economia e estatística. Índices acumulados de autor e assunto publicados no v.43 (1940-1979) e v. 50 (1980-1989). Co-edição com a Associação Brasileira de Estatística a partir do v.58.

ISSN 0034-7175 = Revista brasileira de estatística.

I. Estatística - Periódicos. I. IBGE. II. Associação Brasileira de Estatística.

Gerência de Biblioteca e Acervos Especiais CDU 31(05)
RJ-IBGE/88-05 (rev.2009) PERIÓDICO

Impresso no Brasil/Printed in Brazil

Sumário

Nota da Editora	5
-----------------------	---

Artigos

Uma introdução à metodologia não paramétrica para dados de eventos recorrentes	7
---	---

*Francisco Louzada Neto
Rodrigo Faria
Oswaldo Anacleto Junior
Benedito Galvão Benzé
Ana Maria Laurentz Pacífico*

Modelos de crescimento impulsionados pela demanda: evidências do modelo de Thirlwall para os setores brasileiros	43
---	----

*Cristiane Soares
Ricardo Azevedo Araújo*

Modelagem espaço-temporal de contagens de ovos de <i>Aedes aegypti</i> em Recife-PE	75
--	----

*Wagner Hugo Bonat
Paulo Justiniano Ribeiro Junior
Elias Teixeira Krainski*

Análise Bayesiana do potencial de viabilidade de sementes de mamona por meio de análise radiográfica	101
---	-----

*Rejane Correa Rocha
Thelma Sáfadi
Maria Laene Moreira de Carvalho*

Análise Seqüencial Bayesiana na modelagem da taxa de infestação de galhas de Psilídeo em Alecrim do Campo	129
--	-----

*Carla Regina Guimarães Brighenti
Mariana Resende
Deodoro Magno Brighenti*

Nota da Editora

O número 238 da RBEs sai com cinco artigos em que são abordados a metodologia em Análise de Sobrevivência, a validação de modelo, a utilização de modelos espaço-temporais e de métodos Bayesianos. O artigo de Francisco Louzada Neto, Rodrigo Faria, Osvaldo Anacleto Junior, Benedito Galvão Benzê e Ana Maria Laurentiz Pacífico apresenta uma metodologia para dados de eventos recorrentes, mostrando também resultados de simulações e aplicação a dados da área médica e financeira. O artigo de autoria de Cristiane Soares e Ricardo Azevedo Araujo tem o objetivo de testar a validade da Lei de Thirlwall para o caso brasileiro. O artigo de Wagner Hugo Bonat, Paulo Justiniano Ribeiro Junior e Elias Teixeira Krainski apresenta uma classe de modelos espaço-temporais adotados na análise de dados de contagens de ovos de *Aedes aegypti* em um experimento de campo conduzido em Recife, PE. O artigo de Rejane Correa Rocha, Thelma Sáfyadi e Maria Laene Moreira de Carvalho utiliza métodos bayesianos para estudar o potencial de viabilidade de sementes de mamona a partir da análise visual de radiografias. Por fim, o artigo de Carla Regina Guimarães Brighenti, Mariana Resende e Deodoro Magno Brighenti faz uso de análise sequencial Bayesiana, em que a informação a posteriori em um passo atua como informação a priori no passo seguinte e é atualizada sequencialmente. O método foi usado para modelar a taxa de infestação de insetos.

Agradeço a colaboração dos Editores Executivos Pedro Luis do Nascimento Silva (ENCE/IBGE) e Mário de Castro Andrade Filho (ICMC-USP), do Editor de Estatísticas Oficiais José André de Moura Brito (ENCE/IBGE) e do Editor de Metodologias Fernando Antonio da Silva Moura (UFRJ). Agradeço também aos Editores Associados, aos autores, IBGE, ABE, aos revisores, que anonimamente contribuíram para mais este número da Revista Brasileira de Estatística e a Marilene Pereira Piau Câmara pela editoração da revista.

Desejo a todos que tenham uma excelente leitura.

Saudações cordiais

Lúcia Pereira Barroso
Editora Responsável

Uma introdução à metodologia não paramétrica para dados de eventos recorrentes

Francisco Louzada¹
Rodrigo Faria²
Oswaldo Anacleto³
Benetido Galvão Benzê⁴
Ana Maria Laurentiz Pacífico⁵

Resumo

Em análise de sobrevivência e confiabilidade é comum que as unidades populacionais em estudo apresentem eventos recorrentes e presença de censuras, sendo possível a atribuição de um custo relacionado a cada evento que ocorra. Os objetivos deste trabalho consistem na apresentação de uma metodologia que possibilita a obtenção direta de estimativas intervalares não-paramétricas baseadas na teoria assintótica, para o número ou custo médio de eventos acumulados por unidade. São também realizados alguns estudos de simulação que verificam a influência do tamanho da amostra e da variabilidade na precisão dos intervalos de confiança assintóticos obtidos. Uma das grandes vantagens da metodologia estudada é a possibilidade de sua aplicação em diversas áreas do conhecimento. Dois exemplos de aplicação são considerados. O primeiro referente a dados oncológicos, e o segundo vinculado à área financeira, no qual é analisado um grupo de clientes de uma rede de supermercados.

Palavras-chave: eventos recorrentes, censura, intervalos de confiança, teoria assintótica e probabilidade de cobertura.

¹ Departamento de Matemática Aplicada e Estatística, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, Caixa Postal 668, CEP 13566-590, São Carlos, SP, Brasil

² Departamento de Estatística, Universidade Federal de São Carlos, Caixa Postal 676, CEP 13565-905, São Carlos, SP, Brasil.

³ The Roslin Institute, University of Edinburgh, Easter Bush, Midlothian, United Kingdom

⁴ Departamento de Estatística, Universidade Federal de São Carlos, Caixa Postal 676, CEP 13565-905, São Carlos, SP, Brasil

⁵ Escola Nacional de Saúde Pública, Rua Leopoldo Bulhões, 1480, Manguinhos, CEP 21041-210, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

1. Introdução

A Análise de Sobrevivência e Confiabilidade são duas áreas da estatística que tiveram grande desenvolvimento nos últimos anos. Seus métodos são comumente aplicados a dados biomédicos (análise de sobrevivência) e engenharia (confiabilidade). Contudo se tem notado, recentemente, aumento significativo da aplicação dos métodos de sobrevivência e confiabilidade na área financeira.

Em geral, o objetivo é obter informações quanto ao tempo decorrido até a ocorrência de um ou mais eventos de interesse. O evento de interesse, no contexto médico, pode ser o tempo até o óbito de um paciente, até a ocorrência de uma determinada doença, ou, até mesmo, o tempo de duração ou de cura da doença. Na área de engenharia, o evento em questão pode estar relacionado ao tempo até a falha de um determinado produto manufaturado, máquina ou equipamento. Em estudos financeiros pode haver interesse, por exemplo, em informações com relação ao tempo entre as recorrências do cliente aos serviços ou produtos fornecidos ou ainda no período observado até que o mesmo deixe de fazer parte da carteira de clientes da empresa.

Se o estudo envolve um conjunto de unidades, por exemplo, clientes de uma empresa, é possível que várias ocorrências do evento de interesse sejam observadas, tais como aquisições de produtos ou serviços, caracterizando a presença de eventos recorrentes.

Tratando-se de estudos de sobrevivência e confiabilidade, é comum que ocorram observações parciais ou incompletas das informações sobre algumas unidades. Por exemplo, um ou mais clientes de uma empresa podem deixar a análise antes do tempo total previsto para o final desta. Portanto, neste tipo de estudo, existem duas características observáveis fundamentais: os eventos recorrentes e a presença de censuras, sendo ambos comentados detalhadamente nas Seções 1.2.1 e 1.2.4, respectivamente.

Em estudos médicos, por exemplo, é possível relacionar um custo toda vez que os sintomas da doença se manifestam em cada paciente. Já no contexto de engenharia, existe, por exemplo, a possibilidade de relacionar um custo a cada reparo efetuado nos equipamentos em observação. Na área financeira, o interesse consiste nos valores gastos pelos clientes a cada recorrência aos serviços ou produtos fornecidos pela empresa. Portanto, é possível que cada unidade em estudo possua um histórico

contendo os tempos de ocorrência dos eventos, os respectivos custos e os tempos de censura que eventualmente forem observados.

É sugerido que o início da medição do tempo de análise seja dado pelo final do tempo necessário para o recrutamento de unidades sobre as quais se tem interesse, enquanto o tempo final de estudo depende do interesse específico do pesquisador e da disponibilidade de recursos necessários para a execução da pesquisa.

A metodologia apresentada neste trabalho consiste, basicamente, na utilização de métodos não-paramétricos visando à obtenção de estimativas pontuais e intervalares para o número e custo médio de eventos acumulados por unidade em estudo, respectivamente denominados **nmea** e **cmea**, que no contexto da área financeira seriam interpretados como a quantidade e o custo médio de recorrências acumuladas por cliente.

A estimação intervalar é baseada na teoria assintótica (Mood, Graybill and Boes, 1974). Além disso, estudos de simulação são realizados para a obtenção de probabilidades de cobertura dos intervalos de confiança em questão, com o intuito de verificar a influência das características dos dados, tais como tamanho da amostra, e variabilidade, na "precisão" dos intervalos de confiança obtidos para **nmea** e **cmea**.

Algumas técnicas e aplicações envolvendo dados de eventos recorrentes, similares ao tipo de estudo realizado neste trabalho, podem ser consultadas na publicação de Nelson (2002).

1.1 Justificativa

Situações em que o evento de interesse pode ser observado mais de uma vez ao longo do tempo de estudo, requerem metodologias não-paramétricas específicas para tratar da quantidade acumulada dessas observações, necessitando também de procedimentos capazes de compreender os custos eventualmente envolvidos na ocorrência desses eventos, além da possibilidade de presença de informações incompletas, conhecidas na literatura de análise de sobrevivência e confiabilidade como censuras, sendo que essas podem ocorrer de diferentes maneiras, como será explicitado na Seção 1.2.4.

Entre as vantagens da utilização da metodologia aqui apresentada, pode-se citar a obtenção direta de intervalos de confiança para um conjunto de dados com recorrências do evento de interesse, os custos relacionados e a presença de censuras, além de sua aplicação em áreas distintas, tais como engenharia, medicina, sociologia, demografia, administração e finanças, desde que as unidades em estudo apresentem a repetição de algum evento em pontos discretos no tempo e acumulem uma certa quantidade observável.

Faz-se também necessário, diante da importância prática e ampla aplicabilidade dos métodos aqui apresentados, investigar a precisão dos intervalos de confiança obtidos a partir da proposta de Nelson (1995) para **nmea** e **cmea**.

Dessa forma, a composição deste trabalho, de acordo com sua relevância, está dividida em duas etapas:

1. A estimação e obtenção de intervalos de confiança assintóticos para **nmea** e **cmea**. Para isso, é considerado um conjunto de dados exemplificando a aplicação dessa metodologia em um conjunto de dados similares a condições reais;
2. Realização de estudos de simulação para analisar o efeito do tamanho da amostra e da variabilidade dos dados na obtenção dos intervalos de confiança para **nmea** e **cmea**. Assim, realizamos uma investigação da validade da metodologia proposta para esses intervalos de confiança, considerando para isso a determinação de probabilidades de cobertura.

1.2 Conceitos básicos

A análise de sobrevivência e confiabilidade se faz peculiar devido às características especiais, inerentes aos tipos de dados que são normalmente disponíveis para análise (Louzada-Neto, Mazucheli e Achcar, 2002).

Nesta seção, são discutidas duas das principais características dos dados de sobrevivência e confiabilidade e que estão diretamente ligadas a este trabalho: a presença de eventos recorrentes e de dados censurados. São também discutidos conceitos, tais como, o tempo médio entre as recorrências do evento de interesse e os custos, que em muitas situações estão vinculados a cada recorrência do evento.

Os tempos de recorrência de eventos, os custos a eles vinculados e os tempos de censura constituem o conjunto de dados necessário à utilização da metodologia citada.

1.2.1 Eventos recorrentes

A observação de vários eventos por unidade no decorrer do tempo é também uma característica dos dados de análise de sobrevivência e confiabilidade, caracterizando os chamados eventos recorrentes. A definição do evento de interesse deve ser feita de forma clara e concisa, no início do estudo. Por exemplo, em estudos médicos vários tumores podem ser observados em um paciente, no contexto de engenharia (confiabilidade), falhas ou reparos podem ser observados durante o tempo de vida útil de um equipamento. Já na área financeira, cada cliente envolvido na análise pode recorrer várias vezes aos serviços ou produtos fornecidos por determinada empresa.

Alguns exemplos de aplicação dessa metodologia e que evidenciam a presença de eventos recorrentes, são citados:

1. Uma empresa do ramo automobilístico está lançando um novo veículo no mercado e pretende negociá-lo com pelo menos um ano de garantia total. Para oferecer esta garantia ao consumidor, necessita-se de uma estimativa do número e custo médio de reparos acumulados deste tipo de veículo durante o período de um ano.

2. Uma cooperativa que oferece serviços hospitalares necessita estimar o número de vezes que pacientes de um determinado segmento reutilizarão os serviços de apoio médico por ela prestados.

3. Uma administradora de cartões de crédito tem o interesse em estimar, durante um determinado tempo t , a frequência média de utilização do cartão de crédito por um determinado grupo de clientes.

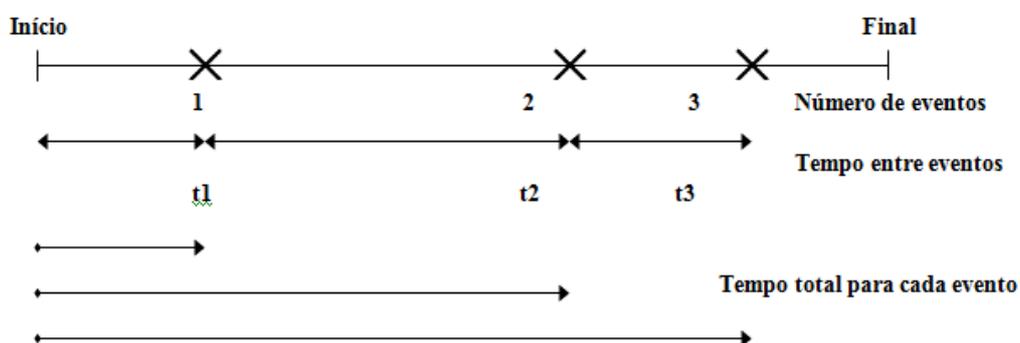
4. Uma empresa prestadora de serviços oferece uma garantia de seis meses aos seus clientes e deseja expandir essa garantia para doze meses. Para isso, a empresa necessita estimar o número e custo médio de revisões de seus serviços no período de um ano.

O tempo de recorrência de cada evento verificado em cada unidade em observação representa o tempo total desde o início do estudo sob a mesma. É feita a suposição de que os tempos de recorrência de eventos são exatamente conhecidos. Em algumas situações práticas é possível que isso não ocorra, conhecendo apenas um intervalo de

tempo no qual sabe-se que o evento ocorreu. Entretanto, para os objetivos deste estudo, este fato não é considerado.

Então, tratando-se de estudos envolvendo eventos recorrentes, é possível citar quatro das possíveis variáveis observáveis: (1) o número de recorrências do evento de interesse, (2) o tempo total para a ocorrência de cada evento, (3) os tempos entre eventos e, em várias situações, (4) os custos relacionados a cada ocorrência. A Figura 1 ilustra a recorrência de eventos.

Figura 1. Eventos Recorrentes.



1.2.2 Custos dos eventos

O custo vinculado a cada recorrência do evento é de interesse prático. Por exemplo, em estudos médicos (sobrevivência), o pesquisador pode estar interessado no custo relacionado a cada episódio manifestado dos sintomas da doença em um paciente. Já no contexto industrial (confiabilidade), o interesse pode ser o custo de cada reparo efetuado em um equipamento. Na área financeira, os estudos geralmente dizem respeito ao valor médio gasto por cada cliente com os produtos fornecidos ou serviços prestados por determinada empresa.

Em estudos com uma ou mais unidades, os custos podem ou não ser iguais para cada recorrência do evento. Portanto, nenhuma consideração será feita sobre os valores de cada custo, não importando o processo de geração destes.

1.2.3 Tempo médio entre eventos

Em estudos com a presença de eventos recorrentes, uma das variáveis de interesse é o tempo entre as recorrências de cada evento em cada unidade. O processo de Poisson fornece o modelo mais simples para eventos recorrentes, porém sua taxa de eventos é constante, diferente do que acontece nas possíveis situações admitidas neste trabalho. Entretanto, nenhum tratamento específico é dado ao tempo médio entre as recorrências dos eventos. Metodologias alternativas às apresentadas neste trabalho, possivelmente paramétricas, podem ser estudadas. Evans (1985) apresenta mais detalhes com relação a essas metodologias.

1.2.4 Censura

Outra característica decorrente desse tipo de estudo é a presença de observações incompletas ou parciais. Valores grandes da variável tempo necessitam de mais tempo e persistência para serem observados. Quando as informações relativas a uma ou mais unidades ficam inacessíveis por algum motivo, diz-se, em análise de sobrevivência e confiabilidade, que uma ou mais censuras ocorreram.

Em geral, as censuras podem ocorrer de várias formas, de acordo com diferentes mecanismos, dentre os quais pode-se citar: censuras de tipo I, censuras de tipo II e censuras aleatórias (Lawless, 1982). Por exemplo, em análise de sobrevivência, se o estudo termina em um tempo preestabelecido e alguns dos tempos de sobrevivência não são observados, têm-se a censura do tipo I. Caso o estudo termine após a ocorrência de uma determinada quantidade preestabelecida de censuras, dentre as unidades em estudo, têm-se a censura do tipo II. O tipo de censura aleatória é mais comum na prática médica. Isto acontece, por exemplo, quando um paciente é retirado no decorrer do estudo sem ter ocorrido a falha, ou então, se o paciente morrer por uma causa diferente daquela em estudo.

Geralmente, as censuras de tipo I e aleatórias são observadas com maior frequência em estudos biomédicos, enquanto em experimentos industriais, as censuras do tipo II são predominantes. Além disso, as censuras podem ser classificadas como: censura à direita, à esquerda e intervalar.

A censura à direita ocorre quando a unidade está em observação e, em algum tempo dentro do período de estudo, seja pela exclusão dela na amostra ou pelo final do estudo, as respectivas informações ficam inacessíveis após este tempo.

A censura à esquerda ocorre se o evento de interesse já ocorreu quando uma unidade é incluída no grupo de unidades em estudo.

Em alguns estudos, as censuras à direita e à esquerda podem ocorrer simultaneamente e, neste caso, diz-se que os tempos de observação das unidades, por exemplo, tempos de vida, são duplamente censurados.

A censura intervalar é mais comum e acontece quando se sabe somente que a mesma ocorreu dentro de um certo intervalo de tempo, digamos entre t e t' .

Existe certa complexidade nas possibilidades de censura envolvidas no tipo de estudo apresentado neste trabalho. Por exemplo, em estudos médicos, os pacientes podem entrar e abandonar várias vezes o grupo de estudo de uma doença, resultando em lacunas nos respectivos históricos. Nesse caso, diz-se que os dados são truncados à esquerda ou à direita. Devido a essa complexidade, assume-se aqui a presença das censuras sem um interesse particular sobre o processo de geração destas. O importante é que os históricos dos pacientes contenham todos os tempos observados, sejam eles relativos às recorrências do evento de interesse ou às censuras.

Denomina-se idade de censura o tempo no qual as informações relativas às recorrências do evento de interesse sob determinada unidade ficam inacessíveis. Considerando um estudo envolvendo, inicialmente, N unidades, é feita a suposição de que as N idades de censura das N unidades em estudo são dadas e exatamente conhecidas. Assim, as estimativas de $nmea$ ou $cmea$ são condicionais, dadas as idades de censura.

Duas ou mais censuras podem ocorrer simultaneamente, então, os históricos das respectivas unidades constarão das mesmas idades de censura.

Para o emprego da metodologia apresentada, é assumido que além de as idades de censura serem exatamente conhecidas, estas sejam independentes do número e do custo dos eventos acumulados e, ainda, distribuídas aleatoriamente nas unidades em estudo. É oportuno dizer que nenhum custo é relacionado a cada censura que ocorre. A causa da exclusão de qualquer unidade do grupo de estudo (censura) também não é considerada.

Os dados provenientes de estudos que consideram, por exemplo, várias causas de morte (exclusão da unidade no grupo em estudo), são conhecidos na literatura de análise de sobrevivência como dados de riscos competitivos (David and Moeschberger, 1978).

As idades de censura são também utilizadas para ordenar as unidades em estudo como mostra a Seção 2.5.

Outro problema prático que demanda esse tipo de estudo, é o início da medição do tempo. A possibilidade de este início coincidir com o tempo de ocorrência de um ou mais eventos de interesse não é considerada, tal como a presença de covariáveis e a quantidade de causas de falha (ou morte, no contexto de sobrevivência).

2. Estimadores do *cmea* e do *nmea*

Nesta seção, são apresentados os estimadores não-paramétricos do *cmea* e do *nmea*. As Figuras 2 e 3 exemplificam, respectivamente, as representações gráficas para estes estimadores e servem para auxiliar na compreensão da problemática envolvida com a metodologia apresentada.

2.1 A distribuição do *cmea*

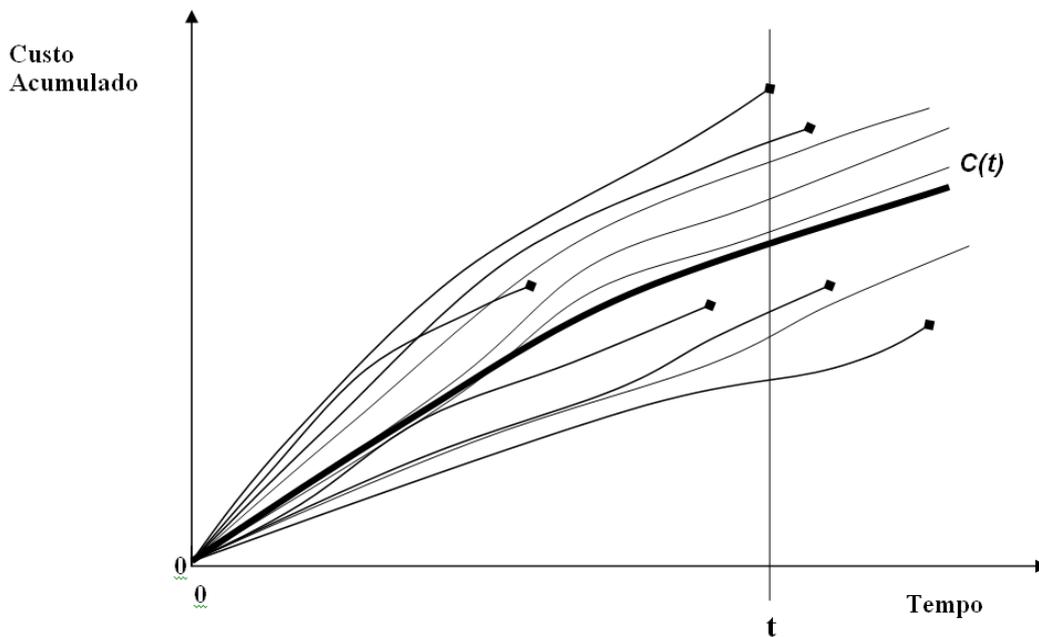
Para cada unidade em estudo é possível observar diferente quantidade e tipo de ocorrência do evento de interesse. Com isso, num determinado tempo t , cada uma dessas unidades apresenta um valor particular para o custo total dos eventos acumulados, originando uma distribuição para o custo médio dos eventos acumulados por unidade no tempo t . Por exemplo, diferentes clientes acumulam diferentes quantidades de compras com diferentes valores cada. Denominaremos $C(t)$ o estimador para a média dessa distribuição no tempo t .

A Figura 2 representa uma possível situação, na qual cada curva é formada pelos custos acumulados dos eventos ocorridos em cada unidade durante o tempo de observação. A curva destacada com maior espessura representa o custo médio dos eventos acumulados por unidade (*cmea*), ou seja, a média $C(t)$. Note que o gráfico apresentado na Figura 2 ilustra o histórico de custos acumulados para cada unidade por meio de curvas, porém, é importante enfatizar que na prática, observa-se um gráfico formando “escada”, na qual a altura de cada “degrau” é dada pelo custo individual do

evento que ocorreu no respectivo tempo t , dividido pelo número de unidades em observação (não censuradas) naquele tempo. Ou seja, é o incremento na média $C(t)$.

Um ponto (◆) destaca o fim de algumas curvas, indicando que foi observada a idade de censura daquela unidade

Figura 2. Comportamento de $C(t)$.

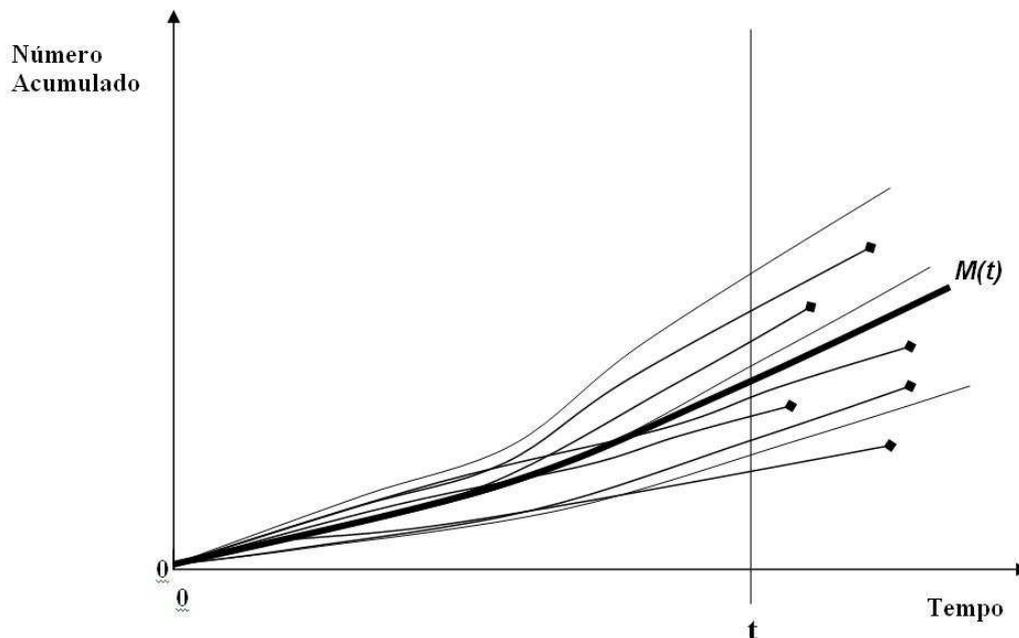


Para o uso dessa metodologia, é necessário assumir que as idades de censura são independentes do número e custo médio de eventos acumulados e também que são distribuídas aleatoriamente entre as unidades em estudo.

2.2 A distribuição do nmea

Assim como ocorre com os custos, cada unidade em estudo acumula um diferente número de observações do evento de interesse no tempo t . É possível que uma ou mais unidades em estudo não apresentem a ocorrência desse evento durante todo o tempo de estudo, sendo também possível que algumas unidades acumulem um único evento, outras dois, e assim sucessivamente. Dessa forma, existe uma distribuição para o número médio de eventos acumulados por unidade no tempo t . O estimador para a média dessa distribuição nesse tempo é representado por $M(t)$.

Figura 3. Comportamento de $M(t)$.



A Figura 3 exemplifica possíveis comportamentos dos históricos de várias unidades. Cada linha representa o número de eventos acumulados em uma unidade, sendo que a linha destacada com maior espessura representa um possível comportamento dos valores de $M(t)$.

2.3 nmea: um caso particular de cmea

O estimador para a média da distribuição do número de eventos acumulados por unidade $M(t)$ é um caso particular de $C(t)$. Se for atribuído valor igual a 1 (um) para todos os custos observados nas ocorrências do evento de interesse, o valor do estimador $M(t)$ será o mesmo que $C(t)$. Caso todas as ocorrências do evento, para todas as unidades, tenham custo exatamente igual e diferente de 1 (um), $M(t)$ e $C(t)$ terão estimativas com equivalência proporcional.

Por esse motivo, este trabalho somente apresenta os detalhes quanto à obtenção de estimativas para $C(t)$, sua variância e seus intervalos de confiança assintóticos, conforme pode ser observado nas Seções 2.5, 3.1 e 3.2.

2.4 Ordenação das unidades e dos intervalos entre recorrências

Uma das etapas fundamentais para a consolidação da metodologia apresentada neste trabalho consiste em compreender a sistemática de ordenação das unidades em estudo, bem como dos intervalos entre as recorrências do evento de interesse.

Considere N unidades em observação em um estudo. Indica-se por I a quantidade dessas unidades para as quais não foram observadas as idades de censura até um tempo t .

Para melhor ilustrar o procedimento de ordenação, vamos assumir que as idades de censura tenham sido observadas para todas as unidades. Assim, todas as unidades devem ser organizadas em ordem crescente, de 1 a N , de maneira inversa à idade de censura observada. Ou seja, a unidade com a maior idade de censura será ordenada na primeira posição. Consequentemente, a unidade a ocupar a N -ésima posição será aquela com a menor idade de censura.

Caso o tempo de estudo não seja suficiente para a observação de todas as idades de censura, as unidades não censuradas são organizadas nas primeiras posições até que se esgotem, sendo que na sequência inicia-se a ordenação das unidades censuradas de maneira inversa às suas idades de censura, obedecendo ao procedimento descrito acima.

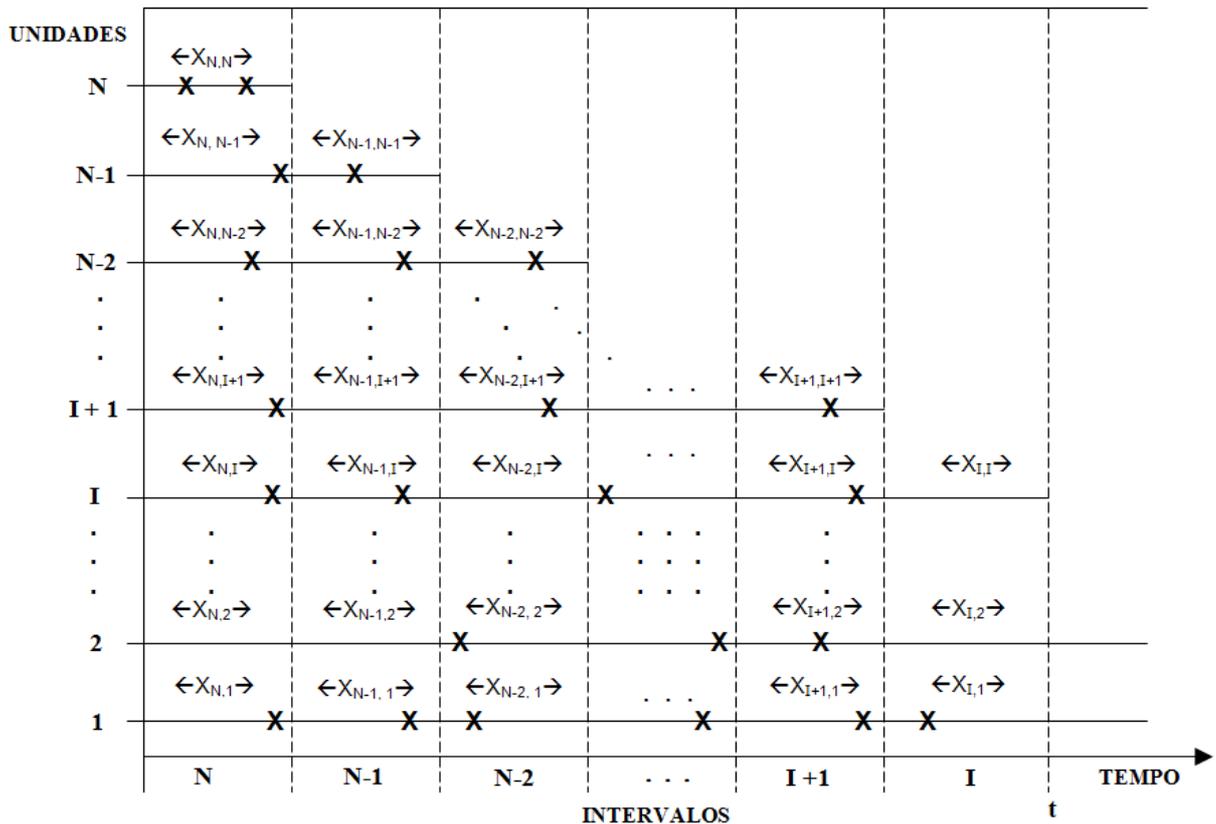
A ordenação dos intervalos de tempo durante o período de estudo é feita de forma decrescente, baseando-se nas idades de censura, de maneira que um novo intervalo é iniciado sempre que a censura de uma unidade é observada.

Assim, no tempo em que ocorre a primeira censura, termina o N -ésimo intervalo, quando ocorre a segunda censura, termina o $(N-1)$ -ésimo intervalo dando início ao intervalo de ordem $N-2$ e assim, sucessivamente, até que o último intervalo é aquele de ordem I , correspondendo à quantidade de unidades não censuradas até aquele tempo.

Dessa forma, se as idades de censura forem observadas para todas as unidades, o número de intervalos será igual à quantidade total de unidades em estudo. Se em $(N-I)$ unidades forem observadas as idades de censura, existirão, então, $(N-I)$ intervalos. O custo total dos eventos observados na j -ésima unidade ($j = 1, 2, 3, \dots, N$), durante o i -ésimo intervalo ($i = 1, 1 + 1, 1 + 2, \dots, N$), é representado pela variável aleatória $X_{i,j}$.

A Figura 4 apresenta uma situação hipotética com um diagrama do processo de ordenação das unidades e dos intervalos. Note que, por exemplo, $X_{N,I}$ indica os custos acumulados dos eventos de interesse observados na unidade **1**, durante o **N**-ésimo intervalo.

Figura 4. Processo de ordenação das unidades e dos intervalos



2.5 Estimando $C(t)$

Um estimador não-paramétrico para o custo médio no acúmulo de eventos por unidade ($C(t)$) foi proposto por Nelson (1995), caracterizado por sua atualização em intervalos de tempo à medida que as idades de censura das unidades em estudo são observadas, cuja aplicabilidade estende-se a várias áreas, devido à natureza prática e direta de seus procedimentos para obtenção de estimativas pontuais e intervalares. Considerando os históricos com os tempos de ocorrência do evento de interesse, os respectivos custos e as idades de censura observadas no estudo, é possível calcular o estimador $C(t)$ num determinado tempo, da seguinte forma (Nelson, 1995):

no tempo t , conforme é mostrado na Figura 4. A estimativa de $C(t)$ é constante durante o intervalo de tempo entre as recorrências de dois eventos consecutivos.

Observa-se que o cálculo de $C(t)$ é genérico por natureza, em qualquer tempo t , uma vez que o término do intervalo I é caracterizado pelo final do período de estudo, sendo este determinado pelo pesquisador, podendo ou não haver unidades ainda não censuradas.

A observação da idade de censura de qualquer unidade não é considerada no acúmulo de eventos, uma vez que nenhum custo é relacionado a essa ocorrência.

Lembramos que a obtenção de $M(t)$ (número médio de eventos acumulados por unidade) é um caso particular de $C(t)$ e por isso não será discutida especificamente.

3. Intervalos de Confiança para $C(t)$

A partir da propriedade da variância da soma de variáveis aleatórias e da teoria assintótica usual (Mood, Graybill and Boes, 1974) é possível obter intervalos de confiança para o estimador do custo médio de eventos acumulados por unidade ($C(t)$).

A obtenção direta de estimativas intervalares para $C(t)$ é uma das vantagens da utilização da metodologia apresentada neste trabalho. Porém, existe certa dificuldade no cálculo da variância de $C(t)$ devido à estrutura de covariância existente entre os incrementos no número ou custo médio de eventos acumulados por unidade.

3.1 Variância de $C(t)$

Sabe-se que (Mood, Graybill and Boes, 1974), se X_1, X_2, \dots, X_N são variáveis aleatórias, tal que $X_1^2, X_2^2, \dots, X_N^2$ sejam somáveis, ou seja, a esperança matemática ($E(X_i^2)$) existe, então,

$$\text{Var}\left(\sum_{i=1}^N X_i\right) = \text{Var}(X_1 + X_2 + \dots + X_N) = \sum_{i=1}^N \text{Var}(X_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^N \text{Cov}(X_i, X_j), \quad i < j. \quad (2.1)$$

A partir do cálculo da variância de $C(t)$ é possível obter as respectivas estimativas intervalares.

O cálculo completo da Variância para $C(t)$, $Var[\hat{C}(t)]$, proposto por Nelson (1995) é apresentado com detalhes no apêndice deste trabalho e foi reduzido à expressão abaixo para exemplificar a estrutura de covariância existente:

$$Var[\hat{C}(t)] = \sum_{K=I}^N \left[\frac{1}{K} Var(X_{K,j}) \right] + \sum_{S=I+1}^N \left\{ \frac{2}{S} \left[\sum_{W=I}^{S-1} Cov(X_{S,j}, X_{W,j}) \right] \right\}, \quad (2.2)$$

onde K é o intervalo no qual a variância está sendo calculada. Tem-se S e W que representam os intervalos para os quais a covariância está sendo calculada.

Apesar do fato de vários autores (e.g., Ascher and Feingold, 1984, Engelhardt, 1995 e Vallarino, 1988) assumirem em suas publicações que o processo para a obtenção do número e custo médio de eventos acumulados tem incrementos independentes e, neste caso, todas as covariâncias seriam iguais a zero, sabe-se que isso é pouco provável na prática. Além disso, desenvolver um procedimento genérico consiste em considerar que há uma estrutura de covariância envolvida no processo.

3.2 Obtenção dos Intervalos de Confiança Assintóticos para C(t)

Considerando (1.2), (2.2) e utilizando a teoria assintótica usual (Mood, Graybill and Boes, 1974), é possível construir intervalos de confiança para o custo médio de eventos acumulados por unidade em qualquer tempo t observado, com confiança $1 - \alpha$, por meio da equação:

$$\hat{C}(t) \pm Q_{1-\frac{\alpha}{2}} \left\{ \hat{Var}[C(t)] \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (2.3)$$

na qual, $Q_{1-\frac{\alpha}{2}}$ é o quantil $\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$ da distribuição normal padrão.

4. Estudo de Simulação

A possibilidade da obtenção direta de intervalos de confiança para $C(t)$ ou $M(t)$ é uma das vantagens da metodologia apresentada. Profissionais de diferentes áreas podem utilizar-se dessas estimativas pontuais e intervalares com a finalidade de apoiar decisões práticas. Por isso, existe também o interesse em verificar a influência do tamanho das amostras e da variabilidade no conjunto de observações, na precisão dos intervalos de confiança assintóticos para os estimadores do número e custo médio de eventos acumulados. Dados estes intervalos de confiança, foram realizados estudos de simulação, com a finalidade de obter as suas probabilidades de cobertura (Dodge, 2003), definida como a proporção de vezes que o intervalo contém o valor de interesse.

Os conjuntos de dados considerados nos estudos de simulação apresentados a seguir, foram gerados com base em especificações, conforme será apresentado e não possuem relação com os exemplos de aplicação exposto na Seção 4.

4.1 Especificações gerais

Para a realização dos estudos de simulação, foram considerados 3 diferentes tamanhos de amostra, com 20, 100 e 200 unidades cada. Os dados necessários à utilização da metodologia apresentada foram gerados para cada amostra, obtendo-se as quantidades de eventos recorrentes, os respectivos tempos de observação e os custos a eles relacionados, conforme descrito abaixo.

Os Números de eventos observados em cada unidade da amostra foram gerados a partir de uma distribuição Uniforme discreta com valor mínimo igual a 2 e máximo igual a 7.

Os tempos de recorrência dos eventos tiveram origem a partir de uma distribuição exponencial com média igual a 1000. O último tempo para as recorrências de eventos em cada unidade foi considerado como a idade de censura da mesma e, neste caso, não foi relacionado qualquer custo.

O histórico de custos dos eventos, exceto a idade de censura, foi construído a partir de uma distribuição Log-Normal com média 4,5, considerando-se dois cenários distintos quanto à variabilidade, com desvio-padrão igual a 1 e 3, tendo a finalidade de

averiguar o efeito do aumento da variabilidade na precisão dos intervalos de confiança para **cmea**.

4.2 Probabilidades de cobertura

A obtenção das probabilidades de cobertura dos intervalos de confiança para **nmea** e **cmea** seguiu basicamente as 3 etapas descritas a seguir:

1. Inicialmente foram geradas 3 amostras com tamanho 20, 100 e 200 unidades cada. As gerações das quantidades de eventos recorrentes, os tempos de observação e os custos relacionados seguiram as especificações descritas na seção anterior, inclusive as distribuições e parâmetros citados. Essas 3 amostras foram consideradas, cada uma, como "amostras originais". De cada uma dessas amostras foram selecionadas unidades com reposição, até completar uma nova amostra com a mesma quantidade de unidades que a amostra original. Ou seja, da amostra com 20 unidades, por exemplo, foram selecionadas aleatoriamente 20 unidades, uma de cada vez e sempre com reposição da unidade selecionada antes da seleção seguinte. Esse procedimento de amostragem com reposição até que a nova amostra atingisse o tamanho da amostra original foi repetido 399 vezes para cada situação obtendo-se reamostras com 20, 100 e 200 unidades. Para cada reamostra gerada, foram calculadas as estimativas do número e custo médio de eventos acumulados por unidade em cada tempo de recorrência de eventos, bem como os intervalos de confiança de 95 % para as estimativas de **nmea** e **cmea**. Observe que o processo adotado caracteriza um processo de reamostragem denominado Bootstrap não-paramétrico (Davison and Hinkley, 1997). A quantidade de reamostras consideradas, isto é, 399 amostras, é, de acordo com Hall (1986), suficiente para a construção de intervalos com 95% de confiança.
2. Foram fixados os quantis 10; 25; 50; 75 e 90 dos tempos de recorrência de eventos na amostra original e utilizados como referência para observação das 399 reamostras via Bootstrap.

3. Foi verificado se os intervalos de confiança para as estimativas nos tempos que representam os 5 quantis para cada uma das 399 reamostras geradas, fixados a partir de sua obtenção na amostra original, continham as estimativas obtidas nesses mesmos tempos na amostra original. Caso a estimativa da amostra original não estivesse contida no intervalo de confiança da reamostra gerada, era verificado se a estimativa original estava abaixo do limite inferior ou acima do limite superior do intervalo de confiança dos dados reamostrados. O número de vezes em que cada uma dessas situações ocorreu, foi registrado. Assim, baseando-se nas 399 reamostras, foi calculada a probabilidade de cobertura dos intervalos de confiança para $C(t)$ e $M(t)$.

4.3 Apresentação dos resultados

Os resultados das probabilidades de cobertura dos intervalos de confiança dos estimadores do **nmea** e **cmea** são apresentados separadamente nas Tabelas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 de acordo com os respectivos tamanhos amostrais.

A primeira coluna de cada tabela apresenta os quantis, enquanto a segunda coluna mostra os respectivos tempos obtidos com a amostra original. A terceira coluna apresenta os valores de **nmea** ou **cmea** nos tempos dos quantis, as colunas 4 e 5 mostram os números de intervalos de confiança gerados para as 399 reamostras e que não contém as estimativas obtidas na amostra original, na linha do respectivo tempo nela fixado. A sétima coluna apresenta as probabilidades de cobertura em cada tempo fixado para o estudo.

4.3.1 Probabilidade de cobertura dos intervalos de confiança para nmea

As Tabelas 1, 2 e 3 apresentam os resultados para as probabilidades de cobertura dos intervalos de confiança para $M(t)$ em situações com reamostras envolvendo 20, 100 e 200 unidades.

Tabela 1. P. C. para nmea – 20 unidades.

<i>Probabilidade de Cobertura para nmea – 20 unidades</i>						
Quantil	Tempo	nmea	Abaixo L.I.	Acima L.S.	Total	Prob. Cob.
10	117	0,35	0	0	0	100%
25	253	0,90	0	5	5	99%
50	487	1,85	0	16	16	96%
75	928	2,81	3	25	28	93%
90	1447	3,50	7	27	34	91%

Tabela 2. P. C. para nmea – 100 unidades

<i>Probabilidade de Cobertura para nmea – 100 unidades</i>						
Quantil	Tempo	nmea	Abaixo L.I.	Acima L.S.	Total	Prob. Cob.
10	92	0,36	0	0	0	100%
25	252	0,91	0	0	0	100%
50	594	1,84	0	13	13	97%
75	1013	2,84	0	19	19	95%
90	1625	3,52	2	23	25	94%

Tabela 3. P. C. para nmea – 200 unidades.

<i>Probabilidade de Cobertura para nmea – 200 unidades</i>						
Quantil	Tempo	nmea	Abaixo L.I.	Acima L.S.	Total	Prob. Cob.
10	115	0,35	0	25	25	94%
25	293	0,88	0	25	25	94%
50	642	1,78	0	30	30	93%
75	1188	2,76	1	40	41	90%
90	1807	3,45	5	45	50	87%

Como o intervalo de confiança de 99% para a proporção p , quando $p=0,95$, considerando 399 amostras, é dado por (0,92 ; 0,98), observa-se que a probabilidade de cobertura é superestimada ou subestimada em vários quantis. Este problema parece diminuir quando o tamanho da amostra aumenta. Também observamos que os limites superiores dos intervalos são os mais problemáticos.

4.3.2 Probabilidade de cobertura dos intervalos de confiança para cmea com variabilidade menor

Na obtenção das probabilidades de cobertura dos intervalos de confiança para cmea, novamente foram consideradas amostras com 20, 100 e 200 unidades. Os custos foram gerados da distribuição Log-Normal, primeiramente com média 4,5 e desvio-padrão igual a 1. Os resultados são apresentados nas Tabelas 4, 5 e 6.

Tabela 4. P. C. para cmea – 20 unidades.

<i>Probabilidade de Cobertura para cmea – 20 unidades (desvio-padrão = 1)</i>						
Quantil	Tempo	cmea	Abaixo L.I.	Acima L.S.	Total	Prob. Cob.
10	117	56,0	0	19	19	95%
25	253	158,3	0	15	15	96%
50	487	273,3	0	13	13	97%
75	928	399,7	0	4	4	99%
90	1447	458,9	4	1	5	99%

Tabela 5. P. C. para cmea – 100 unidades.

<i>Probabilidade de Cobertura para cmea – 100 unidades (desvio-padrão = 1)</i>						
Quantil	Tempo	cmea	Abaixo L.I.	Acima L.S.	Total	Prob. Cob.
10	92	71,5	0	50	50	87%
25	252	177,6	0	65	65	84%
50	594	295,3	0	26	26	93%
75	1013	424,7	0	14	14	96%
90	1625	497,0	3	3	6	98%

Tabela 6. P. C. para cmea – 200 unidades.

<i>Probabilidade de Cobertura para cmea – 200 unidades (desvio-padrão = 1)</i>						
Quantil	Tempo	cmea	Abaixo L.I.	Acima L.S.	Total	Prob. Cob.
10	115	55,9	0	17	17	96%
25	293	134,5	0	4	4	99%
50	642	283,7	0	14	14	97%
75	1188	416,1	0	6	6	98%
90	1807	508,2	1	4	5	99%

Utilizando o intervalo de confiança de 99% para a proporção p , quando $p=0,95$, considerando 399 amostras, que é dado por (0,92 ; 0,98), observa-se que a probabilidade de cobertura é superestimada ou subestimada em vários quantis. Este problema parece diminuir quando o tamanho da amostra aumenta. Também se verifica que os limites superiores dos intervalos são os mais problemáticos.

É possível notar que, ao contrário do que ocorre com o estimador *nmea*, as probabilidades de cobertura dos intervalos de confiança para *cmea*, para quantis mais altos, tendem a ser maiores.

4.3.3 Probabilidade de cobertura dos intervalos confiança para *cmea* com maior variabilidade

As Tabelas 7, 8 e 9 apresentam os resultados de uma nova seção de simulações, assumindo uma maior variabilidade entre os custos, utilizando a distribuição Log-Normal com média 4,5 e desvio-padrão 3 para a geração destes.

Tabela 7. P. C. para *cmea* – 20 unidades.

<i>Probabilidade de Cobertura para cmea – 20 unidades (desvio-padrão = 3)</i>						
Quantil	Tempo	<i>cmea</i>	Abaixo L.I.	Acima L.S.	Total	Prob. Cob.
10	17	1319,9	0	59	59	85%
25	253	2591,6	0	33	33	92%
50	487	4196,4	0	17	17	96%
75	928	4890,4	0	4	4	99%
90	1447	5015,4	1	1	2	99%

Tabela 8. P. C. para *cmea* – 100 unidades.

<i>Probabilidade de Cobertura para cmea – 100 unidades (desvio-padrão = 3)</i>						
Quantil	Tempo	<i>cmea</i>	Abaixo L.I.	Acima L.S.	Total	Prob. Cob.
10	92	3335,80	0	71	71	82%
25	252	6595,92	0	57	57	86%
50	594	8371,30	0	25	25	94%
75	1013	9595,38	1	14	15	96%
90	1625	10333,30	1	5	6	98%

Tabela 9. P. C. para cmea – 200 unidades

<i>Probabilidade de Cobertura para cmea – 200 unidades (desvio-padrão = 3)</i>						
Quantil	Tempo	cmea	Abaixo L.I.	Acima L.S.	Total	Prob. Cob.
10	115	896,6	0	14	14	98%
25	293	2359,3	0	5	5	99%
50	642	9570,2	0	14	14	98%
75	1188	19204,3	0	32	32	92%
90	1807	20829,7	0	24	24	94%

O aumento no tamanho da amostra resulta em aparente aumento nas probabilidades de cobertura para **cmea** com distribuição Log-Normal (média=4,5, desvio=3) para os custos. Este fato pode ser confirmado através do intervalo de confiança de 99% para a proporção p , quando $p=0,95$, que é dado por (0,92 ; 0,98). É possível observar que a superestimação ou subestimação das probabilidades de cobertura tendem a diminuir quando o tamanho da amostra aumenta. Novamente, notou-se que os limites superiores dos intervalos são os mais problemáticos.

5. Exemplos de Aplicação

Nesta Seção são apresentados dois exemplos de aplicação, um proveniente da área médica, contendo pacientes com câncer, submetidos a um determinado tratamento e outro da área financeira, no qual é analisado um grupo de clientes de determinada rede de supermercados. Utilizando os dados desses exemplos, serão obtidos intervalos de confiança para **nmea** e **cmea**, caracterizando as quantidades acumuladas de tumores, no caso do estudo médico e de compras dos clientes de uma rede de supermercados, quando são considerados os dados da área financeira.

5.1 Dados da área médica

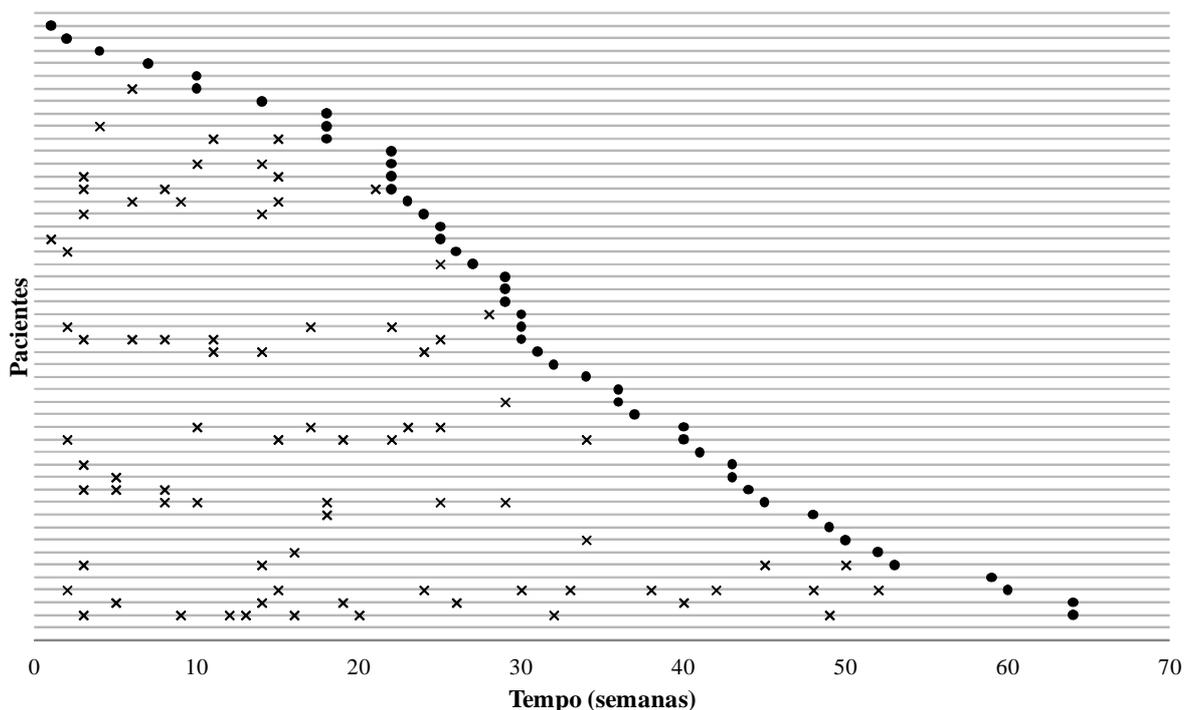
Um exemplo em oncologia envolvendo 48 pacientes com determinado tipo de câncer, é apresentado para motivar o entendimento da aplicabilidade da metodologia aqui descrita. Os dados foram extraídos de Byar (1980), sendo que esses pacientes estão sujeitos à recorrência de tumores, evidenciando a presença de eventos recorrentes.

Para iniciar o estudo, esses pacientes foram submetidos a exames diagnósticos de tumores. Informações anteriores a estes exames não foram consideradas, e somente foram incluídos no estudo os tumores que surgiram após os exames iniciais. Além disso, todos os pacientes compareceram regularmente a um determinado hospital, onde foram feitos diagnósticos e os tratamentos dos tumores.

A idade de censura de cada paciente foi considerada como o tempo decorrente de estudo quando o paciente veio a falecer ou abandonou o tratamento. As observações para o estudo foram finalizadas no momento em que a idade de censura foi observada para todos os pacientes, sem considerar o mecanismo de geração das idades de censura associado.

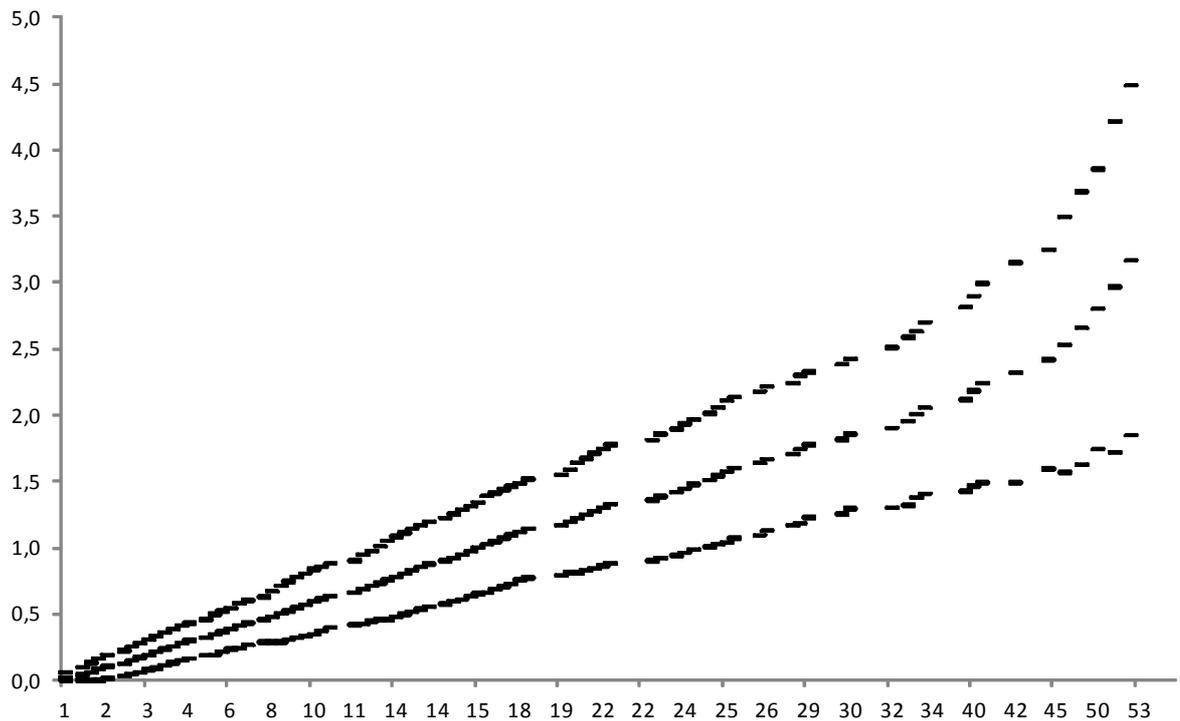
Para cada paciente foi organizado um histórico. As linhas horizontais da Figura 5 representam os históricos dos pacientes, contendo os tempos (em semanas) nos quais foram verificadas recorrências de tumores, representadas por cada x e também as idades de censura, estas indicadas pelo símbolo ●.

Figura 5. Históricos dos pacientes.



Utilizando os dados provenientes deste exemplo, obtivemos intervalos de confiança para $nmea$ que, neste caso, representa o número médio de tumores acumulados por paciente.

Figura 6. Intervalos de Confiança (95%) para $M(t)$.



Note que o resultado final é facilmente interpretado com base no gráfico acima, explicitando ao profissional interessado nos resultados práticos do estudo, neste caso o médico, a tendência observada da evolução e incrementos na quantidade acumulada de tumores nos pacientes em estudo, explicitando as faixas de variação para as estimativas de $C(t)$ diante da obtenção dos intervalos de confiança.

Com esses resultados o médico pode, por exemplo, decidir, qual a melhor época para alterar a dosagem da medicação utilizada, testar a eficácia de novos medicamentos, entre outros.

5.2 Dados da área financeira

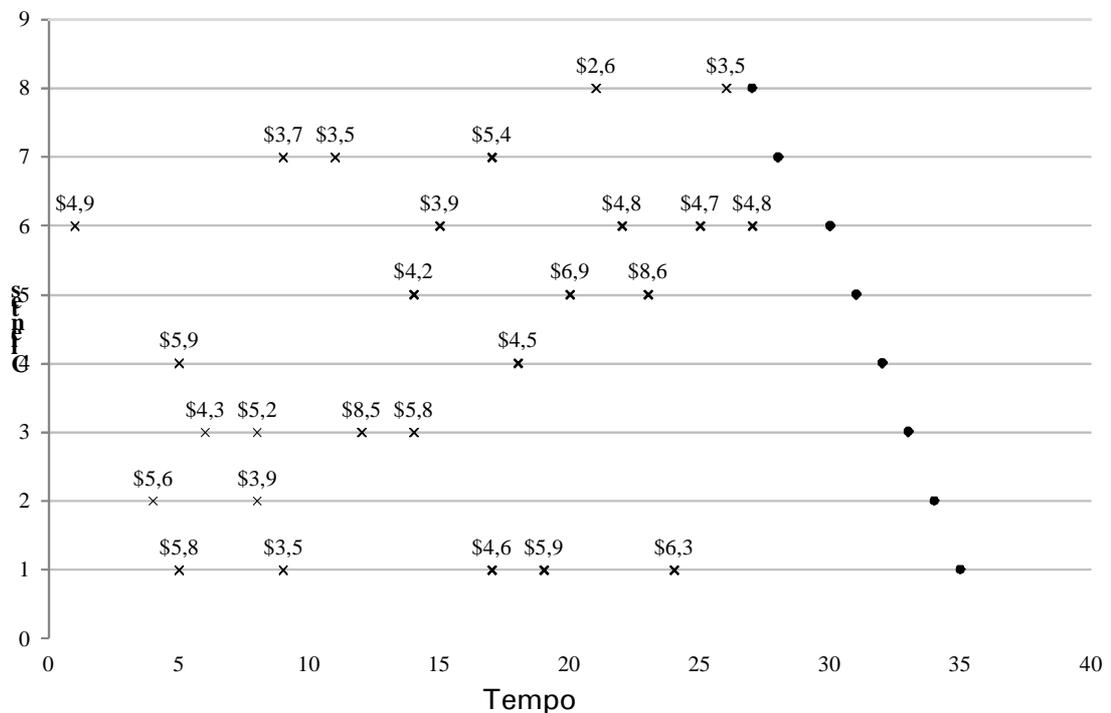
Considere um outro exemplo básico que visa, por meio de uma situação prática, motivar o entendimento da metodologia apresentada para a determinação de estimativas pontuais e intervalares para o $cmea$.

Este exemplo consiste em uma situação hipotética, na qual a rede de supermercados oferece aos seus clientes um “cartão fidelidade”. Entre as vantagens concedidas aos clientes que possuem tal cartão, estão facilidades nos pagamentos, maiores prazos e descontos em alguns produtos, desde que o cliente traga o cartão no momento da compra. Para isso, a empresa faz um cadastro com os dados pessoais de cada cliente. Dessa maneira, ficam registradas informações, tais como datas e valores relativos a cada compra que o cliente faz, dando origem a um histórico das compras realizadas por aqueles que possuem o cartão fidelidade.

Com o objetivo de obter o valor médio das recorrências acumuladas (compras) com relação à aquisição de produtos da empresa, foram utilizados os históricos de um grupo de 8 clientes cadastrados em uma mesma data com o cartão fidelidade.

A Figura 7 ilustra a recorrência de compras desses 8 clientes, incluindo o valor de cada transação, sendo que os valores das compras estão representados acima de cada x e foram registrados em centenas de unidade monetária. O tempo foi medido em semanas e cada idade de censura é representada pelo símbolo ●.

Figura 7. Históricos dos Clientes



A idade de censura foi caracterizada pelo momento de deserção do cliente ao programa fidelidade. O estudo terminou no momento em que o último cliente foi censurado.

O software estatístico S-plus foi utilizado na determinação das estimativas pontuais e intervalares para **cmea** dos exemplos aqui utilizados.

A Figura 8 apresenta as estimativas não-paramétricas pontuais e seus intervalos de confiança assintóticos (95%) para **cmea**, considerando os 8 clientes da rede de supermercados.

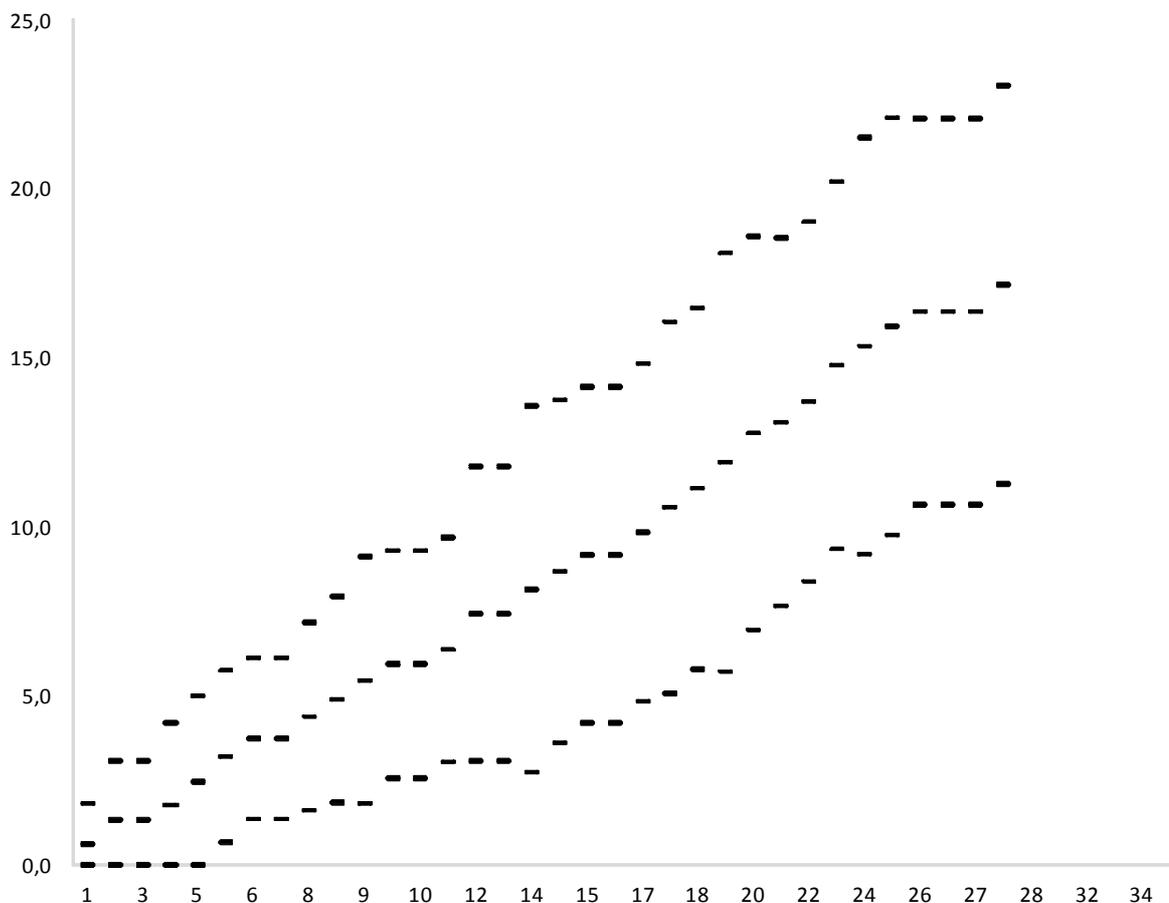
A análise final possibilita observar a evolução dos gastos desses clientes com a aquisição de produtos da rede de supermercados. Com isso, a administração dessa rede pode identificar, por exemplo, períodos que mais necessitam de investimentos em marketing, ou até mesmo, mecanismos de incentivo à fidelidade de seus clientes. Os limites dos intervalos de confiança, para cada estimativa do custo médio acumulado por cliente com produtos da rede de supermercados, auxiliam a gestão na tomada de ações de maneira que se pode estimar valores mínimos e máximos para o custo médio por cliente, considerando-se o nível de confiança utilizado, neste caso, 95%. Por exemplo, a estimativa do valor médio acumulado por cada cliente até o tempo 22, é igual a \$13,7 centenas de unidade monetária, sendo indicado pela metodologia adotada que o intervalo entre \$8,4 e \$19,04 deve conter esse valor com 95% de confiança. Essa noção de limites pode auxiliar no gerenciamento da rede de supermercados, por exemplo, no que diz respeito às políticas de investimento para captação de novos clientes.

6. Comentários Finais e Perspectivas Futuras

Este artigo trata dos estimadores apresentados por Nelson (1995), juntamente com a proposta de construção de intervalos de confiança baseados na teoria assintótica para situações com recorrência de eventos e presença de censuras.

A motivação para a realização deste estudo surgiu do interesse de aprofundar os conhecimentos sobre esta metodologia, explorar a utilidade prática, analisar algumas propriedades e propor possíveis alterações no sentido de tornar a metodologia mais eficaz, sendo a proposição uma perspectiva futura para a continuação deste trabalho.

Figura 8. Intervalos de Confiança (95%) para C(t).



Sobre a exploração da utilidade prática, é importante ressaltar que situações envolvendo maior quantidade de eventos por unidade precisam ser estudadas futuramente, uma vez que vários problemas atuais, principalmente na área financeira, têm sido relacionados a grandes bancos de dados.

Nota-se que, devido à natureza do procedimento de cálculo dos intervalos de confiança, existe a possibilidade da obtenção de valores negativos para seus limites inferiores, principalmente no período inicial das observações. Por isso, uma das perspectivas futuras com relação à continuidade deste estudo consiste em considerar um método de transformação para assegurar que os limites inferiores tenham valores necessariamente positivos, o que faz sentido prático. Por hora, os limites inferiores negativos foram considerados iguais a zero, para efeitos de demonstração nos exemplos utilizados.

Quanto aos exemplos de aplicação, fica a demonstração do potencial de análise fornecido pela metodologia, que possibilita ao setor administrativo, obter informações quantitativas importantes no direcionamento de atitudes referentes ao relacionamento financeiro do cliente com a rede de supermercados. As estimativas intervalares possibilitam a construção de medidas mais flexíveis e compreensíveis de apoio à gestão da empresa. Da mesma forma, os médicos podem acompanhar facilmente a evolução da quantidade média de tumores acumulados, identificando, por exemplo, períodos de maior incremento na média acumulada e, também, os limites inferiores e superiores para cada tempo em que uma nova recorrência de tumor é observada.

Durante a análise das probabilidades de cobertura, verificou-se a superestimação dos intervalos dos intervalos de confiança em várias situações. Foi observado que os limites superiores destes intervalos são os mais problemáticos, no sentido de ter sido observada maior quantidade de limites superiores dos intervalos dos dados reamostrados que estão acima dos limites superiores da amostra original do que dos limites inferiores baseados nas reamostras que estejam abaixo dos limites inferiores da amostra original. Sendo assim, um estudo específico sobre este problema é uma das perspectivas futuras e pode ser tratado com a obtenção de intervalos de confiança percentis Bootstrap (Davison and Hinkley, 1997).

Foram realizados estudos de simulação iniciais com relação à presença de vício nos estimadores *cmea* e *nmea*. Estes estudos indicaram a presença de um vício, moderado, mas existente. Estudos de simulação mais aprofundados, nesta contextualização, foram inviabilizados devido à grande demanda de tempo envolvido neste tipo de estudo, ficando assim, como uma perspectiva futura, tal qual a construção de intervalos de confiança para as diferenças entre os números e custos médios acumulados de recorrências provenientes de dois grupos de clientes, possibilitando assim, uma comparação direta e também baseada em estimativas não-paramétricas e intervalos de confiança assintóticos.

Referências bibliográficas

- Ascher, H.; Feingold H. (1984). *Repairable Systems Reliability*. Marcel Dekker, New York, NY.
- Byar, D. P. (1980). The Veterans Administration Study of Chemoprophylaxis or Recurrence Stage I Bladder Tumors and Other Topics in Urological Oncology, eds. M. Pavone-Macaluso. P. H. Smith, and F. Edsmyn, New York: Plenum, p. 363-370.
- David, H. A.; Moeschberger, M. (1978). *The Theory of Competing Risks*. Macmil, New York.
- Davison, A.C.; Hinkley, D.V. (1997). *Bootstrap Methods and Their Application*. Cambridge University Press.
- Dodge, Y. (2003) *The Oxford Dictionary of Statistical Terms*, OUP.
- Engelhardt, M. (1995). Models and Analyses for the Reliability of a Repairable System. In *Recent Advances in Life-Testing and Reliability*, ed. N. Balakrishnan, Boca Raton. FL: CRC Press.
- Evans, R. A. (1985). "MTBF." *Reliability Review*, 5, p. 17.
- Hall, P. (1986). On the number of Bootstrap simulations required to construct a confidence interval. *Annals of Statistics*, 14, 1453-1462.
- Lawless, J. F. (1982). *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*. John Wiley and Sons, New York, New York.
- Louzada-Neto, F.; Mazucheli, J.; Achcar, J.A. (2002). *Introdução à Análise de Sobrevida e Confiabilidade*. III Jornada Regional de Estatística.
- Mood, A. M.; Graybill, F. A.; Boes, D. C.. Large Sample Confidence Intervals. In: *Introduction to the Theory of Statistics*. 3. ed.. Singapura: Mc Graw-Hill Book Company, 1974, p. 178-179, 393-396.
- Nelson, W. (1995). Confidence Limits for Recurrence Data - Applied to Cost or Number of Product Repair. *Technometrics*, 37, p.147-157.
- Nelson, W. (2002). *Events Data Analysis for Product Repairs, Disease Recurrences, and Other Applications, ASA-SIAM Series on Statistics and Applied Probability*, SIAM, Philadelphia, ASA, Alexandria, VA, 2002.
- Vallarino, C.R. (1988). Confidence Bands for a Mean Value Function Estimated From a Sample of Right-Censored Poisson Process. Contributed paper, 1988 *Joint Statistical Meetings*, New Orleans. Author at IBM, 5600 Cottle Rd., San Jose, CA 95193.

Agradecimento

Os autores são gratos aos Editor Executivo e aos Revisores pelas críticas e sugestões. A pesquisa de Francisco Louzada é parcialmente financiada pelo CNPq e FAPESP.

Bloco 2:

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2}{N(N-1)} \sum_{j=1}^{N-1} Cov(X_{N,j}, X_{N-1,j}) + \\
 & + \frac{2}{N(N-2)} \sum_{j=1}^{N-2} Cov(X_{N,j}, X_{N-2,j}) + \\
 & + \frac{2}{N(N-3)} \sum_{j=1}^{N-3} Cov(X_{N,j}, X_{N-3,j}) + \\
 & + \dots \dots \dots + \\
 & + \frac{2}{N(I+1)} \sum_{j=1}^{I+1} Cov(X_{N,j}, X_{I+1,j}) + \\
 & + \frac{2}{NI} \sum_{j=1}^I Cov(X_{N,j}, X_{I,j}) +
 \end{aligned}$$

Bloco 3:

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2}{(N-1)(N-2)} \sum_{j=1}^{N-2} Cov(X_{N-1,j}, X_{N-2,j}) + \\
 & + \frac{2}{(N-1)(N-3)} \sum_{j=1}^{N-3} Cov(X_{N-1,j}, X_{N-3,j}) + \\
 & + \frac{2}{(N-1)(N-4)} \sum_{j=1}^{N-4} Cov(X_{N-1,j}, X_{N-4,j}) + \\
 & + \dots \dots \dots + \\
 & + \frac{2}{(N-1)(I+1)} \sum_{j=1}^{I+1} Cov(X_{N-1,j}, X_{I+1,j}) + \\
 & + \frac{2}{(N-1)I} \sum_{j=1}^I Cov(X_{N-1,j}, X_{I,j}) + \\
 & \dots \dots \dots \\
 & \dots \dots \dots \\
 & \dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

Bloco (N-1):

$$+ \frac{2}{(I+1)I} \sum_{j=1}^I Cov(X_{I+1,j}, X_{I,j}).$$

O bloco 1 de termos consiste das variâncias individuais $Var(X_{i,j})$ de cada um dos $X_{i,j}$ termos da equação (1.1). O bloco 2 consiste das covariâncias entre o incremento no custo, no intervalo $i = N$ e os intervalos subseqüentes $i = N - 1, N - 2, \dots, I$. O bloco 3 consiste das covariâncias entre os incrementos no custo, no intervalo $i = N - 1$ e os intervalos subseqüentes $i = N - 2, N - 3, \dots, I$. Seguindo de maneira similar, tem-se que, no bloco $N - I$, é calculada a covariância entre o incremento no custo no intervalo $i = I + 1$ e o intervalo $i = I$ até o tempo t .

A equação (A.1) pode ser colocada como segue:

$$\begin{aligned}
 Var[\hat{C}(t)] &= \\
 &= \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N [Var(X_{N,j})] + \frac{1}{(N-1)^2} \sum_{j=1}^{N-1} [Var(X_{N-1,j})] + \\
 &+ \frac{1}{(N-2)^2} \sum_{j=1}^{N-2} [Var(X_{N-2,j})] + \dots + \frac{1}{I^2} \sum_{j=1}^I [Var(X_{I,j})] + \\
 &+ \sum_{K=I}^{N-1} \left[\frac{2}{NK} \sum_{j=1}^K Cov(X_{N,j}, X_{K,j}) \right] + \\
 &+ \sum_{K=I}^{N-2} \left[\frac{2}{(N-1)K} \sum_{j=1}^K Cov(X_{N-1,j}, X_{K,j}) \right] + \\
 &+ \dots + \frac{2}{(I+1)I} \sum_{j=1}^I Cov(X_{I+1,j}, X_{I,j}).
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

Durante o N -ésimo intervalo, os $X_{N,N}, X_{N,N-1}, \dots, X_{N,1}$ (que aparecem na linha do primeiro bloco de (A.1) são observações independentes de uma mesma distribuição dos custos da população, para aquele intervalo. Assim, $Var(X_{N,N}) = Var(X_{N,N-1}) = \dots = Var(X_{N,1})$. Logo, existe um valor em comum para $Var(X_{N,j})$, $j = 1, 2, \dots, N$ e a soma $\sum_{j=1}^N [Var(X_{N,j})]$ é dada por $NVar(X_{N,j})$.

Similarmente, na segunda linha do bloco 1, existem $N-1$ variâncias com um valor comum e igual à $Var(X_{N-1,j})$ para $j=1,2,\dots,(N-1)$, assim, $\sum_{j=1}^{N-1}[Var(X_{N-1,j})]$ é igual a $(N-1)Var(X_{N-1,j})$. Seguindo da mesma forma, na última linha do bloco 1 de (2.2), representando o l -ésimo intervalo, as l variâncias têm um valor comum e igual à $Var(X_{l,j})$, e a soma $\sum_{j=1}^l[Var(X_{l,j})]$ tem como resultado o valor de $l.Var(X_{l,j})$.

As covariâncias entre os intervalos também podem ser combinadas. Em particular, os termos das covariâncias, nas somas que aparecem em cada linha de (A.1), são todas iguais. Por exemplo, a primeira linha do bloco 2 tem $N-1$ covariâncias com um valor comum $Cov(X_{N,j}, X_{N-1,j})$, assim, a expressão $\sum_{j=1}^{N-1}Cov(X_{N,j}, X_{N-1,j})$ é igual a $(N-1)Cov(X_{N,j}, X_{N-1,j})$. Realizando substituições similares em todas as somas das covariâncias que aparecem em todas as linhas de todos os blocos, pode-se observar que o último termo $\sum_{j=1}^lCov(X_{l+1,j}, X_{l,j})$ é igual a $l.Cov(X_{l+1,j}, X_{l,j})$. Então, de maneira geral, pode-se dizer que,

$$\sum_{j=1}^K Cov(X_{N,j}, X_{K,j}) = K.Cov(X_{N,j}, X_{K,j}), K = N-1, N-2, \dots, l$$

Efetuada todas estas substituições nos termos das variâncias e covariâncias, tem-se:

$$\begin{aligned} Var[\hat{C}(t)] &= \\ &= \frac{1}{N}Var(X_{N,j}) + \frac{1}{(N-1)}Var(X_{N-1,j}) + \dots + \frac{1}{l}Var(X_{l,j}) + \\ &+ \frac{2}{N} \left[\sum_{K=l}^{N-1} Cov(X_{N,j}, X_{K,j}) \right] + \frac{2}{(N-1)} \left[\sum_{K=l}^{N-2} Cov(X_{N-1,j}, X_{K,j}) \right] + \\ &+ \frac{2}{(N-2)} \left[\sum_{K=l}^{N-3} Cov(X_{N-2,j}, X_{K,j}) \right] + \dots + \frac{2}{(l+1)}Cov(X_{l+1,j}, X_{l,j}). \end{aligned} \tag{A.3}$$

Finalmente, com algumas simplificações, o valor de $Var[\hat{C}(t)]$ pode ser calculado pela equação:

$$Var[\hat{C}(t)] = \sum_{K=I}^N \left[\frac{1}{K} Var(X_{K,j}) \right] + \sum_{S=I+1}^N \left\{ \frac{2}{S} \left[\sum_{W=I}^{S-1} Cov(X_{S,j}, X_{W,j}) \right] \right\}. \quad (\text{A.4})$$

Cada variância $Var(X_{i,j})$ de (A.1) é estimada dos $x_{i,j}$ dados que aparecem na Figura 4, na qual $i = I, I+1, I+2, \dots, N$ representa o número do intervalo e $j = 1, 2, 3, \dots, N$ representa o número da unidade, sendo calculada por

$$\hat{Var}(X_{i,j}) = \frac{1}{i-1} \sum_{j=1}^i (X_{i,j} - \bar{X}_i)^2, \quad (\text{A.5})$$

onde $\bar{X}_i = \frac{(X_{i,1} + X_{i,2} + \dots + X_{i,i})}{i}$, com $i = I, I+1, \dots, N$.

Cada covariância $Cov(X_{i,j}, X_{i',j}), i > i'$, de (A.1) é estimada dos dados $x_{i,j}$ apresentados esquematicamente na Figura 4 e calculada por:

$$\hat{Cov}(X_{i,j}, X_{i',j}) = \frac{1}{(i'-1)} \sum_{j=1}^{i'} (X_{i,j} - \bar{X}_{i'}) (X_{i',j} - \bar{X}_{i'}), i > i'. \quad (\text{A.6})$$

Modelos de crescimento impulsionados pela demanda: evidências do modelo de Thirlwall para os setores brasileiros

Cristiane Soares¹
Ricardo Azevedo Araújo²

Resumo

Nas teorias de inspiração keynesiana, baseadas na idéia de 'demand led growth', o modelo de Thirlwall é considerado um clássico na literatura de *Balance of Payments Constraint* – BPC. Neste modelo, também conhecido como *Lei de Thirlwall*, a autor conclui que a taxa de crescimento de um país pode ser estimada através da razão entre a taxa de crescimento das exportações e a elasticidade renda das importações. Após esse clássico, vários estudos têm buscado testar a validade dessa lei para os países. Outros, no entanto, numa perspectiva mais teórica, têm feito extensões ao modelo, incorporando inclusive algumas críticas. Uma crítica atribuída ao modelo de BPC está relacionada à sua aplicação numa abordagem setorial, como enfatizado por Araujo & Lima (2007). Neste sentido, o objetivo deste artigo é testar a validade da *Lei de Thirlwall* para o caso brasileiro para as funções exportação e importação desagregadas por setores.

Palavras-chave: Modelos de crescimento, Balanço de Pagamentos Restrito, Lei de Thirlwall, Multissetores.

Classificação JEL: O19, O41, O43

¹ Doutora em Economia pela Universidade de Brasília e Técnica do IBGE. E-mail: csoares_rj@hotmail.com.

² Professor do Departamento de Economia da Universidade de Brasília e Bolsista de produtividade do CNPq. Departamento de Economia, FACE, Universidade de Brasília, Campus Universitário Darcy Ribeiro, Cep. 70910-900. E-mail: rsaraujo@unb.br.

1. Introdução

De acordo com McCombie & Thirlwall (1994), a maioria das teorias de crescimento econômico busca explicar, de um lado, o que determina a taxa de crescimento do produto dos países e, de outro, porque os países crescem a taxas diferentes. Nesse debate, duas abordagens se destacam: a neoclássica e a estruturalista ou keynesiana. Uma distinção que pode ser feita entre essas duas abordagens é que a primeira busca explicações por meio de fatores associados à oferta, enquanto à segunda recorre para o lado da demanda para tentar responder essas questões. Na abordagem keynesiana, a questão a ser respondida é por que os países apresentam taxas de crescimento da demanda tão díspares. Neste sentido, numa economia aberta, a demanda depende não somente dos tradicionais componentes de consumo, investimento e gastos governamentais, mas também do setor externo. Teóricos, inspirados na idéia de *'export led growth'*, consideram a restrição no Balanço de Pagamentos (*Balance of Payments Constraint - BPC*) o principal fator limitante do crescimento, particularmente nos países em desenvolvimento. O argumento deles é que somente por meio da expansão das exportações é possível aumentar a taxa de crescimento da economia, sem deteriorar o balanço de pagamentos.

Thirlwall (1979) é considerado um precursor nessa literatura de BPC. Ele desenvolveu um modelo onde conclui que a taxa de crescimento de um país pode ser estimada através da razão entre a taxa de crescimento das exportações e a elasticidade renda das importações¹. Em virtude das evidências desse resultado para vários países desenvolvidos, esse resultado ficou conhecido como Lei de Thirlwall. A idéia implícita no modelo de Thirlwall é a mesma do modelo keynesiano, onde o investimento planejado deve ser igual à poupança planejada. Mas, neste caso, a taxa de crescimento da economia deve ser aquela que garante o equilíbrio no balanço de pagamentos. McCombie & Thirlwall (1994), no entanto, chamam a atenção que uma mesma taxa de crescimento das exportações não necessariamente leva a uma mesma taxa de crescimento do produto, porque os requerimentos associados às importações (as elasticidades-renda) diferem entre os países.

¹ Para chegar a esse resultado, Thirlwall (1979) assume a hipótese de que, no longo prazo, as variações no câmbio nominal acomodam as variações da inflação doméstica e externa. Essa hipótese, no entanto, é baseada na evidência empírica, afirma o autor.

Nesse contexto, duas variáveis econômicas são importantes como instrumentos de política de expansão da demanda com balanço de pagamentos restrito: o câmbio e as exportações (elasticidade-renda). Do ponto de vista da política cambial, autores como Gala (2008) e Barbosa-Filho (2006) argumentam que taxas reais de câmbio competitivas (moeda desvalorizada) estão relacionadas com o crescimento do produto. Para o primeiro, uma desvalorização tende a estimular as exportações, aumentando a renda e o emprego, bem como ajuda a economia a superar crises financeiras, colocando-a num caminho de crescimento sustentado. Com um modelo baseado em Bhaduri & Marglin (1990), ele enfatiza que um dos mais importantes efeitos do câmbio sobre o crescimento de longo prazo está no investimento agregado. Uma moeda desvalorizada leva a uma redução dos salários reais, causando um aumento na poupança e no investimento, o que estimula a acumulação de capital. Um outro canal apontado por ele, na qual taxas de câmbio competitivas afetam o crescimento de longo prazo, é a mudança tecnológica. Esse último aspecto tem importância crucial principalmente para os países em desenvolvimento. O câmbio desvalorizado é visto como um estímulo para o setor industrial *tradable* não dependente de commodities e a expansão deste setor provoca uma mudança estrutural, com o acúmulo de conhecimento (*learning by doing*) e progresso tecnológico.

Barbosa-Filho (2006) também acredita que uma taxa de câmbio competitiva é um importante mecanismo de estímulo ao setor industrial *tradable* não tradicional, aumentando a produtividade² do setor industrial como um todo. Seu estudo busca investigar, no entanto, como metas de inflação podem influenciar a taxa de crescimento de longo prazo por meio do impacto da taxa real de câmbio na elasticidade renda das exportações e importações. Ele conclui que uma economia pode crescer através de mudanças suficientemente longas nos preços relativos entre bens *tradables* e *no-tradables*. A defesa desses autores por esse mecanismo, isto é, a taxa real de câmbio como um instrumento de política num cenário de BPC, de um lado contrasta com a hipótese de Thirlwall relacionada à paridade de poder de compra no longo prazo.

² Para Kaldor (1968), retornos crescentes são característicos do setor industrial, fazendo com que uma taxa de câmbio competitiva tenha um efeito positivo sobre o nível de produtividade.

O argumento de Barbosa-Filho (2006), no entanto, segue duas linhas de pensamento: uma relacionada à operacionalidade do BPC no curto prazo num contexto de fragilidade financeira, onde a taxa real de câmbio tem papel importante na determinação do crescimento e controle da inflação. Outra linha se refere à análise do modelo de BPC não somente do ponto de vista dos fluxos de comércio (conta corrente), mas considerando também o fluxo financeiro (conta de capital). Sendo assim, as restrições impostas pelas condições financeiras internacionais levam a uma mudança nos preços relativos, bem como nas elasticidades de exportações e importações. E é por meio dessa mudança prolongada nos preços relativos que ele acredita que o gerenciamento da taxa real de câmbio tem efeito positivo sobre o crescimento de longo prazo, promovendo uma mudança estrutural na economia.

Na outra vertente de instrumentos de política de expansão da demanda enquadra-se o modelo original de Thirlwall que considera a expansão das exportações o mecanismo capaz de aumentar a taxa de crescimento da economia sem deteriorar o Balanço de Pagamentos³. Mas este modelo não é uma via de mão única, a elasticidade renda das importações é o outro componente da razão que mostra que o crescimento de um país também está condicionado à expansão da renda mundial. Dessa maneira, as características de restrição da demanda de um país podem levar a economia para um ciclo vicioso ou para um caminho de crescimento sustentado. Se há capacidade ociosa, o investimento é desencorajado, dado que os bens do país comparado com os bens estrangeiros são pouco desejados, o que piora ainda mais o BP. Por outro lado, se um país é capaz de expandir a demanda acima do nível existente da capacidade produtiva, por meio do aumento do investimento, do progresso tecnológico ou deslocamento dos fatores, implicará numa expansão da capacidade para importar, o que provocará um crescimento da economia sem deteriorar o BP.

³ Estes resultados por meio das elasticidades renda de exportação/ importação também são conhecidos como competição do tipo *non-price*.

A abordagem multissetorial da *Lei de Thirlwall* introduzida por Araújo & Lima (2007) pode ser interpretada como um mecanismo alternativo, comparado com a idéia de gerenciamento do câmbio. Além disso, o resultado dos autores permite que uma economia possa crescer sem a necessidade de expansão da renda mundial. Na 'Lei de Thirlwall multissetorial' as elasticidades-renda são ponderadas pela participação do setor no volume de exportação/ importação. Dessa maneira, uma alteração na composição das exportações/ importações teria importante papel não somente no processo de crescimento da economia, mas na capacidade de promover uma mudança estrutural. Gouvêa & Lima (2009), a partir de um exercício empírico, mostram, por exemplo, que os países asiáticos apresentam uma elevada elasticidade renda de exportação em setores intensivos em tecnologia, o que seria um bom indicativo na explicação de porque as taxas de crescimento dos países diferem.

No cenário atual, é possível afirmar que a literatura recente de BPC tem buscado incorporar ao modelo original de Thirlwall as várias críticas que surgiram nas décadas de 1980 e 1990. Muitos autores têm introduzindo, inclusive, elementos importantes que tem afetado várias economias nos últimos anos, principalmente os países em desenvolvimento, como o problema de fragilidade externa, inflação, controle do câmbio, mudança estrutural, etc. A importância da abordagem setorial nos modelos de crescimento já fora enfatizado por Kaldor (1968), assim como a ideia de mudança estrutural introduzida por Pasinetti (1981). No entanto, a literatura de crescimento orientado pela demanda ainda é bem limitada quanto a esses aspectos. Nos modelos de BPC, esse problema é ainda mais evidente, principalmente num contexto empírico. Neste sentido, o objetivo deste artigo é testar a validade da Lei de Thirlwall para o caso brasileiro, dada as funções exportação/ importação desagregada por setores. O artigo está dividido em quatro seções incluindo esta seção introdutória. O modelo de Thirlwall de restrição no balanço de pagamentos é apresentado na segunda seção, destacando inclusive as principais críticas sobre o modelo. Na terceira seção são apresentados os resultados do teste da Lei de Thirlwall para os setores brasileiros. Nesta seção, está inserida também uma breve discussão acerca dos métodos econométricos utilizados. E na última seção são feitas as considerações finais.

2. Os modelos de crescimento com restrição do Balanço de Pagamentos - o modelo de Thirlwall

Os modelos de restrição do balanço de pagamentos buscam investigar como o BP pode afetar o crescimento da economia, direta e indiretamente. A importância dessa abordagem pode ser sintetizada em três aspectos: i) as deficiências do BP têm implicações para o funcionamento da economia real; ii) no nível agregado, um país não pode crescer mais rápido do que uma taxa que seja consistente com o equilíbrio do BP, a não ser que possa ser financiado por um déficit crescente e iii) o risco do déficit crescente para a economia é a entrada numa recessão ou um próprio desestímulo ao investimento, ocasionado pelo aumento da taxa de juros.

No modelo de Thirlwall, a expansão da demanda ou da taxa de crescimento da economia é dada pela taxa de equilíbrio do BP, que é obtida através da razão entre a taxa de crescimento das exportações (ou elasticidade renda das exportações multiplicada pela taxa de crescimento da renda mundial) e a elasticidade renda da demanda por importações. Dessa maneira, um país somente pode elevar sua taxa de crescimento com equilíbrio do BP se conseguir aumentar sua elasticidade renda por exportações e reduzir a elasticidade renda das importações ao longo do tempo. A Lei de *Thirlwall* é derivada partindo das funções exportação e importação padrão e da condição de equilíbrio do BP:

$$X = \left(\frac{P_d}{EP_f} \right)^\tau Z^\zeta \quad (1)$$

$$M = \left(\frac{EP_f}{P_d} \right)^\psi Y^\varphi \quad (2)$$

Onde P_d e P_f são os preços relativos do país e do resto do mundo, respectivamente. A taxa de câmbio entre as duas moedas é dada por E . As elasticidades preço são dadas por ψ e τ . A renda doméstica e do resto do mundo são representadas por Y e Z e as elasticidades renda das exportações e importações são dadas por ζ e φ , respectivamente. Em equilíbrio:

$$P_d X = EP_f M \quad (3)$$

Tirando logaritmos e diferenciando as expressões (1), (2) e (3) concluímos respectivamente que:

$$\hat{x} = \tau(\hat{p}_d - \hat{p}_f - \hat{e}) + \zeta \hat{z} \quad (4)$$

$$\hat{m} = \psi(\hat{p}_f + \hat{e} - \hat{p}_d) + \varphi \hat{y} \quad (5)$$

$$\hat{p}_d + \hat{x} = \hat{p}_f + \hat{e} + \hat{m} \quad (3a)$$

Onde os chapéus denotam a taxa de crescimento. Substituindo (4) e (5) na expressão (3a) permite obter:

$$(1 + \tau + \psi)(\hat{p}_d - \hat{p}_f - \hat{e}) + \zeta \hat{z} = \varphi \hat{y} \quad (6)$$

A fim de se obter a Lei de Thirwall duas hipóteses podem ser consideradas aqui. A primeira se refere à paridade do poder de compra: sob essa hipótese as variações na taxa nominal de câmbio equilibram a inflação doméstica com a externa, ou seja, $\hat{p}_d - \hat{p}_f - \hat{e} = 0$. Uma outra hipótese que pode ser adotada é a chamada condição de Marshall-Lerner. De acordo com ela $\tau + \psi = -1$ que dá origem também à Lei de Thirwall expressa por:

$$\hat{y} = \frac{\zeta}{\varphi} \hat{z} \quad (6a)$$

Perraton (2003) considera que essa seja a Lei de Thirwall no seu formato mais forte. Sob a hipótese de PPP ela também pode ser escrita como:

$$\hat{y} = \frac{1}{\varphi} \hat{x} \quad (6b)$$

De acordo com este resultado, Thirlwall (1979) acredita que quanto menor for a elasticidade renda da demanda por importações ou quanto mais elevada for a taxa de crescimento das exportações maior será a taxa de crescimento de equilíbrio do BP. O aumento da renda mundial tem efeito positivo sobre a taxa de crescimento do país, mas este efeito será maior ou menor dependendo da elasticidade renda da demanda por exportações. Vale ressaltar, no entanto, que embora esse resultado já tivesse sido apresentado por Harrod (1933) numa perspectiva estática, foi a partir da abordagem dinâmica de Thirlwall que o multiplicador de comércio ganhou importância como principal mecanismo para entender o crescimento dos países e as mudanças estruturais. A partir do modelo pioneiro de Thirlwall, vários estudos foram produzidos com o intuito de testar a validade deste resultado; outros, no entanto, têm introduzido ainda diversas modificações à versão original, conforme mostra o quadro a seguir:

Extensões do modelo original de Thirlwall (1979):

Estágios	Inovação	Conclusão	Autores
Primeiro	Extensão do modelo de Thirlwall com fluxo de capitais.	Observaram que os países em desenvolvimento são capazes de aumentar sua taxa de crescimento a partir de déficits na balança comercial.	Thirlwall & Hussain (1982)
Segundo	Permite a possibilidade de déficit em conta corrente, mas introduz uma restrição para que a razão entre déficits comerciais e renda seja constante.	Se há desequilíbrio na balança comercial, a taxa de crescimento da renda deve ser maior ou igual à taxa de juros que previne o aumento da razão dívida/PIB.	McCombie & Thirlwall (1997)
Terceiro	Permite uma trajetória de longo prazo sustentável da dívida externa.	Incorpora o componente de pagamento de juros no modelo, além do fator de déficit em conta corrente.	Moreno-Brid (1998-9) (2003)
Atual	<p>Adapta a análise de Thirlwall para um modelo de comércio Norte-Sul num contexto de desenvolvimento desequilibrado.</p> <p>Incorpora no modelo de comércio do tipo Norte-Sul as transferências líquidas financeiras e as mudanças nos preços.</p> <p>Considera o pagamento dos juros e a dinâmica da dívida.</p> <p>Introduz a abordagem multissetorial no modelo de Thirlwall, que converge com a noção de desenvolvimento desequilibrado.</p>	<p>Países ricos (Norte) crescem mais rápido do que países pobres (Sul) por causa das diferenças nas elasticidades renda das importações.</p> <p>A demanda é restringida pela economia global. As assimetrias relacionadas à natureza dos bens comercializados, às regras de preço, aos tipos de retorno de escala, à posição dos ativos internacionais explicam porque o desenvolvimento entre as regiões é desequilibrado.</p> <p>Critica a idéia de relação constante entre dívida/PIB e trabalha num contexto de metas de inflação e vulnerabilidade aos choques externos.</p> <p>Incorporam ao modelo a idéia de mudança estrutural e concluem que as diferenças na estrutura de produção dos países afetam as taxas de crescimento dos países.</p>	<p>Dutt (2002)</p> <p>Vera (2006)</p> <p>Barbosa-Filho (2006)</p> <p>Araújo & Lima (2007)</p>

2.1. As críticas ao modelo de Thirlwall e o debate recente no Brasil

As extensões no modelo de Thirlwall devem-se, em parte, ao debate iniciado na *Applied Economics* na década de 1980 e que se estendeu para os anos 1990⁴. No entanto, o artigo de Thirlwall & Hussain (1982), apesar de não ter sido publicado neste periódico, pode ser considerado o ponto de partida dessa discussão sobre as limitações do modelo de Thirlwall. Ao testar a validade da lei de Thirlwall para os países em desenvolvimento, os autores consideraram que muitos desses países tendem a apresentarem um crescente déficit em conta corrente que é financiado pelo fluxo de capitais. Esta nova versão, diferentemente do modelo original, parte de uma situação de desequilíbrio onde os países podem crescer ainda que com déficit na balança comercial. Afinal, é neste contexto de desequilíbrio, seja entre as transações correntes ou no processo de desenvolvimento, que a maioria dos trabalhos tem avançado.

As duas principais críticas ao modelo de Thirlwall estão centradas nas características das funções exportações e importações e uma terceira pode ser atribuída à hipótese assumida por Thirlwall acerca da acomodação das variações nos preços doméstico e externo no longo prazo. De acordo com a Lei de Thirlwall, um país somente pode aumentar a sua taxa de crescimento de equilíbrio seja por uma redução da elasticidade renda das importações ou através do aumento da elasticidade renda das exportações. No entanto, esse resultado é obtido a partir de funções de demanda por importações e exportações na sua forma agregada. Tal característica restringe as estratégias de crescimento porque para a manipulação das elasticidades renda seria necessário pelo menos ter a separação das funções entre bens tradables e não tradables (McCombie & Thirlwall, 1994).

⁴ De acordo com McCombie & Thirlwall (1994, cap.5), os principais representantes nessa discussão são: Mcgregor & Swales (1985, 1986, 1991); Thirlwall (1986, 1992); McCombie (1989); Crafts (1988, 1990) e Krugman (1989), sendo este último numa perspectiva neoclássica. Neste grupo podem ser inseridos ainda McCombie (1982 e 1985) e Bairam (1988, 1990 e 1991) com os artigos sobre crescimento e o multiplicador de comércio de Harrod.

Araújo & Lima (2007) apresentam uma abordagem inovadora do modelo de Thirlwall num contexto multissetorial. Além disso, os autores partem de um contexto macrodinâmico pasinettiano que permite analisar mudanças estruturais em condições de desenvolvimento desequilibrado. Eles encontram um resultado similar ao de Thirlwall, porém as elasticidades renda são ponderadas por coeficientes que medem a participação de cada setor no total de importações/ exportações. Uma implicação dessa abordagem é que, dado que as elasticidades renda dos bens são diferentes e variam ao longo do tempo quando a renda aumenta, então a apresentação de uma Lei de *Thirlwall multissetorial* permite identificar setores onde a demanda pode expandir. Há uma outra diferença no modelo de Araújo & Lima (2007) que é apresentação da condição de equilíbrio do BP em termos de coeficientes de trabalho e não em termos de preços. Logo, são as quantidades relativas de trabalho incorporado na produção dos bens que regula os preços relativos dos bens no país, o que é uma alternativa à hipótese de taxa de câmbio constante.

Gouvêa & Lima (2009) destacam um aspecto importante da Lei de Thirlwall multissetorial que é a possibilidade do país aumentar a sua taxa de crescimento mesmo quando a renda mundial não se eleva. Conforme aponta o modelo de Araújo & Lima (2007), uma mudança na composição setorial das exportações/ importações [que pondera as elasticidades renda] pode alterar a taxa de crescimento de equilíbrio do BP. Os autores realizaram ainda um exercício empírico para alguns países da América Latina e Ásia no período de 1962-2006 e constatam a validade da Lei de Thirlwall na sua versão original e multissetorial⁵ para a maioria dos países. Além disso, os resultados mostraram que o modelo multissetorial se ajusta melhor do que o agregado. Um outro resultado importante é que a elasticidade renda de exportação dos setores intensivos em tecnologia era maior nos países asiáticos. Dentro de cada país há também uma maior elasticidade para estes setores. Embora esse resultado possa parecer óbvio, ele qualifica em parte o porquê da diferença entre as taxas de crescimento para os dois grupos de países analisados num contexto de Export Led Growth, bem como aponta indícios da importância desses setores no processo de desenvolvimento.

⁵ Os setores foram classificados em seis grupos de acordo com Lall (2000, p. 341): produtos primários, produtos manufaturados baseado em recursos, produtos manufaturados de baixa tecnologia, produtos manufaturados de média tecnologia, produtos manufaturados de alta tecnologia e outros.

Uma outra crítica sobre as funções de demanda por exportações/ importações está relacionada com a ausência de parâmetros que captem os efeitos da competição que não seja via preços⁶. Esta crítica está fundamentada nas evidências de que os mercados, em geral, são altamente oligopolizados, onde os preços são determinados pela taxa de mark-up. No entanto, captar os efeitos da competição *non price* não é uma tarefa fácil, particularmente pela imprecisão conceitual, isto é, aquilo não é explicado pelos preços. Alguns estudos têm buscado captar os efeitos desse tipo de competição através das medidas de diferenciação de produtos, do gap tecnológico, dos gastos com P&D, entre outras. Alguns autores destacam ainda que a presença de economias de escala é um fator que explica o comércio (intra-indústria) de bens manufaturados entre países. Além disso, em países, cujo mercado doméstico é pequeno, uma expansão da demanda externa pode favorecer as economias de escala, ressaltam McCombie & Thirlwall (1994).

O modelo de Thirlwall assume, por hipótese, que os preços relativos medidos em uma moeda comum não mudam no longo prazo. No entanto, o questionamento desta hipótese decorre das seguintes considerações: i) uma depreciação da moeda pode afetar os preços domésticos; ii) está implícita no modelo de Thirlwall a idéia de preço único, o que implica afirmar que o comércio internacional funciona sob regime de concorrência perfeita, o que contrasta com a existência de mercados oligopolistas, assim como com as diferentes taxas de crescimento dos preços de exportações/ importações; iii) a estrutura agregada da função exportação também pressupõe a existência de um único mercado que comercializa somente um bem ou produtos homogêneos; iv) se a idéia de competição está implícita no modelo, então o preço é dado pelo custo marginal, mas não é o que ocorre principalmente em países, cuja participação no mercado mundial é reduzida e o preço é determinado por este último; v) a noção de 'preço único' consiste numa digressão nos modelos de crescimento orientado pela demanda, pois sugere que a competição ocorre somente via preço e um aspecto chave nessas teorias é explicar o crescimento por meio de fatores que não estão associados à competição por preço; vi) o

⁶ De acordo com o modelo de Araujo & Lima (2007), a demanda por exportações para o bem *i* no país em desenvolvimento será nula se o preço deste bem for maior do que no país avançado. Então, se há demanda para tais produtos é porque o país em desenvolvimento é capaz de produzir a um preço competitivo. No entanto, se a participação do setor é relativamente pequena, é porque outros fatores *no price* afetam o modelo orientado pela demanda, além das elasticidades, como existência de economia de escala, patentes, restrições no setor de P&D, etc.

modelo original considera apenas as transações correntes, não incorpora a possibilidade de um déficit comercial controlado financiado pelo fluxo de capitais e vii) um outro problema do modelo é a possibilidade dos países apresentarem uma taxa de crescimento sistematicamente acima (acumulando déficits) ou abaixo (aumentando superávits) da taxa de equilíbrio do BP, cujo fluxo de capitais pode ser determinante num contexto de desenvolvimento desequilibrado.

Com relação às críticas acima, duas delas ganharam destaque: a incorporação de fluxos de capitais no modelo e, mais recentemente, a extensão do modelo para uma análise multissetorial. O argumento para a não inserção de fluxo de capitais no modelo de Thirlwall (1979) estava apoiado na evidência empírica da validade da 'Lei' para os países desenvolvidos. Posteriormente, Thirlwall & Hussain (1982) observaram que os países em desenvolvimento poderiam crescer a partir de uma situação de desequilíbrio (déficit) nas transações correntes. Logo, nesses casos, a razão entre as elasticidades renda não seria um bom preditor para a trajetória de crescimento de longo prazo e a principal restrição seria dada pela taxa de crescimento dos [in]fluxos de capital. Os autores mantêm a hipótese sobre os preços relativos e estendem o modelo para a possibilidade de fluxo de capital, representado pelo termo C (fluxo de capital em moeda doméstica) na equação 7. Quando C é positivo há uma entrada de capitais; se negativo, ocorre o inverso. ⁷

$$P_d X + C = EP_f M \quad (7)$$

$$\hat{y}^* = \frac{E}{R} \frac{\hat{x}}{\varphi} + \frac{C}{R} \frac{(c - p_d)}{\varphi} \quad (8)$$

Na equação 8, o termo E/R e C/R representam a parcela de exportações e fluxo de capital em relação à receita total. A equação 4 pode ser derivada dessa equação de crescimento, no caso de E/R = 1 (equilíbrio) e C/R = 0 (não há fluxo de capitais). Mas a inovação da Lei de Thirlwall estendida é que os países podem crescer partindo de uma situação de desequilíbrio na balança comercial. Thirlwall & Hussain (1982) ressaltam, no entanto, a possibilidade de um efeito negativo do fluxo de capital sobre os preços relativos domésticos. Na aplicação desse modelo para países em desenvolvimento, os autores constataram uma larga diversidade nos resultados, mas para a maioria dos

⁷ demanda, além das elasticidades, como existência de economia de escala, patentes, restrições no setor de P&D, etc.

países observou-se que a entrada de capitais foi mais significativa para o crescimento do que as mudanças nos termos de comércio⁸.

Outras duas importantes contribuições neste debate foram introduzidas por McCombie & Thirlwall (1997) e por Moreno-Brid (1988-9, 2003). Ambos os autores estavam preocupados com a sustentabilidade da dívida externa no longo prazo a partir do modelo de Thirlwall & Hussain (1982) que inclui o fluxo de capitais. McCombie & Thirlwall (1997) introduzem uma restrição no modelo de modo que a relação déficit comercial e renda seja constante⁹. Moreno-Brid (1988-9), no entanto, acredita que não basta somente controlar a taxa de juros para evitar o aumento da relação dívida/ PIB. Num contexto de endividamento externo, ele considera que é fundamental inserir no modelo o pagamento de juros. Partindo das funções exportação e importação padrão e da condição de equilíbrio do BP, Moreno-Brid (1988-9, 2003) chega a uma equação de crescimento de BPC análoga à desenvolvida por Thirlwall (1979) e Thirlwall & Hussain (1982)¹⁰. Na equação 9, considerando mais uma vez a hipótese de estabilidade dos preços relativos no longo prazo, temos que dx/x representa a taxa de crescimento das exportações e a elasticidade renda por importações é dada por ξ . O parâmetro θ mede a razão entre exportações e importações. Posteriormente, Moreno-Brid (2003) expandiu o seu modelo incorporando o termo de taxa de crescimento dos juros (dr/r) e os parâmetros θ_1 e θ_2 , que representam a parcela das importações que é coberta pelos ganhos com exportações e a proporção do pagamento de juros relativo às importações, respectivamente¹¹. O termo entre parênteses no denominador na equação 9a pode ser interpretado como a razão entre fluxo de capitais e as importações, ou seja, uma medida do déficit em conta corrente.

$$\hat{y}^*{}_i = \frac{\theta dx/x}{\xi - (1 - \theta)} \quad (9)$$

$$\hat{y}^*{}_i = \frac{\theta_1 dx/x - \theta_2 dr/r}{\xi - (1 - \theta_1 + \theta_2)} \quad (9a)$$

⁸ Os autores concluem ainda que na maioria dos países há uma estabilidade dos preços relativos no longo prazo.

⁹ Barbosa-Filho (2002) mostra que essa condição não é suficiente para impedir uma elevação da dívida externa em níveis que não sejam sustentáveis. Para ele, mesmo tendo uma razão constante entre déficit em conta corrente e renda doméstica, a trajetória do crescimento da dívida pode chegar a níveis que gerem crises de confiança, tornando insustentável o padrão atual de crescimento.

¹⁰ Ver Moreno-Brid (1998-9, 2001) para um detalhamento do modelo.

¹¹ O sinal negativo no numerador da equação (9) parte do princípio que o país é devedor.

Num contexto mais recente, particularmente no caso brasileiro, a discussão sobre os modelos de crescimento de BPC pode ser enquadrado, de um lado, numa perspectiva teórica [Araújo & Lima (2007), Barbosa-Filho (2001, 2002, 2006), Porcile & Curado (2002)¹²] e outra mais empírica [Bértola et al (2002), Britto (2008), Carvalho & Lima (2009), Carvalho et al (2008), Gouvêa & Lima (2009), Nakabashi (2006, 2007), Vieira & Holland (2008)]. A questão do endividamento (pagamento de juros) ainda está no centro do debate, mas Barbosa-Filho (2006), por exemplo, introduz dois elementos importantes do cenário econômico atual para entender crescimento numa perspectiva de curto e longo prazo, que são as crises financeiras internacionais e o regime de metas inflacionárias. Para ele, os países que passaram processo de rápida redução da inflação têm a possibilidade de ter um prolongado período de apreciação da taxa de câmbio, o que é prejudicial para o crescimento de longo prazo. Além disso, com o aumento do fluxo de capital internacional nos últimos anos muitos países ficaram vulneráveis as crises externas, independente das condições da balança comercial.

Barbosa-Filho (2006) resgata um aspecto que geralmente é deixado de lado na literatura de BPC porque está apoiada na hipótese inicial de Thirlwall de os preços relativos mensurados numa moeda comum não variam no longo prazo. Ele acredita que a taxa real de câmbio tem papel fundamental no gerenciamento do balanço de pagamento restrito ao considerar que restrição imposta pelas condições financeiras internacionais altera os preços relativos, bem como as elasticidades renda das importações/ exportações. Um outro aspecto que pouco aparece na literatura de BPC é a idéia de mudança estrutural e, segundo o autor, mudanças prolongadas nos preços relativos podem ser usadas como importante mecanismo de promoção de mudança estrutural. O modelo de Barbosa-Filho (2006) difere da versão original do modelo de Thirlwall nos seguintes aspectos: i) considera não somente a restrição dada pela renda, mas também na taxa de crescimento do câmbio real; ii) as mudanças na taxa real de câmbio devem ser administradas de forma a atender o balanço de pagamento restrito, as importações/ exportações devem crescer a mesma taxa no longo prazo, evitando assim o efeito Ponzi e as reservas internacionais devem ficar acima de um nível mínimo considerado seguro contra flutuações financeiras internacionais.

¹²Ainda que seu estudo não seja abordado nesta seção, é importante destacar que Porcile e Curado (2002) desenvolveram um modelo estruturalista Norte-Sul, cuja existência de um hiato tecnológico é o principal fator que limita o crescimento do Sul e gera desequilíbrios no Balanço de Pagamentos.

Do ponto de vista empírico, do conjunto de autores mencionados, a grande maioria tem como objetivo testar a validade da Lei de Thirlwall para o caso brasileiro a partir do modelo de Thirlwall & Hussain (1982), bem como avaliar a contribuição dos termos de troca e das exportações no crescimento da economia. Nakabashi (2004), por exemplo, avalia como o fluxo de capitais afetou o crescimento da economia no período 1947-2000. Ele conclui que as elasticidades renda para o período não são constantes, o que contradiz com o modelo original de Thirlwall. No entanto, ele evidencia ainda que o modelo de Thirlwall e Hussain (1982) é compatível para os períodos de 1952-1955 e 1980-1983¹³. Vieira & Holland (2008), por sua vez, constataram a importância dos termos de troca para o crescimento da economia no período de 1900-2005, ainda que este efeito não fosse direto e sim pela estrutura de especialização das importações/exportações. Os termos de troca na função importação alteraram não somente a elasticidade-renda, mas também a dinâmica da taxa de crescimento das importações.

Por fim, neste debate empírico, vale mencionar as contribuições de Carvalho & Lima (2009), cujo trabalho avalia numa perspectiva bem completa a importância de cada componente do balanço de pagamentos no crescimento da economia. Ao contemplar uma série longa para a economia brasileira (1930-2004), os autores abordam ainda aspectos relacionados ao dinamismo da economia e constata uma quebra estrutural nas décadas de 1980 e de 1990. A perda de dinamismo na década de 80 é decorrente, em grande parte, do modelo de substituição de importações adotado e aos choques externos. Na década de 1990, no entanto, o comportamento da economia foi afetado por mudanças estruturais, como a abertura da economia, a estabilidade e redução do Estado na economia. Carvalho & Lima (2009) comprova a validade da *Lei de Thirlwall* nas versões original e estendida de Moreno-Brid (2003). No período de 1930-2004, o comércio (dado pela razão entre as elasticidades-renda de exportação e importação) teve a maior contribuição para a taxa de crescimento prevista. Mas considerando os sub-períodos de 1931-1993 e 1994-2004, o componente de comércio perdeu dinamismo e os fluxos de capital tiveram grande avanço na economia e, no último sub-período, do

¹³ A questão da inclusão dos fluxos de capitais no modelo de Thirlwall ainda merece bastante atenção, pois, no caso brasileiro, o período de 1992-2000 é caracterizado por um crescente fluxo de capitais e déficit nas transações correntes, mas de acordo com o estudo de Nakabashi (2006), o modelo apresenta pouco poder explicativo sobre o comportamento da economia.

crescimento estimado em 2,8% pelos autores, 1,7% era decorrente dos termos de troca.

3. Evidências do modelo de Thirlwall para os setores brasileiros – 1990-2007

A partir da década de 1990, ocorreram várias mudanças estruturais na economia brasileira, como os processos de abertura comercial e de privatização de empresas públicas e a estabilização da moeda. No que se refere à abertura comercial, Averbug (1999) ressalta que entre 1988-93 o processo de liberalização ocorreu através da retirada de barreiras não tarifárias (herdadas do período de substituição das importações) e da redução gradual do nível de proteção à indústria local. Com o Plano Real e o avanço das políticas de integração com o Mercosul, Averbug destaca que a política de importações ficou subordinada aos objetivos de estabilização dos preços e de proteção dos setores atingidos pela abertura¹⁴. Se compararmos o crescimento anual médio das importações na primeira metade da década de 90 com o da segunda metade, os resultados indicam que o processo de abertura provocou um forte impulso no fluxo de importações, numa média de 100% entre os setores. Os destaques são os setores de agropecuária (113%), máquinas, tratores e automóveis (123%), refino de petróleo (129%), instituições financeiras (242%) e serviços prestados às empresas (117%). No caso das instituições financeiras, um importante aspecto a ser considerado é a sobrevalorização cambial com a adoção do Real, em 1994, e a entrada de capitais estrangeiros, particularmente com a elevada participação destes no processo de privatização.

¹⁴ O autor ressalta, no entanto, o caráter antagônico desses objetivos sobre o processo de abertura comercial.

Com relação ao processo de privatização, Pinheiro (1999) destaca que este ganhou impulso na segunda metade da década de 90, cujo pontapé foi dado com o lançamento do Programa Nacional de Desestatização no governo Collor¹⁵. Segundo o autor, a grande motivação para a desestatização foi o mau desempenho da economia na década anterior, o que apontava para a necessidade de reformas estruturais, com o aumento de investimentos para melhora da eficiência e da produção, assim como o controle dos gastos das estatais. Nesse período, três importantes setores da economia foram transferidos para a iniciativa privada: transporte, telecomunicações e eletricidade¹⁶. Esses setores, inclusive, apresentaram elevadas taxas de crescimento entre 1995 e 2000: eletro-eletrônicos (13%) e transporte e telecomunicações (25,6%). Entretanto, Pinheiro (1999) ressalta que a prioridade da política econômica não era o crescimento e a substituição de importações como ocorrido nas décadas anteriores, mas o controle da inflação e a superação da crise cambial.

Apesar das reformas estruturais e do controle da inflação na economia brasileira na década de 90, não se pode negar a política econômica adotada teve sucesso nos seus principais objetivos, mas levou a economia a uma perda de dinamismo, dado que o aumento da produtividade não foi acompanhado por um crescimento do produto (Carvalho & Lima, 2009). Nas figuras 1 é possível verificar o comportamento irregular e inferior do crescimento do produto na década de 1990, comparado com a década de 1970 (Milagre Econômico) e até abaixo dos valores observados para a década de 1980, considerada a 'década perdida'. As reformas liberalizantes também provocaram desequilíbrios na balança comercial e a política de juros e câmbio valorizado favoreceu o influxo de capitais, mas principalmente os de curto prazo¹⁷. Argumenta-se ainda que, neste período, houve um crescente processo de especialização e ganhos de escala que gerou mudanças da estrutura produtiva¹⁸.

¹⁵ Segundo Pinheiro (1999), entre 1990-94 foram privatizadas 33 empresas concentradas nos setores siderúrgico, petroquímico e de fertilizantes. Entre 1995-98 o aumento foi mais expressivo, totalizando 80 empresas, principalmente nas áreas de infra-estrutura.

¹⁶ No Brasil, o crescimento do Estado na economia teve forte impulso com o movimento desenvolvimentista iniciado com o governo Vargas.

¹⁷ Os capitais de curto prazo também são considerados voláteis ou especulativos. Vale ressaltar ainda que vários autores têm associado o influxo de poupança externa às crises de instabilidade macroeconômica e de endividamento, do propriamente uma contribuição efetiva para o investimento e crescimento da economia.

¹⁸ Ver Moreira (1999).

De acordo com a tabela 1 é possível verificar que em 1985 o país já contava com uma estrutura industrial diversificada que contribuía com quase 31% do valor adicionado e empregava aproximadamente 16% da população ocupada. Em 2007, os dados já indicam um processo de desindustrialização com uma perda relativa do setor no valor adicionado. Para os países que atingiram um estágio maduro de desenvolvimento, o processo de desindustrialização é visto como um fenômeno natural e a conseqüência é uma expansão do setor de serviços (principalmente em setores com maior conteúdo tecnológico e de conhecimento). No caso brasileiro, a participação dos serviços no valor adicionado passou de 59,3% em meados da década de 1980 para 75,1% em 2007, ocasionado por uma redução na agropecuária de 4,5 p.p. e de 11,2 p.p. na indústria. No entanto, diferentemente dos países avançados, no caso brasileiro o crescimento dos serviços têm ocorrido principalmente nos serviços prestados às famílias, administração pública e outros serviços.

Tabela 1

Participação dos setores no valor adicionado, expotações, importações e pessoal ocupado - Brasil - 1985, 1990, 1999 e 2007

Setores	Valor Adicionado				Exportações				Importações*				Pessoal ocupado			
	1985	1990	1999	2007	1985	1990	1999	2007	1985	1990	1999	2007	1985	1990	1999	2007
Agropecuária	10,1	6,9	5,5	5,6	4,2	3,6	7,9	7,4	5,0	3,2	2,9	2,0	31,8	25,5	24,3	18,6
Indústria	30,6	24,1	17,1	19,4	87,3	83,1	80,1	81,0	81,9	75,6	76,6	79,4	15,8	16,1	12,0	13,1
Extrativa (inclusive extração de petróleo e gás)	2,7	1,5	1,0	2,3	8,6	8,5	5,8	11,8	37,6	20,4	6,3	11,7	0,7	0,6	0,3	0,3
Minerais não-metálicos	1,1	1,1	0,7	0,6	0,5	0,6	1,4	1,3	0,3	0,5	0,6	0,6	0,9	0,9	0,6	0,6
Siderurgia	1,2	0,8	0,5	1,0	7,3	8,9	5,4	5,6	0,8	1,0	0,8	1,6	0,2	0,2	0,1	0,1
Metalurgia	2,2	1,7	1,1	1,5	3,8	5,7	5,2	4,8	1,9	2,0	3,1	4,1	1,3	1,3	0,8	0,9
Máquinas, tratores, automóveis	4,6	3,5	1,6	2,6	10,5	12,7	16,8	17,0	10,9	12,8	19,5	16,6	1,7	1,6	0,8	1,2
Eleto-eletrônicos	2,0	1,8	1,1	1,3	2,9	4,1	5,1	4,3	8,6	11,5	16,9	15,3	0,6	0,6	0,5	0,6
Madeira, papel e borracha	3,1	2,2	2,4	2,3	3,7	5,2	8,4	6,0	1,5	2,5	3,0	2,2	2,4	2,4	2,0	1,9
Química	2,1	1,7	0,9	1,0	2,0	2,1	2,3	2,3	6,5	7,4	5,3	5,4	0,5	0,5	0,3	0,3
Refino do petróleo	2,0	2,4	1,2	1,0	13,7	5,6	4,9	6,7	7,2	5,6	10,0	11,4	0,2	0,1	0,1	0,1
Farmacêutica e perfumaria	0,8	0,6	1,3	1,0	0,3	0,3	0,9	0,8	0,9	1,9	3,7	4,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Artigos de plástico	0,6	0,7	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,5	0,3	0,5	1,0	0,9	0,3	0,3	0,3	0,3
Têxtil, vestuário e calçados	3,7	2,6	1,9	1,6	6,4	7,1	5,4	3,4	0,9	2,3	2,2	1,9	4,2	4,3	3,6	3,7
Produtos baseados em recursos agropecuários	3,6	2,8	2,8	2,5	26,3	20,7	17,6	16,1	2,7	4,3	3,6	3,0	2,3	2,5	2,1	2,4
Outras indústrias	0,7	0,6	0,2	0,3	0,7	1,1	0,6	0,3	1,8	2,9	0,5	0,5	0,5	0,5	0,3	0,3
Serviços	59,3	69,0	77,4	75,1	8,6	13,3	12,0	11,6	13,1	21,2	20,5	18,5	52,3	58,5	63,8	68,3
Construção civil	5,8	6,6	5,6	4,9	0,0	0,0	0,7	0,3	0,0	0,0	0,1	0,1	6,6	6,7	6,9	6,6
Comércio	11,0	9,3	10,0	12,1	0,3	0,5	0,8	0,5	2,8	0,8	0,5	0,6	11,0	13,0	15,1	16,7
Transporte e comunicações	4,8	4,6	5,8	8,6	7,3	8,3	1,4	2,0	5,9	7,0	5,4	7,6	3,5	3,9	4,2	6,1
Instituições financeiras	13,4	15,1	7,3	7,7	0,1	0,4	0,6	0,4	0,6	2,7	1,1	0,9	2,0	1,7	1,1	1,0
Serviços prestados às famílias	4,4	5,8	8,9	7,3	0,0	3,6	3,4	3,0	0,2	5,0	5,5	4,0	9,1	12,8	12,0	12,4
Serviços prestados às empresas	3,9	2,9	6,7	4,9	0,8	0,5	5,0	5,3	3,6	2,8	6,5	4,4	1,9	2,5	5,4	5,1
Administração Pública	9,8	15,9	15,2	15,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	10,0	9,8	10,0	10,9
Outros serviços	6,3	8,8	17,8	14,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,9	1,5	1,0	8,3	8,1	9,1	9,6

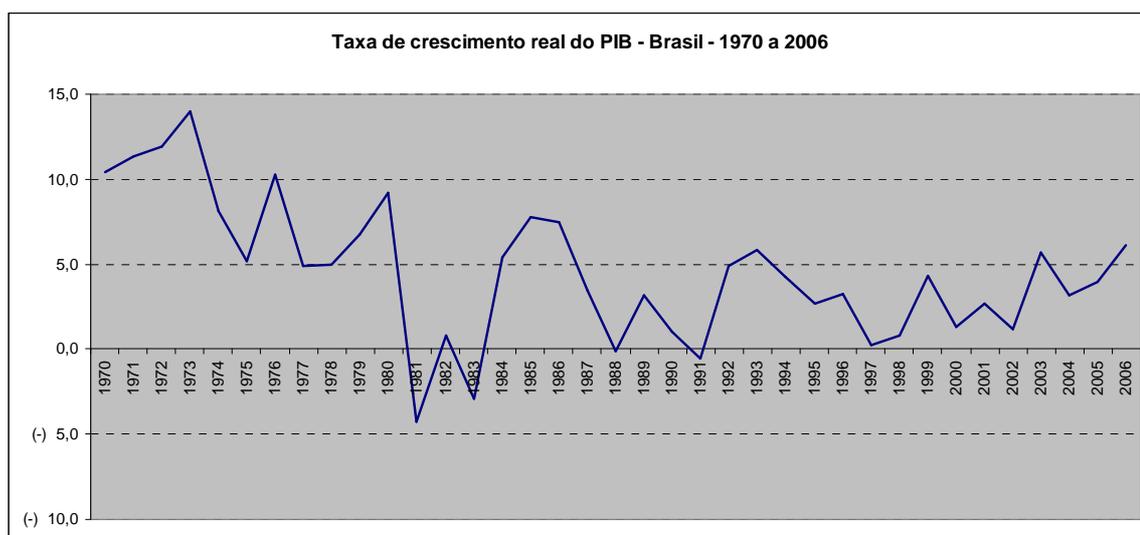
Fonte: IBGE, Sistema de Contas Nacionais.

*Exclusive importação sem emissão de câmbio.

A população empregada no setor de serviços passou de 52,3% para 68,3% no período 1985-2007. Esse aumento de 16 pontos percentuais do emprego deve-se não somente ao aumento da importância do setor na economia, mas principalmente por conta de uma forte redução da mão de obra empregada na agropecuária, que passou por um forte processo de mecanização. Os setores que absorveram a maior parte dessa mão de obra foram, de um lado, o setor de serviços prestados às famílias, que geralmente incorpora uma mão de obra pouco qualificada e, de outro, o setor de serviços prestados às empresas, onde se encontra uma mão de obra mais qualificada, reflexo de um aumento do nível educacional da população brasileira.

Do ponto de vista do comércio internacional, de acordo com a abordagem setorial, é possível observar que alguns setores sofreram perda relativa no volume das exportações entre 1985 e 2007, particularmente na indústria (-6,3 p.p.). Foram os setores de siderurgia (-1,6 p.p.), refino de petróleo (-7 p.p.), indústria têxtil, vestuário e calçados (-3 p.p.), produtos baseados em recursos agropecuários (-10,2 p.p.) e outras indústrias (-0,4 p.p.) e o setor de transporte e comunicações (-5,4), nos serviços. Já dentre os setores que tiveram um aumento, o destaque foi para o setor de máquinas, tratores e automóveis (6,5 p.p.). Vale destacar ainda a expansão do setor de extração de petróleo e gás a partir de 2000, decorrentes das descobertas de novos poços de petróleo.

Figura 1



Em relação à participação dos setores no volume das importações, verificou-se que foram os setores de agropecuária (-3 p.p.) e de extração (-25,9) os que mais reduziram sua participação. A autonomia do país no setor de extração de petróleo e gás tem sido o grande elemento dinâmico da indústria nos últimos anos, ainda que o mesmo dependa do mercado externo no refino do petróleo (derivados). De acordo com os fluxos de comércio, é possível classificar os setores em três grupos segundo a variação das exportações e importações no período. O primeiro grupo se refere aos setores que tiveram um aumento tanto das exportações quanto das importações. Neste caso destacam-se os setores de eletro-eletrônicos, farmacêutica e perfumaria, metalurgia e o de serviços cujas importações foram ainda maiores. O segundo grupo corresponde àqueles setores que tiveram uma redução das importações (agropecuária, indústria, extrativa, química, outras indústrias e comércio). Por fim, temos o grupo de setores que sofreram uma redução no volume das exportações, mas com um aumento das importações. Nesse grupo os destaques são os setores de refino de petróleo, produtos baseados em recursos agropecuários e transporte e comunicações. De certa forma, esses resultados convergem com a análise de Moreira (1999) de que o processo de abertura comercial favoreceu, principalmente, a importação nos setores intensivos em tecnologia e, nas exportações, àqueles mais intensivos em recursos naturais ou pouco intensivos em tecnologia e capital.

A análise da Lei de *Thirlwall* para o caso brasileiro no período de 1990-2007, na sua versão mais simples, mostrou-se válida para as funções exportação/ importação agregadas, de acordo com as técnicas de estimação mais utilizadas: OLS e VAR. Na abordagem setorial, a estimação da elasticidade-renda das importações, utilizada no cálculo da taxa de crescimento de equilíbrio do BP, foi obtida por meio do método OLS, à exceção dos setores outras indústrias e construção, onde se obteve um melhor ajustamento das variáveis através do modelo de vetor auto-regressivo (VAR). Dos 24 setores analisados (inclusive os três grandes setores da economia), a maioria (16) apresentou uma taxa de equilíbrio do BP acima da taxa efetiva, o que corrobora com as evidências de McCombie & Thirlwall (1994) aplicada não para os setores, mas para um conjunto de países. O teste t para a igualdade entre as taxas de crescimento (efetiva e de equilíbrio) mostrou-se estatisticamente significativo (a 95% de confiança) para todos os setores (Tabela 2).

Todos os valores estimados para as elasticidades-renda das importações ficaram acima de 1, à exceção do setor outras indústrias, o que mostra que as importações tendem a aumentarem à medida que a renda aumenta, principalmente no setor industrial. No caso das exportações, a expansão destas foi modelada considerando o crescimento da renda dos Estados Unidos. Nove setores apresentaram uma baixa elasticidade-renda das exportações, a saber: agropecuária; minerais não-metálicos; máquinas, tratores e automóveis; farmacêutica e perfumaria; plásticos; outras indústrias; construção; transporte e comunicações e serviços prestados às empresas. Na indústria, a maior elasticidade-renda das exportações foi registrada para o setor de extração (inclusive petróleo e gás).

Tabela 2

Indicadores de comércio exterior e comparação da taxa de crescimento do produto e da taxa de crescimento de equilíbrio do Balanço de Pagamentos por setores - Brasil - 1990 a 2007

(continua)

Setores	Exportações (a)	Importações (a)	Saldo BC (a)	Taxa de crescimento das exportações	Taxa de crescimento das importações	Taxa de crescimento das exportações em log	Taxa de crescimento das importações em log
Agropecuária	13 188	4 899	8 289	27,54	34,96	1,97	1,59
Indústria	153 057	137 233	15 824	14,53	34,94	1,01	1,27
Extrativa (inclusive extração de petróleo e gás)	15 008	17 063	(-) 2 055	16,70	28,83	1,47	1,17
Minerais não-metálicos	2 428	1 153	1 275	19,58	39,59	2,34	3,02
Siderurgia	11 832	1 950	9 883	11,54	40,42	1,01	2,71
Metalurgia	8 534	5 517	3 017	15,21	39,10	1,26	2,49
Máquinas, tratores, automóveis	31 869	30 042	1 828	17,06	41,06	1,39	1,71
Eleto-eletrônicos	9 091	28 897	(-) 19 806	15,10	39,58	1,43	1,75
Madeira, papel e borracha	13 173	4 720	8 453	16,76	33,82	1,44	1,92
Química	4 123	9 332	(-) 5 208	15,18	32,44	1,58	1,48
Refino do petróleo	10 761	18 482	(-) 7 721	16,47	45,16	1,46	2,15
Farmacêutica e perfumaria	1 316	7 116	(-) 5 800	19,96	43,88	2,61	2,65
Artigos de plástico	855	1 733	(-) 879	17,95	38,39	2,51	3,13
Têxtil, vestuário e calçados	9 347	3 643	5 704	9,46	31,39	0,85	1,81
Produtos baseados em recursos agropecuários	33 762	6 456	27 306	14,89	30,19	1,05	1,55
Outras indústrias	958	1 129	(-) 171	6,99	24,50	0,63	0,61
Serviços .(c)	21 866	35 115	(-) 13 248	17,34	33,53	1,18	1,36
Construção civil (b)	699	152	547	18,21	3,05	2,16	0,42
Comércio	1 047	1 176	(-) 129	17,13	30,37	2,00	2,05
Transporte e comunicações	4 153	12 351	(-) 8 198	10,69	37,40	0,46	1,71
Instituições financeiras	1 047	2 664	(-) 1 618	66,23	71,01	3,23	1,82
Serviços prestados às famílias	6 841	8 300	(-) 1 459	32,19	33,21	1,47	1,63
Serviços prestados às empresas	8 056	8 041	15	35,24	42,70	3,58	2,23
Outros serviços .(c)	23	2 429	(-) 2 406	23,97	4,66	7,16	0,46

Setores	Taxa efetiva de crescimento do PIB	Taxa efetiva de crescimento do PIB em log	Elasticidade renda da demanda por importações - OLS	Elasticidade renda da demanda por exportações - VAR	Razão entre as elasticidades X/M	Taxa de crescimento de equilíbrio do BP (em log)	Diferença (y [^] - y)	Estatística t y = y [^]
Agropecuária	12,66	0,62	1,43	0,41	0,29	1,38	0,76	1,13
Indústria	9,26	0,54	1,76	2,52	1,43	0,57	0,03	0,11
Extrativa (inclusive extração de petróleo e gás)	15,73	1,12	1,46	2,64	1,81	1,01	-0,11	-0,21
Minerais não-metálicos	8,17	0,48	1,97	0,46	0,23	1,19	0,71	1,27
Siderurgia	13,33	0,99	1,80	2,09	1,16	0,56	-0,44	-0,85
Metalurgia	11,62	0,77	2,10	2,38	1,13	0,60	-0,17	-0,35
Máquinas, tratores, automóveis	9,95	0,62	1,85	0,53	0,29	0,75	0,13	0,28
Eleto-eletrônicos	11,20	0,66	1,95	1,27	0,65	0,74	0,08	0,12
Madeira, papel e borracha	13,59	0,84	1,85	1,36	0,74	0,78	-0,06	-0,11
Química	8,78	0,52	1,47	1,72	1,17	1,07	0,55	0,84
Refino do petróleo	11,07	0,33	1,97	1,68	0,86	0,74	0,41	0,43
Farmacêutica e perfumaria	16,19	1,21	2,33	0,69	0,30	1,12	-0,08	-0,13
Artigos de plástico	8,97	0,63	2,19	0,88	0,40	1,15	0,51	0,70
Têxtil, vestuário e calçados	9,63	0,53	1,42	1,25 **	0,88	0,60	0,07	0,12
Produtos baseados em recursos agropecuários	10,22	0,71	1,68	1,79	1,06	0,62	-0,09	-0,28
Outras indústrias	6,65	0,40	0,86 *	0,55	0,65	0,73	0,34	0,49
Serviços .(c)	10,29	0,63	1,67	2,51	1,50	0,71	0,07	0,25
Construção civil (b)	2,63	0,88	1,29 *	0,92 *	0,72	1,67	0,79	0,52
Comércio	14,89	0,84	1,38	1,14	0,82	1,44	0,61	1,04
Transporte e comunicações	15,86	1,07	1,70	0,83	0,49	0,27	-0,80	-1,61
Instituições financeiras	5,41	0,34	2,25	1,87	0,83	1,44	1,10	0,56
Serviços prestados às famílias	13,65	0,85	1,59	3,03	1,91	0,93	0,07	0,09
Serviços prestados às empresas	16,77	1,06	1,85	0,42	0,23	1,94	0,88	1,93
Outros serviços .(c)	5,19	0,43	1,09	4,51 ***	4,12	6,55	6,12	1,02

Fonte: IBGE, Sistema de Contas Nacionais.

Notas: (a) Média para o período. Valores em 1000000 de reais de 2007. (b) Séria obtida a partir de 1996. (c) Exclusivo Administração pública e aluguel de imóveis.

* Estimação por VAR em primeira diferença e obtenção de melhor ajustamento (R2).

** Estimação por VAR em segunda diferença para a variável Ln_PIB_EUA e obtenção da condição de estacionalidade.

*** Estimação por OLS e obtenção da condição de estacionalidade.

3.1. Observações metodológicas sobre a aplicação do modelo de Thirlwall

Além da discussão teórica e empírica sobre as extensões e aplicações do modelo de Thirlwall, uma outra questão importante é a metodológica. Os métodos de estimação por OLS e Cointegração são os mais utilizados. Os testes de raiz unitária (verificação da condição de estacionalidade das séries) e de cointegração tornaram-se uma convenção nesses tipos de estudos. Embora estes dois testes possam ser considerados similares, alguns autores os diferenciam considerando que o teste de raiz unitária é utilizado para séries univariadas, enquanto a cointegração busca relação entre um grupo de variáveis, onde cada uma tem uma raiz unitária¹⁹. Considerando essa definição, os testes ADF são realizados para cada série em separado e o teste de cointegração consiste na verificação se os resíduos são estacionários. No modelo onde o crescimento das importações (log) é explicado pelas variações do PIB (log), a estimação dos resíduos pode ser obtida pelos métodos OLS (Mínimos Quadrados Ordinários) e VAR (Modelo de Vetor Auto-

¹⁹ Ver Gujarati (2004, p.823).

regressivo). No caso de não estacionalidade dos resíduos, busca-se verificar se as variáveis são integradas para a primeira diferença.

Tem-se questionado sobre o 'poder' do teste ADF²⁰ em encontrar raiz unitária, quando na verdade ela não existe. No entanto, a questão do 'poder' do teste está relacionado não ao tamanho da amostra, mas a amplitude (span) relacionada ao tempo. Como o modelo busca fazer previsões para o longo prazo, uma amostra para 36 meses, por exemplo, tem menos poder que outra para 20 anos. Uma outra consideração se refere ao fato de que o teste assume uma única raiz unitária (Integrada de ordem (1)), mas pode haver mais de uma e com isso o teste ADF não seria adequado²¹. Porém, para as séries de importações e PIB utilizadas neste estudo e em outras aplicações, observa-se que elas são cointegradas e de ordem 1. Assim como a estimação por OLS e a verificação de correlação dos erros apontam que a regressão não é espúria, o que fica claro é que o teste ADF é satisfatório nas análises das séries de comércio internacional.

De acordo com a abordagem setorial, os testes de raiz unitária para as importações (em log) mostraram que as séries são $I(1)$ e ao regressar contra o PIB (em log), também $I(1)$, os resíduos são $I(0)$. Dado que as duas séries são cointegradas, optou-se calcular as elasticidades-renda das importações através do método OLS por apresentar um melhor ajustamento do modelo (um R^2 mais elevado) e os resíduos serem estacionários. No caso das exportações, no entanto, a estimação da elasticidade renda pelo método OLS produzia resíduos não estacionários. O método VAR, por sua vez, ao introduzir defasagens (lags) para a variável endógena produziu um melhor resultado. Do ponto de vista teórico, embora o modelo de Thirlwall esteja expresso em taxas de crescimento e não em nível, o que segundo Carvalho & Lima (2009) não geraria grandes diferenças na estimação por OLS ou VAR, a maioria dos estudos estima os parâmetros por meio do log das variáveis. Além disso, os autores consideram ser mais adequado o uso de OLS para captar os efeitos de quebra estrutural. Na Tabela 3 são apresentados os resultados dos testes de raiz unitária e regressão através dos métodos OLS e VAR para as variáveis em log e em taxas de crescimento, considerando que as duas séries são cointegradas. A

²⁰ Conforme aponta Gujarati (2004), o debate acerca do poder dos testes de raiz unitária está centrado na probabilidade de cometer o erro tipo II (aceitar a hipótese nula quando ela é falsa). No entanto, a escolha do teste tem sido mais uma questão de preferência. Ele cita, por exemplo, a preferência de Engle & Granger (1987) em relação ao teste ADF, comparado com o Durbin-Watson.

²¹ Uma sugestão neste caso seria aplicar o teste Dickey Pantula.

menor elasticidade-renda por importações foi observada para o método em primeira diferença para as variáveis em log (1,28) e a maior para o método OLS para as variáveis também em log (1,74). O método VAR para as variáveis em taxa registrou uma elasticidade intermediária, porém o R2 da regressão foi o mais elevado (92%). A tabela 4 mostra os resultados da aplicação do teste da Lei de Thirlwall para a economia brasileira para o período de 1990-2007²². De acordo com os métodos utilizados e a representação das variáveis (em log ou taxas), verificou-se que a validade da Lei foi mais bem ajustada para os dados em log e através da estimação por OLS.

Tabela 3

Comparação dos resultados ao estimar Importações contra PIB - Brasil - 1990 a 2007

Variáveis	Teste de estacionalidade - ADF		Valores críticos 5%	
	Com constante	Sem constante		
LNIMP	-1,39	0,67	-3,00	-1,95
LNPIB	-1,08	1,60	-3,00	-1,95
Resíduos_LN	-4,56	-4,71	-3,00	-1,95
TXIMP	-10,07	-7,75	-3,00	-1,95
TXPIB	-3,06	-2,71	-3,00	-1,95
Resíduos_TX	-9,37	-9,37	-3,00	-1,95
Método de regressão	Coefficiente (Elasticidade)	R2	t	
OLS				
LNIMP contra LNPIB	1,74	0,865	10,11	
TXIMP contra TXPIB	1,52	0,132	1,51	
VAR				
D_LNIMP contra D_LNPIB	1,28	0,886	7,48	
D_TXIMP contra D_TXPIB	1,62	0,919	6,51	

Nota: O 'D' no método VAR representa a equação em primeira diferença.

²² As séries anuais para importações e PIB (valor adicionado) foram obtidas considerando a soma da série por setores.

Box: Teste de Raiz Unitária – Situação de não-estacionalidade

Um processo estocástico é considerado estacionário se sua média e variância são constantes ao longo do tempo e a covariância entre dois períodos depende somente da distância entre esses períodos e não do período atual na qual a variância é computada. A condição de estacionalidade em séries temporais é importante principalmente em previsões de longo prazo, isto é, a generalização dos resultados para os demais períodos. Um dos procedimentos para verificação da estacionalidade é o teste de raiz unitária (ADF test). Existem dois tipos de modelos de expansão aleatória (RWM), sem e com constante:

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t$$

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + u_t$$

Onde Y_t é o valor da variável no período t , Y_{t-1} é o valor da variável defasado um período, u_t é termo de distúrbio e β_1 representa a constante. No caso das séries de importações e do PIB, o cálculo do teste de raiz unitária consiste em verificar se as séries individualmente são estacionárias. Com um modelo do tipo AR (1), auto-regressivo defasado em um período, verificou-se que as séries não são estacionárias, isto é, aceita a hipótese de raiz unitária ao nível de 5%. No entanto, fazendo uma transformação no modelo AR (1), obtém que sua primeira diferença é estacionária. Dizemos, então, que o modelo é integrado de ordem 1, I(1).

$$\Delta Y_t = (Y_t - Y_{t-1}) = u_t$$

O teste de ADF para os distúrbios mostra que as séries rejeitam a hipótese de raiz unitária. Logo, a regressão não é 'espúria' e as duas variáveis (importações e PIB) são cointegradas.

Tabela 4

Discussão metodológica: um exemplo

Brasil	1990 - 2007	Método OLS - LN	Método OLS - TX	Método VAR - LN	Método VAR - TX
Taxa de crescimento das exportações	14,94				
Taxa de crescimento das exportações em Log	1,01				
Taxa de crescimento efetiva do produto	10,45				
Taxa de crescimento efetiva do produto em Log	0,57				
Lei de Thirlwall - taxa de crescimento do PIB		8,57	9,83	11,63	9,24
Teste t de igualdade entre y e y^\wedge		0,53	0,19	-0,38	0,35
Lei de Thirlwall - taxa de crescimento do PIB em Log		0,58	0,66	0,78	0,62
Teste t de igualdade entre y e y^\wedge		0,03	-0,47	-1,05	-0,26

Nota: Teste t da hipótese nula Taxa de crescimento efetiva = Lei de Thirlwall.

4. Considerações finais

Nos modelos de crescimento orientados pela demanda, o modelo desenvolvido por Thirlwall considera as restrições no balanço de pagamento o principal fator que limita o crescimento de um país. O modelo mostrou uma relação direta entre o crescimento do produto e a razão entre as exportações e a elasticidades-renda das importações no longo prazo. Os resultados mostraram-se tão consistentes numa amostra de países desenvolvidos, que o modelo ficou conhecido como Lei de Thirlwall. No entanto, as análises das trajetórias de crescimento dos países em desenvolvimento mostraram-se distintas daquelas verificadas para os países desenvolvidos. Na maioria dos países em desenvolvimento o crescimento estava relacionado a uma situação de endividamento externo. A primeira extensão do modelo foi realizada por Thirlwall & Hussain (1982) que incluiu o fluxo de capitais no modelo, permitindo assim que as economias pudessem crescer a partir de uma situação de desequilíbrio nas contas externas.

Desde a versão original, vários estudos têm buscado testar a validade da Lei para um conjunto de países, incorporando, inclusive, as críticas que seguiram a partir do estudo pioneiro de Thirlwall. No entanto, os estudos de BPC com uma abordagem multissetorial ainda são escassos. Uma proposta pioneira foi desenvolvida por Araújo e Lima (2007) e uma aplicação para um conjunto de países da América Latina e Ásia foi feita por Gouvêa & Lima (2009). A abordagem setorial é importante não somente porque permite o crescimento numa situação em que não há crescimento da renda mundial, mas introduz outro importante aspecto para entender o crescimento orientado pela demanda, baseado numa competição non-price, como a especialização de setores na estrutura produtiva.

Os resultados empíricos dessa abordagem setorial da Lei de Thirlwall para o caso brasileiro, no período 1990-2007, mostraram-se consistentes com o modelo. Isto é, a razão entre a taxa de crescimento das exportações e a elasticidade-renda das importações seria um bom preditor para o crescimento da renda setorial. Vale ressaltar que o país apresenta ainda uma elevada elasticidade-renda das importações, principalmente em setores com intensidade tecnológica média e alta. O crescimento das exportações, no entanto, tem sido mais expressivo no setor de agropecuária. Essa estrutura produtiva e de fluxos de comércio por ser considerado um fato estilizado que explica a diferença entre as taxas de crescimento entre países em desenvolvimento como o Brasil e a China, por exemplo. Neste último, o setor industrial representa mais de 90% do total das exportações, sendo que a importância relativa dos setores intensivos em tecnologia e capital, como os setores de eletro-eletrônicos, máquinas, transporte, telecomunicações chega a quase 75%.

Referências bibliográficas

- ARAUJO, R. A. & LIMA, G. T. A structural economic dynamics approach to balance-of-payments constrained growth. *Cambridge Journal of Economics*, 31(5):755-774, 2007..
- AVERBUG, A. Abertura e integração comercial brasileira na década de 90. *In: A economia brasileira nos anos 90*. Giambiagi, F. & Moreira, M. M. (orgs.). Rio de Janeiro: BNDES, 1999.
- ATESOGLU, H. S. Balance-of-Payments-Constrained Growth Model and Its Implications for the United States. *Journal of Post Keynesian Economics*, 19(3):327-335, 1997.
- BARBOSA-FILHO, N. H. Exchange Rates, Growth and Inflation. Paper submitted to the Annual Conference on Development and Change, Campos do Jordão, Brazil, November 18-20, 2006.
- BARBOSA-FILHO, N. H. The Balance of Payments Constraint: From Balanced Trade to Sustainable Debt. Center for Economic Policy Analysis, Working Paper, 6:1-24, 2002.
- BRITTO, G. Thirlwall's Law and the Long-Term Equilibrium Growth Rate: an Application for Brazil (1951-2006). Cambridge Centre for Economic and Public Policy, June, 2008.
- CARVALHO, V. R. & LIMA, G. T. Crescimento econômico e estrutura do setor externo: uma análise em painel de dados. Trabalho apresentado no II Encontro Internacional da Associação Keynesiana Brasileira. Setembro, 2009.
- CARVALHO, V. R. & LIMA, G. T. Estrutura produtiva, restrição externa e crescimento econômico: a experiência brasileira. *Economia e Sociedade*, Campinas, v. 18, n. 1 (35), p. 31-60, abr. 2009.
- CARVALHO, V. R., LIMA, G. T. & SANTOS, A. T. L. A. A Restrição externa como fator limitante do crescimento econômico brasileiro: Um teste empírico. *Revista Economia*, maio/agosto, 2008.
- DUTT, A. K. Thirlwall's Law and Uneven Development. *Journal of Post Keynesian Economics*, 24(3): 367-390, 2002.
- DUTT, A. K. Income elasticities of imports, North-South trade and uneven development. *In: Development Economics and Structuralist Macroeconomics: Essays in Honor of Lance Taylor*. Eds. Amitava Krishna Krishna Dutt & Jaime Ros, 2003.
- GALA, P. Real exchange rate levels and economic development: theoretical analysis and econometric evidence. *Cambridge Journal of Economics*, 32(2): 273-288, 2008.
- GOUVÊA, R.R. & LIMA, G. T. Structural Change, Balance-of-Payments Constraint and Growth: an empirical exercise. FIPE. Julho, 2009.
- GUJARATI, D. Basic Econometrics. The MacGraw-Hill. Fourth Edition, 2004.
- HIEKE, H. Balance-of-Payments-Constrained Growth: A Reconsideration of the Evidence for the U.S. Economy. *Journal of Post Keynesian Economics*, 19(3): 313-325, 1997.
- KALDOR, N. Productivity and Growth in Manufacturing Industry: a reply. *Economica*, November, 1968.
- LIZARDI, C. G. Thirlwall's Law with an emphasis on the ratio export/ import income elasticities in Latin América Economies during the twentieth century. México: *Estudios Económicos*, 2005.
- LOPEZ, J. & CRUZ, A. "Thirlwall's Law" and beyond: The Latin American Experience. *Journal of Post Keynesian Economics*, Vol. 22, No. 3, pp. 477-495, 2000.

- MCCOMBIE, J. S. L. & THIRLWALL, A. Economic growth and balance-of-payments constraint Revisited. *In: Arestis, P., Palma, G. and Sawyer, M. (eds), Markets, Unemployment and Economic Policy, vol. II, London, Routledge, 1997.*
- MCCOMBIE, J. S. L. & THIRLWALL, A. P. Economic growth and the balance-of-payments constraint. London: The Macmillan Press, 1994.
- MCCOMBIE, J. S. L. On the Empirics of Balance-of-Payments-Constrained Growth. *Journal of Post Keynesian Economics, Vol. 19, No. 3, pp. 345-375, 1997.*
- MOREIRA, M. M. A indústria brasileira nos anos 90. O que já se pode dizer? *In: A economia brasileira nos anos 90. Giambiagi, F. & Moreira, M. M. (orgs.). Rio de Janeiro: BNDES, 1999.*
- MORENO-BRID, J. C. Capital flows, interest payments and the balance of payments constrained growth model: a theoretical and empirical analysis. *Metroeconomica, Vol 54, No. 2, 2003.*
- MORENO-BRID, J. C. & Pérez, E. Balance-of-Payments-Constrained Growth in Central America: 1950-96. *Journal of Post Keynesian Economics, Vol. 22, No. 1, pp. 131-147, 1999.*
- NAKABASHI, L. O Modelo de Thirlwall com variações nas elasticidades. *Economia e Sociedade, Campinas, v. 16, n. 1 (29), p. 93-110, 2007.*
- NAKABASHI, L. Crescimento da Economia Brasileira e Fluxo de Capitais a Partir do Modelo de Thirlwall:1968-1980 e 1992-2000. *Economia-Ensaios, Uberlândia, 20(2) e 21(1): 97-125, jul./dez. 2006.*
- PASINETTI, L. Structural Change and Economic Growth—a Theoretical Essay on the Dynamics of the Wealth of the Nations, Cambridge, Cambridge University Press, 1981.
- PINHEIRO, A. C. Privatização no Brasil: Por que? Até onde? Até quando? *In: A economia brasileira nos anos 90. Giambiagi, F. & Moreira, M. M. (orgs.). Rio de Janeiro: BNDES, 1999.*
- PORCILE, G.; CURADO, M. Rigidez na balança comercial e movimentos de capital: uma abordagem estruturalista. *Revista Brasileira de Economia, 56(3): 483-495, 2002.*
- THIRLWALL, A. P. Reflections on the Concept of Balance-of-Payments-Constrained Growth. *Journal of Post Keynesian Economics, 19(3): 377-385, 1997.*
- THIRLWALL, A. The balance of payments constraint as an explanation of international growth rates differences. *Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review, vol. 128, 1979.*
- THIRLWALL, A. P. & HUSSAIN, M. N. The Balance of Payments Constraint, Capital Flows and Growth Rate Differences between Developing Countries. *Oxford Economic Papers, New Series, 34 (3): 498-510, 1982.*
- VERA, L. The balance of payments constrained growth model: a north-south approach. *Journal of Post Keynesian Economics, vol. 29 (1), 2006.*
- VIEIRA, F. de A. C. & HOLLAND, M. Crescimento Econômico Secular no Brasil, Modelo de Thirlwall e Termos de Troca. *Economia e Sociedade, Campinas, v. 17, n. 2 (33), p. 17-46, ago. 2008.*

Abstract

In a In theories of Keynesian inspiration, based on the idea of 'demand led growth', the Thirlwall's model is considered a classic in the literature of Balance of Payments Constraint - BPC. In this model, also known as Thirlwall's Law, the author concludes that the growth rate of a country can be estimated by the ratio between the rate of exports growth and income elasticity of imports. After this classic, several studies have sought to test the validity of this law for countries. Others, however, in a more theoretical perspective, have made extensions to the model, incorporating even some criticism. One criticism attributed to BPC model is related to its application in a multi-sectoral approach, as emphasized by Araújo & Lima (2007). Accordingly, the aim of this paper is to test the validity of Thirlwall's Law for Brazil to export and import functions disaggregated by sector.

Key-words: Growth Models, Balance of Payments Constraint, Thirlwall's Law, Multisector.
JEL Classification: O19, O41, O43

Anexo:

Teste de Raiz Unitária para as Séries de Importação e Exportação por Setores – 1990-2007

SETORES	Teste ADF LN IMP com constante	Teste ADF LN IMP sem constante	Teste ADF dos resíduos com constante(1)	Teste ADF dos resíduos sem constante(1)	Teste ADF LN-EXP com constante	Teste ADF LN EXP sem constante	Teste ADF dos resíduos com constante(2)	Teste ADF dos resíduos sem constante(2)
Agropecuária	-1,79*	0,42*	-3,62**	-3,74**	-0,97*	1,35*	-4,09**	-4,24**
Indústria	-1,40*	0,64*	-4,60**	-4,75**	-0,92*	2,17*	-3,52**	-3,66**
Extrativa (inclusive extração de petróleo e gás)	-1,28*	0,41*	-3,97**	-4,06**	0,29*	2,96*	-4,38**	-4,55**
Minerais não-metálicos	-1,40*	0,54*	-4,76**	-4,92**	-2,20*	2,91*	-3,84**	-3,98**
Siderurgia	-1,18*	0,75*	-4,77**	-4,91**	-0,87*	1,67*	-3,59**	-3,73**
Metalurgia	-1,17*	0,94*	-4,66**	-4,81**	-0,94*	1,56*	-3,75**	-3,89**
Máquinas, tratores, automóveis	-1,49*	0,69*	-3,99**	-4,13**	-1,14*	2,19*	-3,64**	-3,77**
Eletrônico	-1,40*	0,70*	-3,87**	-4,00**	-1,22*	2,19*	-3,52**	-3,64**
Madeira, papel e borracha	-1,45*	0,53*	-3,94**	-4,09**	-1,46*	1,85*	-3,79**	-3,92**
Química	-1,47*	0,54*	-4,45**	-4,59**	-1,04*	2,35*	-3,71**	-3,83**
Refino de petróleo	-1,41*	0,89*	-3,59**	-3,71**	-0,38*	2,17*	-3,51**	-3,65**
Farmacêutica e perfumaria	-1,21*	0,81*	-3,00**	-3,10**	-1,89*	2,98*	-4,00**	-4,11**
Artigos de plástico	-1,36*	0,74*	-4,05**	-4,19**	-1,93*	2,71*	-3,55**	-3,69**
Têxtil, vestuário e calçados	-1,60*	0,55*	-2,99*	-3,09**	-1,43*	1,31*	-3,45**	-3,58**
Produtos baseados em recursos	-1,47*	0,45*	-3,77**	-3,91**	-1,11*	1,58*	-3,67**	-3,80**
Agropecuários	*	*	**	**			**	**
Outras indústrias	-4,15**	-0,11*	-4,36**	-4,49**	-2,21*	0,56*	-3,56**	-3,69**
Serviços	-1,46*	0,60*	-4,81**	-4,97**	-0,87*	1,30*	-3,44**	-3,57**
Construção Civil	-2,91*	0,39*	-2,85*	-3,02**	-5,06**	1,24*	-3,72**	-3,98**
Comércio	-1,54*	0,56*	-3,53**	-3,65**	-1,13*	1,52*	-3,81**	-3,92**
Transporte e comunicações	1,36*	0,67*	-4,15**	-4,29**	-1,82*	0,29*	-3,62**	-3,76**
Instituições financeiras	-1,42*	-0,01*	-4,08**	-4,22**	-1,23*	0,46*	-4,67**	-4,80**
Serviços prestados às famílias	-1,55*	0,55*	-3,50**	-3,62**	-1,36*	0,64*	-3,85**	-3,98**
Serviços prestados as empresas	-1,49*	0,76*	-3,43**	-3,54**	-2,28*	2,81*	-4,10**	-4,24**
Outros serviços	-2,07*	0,15*	-5,00**	-5,17**	-8,68**	0,65*	-3,37**	-3,29**

Fonte: IBGE, Sistema de Contas nacionais.

* Aceita raiz unitária a 5% de confiança. ** Rejeita raiz unitária a 5% de confiança

(1) Estimação através do método OLS. (2) Estimação através do método VAR

Teste ADF PIB_BR -1,08*

Teste ADF PIB_EUA 0,43*

Modelagem espaço-temporal de contagens de ovos de *Aedes aegypti* em Recife/PE

Wagner Hugo Bonat¹
Paulo Justiniano Ribeiro Jr²
Elias Teixeira Krainski³

Resumo

O dengue é um problema de saúde pública em todas as regiões brasileiras. Como não se dispõe de uma vacina efetiva, o elo vulnerável da cadeia epidemiológica é o vetor, o mosquito *Aedes aegypti*. O entendimento das flutuações na população do mosquito é instrumental para reduzir a sua proliferação e a exposição das pessoas à infecção. Uma classe de modelos espaços-temporais é adotada na análise de dados de contagens de ovos de *Aedes aegypti* coletados em ovitrampas em um experimento de campo conduzido em Recife/PE, no período de janeiro de 2005 até maio de 2007. Os resultados mostram padrões espaciais e temporais nas contagens que podem ser utilizados na identificação de regiões e períodos críticos. A análise detalhada das interações espaços-temporais identificou efeitos que não possuem relevância prática e atribuível às anomalias locais. O uso de uma classe flexível de modelos, associada ao método de inferência computacionalmente eficiente através da aproximação de Laplace aninhada integrada (INLA), possibilita a incorporação desta metodologia em sistemas de vigilância e monitoramento.

Palavras chave: Vigilância entomológica, dengue, inferência bayesiana, dados de contagens.

¹ Departamento de Estatística - DEST, Laboratório de Estatística e Geoinformação - LEG, Universidade Federal do Paraná - UFPR, CEP: 81531-990, Curitiba, Paraná, Brasil, E-mail: wagner@leg.ufpr.br

² Departamento de Estatística - DEST, Laboratório de Estatística e Geoinformação - LEG, Universidade Federal do Paraná - UFPR, CEP: 81531-990, Curitiba, Paraná, Brasil, E-mail: paulojus@leg.ufpr.br

³ Departamento de Estatística - DEST, Laboratório de Estatística e Geoinformação - LEG, Universidade Federal do Paraná UFPR, CEP: 81531-990, Curitiba, Paraná, Brasil, E-mail: elias@leg.ufpr.br

1. Introdução

O dengue é uma doença febril aguda cujo agente etiológico é um vírus do gênero Flavivírus. São conhecidos atualmente quatro sorotipos, antigenicamente distintos: DEN-1, DEN-2, DEN-3 e DEN-4. As manifestações variam de uma síndrome viral inespecífica e benigna, até um quadro grave e fatal de doença hemorrágica com choque. Vírus do dengue é transmitido ao homem pela picada do mosquito *Aedes aegypti*, tal mosquito tem hábitos domésticos, pica mais frequentemente durante o dia e tem preferência acentuada por sangue humano (TAUIL, 2002).

Durante quase 60 anos, de 1923 a 1982, o Brasil não apresentou registro de casos de dengue em seu território. Porém, desde 1976, o *Aedes aegypti* havia sido reintroduzido no país, a partir de Salvador, Bahia, e estava presente em muitos países vizinhos. Países da América Central, México, Venezuela, Colômbia, Suriname e alguns outros do Caribe já vinham apresentando a doença desde os anos 70.

Até os dias atuais não se dispõe de uma vacina eficaz para uso preventivo contra o dengue, apesar de todos os esforços de pesquisa para o seu desenvolvimento e produção. Enquanto não se puder contar com esta medida de controle, o único elo vulnerável da cadeia epidemiológica é o vetor.

Pensando neste elo vulnerável um dos esforços nacionais foi a elaboração do Projeto SAUDAVEL,¹ concebido com o objetivo de aumentar a capacidade do setor de saúde no controle de doenças transmissíveis. O projeto levou ao desenvolvimento de novos instrumentos para a prática da vigilância entomológica, incorporando aspectos ambientais, identificadores de risco e proteção, além de métodos automáticos e semi-automáticos, que permitam a detecção de surtos e seu acompanhamento no espaço e no tempo (MONTEIRO et al., 2006).

Com a intensa circulação do vírus do dengue no Brasil a partir da década de 1980, epidemias explosivas têm atingido todas as regiões brasileiras (BRAGA; VALLE, 2007). Em vista disso, também a partir desta década, diversas metodologias para a vigilância do vetor vêm sendo desenvolvidas no país.

¹ Sistema de Apoio Unificado para a Detecção e Acompanhamento em Vigilância Epidemiológica (<http://saudavel.dpi.inpe.br>)

Nos programas de controle do dengue, a vigilância entomológica para medir a infestação de áreas urbanas pelo *Aedes aegypti* é feita principalmente a partir da coleta de larvas, de acordo com a proposta de Connor e Monroe (1923). Esta metodologia consiste em vistoriar locais com potencial de produção de grande quantidade de mosquitos adultos como os depósitos de água e outros recipientes localizados nas residências e demais imóveis, borracharias, ferros-velhos, cemitérios, dentre outros tipos de imóveis considerados estratégicos. Os valores levantados são utilizados no cálculo dos índices de infestação predial (IIP) e de Breteal (IB).

A coleta de larvas (ou pesquisa larvária, como é comumente chamada no Brasil) é importante para se verificar o impacto das estratégias básicas de controle da doença, dirigidas a eliminação das larvas do vetor. Entretanto esse não é um bom indicador para se medir a abundância do adulto e ineficaz para estimar o risco de transmissão (BRAGA; VALLE, 2007). Apesar disso, é usual usar armadilhas de oviposição e de coleta de larvas visando estimar a atividade de postura e avaliação da densidade do vetor (FAY; ELIASON, 1966).

A armadilha de oviposição, também conhecida no Brasil como "ovitrampa", é destinada à coleta de ovos. Em um recipiente de cor escura, adere-se um material áspero que permite a fixação dos ovos depositados. Em 1965, iniciou-se o uso de ovitrampas para a vigilância de populações adultas de *Aedes aegypti* (FAY; ELIASON, 1965). Posteriormente, ficou demonstrada a superioridade dessas armadilhas em relação a pesquisa larvária, para a verificação da ocorrência do vetor (FAY; ELIASON, 1966). As ovitrampas fornecem dados úteis para a investigação da distribuição espacial e temporal (sazonal) de ovos do mosquito. Dados obtidos com esta metodologia também são usados para verificar o impacto de vários tipos de medidas de controle, que visam a redução do vetor com inseticidas.

O objetivo deste artigo é construir, avaliar e comparar modelos que descrevem o padrão espaço-temporal das contagens de ovos de *Aedes aegypti* coletados em ovitrampas. O entendimento do comportamento espaço-temporal das contagens pode orientar a elaboração de ações que buscam evitar a proliferação do mosquito com campanhas direcionadas para as áreas de maior infestação e priorização de épocas do ano com valores elevados de contagens. Para isto, será analisado um conjunto de dados de um experimento conduzido pelo "Projeto SAUDAVEL" na cidade de Recife/PE. A ideia

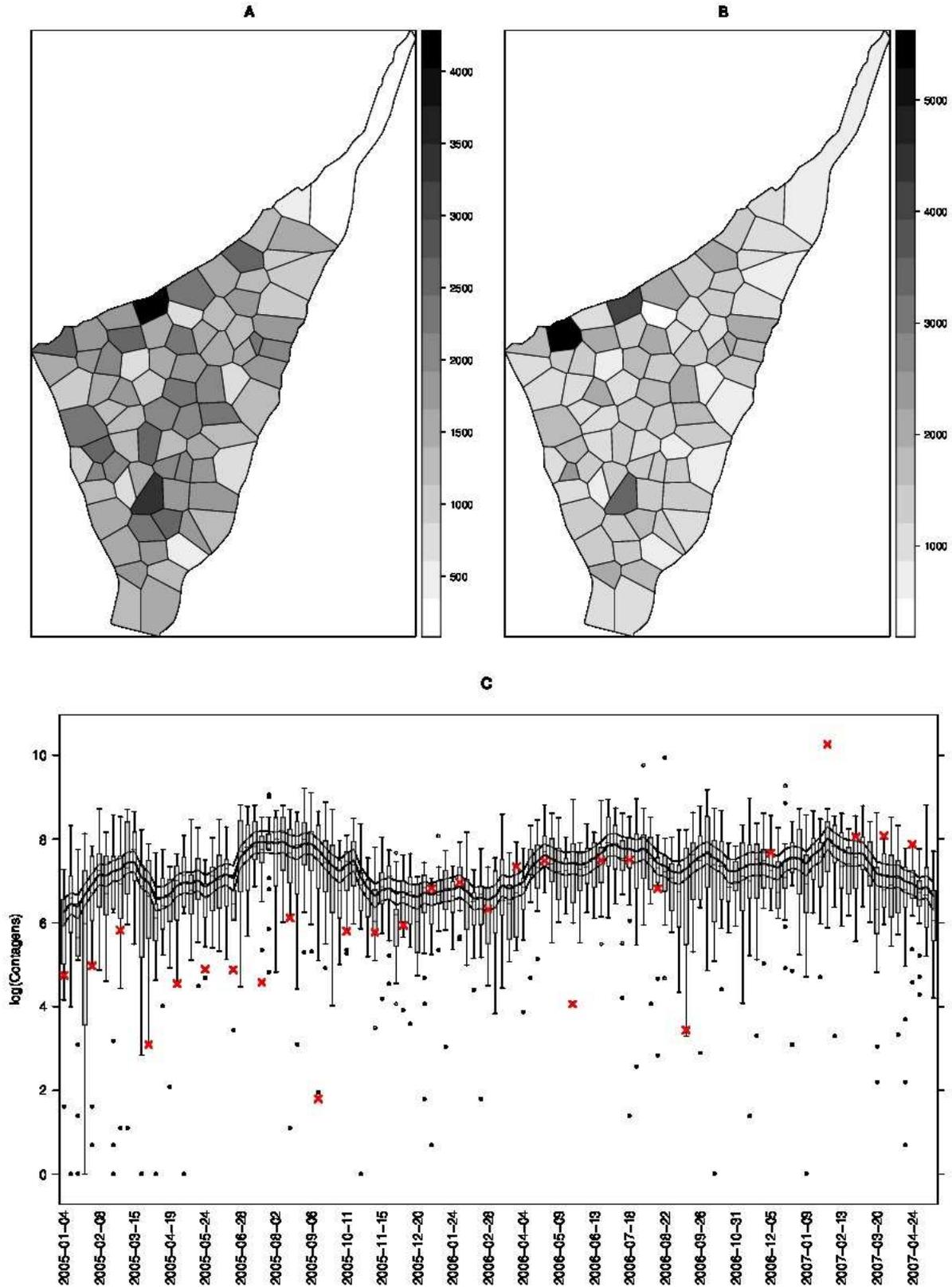
é que as construções espaço temporais aqui apresentadas sirvam de referência para análises em outras áreas onde se realizem experimentos similares. Os modelos consideram relações espaciais entre as armadilhas, a possibilidade de relação temporal e ainda diversas formas de interação espaço-temporal entre as coletas.

Na próxima seção descreve-se o conjunto de dados utilizado para o ajuste dos modelos. Na seção 3 são apresentados os modelos espaço temporais considerados e os métodos de inferência adotados. Na seção 4 são apresentadas comparações de modelos e os resultados e a avaliação do modelo adotado ao final das análises. Na última sessão a metodologia e principais conclusões obtidas são discutidas.

2. Conjunto de dados

O conjunto de dados foi obtido em um experimento conduzido no âmbito pelo projeto SAUDAVEL na cidade de Recife/PE. Neste experimento foram instaladas 464 armadilhas (ovitrampas) para coletar ovos de *Aedes aegypti*. Estas armadilhas começaram a ser monitoradas em março de 2004. O experimento foi realizado em sete dos 94 bairros da cidade. Os dados analisados aqui referem-se ao bairro Brasília Teimosa que apresenta uma quantidade expressiva de observações. A coleta de dados neste bairro teve início em 04/01/2005 e foi conduzida até 15/05/2007, período para o qual os dados estão disponíveis. Foram realizadas 2480 observações em 80 armadilhas no período de 124 semanas. A rede de armadilhas foi instalada de modo a cobrir toda a extensão do bairro. A cada sete dias era feita a contagem de ovos encontrados em um quarto das armadilhas e portanto, um ciclo de 28 dias era necessário para que todas as armadilhas fossem monitoradas. Como as coletas são semanais, porém com apenas um quarto das armadilhas observadas a cada semana, ficam definidos quatro grupos de armadilhas definidos pela semana de observação. A partir das coordenadas que definem a posição das armadilhas, utiliza-se uma tesselação de Voronoi para definir uma área relativa a cada armadilha que é utilizada na visualização e definição da estrutura de vizinhança entre as armadilhas. Tais áreas são utilizadas na Figura 1 (A e B) na visualização espacial das médias e desvios padrão das contagens de ovos das armadilhas ao longo do experimento. Na Figura 1 (C) os gráficos *box-plot* das (log) contagens em cada coleta são sobrepostos ao modelo ajustado, que será descrito nas próximas seções.

Figura 1: (A) Média e (B) desvio padrão das contagens de ovos por armadilha. (C) Box-plot das contagens em cada tempo com valores ajustados na modelagem (linha central) e intervalos de credibilidade.



Cada armadilha contém três lâminas de material áspero onde se dá a ovoposição. Quando recolhidas, as lâminas eram levadas para a contagem de ovos em um laboratório especializado. O departamento de entomologia da FIOCRUZ/PE e os serviços de saúde locais são os coordenadores operacionais e logísticos e responsáveis pela realização do experimento (MONTEIRO et al., 2006).

Regis et al. (2008) descrevem de forma ampla o experimento SAUDAVEL/Recife, bem como todo o escopo do projeto que visa desenvolver metodologias e tecnologias para o monitoramento de populações de *Aedes aegypti* através de contagens de ovos coletados em ovitrampas. O sistema de monitoramento integrando tecnologias computacionais, espaciais e estatísticas com um sistema de aquisição de dados é descrito em Regis et al. (2009). Regis et al. (2013) relata a implementação e funcionamento do sistema de vigilância proposto em duas regiões urbanas.

O banco de dados possibilita a construção de diversas covariáveis que podem ser associadas às contagens. Bonat et al. (2009) investigaram o efeito das covariáveis através do ajuste de modelos aditivos generalizados. E resultados apontaram algumas covariáveis como significativas. Bonat (2010) reinvestiga o efeito destas covariáveis sob um modelo mais geral que inclui interações espaços-temporais. A reanálise descarta as covariáveis mostrando que seus efeitos podem ser absorvidos pelos efeitos espaciais e temporais do modelo. O autor argumenta que as covariáveis utilizadas foram coletadas apenas no início do experimento, sendo que, as condições das residências onde as ovitrampas foram instaladas não são monitoradas junto com as coletas, portanto, não se pode garantir que as condições não foram alteradas durante o experimento. Tal fato torna questionável a construção de modelos que incluam tais covariáveis. Dessa forma, não considera-se aqui a inclusão das covariáveis disponíveis e nos concentramos na construção de modelos com estruturas para os efeitos espaciais e temporais. Reconhece-se que deixa-se de contemplar covariáveis potencialmente associadas às contagens de ovos, como condições climáticas (chuva, temperatura, etc), condições sociais (renda, escolaridade, etc) e condições ligadas à própria localização da armadilha, como a presença de vasos de plantas, caixas d'água entre outras, que podem estar associadas às contagens. Porém, considerando-se a falta de medições adequadas destas covariáveis, resultados de análises preliminares, o objetivo da modelagem, opta-se por

um modelo que inclui apenas efeitos espaços-temporais. A validade e utilidade de tal estratégia serão posteriormente discutidas.

A base de dados utilizada nesta análise conta com 9920 observações provenientes das 80 armadilhas, com quatro grupos de 20 armadilhas observados a cada uma das 124 datas (semanas) de coleta. O conjunto de dados e todo o código de análise estão disponíveis nos complementos on-line do artigo².

3. Modelos espaço-temporais

Denotamos por Y_{it} a variável resposta dada pela contagem de ovos na armadilha i ($i=1, \dots, n$) e no tempo t ($t=1, \dots, T$). Assume-se que a distribuição de Y_{it} pertencente a família exponencial, com termo de média μ_{it} e, possivelmente, um parâmetro adicional de dispersão τ , que pode ou não depender do parâmetro de média. Sob a suposição de independência condicional, a verossimilhança é dada pelo produto das expressões da distribuição de probabilidade atribuída para a resposta, multiplicada pela distribuição conjunta dos efeitos aleatórios e integrado sob os efeitos aleatórios. O valor esperado das contagens μ_{it} é modelado por

$$\eta_{it} = \alpha + \rho_t + \gamma_t + \varphi_i + \phi_i \quad (1)$$

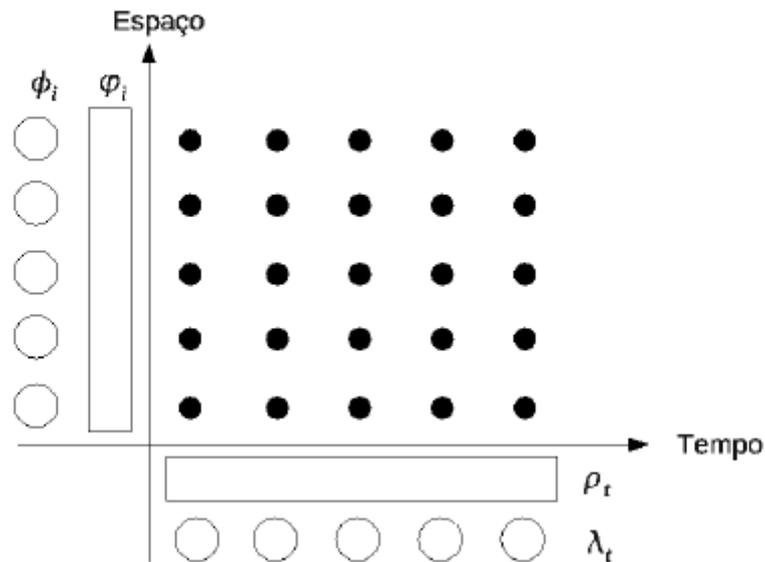
em que, α é o nível médio do processo, ρ_t e γ_t são efeitos temporais, respectivamente com e sem estrutura de dependência temporal *a priori*. Similarmente, φ_i e ϕ_i representam desvios da média geral para a área i que possuem e não possuem estrutura de dependência espacial, respectivamente.

O modelo formulado em (1) é completamente especificado definindo-se as distribuições *a priori* para os quatro componentes $\rho = (\rho_1, \dots, \rho_T)^T$, $\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_T)^T$, $\varphi = (\varphi_1, \dots, \varphi_n)^T$ e $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_n)^T$ que definem blocos de efeitos aleatórios na estrutura de η_{it} . Assume-se, *a priori*, que cada uma dessas distribuições é gaussiana multivariada com média zero e matriz de precisão com forma $\kappa \mathbf{K}$, onde κ é um escalar desconhecido e \mathbf{K} é uma matriz de estrutura especificada na modelagem. Diferentes

² www.leg.ufpr.br/papercompanions/stovos-rbe2013
R. Bras.Estat., Rio de Janeiro, v. 74, n. 238, p.75-100, jan./jun. 2013

que corresponde ao análogo espacial do passeio aleatório, definindo assim um processo não estacionário. Finalmente, a heterogeneidade espacial não estruturada é acomodada considerando-se $K_\phi = I$. Uma representação simbólica do modelo de efeitos principais é dada na figura 2, em que círculos vazados representam independência e retângulos representam dependência. Observações no espaço tempo são indicadas por círculos sólidos.

Figura 2: Representação simbólica do modelo de efeito principais. Círculos representam independência e retângulos representam dependência. Observações no tempo-espaco são indicadas por círculos sólidos.



A formação até aqui, considera efeitos temporais e espaciais separáveis. Para incluir interações espaço-tempo adiciona-se efeitos de interação $\delta_{it}, i = 1, \dots, n$ e $t = 1, \dots, T$, ao preditor, que passa a ser dado por:

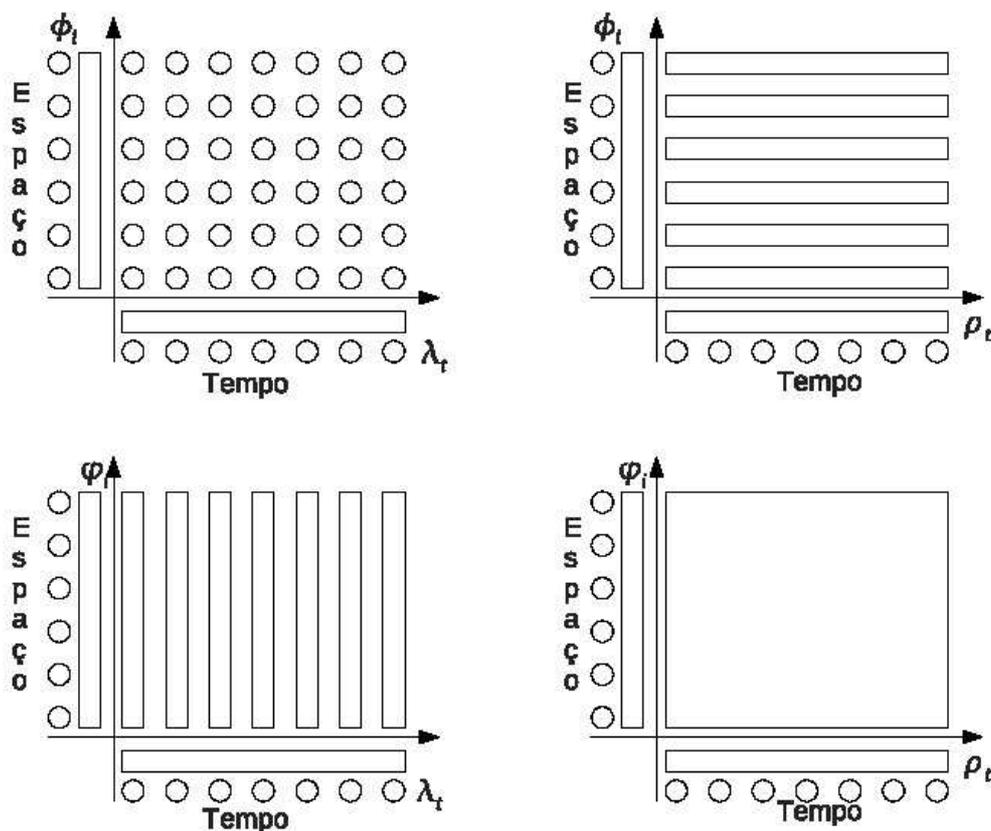
$$\eta_{it} = \alpha + \rho_t + \gamma_t + \varphi_i + \phi_i + \delta_{it} \quad (4)$$

O vetor $(\delta_{11}, \dots, \delta_{nT})^T$ é assumido gaussiano com matriz de precisão $k_\delta K_\delta$. Analogamente aos efeitos principais, K_δ é um escalar desconhecido e K_δ é uma matriz

de estrutura pré-especificada. Note que o modelo definido em (4) se reduz a (1) se $\delta_{ii} = 0$ para todo i e para todo t . Sob esta formulação os termos em capturam somente a variação que não pode ser explicada pelos efeitos principais.

Clayton (2004) sugere que K_δ seja especificada como o produto Kronecker das matrizes de estrutura dos efeitos principais que se assume interagirem. Esta formulação pode ser vista como o análogo bayesiano da modelagem de interações por tensor products no contexto de regressão por *splines* (STONE et al., 1997). Na formulação proposta acima existem $2 \times 2 = 4$ combinações possíveis entre os dois efeitos temporais e os dois efeitos espaciais. Os quatro tipos de interação (KNORR-HELD, 2000) são ilustrados esquematicamente na figura 3 e implicam em diferentes suposições sobre a estrutura de dependência *a priori* entre termos δ_{it} .

Figura 3: Representação simbólica para os quatro tipos de interação. Círculos representam independência e retângulos representam dependência.



- **Interação tipo I** - Se os dois efeitos principais não estruturados γ e ϕ e interagem, tem-se $K_\delta = K_\gamma \otimes K_\phi = I \otimes I$ todos os δ_{it} são independentes entre si. Este efeito pode capturar o efeito das covariáveis não observadas para cada pixel (i, t) , que não tem nenhuma estrutura no espaço-tempo.
- **Interação tipo II** - Combinando um *random walk* para o efeito principal temporal ρ com um termo espacial não estruturado ϕ , tem-se que cada $\delta_i = (\delta_{i1}, \dots, \delta_{iT})^T, i = 1, \dots, n$ segue um *random walk*, independente para cada área. O modelo será adequado se as tendências temporais são diferentes para cada área, sem nenhuma estrutura no espaço.
- **Interação tipo III** - Se os efeitos principais γ e ϕ interagem, cada $\delta_t = (\delta_{1t}, \dots, \delta_{nt})^T, t = 1, \dots, T$ segue uma autoregressão intrínseca (independente). Tal especificação será adequada se padrões espaciais são diferentes a cada tempo, porém sem nenhuma estrutura temporal.
- **Interação tipo IV** - A forma de interação mais geral é aquela que considera o produto dos dois efeitos principais dependentes, o *random walk* ρ e a autoregressão intrínseca ϕ . Nesse caso os elementos δ são completamente dependentes sobre o espaço e tempo e K_δ já não pode ser fatorada em blocos independentes. A interação do tipo IV especifica um campo aleatório markoviano no qual não apenas vizinhos de primeira ordem temporais $(\delta_{j,t-1} \text{ e/ou } \delta_{i,t+1})$ e espaciais $(\delta_{jt}, j \sim i)$ entram na expressão da distribuição condicional completa para δ_{it} , mas também vizinhos de segunda ordem $(\delta_{j,t-1} \text{ e/ou } \delta_{i,t+1}, j \sim i)$, ou seja, vizinhos espaciais de vizinhos temporais ou, equivalentemente, vizinhos temporais de vizinhos espaciais. A estrutura desta distribuição *a priori* faz com que, na tendência temporal, as diferenças de primeira ordem entre áreas vizinhas sejam parecidas. Equivalentemente, esta distribuição *a priori* também impõe que a dependência espacial entre pontos $(\delta_{t-1}, \delta_{t+1})$ vizinhos no tempo sejam parecidas. O modelo será adequado se tendências temporais são diferentes de área para área, porém com padrões similares para áreas próximas entre si.

As estruturas assumidas para os efeitos espaciais e temporais definem campos aleatórios markovianos gaussianos intrínsecos *IGMRF* - *Intrinsic Gaussian Markov Random Fields* e, portanto não definem distribuições de probabilidades *a priori* que sejam próprias. Segundo Rue e Held (2005) existem duas opções para tornar próprio um IGMRF. A primeira é impor restrições de soma zero. A segunda é uma solução aproximada que consiste em somar um número pequeno na diagonal da matriz de estrutura do modelo. Optamos aqui pela primeira, conforme explicado em detalhes em Schrödle, B. and Held, L. (2011a) garantindo assim que a distribuição *a posteriori* é própria.

A implementação computacional de métodos de inferência para essa classe de modelos é desafiadora. A grande dimensão do vetor de efeitos aleatórios pode tornar ineficientes e inadequados os métodos para inferência bayesiana baseados em simulação, como os métodos de Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC), especialmente para implementação em ambientes de monitoramento. Rue, Martino e Chopin (2009) apresentam um método baseado em aproximações numéricas para inferência bayesiana em modelos gaussianos latentes altamente estruturados. A metodologia faz o uso de métodos de integração numérica para obter as distribuições marginais *a posteriori* de interesse. Tal abordagem é denominada INLA (*Integrated Nested Laplace Approximation*) e contorna os problemas de elevado tempo computacional e a necessidade de verificação de convergência, típicos de métodos MCMC. Desta forma a inferência via INLA torna-se uma metodologia atrativa para a estimação bayesiana de modelos altamente complexos como os apresentados neste artigo. Em sua formulação e implementação originais, o INLA fornecia apenas as distribuições marginais *a posteriori*, não permitindo amostras da distribuição conjunta e/ou a obtenção de distribuições *a posteriori* de funcionais de eventual interesse que envolvessem cálculos sobre a distribuição conjunta dos efeitos aleatórios, o que era apontado como a principal limitação do algoritmo. Entretanto, versões mais recentes permitem a obtenção de amostras das distribuições conjunta de hiperparâmetros bem como dos efeitos aleatórios, porém com um custo computacional adicional.

A metodologia está eficientemente implementada na biblioteca `GMRFLib` (RUE, 2008), escrita em linguagens C e Fortran. Além disso, o pacote `R-INLA`³ (MARTINO; RUE, 2008) para o ambiente estatístico (R Development Core Team, 2013) permite a especificação de modelos diretamente no ambiente R. Uma revisão detalhada da metodologia pode ser encontrada em Bonat (2010) e exemplos computacionais são apresentados em Bonat et al. (2012).

Para a especificação do modelo adota-se uma distribuição de probabilidade para as contagens. Análises descritivas iniciais indicaram claramente a presença de sobredispersão. A escolha usual recai na distribuição Poisson que entretanto, mesmo com a inclusão de efeitos aleatórios no modelo, mostrou-se incapaz de descrever os dados adequadamente e de forma parcimoniosa e prática, conforme indicado pelas medidas para avaliação e comparação de modelos. Os modelos Poisson sem termo de interação tiveram ajuste de baixa qualidade e para os modelos com interação, o número efetivo de parâmetros foi próximo à quantidade de observações. Optou-se então por modelar as contagens pela distribuição binomial negativa, que conta com um parâmetro extra, tornando o modelo mais flexível para capturar a sobredispersão. Se o parâmetro adicional de precisão tende a infinito obtém-se o modelo Poisson como caso particular, o que pode ser decidido pela inspeção da distribuição *a posteriori* deste parâmetro.

Em todos os casos, adotou-se a função de ligação logarítmica como em Bonat et al. (2009) e Bonat (2010). Para completar a especificação do modelo, especificam-se as distribuições *a priori* para todos os parâmetros envolvidos nos modelos. Portanto os modelos são especificados supondo que, condicionado a todos os efeitos aleatórios, Y_{it} segue a distribuição binomial negativa com parâmetro de média μ_{it} modelado por (4) e parâmetro de precisão τ . Para o parâmetro α , que determina a média geral do processo, designamos uma distribuição *a priori* vaga. Designa-se $\tau \sim G(a=1, b=1)$ em que $G(a, b)$ denota a distribuição Gama, com esperança a/b e variância a/b^2 .

Os parâmetros de precisão $\kappa_p, \kappa_\gamma, \kappa_\phi, \kappa_\delta$ e κ_δ , indicam a relevância de cada um dos termos de efeitos aleatórios. Seguindo a proposta de Knorr-Held (2000) assume-se para todos esses parâmetros de precisão distribuições *a priori* Gama, com parâmetros

³ www.r-inla.org

$a = 1$ e $b = 0.01$ (ver também Schrödle, B. and Held, L. (2011a) e Schrödle, B. and Held, L. (2011b)). Nesta distribuição tende a ser conservadora no sentido de não favorecer *a priori* a inclusão de efeitos aleatórios, uma vez que o valor elevado da média ($1/0.01 = 100$) para o parâmetro de precisão implica em uma pequena variabilidade dos efeitos aleatórios, com valores concentrado ao redor de zero, enquanto que a elevada variância ($1/0.01^2 = 10000$) faz com que *a priori* tenha pouco ou nenhum impacto sobre a distribuição *a posteriori*.

4. Resultados

Diversos modelos podem ser especificados sob a estrutura apresentada na seção 3. Cada modelo faz diferentes suposições sobre o comportamento espaço-temporal das contagens. Os efeitos aleatórios ρ e ϕ são ditos “estruturados” pois definem alguma estrutura de dependência em sua distribuição conjunta e γ e δ são ditos “não-estruturados” por assumirem independência. A tabela 4 apresenta dez diferentes especificações de modelos consideradas nas análises e que são definidas pela presença ou ausência dos efeitos espaciais, temporais e diferentes formas de interação espaço-tempo.

Tabela 1: Modelos de acordo com a presença ✓ ou não · de efeitos espaciais e temporais.

Modelos	γ	ϕ	ρ	δ	δ
1	·	·	·	·	·
2	✓	✓	·	·	·
3	✓	✓	·	·	$\gamma \otimes \phi$
4	·	·	✓	✓	X
5	·	·	✓	✓	$\rho \otimes \phi$
6	✓	✓	✓	✓	·
7	✓	✓	✓	✓	$\gamma \otimes \phi$
8	✓	✓	✓	✓	$\rho \otimes \phi$
9	✓	✓	✓	✓	$\gamma \otimes \rho$
10	✓	✓	✓	✓	$\rho \otimes \gamma$

O modelo 1 não possuiu estrutura alguma e assume todos os dados sob uma distribuição comum, tendo sido ajustado apenas para servir de referência para comparações. Os modelos 2 e 3 consideram efeitos não-estruturados espaciais e temporais, diferindo apenas pela presença ou não de interação.

Todos os demais modelos assumem algum tipo de efeito estruturado. O modelo 4 inclui efeitos espaciais e temporais estruturados, e o modelo 5 acrescenta um efeito de interação estruturado. O modelo 6 combina os modelos 2 e 4 permitindo que efeitos espaciais e temporais sejam divididos em uma parte estruturada e outra não estruturada. Os modelos 7 a 10 acrescentam ao modelo 6 interações espaço-tempo de cada um dos tipos I a IV, respectivamente, conforme descrito na seção 3. Todos os modelos foram ajustados utilizando abordagem INLA com tempos computacionais da ordem de poucos segundos para modelos mais simples até ao redor de 20 minutos para os modelos com interação de efeitos estruturados em computador com sistema operacional LINUX, com processador com 3.2 MHz e 4 GB de memória RAM.

Para comparação dos modelos usou-se o número estimado de parâmetros (NP), o Critério de Informação da *Deviance* (DIC) (SPIEGELHALTER et al., 2001), PIT (*probability integral transformation*) e CPO (*conditioning predictive ordinate*), sendo este último um tipo de *log scoring rule* (GNEITING; RAFTERY, 2007). Schrödle, B. and Held, L. (2011a) e Schrödle, B. and Held, L. (2011b) utilizam essas medidas na comparação de modelos espaço-temporais ajustados com a metodologia INLA. As medidas de PIT (*probability integral transform*) foram utilizadas para avaliar a adequação da suposição de distribuição binomial negativa para a variável resposta. Os histogramas desta medida se aproximam da distribuição uniforme no intervalo (0,1) para todos os modelos ajustados, o que indica boa adequação da distribuição escolhida para a variável resposta. A CPO, originalmente proposta por Geisser e Eddy (1979), é particularmente relevante no problema em questão, pois há interesse em modelos com boa capacidade preditiva para a projeção de cenários futuros em sistemas de vigilância entomológica.

A tabela 2 apresenta valores das medidas de ajuste para cada um dos 10 modelos. Os resultados indicam uma pronunciada diferença nos valores de CPO entre o modelo 1 e todos os demais. Entre os modelos com alguma estrutura destacam-se os modelos 4, 6, 7 e 9 todos com o maior valor de CPO (-8,23). Por este critério e considerando a

complexidade dos modelos dada pelo número efetivo de parâmetros (NP), considera o modelo mais parcimonioso (4) como a melhor opção.

Tabela 2: Modelos ajustados e critérios para comparação.

Modelos	DIC	NP	CPO
1	35758,66	1,68	-8,40
2	35046,25	173,07	-8,24
3	35050,11	194,95	-8,24
4	35013,31	124,76	-8,23
5	34908,21	262,55	-8,28
6	35010,86	135,19	-8,23
7	35012,95	156,42	-8,23
8	34907,27	180,66	-8,23
9	35003,53	180,66	-8,23
10	34909,21	269,93	-8,27

Há um aumento considerável nos valores do DIC quando se inclui algum tipo de estrutura espacial e/ou temporal. O DIC foi de 35758,66 para o modelo apenas com o intercepto e chegou a 34907,27 no modelo 8. O modelo 5 apresenta um DIC de 34908,21, muito próximo ao modelo 8 e com menor número efetivo de parâmetros (NP = 262,55). O modelo 5 apresenta apenas três componentes aleatórios contra cinco componentes no modelo 8. Portanto, o DIC indicou como melhores dois modelos (8 e 5) com valores muito próximos enquanto que o CPO apontou o modelo 4. As medidas de ajuste, embora úteis para a guiar a escolha de modelos, são apenas indicadores e devem ser acompanhados de uma análise detalhada de cada componente do modelo, para se chegar ao modelo final.

Tabela 3: Média da distribuição *a posteriori* dos efeitos aleatórios dos modelos considerados.

Modelos	Efeitos						
	α	τ	γ	ϕ	ρ	φ	δ
1	7,41	1,09					
2	7,23	1,54	5,00	6,36			
3	7,22	1,55	5,08	6,29			208,83
4	7,24	1,53			23,35	1,82	
5	7,19	1,68			23,69	1,59	86,88
6	7,24	1,54	130,43	8,93	27,50	34,82	
7	7,23	1,55	132,61	9,08	28,08	32,11	185,61
8	7,19	1,70	142,22	10,19	28,17	8,38	270,10
9	7,23	1,57	135,36	11,50	28,41	8,31	46,07
10	7,19	1,69	143,44	8,84	28,37	16,87	91,00

Estendendo a comparação entre os modelos, a tabela 3 apresenta a média da distribuição *a posteriori* para cada um dos efeitos aleatórios em cada um dos modelos considerados. Valores para o modelo 8 indicam que os efeitos espaciais e temporais estruturados são mais pronunciados do que os não estruturados. Por exemplo, a média de 142,21 para o efeito γ associado à estrutura temporal não estruturada é superior à 28,17 obtida para ρ , que descreve a estrutura temporal estruturada. Padrão semelhante ocorre para o efeito espacial, embora com menor intensidade. Componentes com elevados valores para o parâmetro de precisão pouco afetam a variável resposta uma vez que seus valores apresentam baixa variabilidade e, portanto estão todos próximos a média que é, por construção do modelo, assumida como zero.

A fim de examinar em maior detalhe os efeitos aleatórios classificou-se como significativos (significativamente diferentes de zero) àqueles que situavam-se fora dos dois intervalos de credibilidade (95%) das respectivas distribuições *a posteriori*. O modelo 8 apresenta cinco componentes aleatórios, a saber, espaço e tempo estruturado e não estruturado além da interação tipo II. Avaliando cada um dos componentes deste modelo verificou-se apenas dois entre os 80 efeitos espaciais estruturados eram significativamente diferentes de zero e para o componente espacial não estruturado obteve-se sete desvios significativos. Para o efeito temporal nenhum dos 124 efeitos

não estruturado foi significativo, enquanto que o estruturado apresentou 76 desvios significativos. Por fim, o efeito de interação mostrou 283 efeitos significativos. Isto sinaliza existir uma competição entre os componentes aleatórios neste modelo, o que indica que existem componentes desnecessários que podem ser removidos.

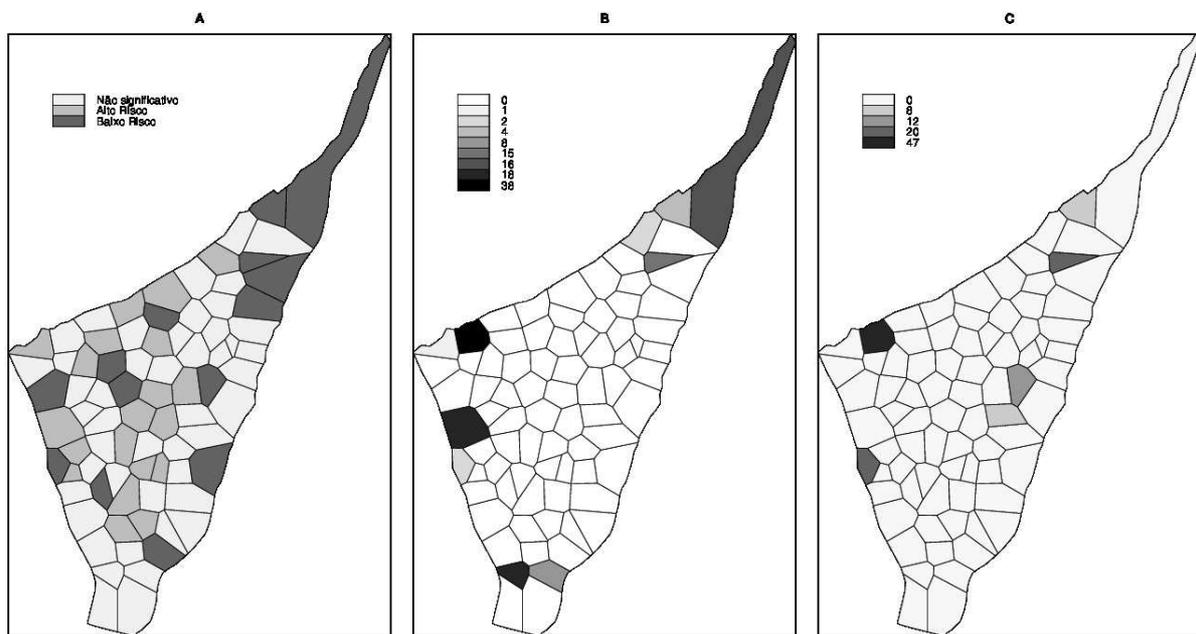
O modelo 5 apresenta o segundo menor DIC mas inclui apenas três componentes aleatórios, os efeitos espacial e temporal estruturado e a interação entre estes. Observando a média da distribuição *a posteriori* dos parâmetros deste modelo verifica-se que os efeitos espacial e temporal são mais pronunciados que o efeito de interação. Os efeitos estruturados são maiores que os obtidos pelo modelo 8 no qual estavam divididos entre estruturados e não estruturados e os efeitos de interação são também mais pronunciados.

Avaliando a estrutura dos efeitos aleatórios verifica-se que foram significativos 34 dentre os 80 efeitos espaciais e 80 dentre os 124 efeitos temporais. Verifica-se ainda que foram significativos 237, o que corresponde a apenas 38% dos efeitos de interação. Com isto, procurou-se investigar padrões nos efeitos de interação que foram tabulados entre as unidades espaciais e tempos. Verificou-se que os efeitos significativos estão espalhados sem nenhuma estrutura temporal aparente, porém, concentrados em poucas localizações espaciais. Apenas a armadilha BT106 apresenta 85 dos 237 desvios significativos da interação, com 38 positivos indicando alto risco e 47 negativos indicando baixo risco. Esta armadilha mostra um comportamento completamente atípico com uma variabilidade nas contagens muito superior a de qualquer outra na área. O menor valor de contagem nesta armadilha foi de seis ovos, enquanto que o maior foi de 28418, com média de 1877,78 e um desvio padrão de 5293,20.

Três mapas são apresentados na figura 4 para melhor visualização dos efeitos de interação dentre as áreas das armadilhas: (A) efeito espacial categorizado em áreas de alto risco (desvios significativamente maiores que zero), baixo risco (desvios significativamente menores que zero) e desvios não significativos; número de desvios da interação maiores (B) e menores (C) que zero. O modelo permite portanto identificar áreas com maior e menor intensidade de ovos, destacando-se no centro do mapa um agrupamento de armadilhas com efeito espacial significativamente acima de zero.

Destaca-se no canto superior direito áreas de baixo risco. Poucas áreas mostraram efeitos de interação significativamente acima de zero e apenas 6 áreas mostraram efeitos de interação significativamente abaixo de zero. A área que apresentou 38 efeitos significativamente positivos e 47 negativos mostrou-se nitidamente distinta de todas as demais. Os efeitos principais desta área não são significativas, provavelmente devido ao fato dos elevados efeitos de interação positivos e negativos se compensarem.

Figura 4: Mapa do efeito espacial, indicando áreas de alto e baixo risco (A). Mapa indicando o número de efeitos de interação significativos por área positivos (B) e negativos (C), pelo ajuste do modelo 5.



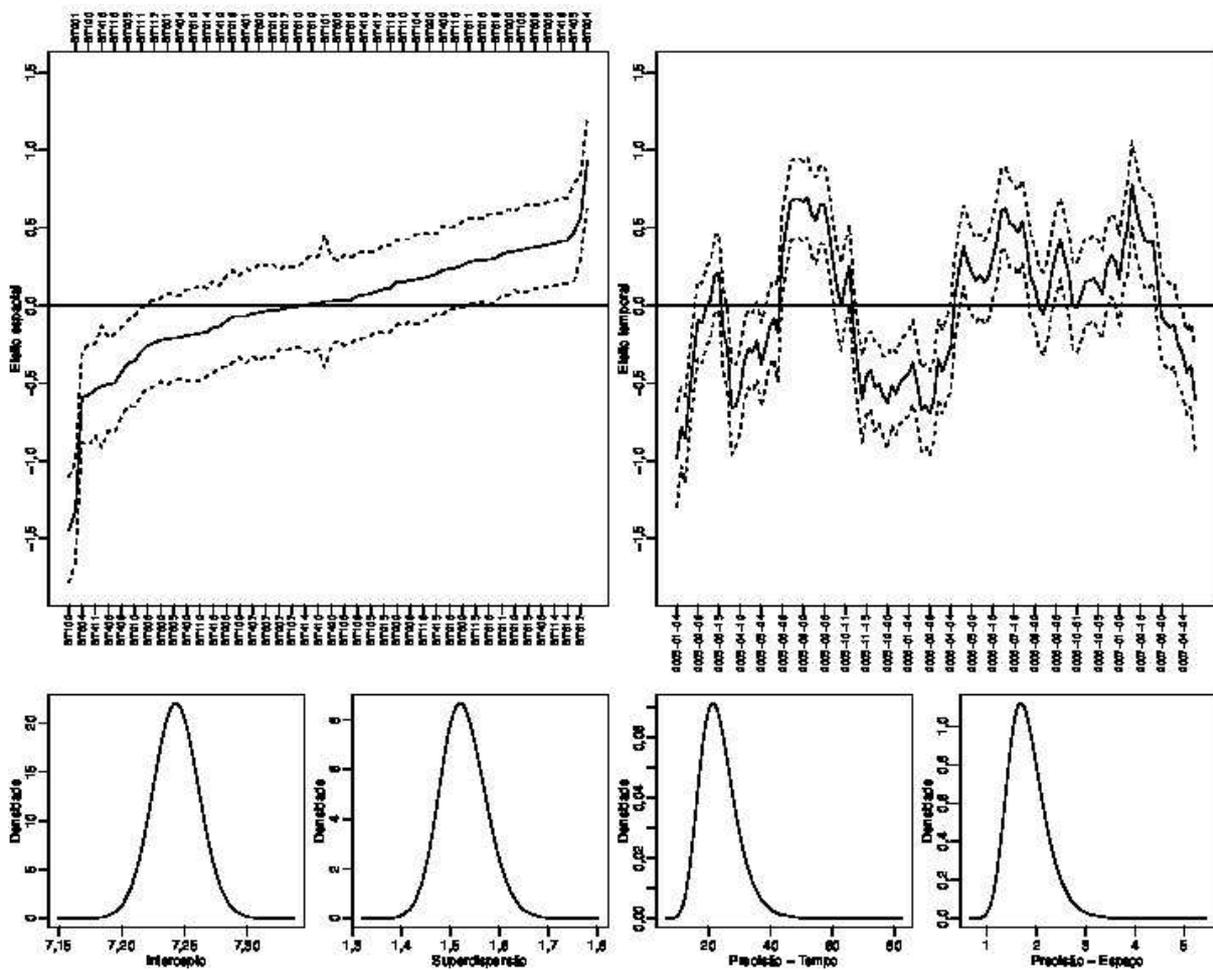
Os resultados permitem concluir que o efeito de interação não está capturando um efeito global e sim uma anomalia local, indicando algumas poucas áreas onde o modelo não foi capaz de capturar toda a variabilidade apenas com os efeitos principais de espaço e tempo. Estes pontos podem ser vistos como áreas atípicas que requerem melhor avaliação de suas características e que não refletem o padrão geral dos dados. Considera-se então que o modelo 4, com apenas os efeitos principais de espaço e tempo estruturados, é satisfatório para descrever o comportamento das contagens de ovos do mosquito *Aedes aegypti* melhor refletindo o comportamento geral dos dados na área de estudo como um todo e atribui-se a anomalias locais a redução na sua qualidade de ajuste.

O painel inferior da figura 1 apresenta o ajuste temporal deste modelo sobreposto aos dados originais. O modelo captura o comportamento dos dados, ressaltando o padrão subjacente. Nesta figura são ressaltados com o símbolo x os dados da armadilha atípica BT106. Tal armadilha apresenta valores inferiores à média geral das contagens até aproximadamente 20/05/2005, quando apresenta uma acentuada elevação até o nível médio da série, após este período tem um aumento drástico chegando no dia 13/02/2007 ao valor máximo da série 28418 ovos, permanecendo em altas contagens até o fim do experimento, comprovando efeito capturado pelo termo de interação do modelo 5.

A figura 5 apresenta os efeitos espaciais (acima à esquerda) e temporais (acima, à direita), com bandas de credibilidade de 95%. O efeito espacial foi ordenado de forma crescente para facilitar a visualização. Na parte de baixo da figura são mostradas as distribuições *à posteriori* do intercepto, do parâmetro de sobredispersão da binomial negativa e dos parâmetros de precisão dos efeitos espaciais e temporais.

A média da distribuição *a posteriori* do intercepto corresponde a uma contagem esperada com intervalo de credibilidade a 95% de 1398(1349 - 1449) ovos. Para parâmetro de dispersão da binomial negativa obteve-se 1,5271(1,4423 - 1,6223) confirmando a presença de sobredispersão em relação à distribuição Poisson, mesmo após a inclusão dos efeitos aleatórios. As distribuições *a posteriori* para os parâmetros de precisão dos efeitos aleatórios espaciais e temporais indicam claramente que a inclusão no modelo destes é relevante.

Figura 5: Médias e bandas de confiança dos efeitos espaciais (acima à esquerda) e temporais (acima à direita). Distribuições a posteriori dos parâmetros do modelo 4 são mostradas na parte inferior.



O gráfico dos efeitos espaciais mostra que existem áreas que apresentam contagens significativamente maiores que a média geral. Tais áreas podem ser consideradas críticas, com maior abundância de ovos. No total, 19 armadilhas apresentam efeito significativamente maior que zero devendo receber maior atenção nas atividades de prevenção. Por outro lado, também verifica-se que existem 12 armadilhas com contagens significativamente menores que a média geral.

A trajetória do efeito temporal mostra um comportamento cíclico. No ano de 2005 observa-se um pico próximo ao dia 15/03 seguido por uma queda brusca e uma tendência crescente até um segundo pico que começa no final de junho e se estende até começo de setembro. A partir deste mês o efeito mostra uma tendência de decaimento até o mês de março de 2006, quando volta a crescer atingindo um pico aproximadamente em maio. Segue-se um período de oscilação em um nível bastante elevado até aproximadamente fevereiro de 2007 quando a série volta a apresentar uma tendência de decréscimo.

5. Conclusões

Uma classe de modelos espaços-temporais foi adotada para descrever a distribuição espaço-temporal de contagens de ovos do mosquito *Aedes aegypti* coletados em ovitrampas, na cidade de Recife/PE. O uso desta classe de modelos em vigilância entomológica é ainda restrito por tratar-se de modelos altamente estruturados que requerem procedimentos especializados para inferência. Adotou-se a metodologia INLA para inferência bayesiana com ajuste e comparação de modelos com diferentes estruturas. O tempo computacional é adequado para permitir a comparação das diversas alternativas de modelagem que testam diferentes hipóteses sobre padrões do processo, bem como a implementação em ambientes de monitoramento e vigilância como o descrito em Regis et al. (2008) e Regis et al. (2013).

Os modelos propostos exploram diversas possibilidades para investigar a existência e padrões na interação espaço-tempo. A análise detalhada da estrutura dos efeitos espaciais e temporais orientaram a escolha de um modelo que inclui um efeito espacial comum a todos os tempos e um efeito temporal comum a todas as armadilhas, ou seja, um modelo sem interação espaço-tempo. Mostrou-se que os efeitos de interação detectados refletem anomalias locais e não padrões na área como um todo. Sob o modelo adotado é possível apontar as áreas que estão consistentemente acima ou abaixo da média geral dos dados. O efeito temporal permitiu identificar períodos com maior e menor intensidade do mosquito.

O modelo Poisson, comumente adotado para dados de contagem, não foi capaz fornecer uma descrição parcimoniosa dos dados, mesmo com a adição dos efeitos aleatórios. Em modelos sem interação o ajuste foi apontado como de baixa qualidade.

Nos modelos com interação, os valores preditos são praticamente iguais aos dados e o número efetivo de parâmetros próximo ao número de dados, portanto o modelo em nada contribuiu para reduzir os dados. Resultados obtidos sob o modelo binomial negativo foram claramente superiores, talvez atribuível às características da ovoposição, uma vez que as contagens são somatórios dos ovos depositados por um número desconhecido de fêmeas.

Padrões de dependência espacial foram também encontrados nas análises das contagens de ovos de *Aedes aegypti* coletados em outras regiões de Recife, não reportadas aqui. A dependência espacial captura efeitos de potenciais covariáveis não consideradas e que apresentam padrões espaciais na área, o que pode orientar estudos posteriores.

A identificação dos efeitos permitiu identificar áreas críticas com a ocorrência de ovos notadamente maior que a média geral da área de estudo. Tal informação pode ser usada para delimitar áreas prioritárias para as ações públicas que objetivam eliminar os mosquitos. As áreas identificadas devem se tornar o foco prioritário de campanhas educativas, para que a própria população residente evite manter ou criar locais adequados para a proliferação do mosquito. O efeito temporal confirma a maior ocorrência de ovos do mosquito de outubro a março. Nestes meses é comum a ocorrência de chuvas intermitentes na região, o que pode aumentar o número de locais com água acumulada que favorecem a proliferação do mosquito. Campanhas preventivas devem ser intensificadas visando tais períodos.

O modelo adotado descreve flutuações na intensidade de ovos no espaço e no tempo sem o uso de informações acessórias sobre os locais de coleta, o que, embora potencialmente relevante, requer um esforço adicional, senão proibitivo, para aquisição de dados. A relação das contagens com possíveis covariáveis como condições climáticas e sociais podem ser investigadas em futuras agendas de pesquisa que devem delinear experimentos que sejam capazes de gerar tais bases de dados. Análises de outras bases de dados de formato similar á do experimento SAUDAVEL/Recife, possivelmente em outras regiões, podem contribuir para um melhor entendimento da distribuição espaço-temporal da contagem de ovos de *Aedes aegypti*.

Referências bibliográficas

- BESAG, J.; YORK, J.; MOLLIÉ, A. Bayesian image restoration with two applications in spatial statistics. *Annals of Institute of Statistical Mathematics*, v. 43, p. 1-59, 1991.
- BONAT, W. H. Aplicações de inferência bayesiana aproximada para modelos Gaussianos latentes espaço temporais. Curitiba, 2010. Dissertação de mestrado.
- BONAT, W. H. et al. Investigando fatores associados a contagens de ovos de *aedes aegypti* coletados em ovitrampas em Recife/PE. *Revista Brasileira de Biometria*, v. 27, p. 519-537, 2009.
- BONAT, W. H. et al. (Ed.). Métodos computacionais para inferência com aplicações em R. João Pessoa: Associação Brasileira de Estatística, 2012.
- BRAGA, I. A.; VALLE, D. *Aedes aegypti*: vigilância, monitoramento da resistência e alternativas de controle no Brasil. *Epidemiologia e Serviços de Saúde*, v. 16, p. 295-302, 2007.
- CLAYTON, D. (Ed.). Generalized linear mixed models, in W. Gilks et. al. (eds), Markov Chain Monte Carlo in Practice. London: Chapman & Hall, 2004.
- CONNOR, M. E.; MONROE, W. M. Stegomyia indices and their value in yellow fever control. *American Journal of Tropical Medicine and Hygiene*, v. 2, p. 9-19, 1923.
- FAY, R. W.; ELIASON, D. A. Laboratory studies of ovipositional preferences of *aedes aegypti*. *Mosquito News*, v. 25, p. 270-281, 1965.
- FAY, R. W.; ELIASON, D. A. A preferred ovoposition site as a surveillance method for *aedes aegypti*. *Mosquito News*, v. 26, p. 531-534, 1966.
- GEISSER, S.; EDDY, W. F. A predictive approach to model selection. *Journal of the American Statistical Association*, v. 74, p. 153-160, 1979.
- GNEITING, T.; RAFTERY, A. E. Strictly proper scoring rules, prediction, and estimation. *Journal of the American Statistical Association*, v. 102, n. 477, p. 359-378, 2007.
- KNORR-HELD, L. Bayesian modelling of inseparable space-time variation in disease risk. *Statistical Medical*, v. 19, p. 2555-2567, 2000.
- MARTINO, S.; RUE, H. Implementing approximate Bayesian inference for latent Gaussian models using integrated nested Laplace approximations: a manual for the INLA-program. Department of Mathematical Sciences, 2008. Technical Report no 2.
- MONTEIRO, A. M. et al. SAUDAVEL - Bridging the Gap between Research and Service in Public Health Operational Programs by Multi-Institutional Networking Development and use of Spatial Information Technology Innovative Tools. Divisão de processamento de imagens, 2006.
- R Development Core Team. R: A Language and Environment for Statistical Computing. Vienna, Austria, 2013. ISBN 3-900051-07-0. Disponível em: <<http://www.R-project.org>> .
- REGIS, L. et al. Sustained reduction of the dengue vector population resulting from an integrated control strategy applied in two brazilian cities. *PLoS Neglected Tropical Diseases (Online)*, (to appear), 2013.
- REGIS, L. N. et al. Developing new approaches for detecting and preventing *Aedes aegypti* population outbreaks: bases for surveillance, alert and control system. *Memórias do Instituto Oswaldo Cruz*, v. 103, p. 50-59, 2008.
- REGIS, L. N. et al. An entomological surveillance system based on open spatial information for participative dengue control. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, v. 81, p. 1-8, 2009.

RUE, H. GMRFLib a library for fast and exact simulation of Gaussian MRF. 2008.

RUE, H.; HELD, L. (Ed.). Gaussian Markov Random Fields: Theory and Applications. London: Chapman & Hall, 2005.

RUE, H.; MARTINO, S.; CHOPIN, N. Approximate Bayesian inference for latent Gaussian models using integrated nested laplace approximations. *Journal Royal Statistical Society B*, v. 71, p. 319-392, 2009.

SCHRÖDLE, B.; and HELD, L. A primer on disease mapping and ecological regression using INLA. *Computational Statistics*, Springer, v. 26, n. 2, p. 241-258, 2011.

SCHRÖDLE, B.; and HELD, L. Spatio-temporal disease mapping using INLA. *Environmetrics*, v. 22, n. 6, p. 725-734, 2011.

SPIEGELHALTER, D. J. et al. Bayesian measures of model complexity and fit (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, v. 64, p. 583-639, 2001.

STONE, C. J. et al. Polynomial splines and their tensor products in extended linear modeling. *Annals of Statistics*, v. 25, p. 1371-1470, 1997.

TAUIL, P. L. Aspectos críticos do controle do dengue no Brasil. *Cadernos de Saúde Pública*, v. 18, p. 867-871, 2002.

Agradecimento

Agradecemos à equipe do projeto SAUDAVEL pelas discussões ao longo do projeto e cessão dos dados. À doutora Lêda Regis e ao doutor Antônio Miguel Vieira Monteiro pelos comentários em versão preliminar de texto. A Leonardo Bastos, revisores anônimos e à Editora pelos comentários no processo de revisão que contribuiram substancialmente para melhorias nas análises e redação do texto.

Abstract

Dengue is a public health problem observed across the whole country of Brazil. As an effective vaccine is not yet available, the vulnerable part of the epidemiological chain is the vector, the *Aedes aegypti*. Understanding the fluctuations on the mosquito population is instrumental to reduce the spreading and infection exposure of the human population. A class of spatio-temporal models is adopted for *Aedes aegypti*'s egg counts data collected at ovitraps during a field experiment conducted at Recife, Pernambuco State, Brazil on a period spanning January, 2005 to May, 2007. Results suggest spatial and temporal patterns on the counts which can be used to identify critical regions and periods. Space-temporal interaction effects have a negligible effect and are attributable to local anomalies. The flexible class of models and the computationally efficient inference by the integrated nested Laplace approximation (INLA) approach allows for the embedding of such models in disease surveillance and monitoring systems.

Keywords: Epidemiological surveillance, dengue, Bayesian inference, count data.

Análise Bayesiana do potencial de viabilidade de sementes de Mamona por meio de análise radiográfica

Rejane C Rocha¹

Thelma Safad²

Maria Laene M. de Carvalho³

Resumo

O objetivo deste trabalho foi estudar o potencial de viabilidade de sementes de mamona a partir da análise visual das radiografias das mesmas, feitas por três avaliadores independentes, utilizando métodos bayesianos. Para isso, foram utilizadas 800 sementes de mamona, da cultivar IAC-226, safra 2009, identificadas individualmente. Essas sementes foram separadas em duas amostras de 400 sementes cada, sendo a primeira submetida ao teste de raios-X sem nenhum tipo de preparo e a segunda pré tratada com a substância contraste gasosa. A partir dos resultados do teste de raios-X foram calculadas as probabilidades da semente ter originado uma plântula normal, da semente que originou uma plântula normal ter sido avaliada como potencialmente inviável e da semente que não germinou ou originou uma plântula não normal ter sido avaliada como potencialmente inviável, utilizando o método da frequência relativa e métodos bayesianos. Para encontrar os estimadores bayesianos foi utilizado o amostrador de Gibbs, sendo as amostras da distribuição conjunta geradas por meio de métodos computacionais de simulação. A convergência das cadeias foi verificada por meio dos testes de Geweke, Raftery e Lewis e Heidelberg e Welch. Foram simuladas amostras de tamanhos diferentes para comparar as estimativas dos parâmetros obtidos por meio de métodos bayesianos com os valores obtidos a partir das amostras observadas. O método bayesiano mostrou-se eficiente na estimação dos parâmetros, sendo os resultados desses próximos dos estimados pelo método da frequência relativa. Na comparação entre as amostras de diferentes tamanhos não houve diferenças entre os resultados. Concluiu-se que os métodos bayesianos podem ser de grande interesse prático para obtenção de boas inferências na área de tecnologia de sementes, pois eles podem incorporar a opinião de especialistas da área e também podem ser utilizados no estudo da viabilidade de sementes de outras espécies.

Palavras-chave: análise de imagens, teste de raios-X, inferência bayesiana.

¹ Universidade Federal de São João Del Rei – Departamento de Matemática, Estatística e Ciências Computacionais, MG, e-mail: rejcrocha@gmail.com

² Universidade Federal de Lavras, Departamento de Agropecuária; MG

³ Universidade Federal de Lavras, Departamento de Ciências Exatas, MG

1. Introdução

A cultura de mamona vem se expandindo cada vez mais, não só no Brasil, mas mundialmente, pelo seu potencial de produção de óleo de excelente qualidade, para ser usado tanto na indústria como para suprir a demanda de biodiesel.

A disponibilidade de sementes de boa qualidade a serem utilizadas para o plantio é um dos grandes entraves para a expansão da cultura. Atualmente os testes mais utilizados para avaliação da qualidade dos lotes são os testes de germinação e vigor. Esses testes são destrutivos e consomem um período de tempo relativamente amplo. Esse período varia entre as diferentes espécies, sendo que para mamona é de 14 a 21 dias (BRASIL, 2009). Além disso, segundo Marcos Filho (2005), testes baseados em desempenho de plântulas produzem resultados mais variáveis que os desejados, pois a interpretação desses depende da experiência e sensibilidade dos analistas.

Novas técnicas não-destrutivas para avaliar as características fisiológicas das sementes podem satisfazer a demanda dos agricultores, das indústrias de sementes. Essa demanda é focada principalmente na produção e no armazenamento de sementes de alta qualidade sob as normas de uma agricultura sustentável e de precisão.

Visando maior precisão e rapidez de execução da avaliação da qualidade de sementes diversos métodos têm sido desenvolvidos. Dentre eles, o método de raios-X se destaca por ser um método rápido e não destrutivo, mas tem a limitação dessa avaliação ser subjetiva. Esse método já é recomendado pela Associação Internacional de Análise de Sementes (INTERNATIONAL SEED TESTING ASSOCIATION - ISTA, 2004) com a finalidade de diferenciar sementes bem formadas das vazias, com danos mecânicos ou com ataque de insetos. Essa técnica vem sendo utilizada em vários segmentos da área de tecnologia de sementes. Carvalho, Carvalho e Davide (2009) verificaram a ocorrência de alterações morfológicas internas por meio de raios-X e os efeitos dessas alterações na qualidade de sementes de seis espécies de Lauraceae encontradas no sul de Minas Gerais. Pinto et al. (2009) utilizaram técnica de análise de imagem por meio do teste de raios-X, para identificar danos mecânicos em sementes de soja de diferentes lotes da cultivar BRS184. Santos et al. (2009) investigaram a aplicação da técnica de raios-X, para avaliar a qualidade de sementes do mamão brasileiro (híbrido UENF/CALIMAN 01) e no estabelecimento de um protocolo experimental.

As técnicas de análise bayesiana têm sido pouco utilizadas na área de análise de imagens de sementes. No entanto, podem ser ferramentas úteis para analisar dados obtidos na avaliação do potencial de viabilidade das sementes de mamona. Dessa forma, podem contribuir para o avanço dos testes de avaliação da qualidade dos lotes de sementes de mamona, bem como, de outras culturas.

O objetivo deste estudo foi estimar parâmetros para a avaliação do potencial de viabilidade de sementes de mamona por meio de inferência bayesiana, a partir das análises das radiografias dessas sementes feitas por três avaliadores independentes. Para tanto, este artigo foi organizado em mais três seções.

Na seção 2 foram descritas a coleta e preparação do material a ser utilizado no experimento, a obtenção das imagens radiográficas, a análise visual dessas imagens. Também, foram apresentados os métodos da frequência relativa e bayesiano via simulação Monte Carlo em Cadeias de Markov para estimação dos parâmetros. Na seção 3 são apresentadas as estimativas dos parâmetros para as amostras com e sem contraste e para amostras de simuladas de diferentes tamanhos e as análises e comparações dessas estimativas. E, finalmente, na seção 4 são apresentadas a conclusões deste estudo.

2. Material e Métodos

Os dados foram obtidos a partir de uma amostra de três quilos de sementes de mamona da cultivar IAC-226, recém-colhidas (safra 2009).

Considerando essa amostra, foram selecionadas, aleatoriamente, 800 sementes e essas foram submetidas ao teste de raios-X. Dessas 800 sementes, 400 sementes foram submetidas ao teste, sem nenhum preparo prévio, e as outras 400 foram pré tratadas com a substância contraste gasosa, clorofórmio (CHCl₃).

No tratamento com a substância contraste, as 400 sementes foram colocadas em um vidro com capacidade de um litro e o agente clorofórmio foi colocado na parte superior da tampa, com vedação de tule, para que não houvesse contato com as sementes. Conforme Gordon, Gosling e Wang (1991) as sementes foram expostas a esse tratamento durante quatro horas e, logo após, as sementes foram imediatamente submetidas ao teste de raios-X.

Todos os procedimentos descritos a seguir foram realizados tanto para a amostra de 400 sementes sem preparo prévio, como para a amostra de 400 sementes pré-tratadas.

2.1 Obtenção das imagens radiográficas

Para obtenção das imagens radiográficas, as sementes de mamona foram arranjadas em placas de isopor e identificadas uma a uma. Em cada placa, 50 sementes de mamona foram distribuídas na mesma posição, com a carúncula voltada para baixo, em 5 linhas e 10 colunas, igualmente espaçadas. As sementes foram encaixadas em alvéolos e fixadas com fitas adesivas transparentes, para que não saíssem da posição. A semente identificada como 1 foi posicionada na placa 1, na primeira linha e primeira coluna. A identificada como 2 foi a semente da placa 1, linha 1 e coluna 2 e a como 50 foi a posicionada na linha 5 e coluna 10 da mesma placa. Na placa 2, foram colocadas as sementes identificadas de 51 a 100 e, assim, sucessivamente, até completar o número necessário de sementes utilizadas no experimento.

Após a preparação, as placas foram colocadas sobre o filme MR 2000-1 Kodak e submetidas, durante um minuto, à radiação a uma distância de 35cm da fonte. Foi utilizado aparelho de raios-X, modelo 43085-N, da marca Faxitron-HP. As imagens das sementes nas radiografias foram analisadas visualmente.

2.2 Avaliação visual das imagens radiográficas das sementes de mamona

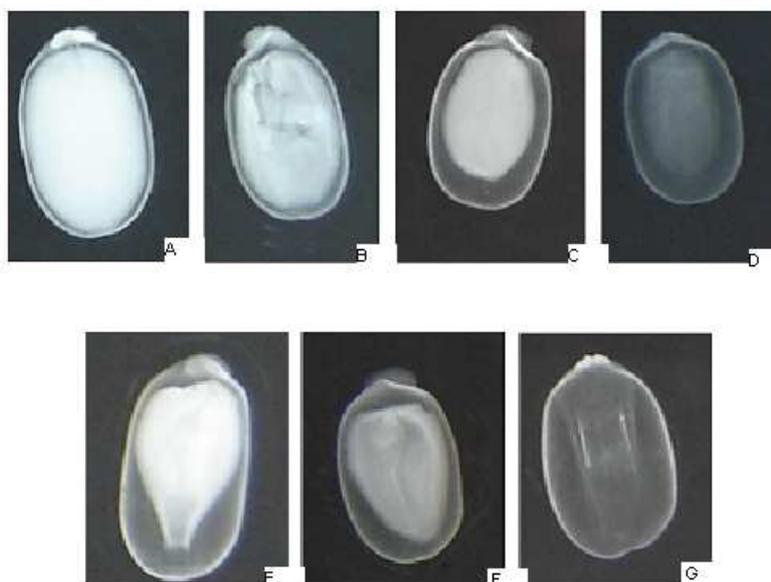
As imagens radiográficas de cada uma das sementes foram analisadas por três avaliadores independentes e classificadas conforme a anatomia interna das mesmas. Para cada semente classificada como potencialmente viável foi associado o valor "0" e, como potencialmente inviável, o valor "1".

A avaliação como potencialmente viável ou inviável foi baseada em critério estabelecido por Carvalho, Alves e Oliveira (2010), que classificaram as sementes de acordo com a morfologia interna visualizada na radiografia e submetida aos testes de germinação, emergência e taxa de crescimento de plântula. Sementes classificadas como cheias e opacas (Figura 1A) tiveram maior porcentagem de germinação, seguidas pelas classificadas como cheias e manchadas e parcialmente cheias e opacas, Figura 1B e Figura 1C, respectivamente. Sementes classificadas como parcialmente cheias e

translúcidas (Figura 1D), parcialmente cheias e com deformação do embrião (Figura 1E), parcialmente cheias e manchadas (Figura 1F), apresentaram um índice de germinação intermediário, e aquelas classificadas como vazias tiveram a menor germinação (Figura 1G).

Assim, as sementes cujas imagens eram semelhantes às das Figuras(1A), (1B) ou (1C) foram consideradas como potencialmente viáveis, e das Figuras (1D), (1E), (1F) ou (1G) como potencialmente inviáveis.

FIGURA 1 Radiografias de sementes de mamona classificadas em sete categorias conforme a sua morfologia interna: A - Cheia e opaca, B - Cheia e manchada, C - Parcialmente cheia e opaca, D - Parcialmente cheia e translúcida, E - Parcialmente cheia com defeito no embrião, F - Parcialmente cheia e manchada, G - Vazia. UFLA - Lavras, 2007.



2.3 Estudo do potencial de viabilidade das sementes

Baseado em estudos de Achcar e Ruffino Netto (2003) que propuseram uma metodologia para estimar parâmetros por métodos bayesianos no estudo da prevalência de tuberculose, por meio da análise de imagens de três exames de raios-X do tórax feita por um avaliador, uma adaptação dessa metodologia foi proposta nesse estudo. Três avaliadores independentes analisaram as mesmas imagens radiográficas de sementes de mamona. Essas análises foram utilizadas na estimação de parâmetros via métodos bayesianos no estudo potencial fisiológico das sementes de mamona.

2.3.1 Método das frequências relativas

Para análise do potencial de viabilidade de sementes de mamona, submetidas à avaliação visual das imagens radiográficas feitas por três especialistas independentes, foram considerados quatro possíveis resultados (0, 1, 2 ou 3) para o número de avaliações como potencialmente inviáveis. O resultado foi "0", quando nenhum dentre três avaliadores considerarem a imagem radiográfica da semente como potencialmente inviável. Foi "1" quando um dentre os três avaliadores, foi "2", quando dois dentre três e foi "3" quando os três avaliadores consideraram a imagem radiográfica da semente como potencialmente inviável.

Considerando que 400 sementes foram analisadas pelos avaliadores, para cada um dos quatro possíveis resultados, o número de ocorrências é dado por n_i e a frequência relativa é dada por $n_i/400$, com $i = 0, 1, 2, 3$. Supondo que as classificações feitas pelos avaliadores são condicionalmente independentes dado que a semente originou plântula normal, pode-se pensar em duas situações com distribuições de probabilidade, definindo-se:

- N como o evento que representa a semente que originou plântula normal,
- λ_1 a probabilidade da semente ter originado uma plântula normal,
- p_1 a probabilidade da semente que originou uma plântula normal, tenha sido avaliada como potencialmente inviável,
- p_2 a probabilidade da semente que originou uma plântula normal, tenha sido avaliada como potencialmente inviável,
- p_3 a probabilidade da semente que não germinou ou não originou uma plântula normal, tenha sido avaliada como potencialmente inviável, e
- X é a variável aleatória que representa o número de avaliações da semente que a consideraram como potencialmente inviável.

Na primeira situação, considerando apenas as sementes que originaram plântulas normais (N), a distribuição condicional de X em relação a N é dada por uma binomial $b(3, p_1)$, tal que

$$P(X = x | N) = \binom{3}{x} p_1^x (1 - p_1)^{3-x}, \quad (1)$$

em que $x = (0, 1, 2, 3)$, p_1 é probabilidade da semente ser inviável dentre as que originaram plântulas normais e $(1 - p_1)$ é a probabilidade da semente ser viável dentre as que originaram plântulas normais.

Na segunda situação, considerando apenas as sementes que originaram plântulas não normais (\bar{N}), isto é, sementes que não germinaram ou originaram plântulas anormais, a distribuição condicional de X em relação a \bar{N} é dada por uma binomial $b(3, p_2)$, tal que

$$P(X = x | \bar{N}) = \binom{3}{x} p_2^x (1 - p_2)^{3-x}, \quad (2)$$

em que $x = (0, 1, 2, 3)$, p_2 é a probabilidade de ser inviável dentre as que originaram plântulas não normais e $(1 - p_2)$ é a probabilidade da semente ser viável dentre as que originaram plântulas não normais.

Sendo λ_1 a probabilidade da semente ter originado uma plântula normal, $P(N)$, então $(1 - \lambda_1)$ é a probabilidade da semente de ter originado uma plântula não normal, $P(\bar{N})$. Assim, a probabilidade não condicional da variável aleatória X é dada por:

$$\begin{aligned} P(X = x) &= P(X = x, N) + P(X = x, \bar{N}) \\ &= P(X = x | N)P(N) + P(X = x | \bar{N})P(\bar{N}). \end{aligned} \quad (3)$$

Reescrevendo a equação (3) tem-se:

$$P(X = x) = \lambda_1 \binom{3}{x} p_1^x (1 - p_1)^{3-x} + (1 - \lambda_1) \binom{3}{x} p_2^x (1 - p_2)^{3-x}, \quad (4)$$

em que $x = 0, 1, 2, 3$.

Logo, tem-se o sistema:

$$\begin{cases} P(X = 0) = \lambda_1(1 - p_1)^3 + (1 - \lambda_1)(1 - p_2)^3, \text{ se } x = 0; \\ P(X = 1) = 3\lambda_1 p_1(1 - p_1)^2 + 3(1 - \lambda_1)p_2(1 - p_2)^2, \text{ se } x = 1; \\ P(X = 2) = 3\lambda_1 p_1^2(1 - p_1) + 3(1 - \lambda_1)p_2^2(1 - p_2), \text{ se } x = 2; \\ P(X = 3) = \lambda_1 p_1^3 + (1 - \lambda_1)p_2^3, \text{ se } x = 3. \end{cases} \quad (5)$$

Utilizando o teorema de Bayes, tem-se que a probabilidade da semente originar uma plântula normal, dado o número de avaliações desta semente como potencialmente inviável, pode ser escrita como:

$$P(N | X = x) = \frac{P(X = x | N)P(N)}{P(X = x)} \quad (6)$$

Substituindo (1) e (3) em (6) tem-se que

$$P(N | X = x) = \frac{\lambda_1 p_1^x (1 - p_1)^{3-x}}{\lambda_1 p_1^x (1 - p_1)^{3-x} + (1 - \lambda_1) p_2^x (1 - p_2)^{3-x}} \quad (7)$$

em que $x = (0; 1; 2; 3)$ e $P(N | X = x)$ é a probabilidade a *posteriori* da semente originar uma plântula normal, dado que teve x avaliações como potencialmente inviável dentre os 3 avaliadores.

Na estimação dos parâmetros pontuais desconhecidos λ_1 , p_1 e p_2 foi utilizado o sistema de equações obtido, tomando-se por base (5) e as frequências relativas ($n_i/400$), dos resultados do número de avaliações como potencialmente inviáveis.

Substituindo as estimativas dos parâmetros λ_1 , p_1 e p_2 em (7), obtém-se as estimativas das probabilidades condicionais, $P(N | X = x)$. Multiplicando essas estimativas pelo número de ocorrências para cada uma das possíveis classificações como potencialmente inviáveis (n_i), obtém-se o valor esperado de plântulas normais a partir das avaliações dos especialistas.

Além do método da frequência relativa, outros métodos podem ser utilizados para se obter as estimativas para λ_1 , p_1 e p_2 . Dentre esses métodos, destaca-se o método bayesiano, via simulação Monte Carlo em Cadeias de Markov (MCMC), por apresentar precisão arbitrária e simplicidade na análise de dados. Para detalhes sobre MCMC, ver Gamerman e Lopes (2006).

2.3.2 Método bayesiano via simulação Monte Carlo em Cadeias de Markov (MCMC)

Observa-se que a variável aleatória X (número de avaliações como potencialmente inviável) tem uma distribuição de probabilidade dada por uma mistura de duas distribuições binomiais:

$$P(X = x) = \sum_{j=1}^2 \lambda_j \binom{3}{x} p_j^x (1 - p_j)^{3-x} \quad (8)$$

em que $x = (0, 1, 2, 3)$, $\lambda_2 = 1 - \lambda_1$, $p_1 = P(X = x | N)$ e $p_2 = P(X = x | \bar{N})$.

Para uma amostra aleatória de n sementes a função de verossimilhança para λ_1 , p_1 e p_2 é dada por:

$$L(\lambda_1, p_1, p_2) = \prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \lambda_j \binom{3}{x_i} p_j^{x_i} (1 - p_j)^{3-x_i} \quad (9)$$

Como os parâmetros λ_1 , p_1 e p_2 variam entre 0 e 1, para a análise bayesiana do modelo serão consideradas as seguintes distribuições a priori:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &\sim \text{Beta}(a; b) \\ p_1 &\sim \text{Beta}(c_1; d_1) \\ p_2 &\sim \text{Beta}(c_2; d_2) \end{aligned} \quad (10)$$

em que a , b , c_1 , d_1 , c_2 e d_2 são os hiperparâmetros conhecidos das distribuições a priori e assume-se que λ_1 , p_1 e p_2 são independentes.

Quando não se tem informação a priori sobre os parâmetros λ_1, p_1 e p_2 , assumem-se *prioris* não informativas, por exemplo distribuição Uniforme no intervalo (0,1).

Usando o teorema de Bayes tem-se que a distribuição a posteriori conjunta para λ_1, p_1 e p_2 dado $x_0 = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ pode ser escrita por:

$$\pi(\lambda_1, p_1, p_2 | X = x) \propto \lambda_1^{a-1} (1-\lambda_1)^{b-1} p_1^{c_1-1} (1-p_1)^{d_1-1} p_2^{c_2-1} (1-p_2)^{d_2-1} \times \left[\prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \lambda_j \binom{3}{x_i} p_j^{x_i} (1-p_j)^{3-x_i} \right] \quad (11)$$

Para facilitar o algoritmo e eliminar o produto de somatórios na distribuição a posteriori conjunta, Tanner e Wong (1987) introduziram variáveis artificiais ou latentes. Definiu-se $m'_i = (m_{1i}, m_{2i})$, em que $i = 1, \dots, n$, $m_{1i} + m_{2i} = 1$ e m_{1i} e m_{2i} tem uma distribuição de Bernoulli com a probabilidade de sucesso h_{1i} dada por:

$$h_{1i} = \frac{\lambda_1 \binom{3}{x_i} p_1^{x_i} (1-p_1)^{3-x_i}}{\sum_{j=1}^2 \lambda_j \binom{3}{x_i} p_j^{x_i} (1-p_j)^{3-x_i}} \quad (12)$$

em que $i = 1, \dots, n$.

Assim, a distribuição conjunta de m'_i condicional a λ_1, p_1, p_2 e x_i é:

$$\pi(m'_i | \lambda_1, p_1, p_2, x_i) \propto h_{1i}^{m_{1i}} (1-h_{1i})^{m_{2i}} \quad (13)$$

isto é,

$$\pi(m'_1, m'_2, \dots, m'_n | \lambda_1, p_1, p_2, x_i) \propto \prod_{i=1}^n h_{1i}^{m_{1i}} (1-h_{1i})^{m_{2i}} \quad (14)$$

em que $i = 1, \dots, n$. Como $m_{1i} + m_{2i} = 1$, então

$$\pi(m'_1, m'_2, \dots, m'_n \mid \lambda_1, p_1, p_2, x_i) \propto \lambda_1^{r_1} (1 - \lambda_1)^{r_2} p_1^{c_1 - 1} (1 - p_1)^{3r_1 - s_1} p_2^{s_2} (1 - p_2)^{3r_2 - s_2} \times \left[\prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \binom{3}{x_i} p_j^{x_i} (1 - p_j)^{3 - x_i} \right]^{-1} \quad (15)$$

em que $r_1 = \sum_{i=1}^n m_{1i}$; $r_2 = \sum_{i=1}^n m_{2i}$; $s_1 = \sum_{i=1}^n m_{1i} x_i$ e $s_2 = \sum_{i=1}^n m_{2i} x_i$.

Combinando-se (11) e (15) tem-se:

$$\pi(m'_1, m'_2, \dots, m'_n \mid \lambda_1, p_1, p_2, x_i) \propto \lambda_1^{a+r_1-1} (1 - \lambda_1)^{b+r_2-1} p_1^{c_1+s_1-1} (1 - p_1)^{d_1+3r_1-s_1-1} p_2^{c_2+s_2-1} (1 - p_2)^{d_2+3r_2-s_2-1} \quad (16)$$

Logo, a partir de (16), são encontradas as distribuições condicionais a posteriori:

$$\begin{aligned} \lambda_1 \mid p_1, p_2, x, m &\sim \text{Beta}(a+r_1; b+r_2) \\ p_1 \mid \lambda_1, p_2, x, m &\sim \text{Beta}(c_1+s_1; d_1+3r_1-s_1) \\ p_2 \mid \lambda_1, p_1, x, m &\sim \text{Beta}(c_2+s_2; d_2+3r_2-s_2) \end{aligned} \quad (17)$$

Para obter amostras da distribuição a posteriori marginal dos parâmetros λ_1 , p_1 e p_2 para a distribuição a posteriori marginal foi utilizado o amostrador de Gibbs (GEMAN; GEMAN, 1984). Essas amostras foram geradas das condicionais completas dadas em (17), conforme o algoritmo:

1. Estabeleceram-se os valores iniciais λ_1^0 , p_1^0 e p_2^0 , iniciando o contador $t = 1$;
2. Gerou-se n observações m_{1i} da distribuição de Bernoulli com probabilidade de sucesso h_{1i} dada em (12) a partir dos valores λ_1^{t-1} , p_1^{t-1} e p_2^{t-1} ;
3. Gerou-se λ_1^t , p_1^t e p_2^t a partir das distribuições condicionais completas:
 - $\pi(\lambda_1 \mid p_1, p_2, x, m)$;
 - $\pi(p_1 \mid \lambda_1, p_2, x, m)$;
 - $\pi(p_2 \mid \lambda_1, p_1, x, m)$;

4. Incrementou-se o contador ($t + 1$) e repetiu-se (2) e (3) até que a convergência fosse alcançada.

Foram geradas 1000 amostras, utilizando o amostrador de Gibbs. Para cada uma dessas amostras, foram geradas cadeias com N interações, valor no qual todas as amostras alcançaram convergência. Uma vez que a convergência foi atingida, para retirar a influência dos valores iniciais, foram descartadas as “ k ” primeiras observações (*burn-in*). Para eliminar a correlação dos valores consecutivos foi tomada uma observação a cada “ l ” observações (*thin*).

Para primeira amostra gerada de cada uma das amostras de sementes de mamona, de 400 sementes com e sem contraste e para as amostras simuladas de tamanhos 200 e 500 sementes, foram utilizados como valores iniciais, λ_1^0 , p_1^0 e p_2^0 , as estimativas λ_1 , p_1 e p_2 , respectivamente, calculadas por meio do método das frequências relativas (2.3.1). Para segunda amostra foram consideradas como valores iniciais, λ_1^0 , p_1^0 e p_2^0 , as médias a posteriori para os parâmetros λ_1 , p_1 e p_2 estimadas a partir primeira amostra gerada. Para demais amostras foram consideradas a médias a posteriori dos parâmetros estimados da amostra anterior. Cabe ressaltar, que outros valores iniciais poderiam ser utilizados.

A implementação do amostrador de Gibbs foi feita no software R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2009) e verificação da convergência da cadeia foi feita utilizando-se o pacote BOA do mesmo software.

3. Resultados e Discussão

3.1 Método das frequências relativas

A distribuição de frequência do número das sementes potencialmente inviáveis, classificadas conforme Seção (2.3), para o teste de raios-X, aplicados na amostra de 400 sementes sem nenhum preparo e na amostra das 400 sementes preparadas com contraste é apresentada na Tabela 1.

TABELA 1: Distribuição de frequências para as amostras de 400 sementes sem nenhum preparo e de 400 sementes preparadas com contraste classificadas por três avaliadores e probabilidades condicionais e valores esperados calculados pelo método frequentista.

x	Sem preparo				Com contraste			
	Análise Visual		MFR		Análise Visual		MFR	
	F_i	F_r	$P(N X)$	$E(N)_i$	F_i	F_r	$P(N X)$	$E(N)_i$
0	291	0,728	0,999	290,71	318	0,795	0,991	315,14
1	62	0,155	0,762	47,24	46	0,120	0,928	42,69
2	30	0,076	0,086	2,58	16	0,040	0,119	1,91
3	17	0,043	0,003	0,05	20	0,050	0,001	0,02

X: número de classificações como potencialmente inviáveis; F_i : Frequência Absoluta; F_r : Frequência Relativa; $E(N)_i = P(N|X) \times F_i$: número esperado de plântulas normais; MFR: método da frequência relativa

Utilizando-se as frequências relativas (Tabela 1) resolveu-se o sistema (5). Os parâmetros estimados λ_1 , p_1 e p_2 para as sementes sem preparo foram, respectivamente, 0,8455, 0,05176, e 0,6496 e para as sementes preparadas com contraste foram, respectivamente, 0,9059, 0,04863 e 0,8096. Com base nesses parâmetros foram calculadas, utilizando (7), as probabilidades condicionais das plântulas originadas serem normais, dado o número de avaliações como potencialmente inviáveis. Também foram calculados os valores esperados de plântulas normais $E(N)_i$, dados pelo produto entre a probabilidade condicional das plântulas originadas serem normais, dado o número de classificações como potencialmente inviáveis e as frequências absolutas de tais classificações, para cada uma das possíveis classificações para as duas amostras de 400 sementes. Essas probabilidades condicionais e o número esperado de plântulas normais são mostrados na Tabela 1.

O método da frequência relativa, utilizado para estimar o número esperado de plântulas normais (Tabela 1), gerou boas estimativas, tanto para as amostras de sementes sem preparo como para as com contraste, pois, se três avaliadores classificaram as sementes como potencialmente inviáveis, espera-se que o número de plântulas normais geradas seja próximo de zero, e, se o número de classificações como potencialmente inviável for igual a zero, espera-se que o número de plantas normais seja próximo do número de classificações iguais a zero (F_0).

Uma desvantagem desse método consiste na dificuldade da obtenção do desvio padrão associado às estimativas pontuais para os parâmetros λ_1 , p_1 e p_2 . Isso ocorre pois o modelo utilizado neste estudo é dado por uma mistura de binomiais e, segundo Titttrington, Smith e Makov (1985), esse tipo de modelo usualmente apresenta problemas, para estimar médias e variâncias usando o método dos momentos e da máxima verossimilhança.

3.2 Método bayesiano via simulação Monte Carlo em cadeias de Markov (MCMC)

Para efetuar a análise bayesiana do potencial de viabilidade de plântulas normais das amostras de 400 sementes sem nenhum preparo e de 400 sementes preparadas com contraste, foram considerados os dados da avaliação das radiografias por três especialistas independentes, apresentados na Tabela 1. Conforme metodologia descrita em (2.3.2), para se encontrar amostras da distribuição conjunta, utilizou-se o amostrador de Gibbs. Para a primeira amostra gerada, os valores iniciais para os parâmetros λ_1 , p_1 e p_2 para as sementes sem preparo foram, respectivamente, 0,8455, 0,05176, e 0,6496 e para as sementes preparadas com contraste foram, respectivamente, 0,9059, 0,04863 e 0,8096, calculados pelo método das frequências relativas. Os hiperparâmetros da distribuição priori foram fixados em $a = b = c_1 = d_1 = c_2 = d_2 = 1^1$. No procedimento de simulação, para cada iteração do amostrador de Gibbs, foram seguidos os passos:

1. Geram-se valores m_{1i} da distribuição de Bernoulli com probabilidade de sucesso h_{1i} , dada em (12).

2. A partir dos valores de m_{1i} gerados em (1), calculou-se os valores de $r_1 = \sum_{i=1}^n m_{1i}$,

$$r_2 = \sum_{i=1}^n m_{2i}, \quad s_1 = \sum_{i=1}^n m_{1i}x_i \quad \text{e} \quad s_2 = \sum_{i=1}^n m_{2i}x_i.$$

Calculou-se os parâmetros λ_1^t , p_1^t e p_2^t das distribuições condicionais a posteriori, dadas por $Beta(a+r_1; b+r_2)$, $Beta(c_1+s_1; d_1+3r_1-s_1)$ e $Beta(c_2+s_2; d_2+3r_2-s_2)$, respectivamente.

⁴ com os hiperpâmetros iguais a 1, tem-se uma distribuição Uniforme, U(0,1)

Baseando-se a verossimilhança em cada uma das amostras (400 sementes com preparo e sem contraste), foram geradas 1000 cadeias com 20000 iterações cada. Para cada cadeia, das 20000 iterações geradas, as primeiras 1000 foram descartadas e foi tomada uma a cada 19 iterações, obtendo-se uma cadeia com 1000 pontos.

Na Tabela 2 são apresentados os resultados dos testes de Raftery e Lewis (1992), Heidelberg e Welch (1993) e Geweke (1992). Tem-se evidência de convergência, uma vez que o fator de dependência (FD), no teste Raftery e Lewis², pois o fator de dependência (FD) foi menor que "5" para todos os parâmetros. Além disso, no critério de Heidelberg e Welch, todas as cadeias passaram pelos testes de estacionariedade e o teste de Geweke sugere a convergência, apresentando p-valor maior que o nível de significância pré-fixado de 5%.

TABELA 2 Resultados dos testes para verificar a convergência da cadeia.

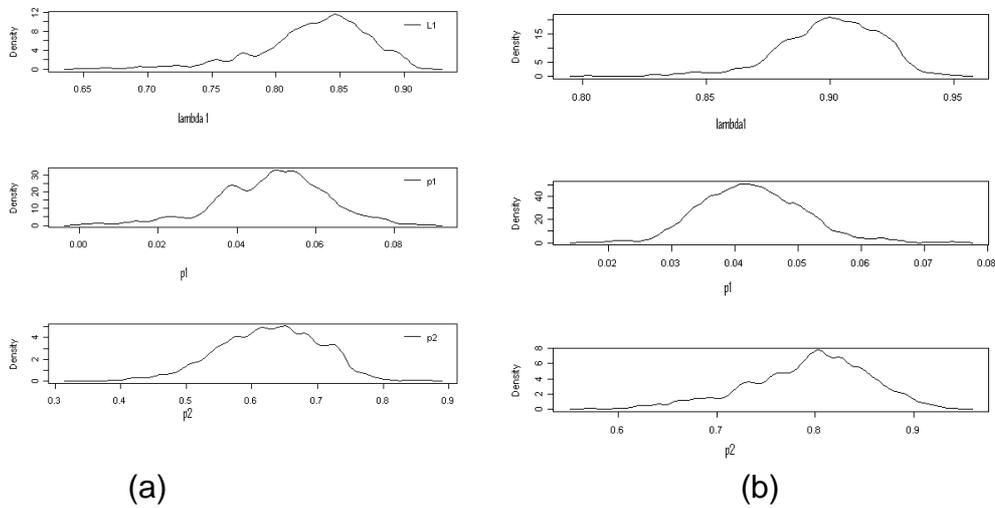
Testes	Raftery e Lewis	Heidlbeger e Welch		Geweke	
Parâmetro	FD	E	HW	z	P
Sem preparo					
λ_1	1,327	Sim	Sim	-0,563	0,573
ρ_1	2,115	Sim	Sim	-0,164	0,869
ρ_2	1,326	Sim	Sim	-0,103	0,918
Com contraste					
λ_1	0,953	Sim	Sim	-0,259	0,795
ρ_1	1,124	Sim	Sim	-0,998	0,313
ρ_2	1,123	Sim	Sim	-0,544	0,586

FD: fator de dependência; **E:** estacionária; **HW:** Half-width Test; **z:** z-score; **p:** p-valor

Pela forma característica da densidade a posteriori, Figura 2, pode-se empregar as médias da distribuição a priori como estimativas dos parâmetros.

² O teste foi realizado ao nível 5% de acurácia

FIGURA 2 (a) Representação gráfica da densidade a posteriori para os parâmetros λ_1 , p_1 e p_2 da cadeia de 400 sementes sem preparo. (b) Representação gráfica da densidade a posteriori para os parâmetros λ_1 , p_1 e p_2 da cadeia de 400 sementes com contraste.



Na Tabela 3, observa-se a média, desvio padrão a posteriori e os intervalos de credibilidade para os parâmetros λ_1 , p_1 e p_2 . Verificou-se que médias a posteriori para os parâmetros, aproximam-se dos resultados obtidos no método da frequência relativa.

Uma vez obtidas amostras da *posteriori* marginal de cada parâmetro, os intervalos de credibilidade com 95% de credibilidade foram estimados tomando como limite inferior o quantil de 2,5% e como limite superior o quantil 97,5%. Os comprimentos dos intervalos de credibilidade para as amostras sem preparo e com contraste, mostram uma boa precisão, exceto para p_2 , cujos intervalos de credibilidade foram muito largos.

TABELA 3 Estimativas da média a posteriori, desvio padrão a posteriori e intervalo de credibilidade.

Parâmetro	Média	Desvio-padrão	Intervalo de 95% de Credibilidade*	
			LI	LS
Sem preparo				
λ_1	0,8264	0,0454	0,7306	0,9023
p_1	0,0477	0,0145	0,0184	0,0755
p_2	0,6214	0,0783	0,4722	0,7758
Com contraste				
λ_1	0,9013	0,0197	0,8617	0,9369
p_1	0,0428	0,0078	0,0284	0,0593
p_2	0,7912	0,0617	0,6703	0,9117

LI: limite inferior; LS: limite superior

Na estimação da probabilidade da semente ter originado uma plântula normal (λ_1), da probabilidade da semente que originou uma plântula normal, tenha sido avaliada como potencialmente inviável (p_1) e da probabilidade da semente, que não germinou ou originou uma plântula normal, tenha sido avaliada como potencialmente inviável (p_2), o método do contraste foi mais preciso. Isso se deve ao fato de que a visualização de danos fica mais evidente nas radiografias das sementes submetidas à substância contraste. No entanto, esse método tem a desvantagem de ser destrutivo, uma vez que submissão das sementes à exposição com gases tóxicos afeta o processo germinação (GORDON; GOSLING; WANG, 1991).

Para encontrar as estimativas das probabilidades a posteriori, $P(N | X = x)$, dadas por (7), foram utilizados estimadores de Monte Carlo baseados nas médias condicionais a posteriori das 1000 amostras simuladas pelo amostrador de Gibbs, essas estimativas são dadas por:

$$P(N | X = x) = \frac{1}{1000} \sum_{s=1}^{1000} \frac{\lambda_1^{(s)} p_1^{(s)x} (1 - p_1^{(s)})^{3-x}}{\lambda_1^{(s)} p_1^{(s)x} (1 - p_1^{(s)})^{3-x} + (1 - \lambda_1^{(s)}) p_2^{(s)x} (1 - p_2^{(s)})^{3-x}}$$

Na Tabela 4 são apresentadas as estimativas para as médias das condicionais a posteriori ($P(N | X = x)$), o desvio padrão para as médias das condicionais a posteriori e intervalos de credibilidade para $P(N | X = x)$ das amostras de 400 sementes sem preparo e de 400 sementes com contraste. Também são apresentados o número esperado de plântulas normais, ($E(N)_i$), para as duas amostras avaliadas, que é dado pelo produto entre as frequências absolutas (n_i) e as médias a posteriori e o intervalo de credibilidade para o número esperado de plântulas normais.

TABELA 4 Estimativas para a média e desvio padrão das condicionais a posteriori, intervalo de credibilidade a 95% de probabilidade para média condicional a posteriori, o número esperado de plântulas normais para cada uma das classificações como potencialmente inviáveis, intervalos de credibilidade para o número esperado de plântulas normais.

X	Média	SD	IC para Média		E(N) _i	IC para E(N) _i	
			LI	LS		LI	LS
Sem preparo							
0	0,9845	0,00060	0,9836	0,9850	284,521	284,272	284,665
1	0,6979	0,00951	0,6836	0,7058	43,270	42,384	43,764
2	0,0859	0,00251	0,0884	0,0895	2,577	2,650	2,286
3	0,0029	0,00008	0,0028	0,0031	0,049	0,048	0,052
Com Contraste							
0	0,9984	0,00010	0,9983	0,9984	317,501	317,459	317,512
1	0,9019	0,00120	0,9001	0,9030	41,492	41,406	41,538
2	0,1249	0,00071	0,1237	0,1254	1,999	1,978	2,006
3	0,0016	0,00002	0,0002	0,0016	0,033	0,032	0,033

X: número de classificações como potencialmente inviáveis; **E(N)_i:** número esperado de plântulas normais; **IC para Média:** Intervalo de credibilidade a 95% de probabilidade para média da condicional a posteriori; **IC para E(N)_i:** Intervalo de credibilidade a 95% de probabilidade para o valor esperado de plântulas normais; **LI:** limite inferior; **LS:** limite superior

Observa-se que as médias das condicionais a *posteriori* obtidas pelo método bayesiano são próximas das estimativas obtidas por meio do método da frequência relativa (Tabela 1). Além disso, os intervalos de credibilidade tanto para médias das condicionais a *posteriori*, quanto para o número esperado de plântulas normais foram precisos.

Assim, os métodos bayesianos podem ser úteis para inferir na qualidade dos lotes de sementes, pois além de obter boas inferências para os parâmetros, permitem incorporar a opinião de especialistas na área de tecnologia de sementes, o que pode levar a resultados bastante precisos e diminuir o erro intra avaliador da análise visual por meio das radiografias das sementes.

3.3 Simulação de amostras de diferentes tamanhos

Foram simuladas amostras de sementes de tamanhos 200 e 500 considerando os dados das amostras observadas. A amostra observada tinha 400 sementes, analisadas por três avaliadores diferentes, mas o conjunto de dados tinha n_i ocorrências dos possíveis i resultados, com $i = 0, 1, 2, 3$, conforme descrito na Seção (2.3.1).

Para o cálculo do número de ocorrências, para cada um dos possíveis resultados da amostra simulada, tomou-se o produto do tamanho dessa pela frequência relativa da amostra observada. Assim, por exemplo, na amostra simulada, de tamanho 500 o número de dados iguais a “0” foi ($500n_0=400$), iguais a “1” foi ($500n_1=400$), “2” foi ($500n_2=400$) e “3” foi ($500n_3=400$).

A distribuição de frequências para as amostras simuladas está apresentada na Tabela 5.

TABELA 5 Distribuição de frequências para as amostras simuladas de 200 sementes sem nenhum preparo e preparadas com contraste e 500 sementes sem nenhum preparo e preparadas com contraste.

X	200 sementes		500 sementes	
	Sem preparo	Com contraste	Sem preparo	Com contraste
0	146	159	364	398
1	31	23	78	57
2	15	8	38	20
3	9	10	21	25

X: número de classificações como potencialmente inviáveis;

Para as amostras simuladas de 200 sementes sem preparo e com contraste e 500 sementes sem preparo e com contraste, os valores máximos para o salto e para o descarte foram, respectivamente, 11 e 3000, verificados por meio do teste de Raftery e Lewis (1992). Dessa forma, não se poderia adotar a mesma estratégia utilizada para as amostras de 400 sementes, uma vez que nessas foram descartadas as 1000 primeiras observações geradas por cada cadeia.

Uma estratégia que poderia ter sido adotada seria a de se utilizar amostras com 14000 iterações, o que teria a vantagem de se reduzir o tempo computacional de simulação. Mas, como as amostras simuladas de tamanhos 200 e 500 foram geradas proporcionalmente a partir das observações das amostras de 400 sementes, optou-se pela estratégia de manter o mesmo número de iterações ($N=20.000$) propostas para as amostras de 400 sementes, aumentando o descarte. Assim, foram geradas 1000 amostras, utilizando o amostrador de Gibbs, cada uma com 20000 iterações, sendo descartadas a 9000 primeiras e tomadas uma cada 11 iterações.

A convergência das cadeias foi verificada por meio dos testes de Raftery e Lewis, Heidelberg e Welch e Geweke (Tabela 6).

TABELA 6 Resultados dos testes para verificar a convergência da cadeia.

Amostras	Testes	Raftery e Lewis	Heidlbeger e Welch		Geweke
	Parâmetro	FD	E	HW	p
200 sementes sem preparo	λ_1	1,838	Sim	Sim	0,437
	ρ_1	1,124	Sim	Sim	0,768
	ρ_2	1,219	Sim	Sim	0,744
200 sementes com contraste	λ_1	1,327	Sim	Sim	0,059
	ρ_1	2,115	Sim	Sim	0,329
	ρ_2	2,969	Sim	Sim	0,169
500 sementes sem preparo	λ_1	1,124	Sim	Sim	0,228
	ρ_1	1,327	Sim	Sim	0,231
	ρ_2	1,365	Sim	Sim	0,446
500 sementes com contraste	λ_1	1,123	Sim	Sim	0,067
	ρ_1	1,219	Sim	Sim	0,489
	ρ_2	1,229	Sim	Sim	0,933

FD: fator de dependência; E: estacionária; HW: Half-width Test;

Figura 3 (a) Representação gráfica da densidade a posteriori para os parâmetros λ_1 , p_1 e p_2 , obtida com base na amostra simulada de 200 sementes sem preparo. **(b)** Representação gráfica da densidade a posteriori para os parâmetros λ_1 , p_1 e p_2 , obtida com base na amostra simulada de 200 sementes com contraste.

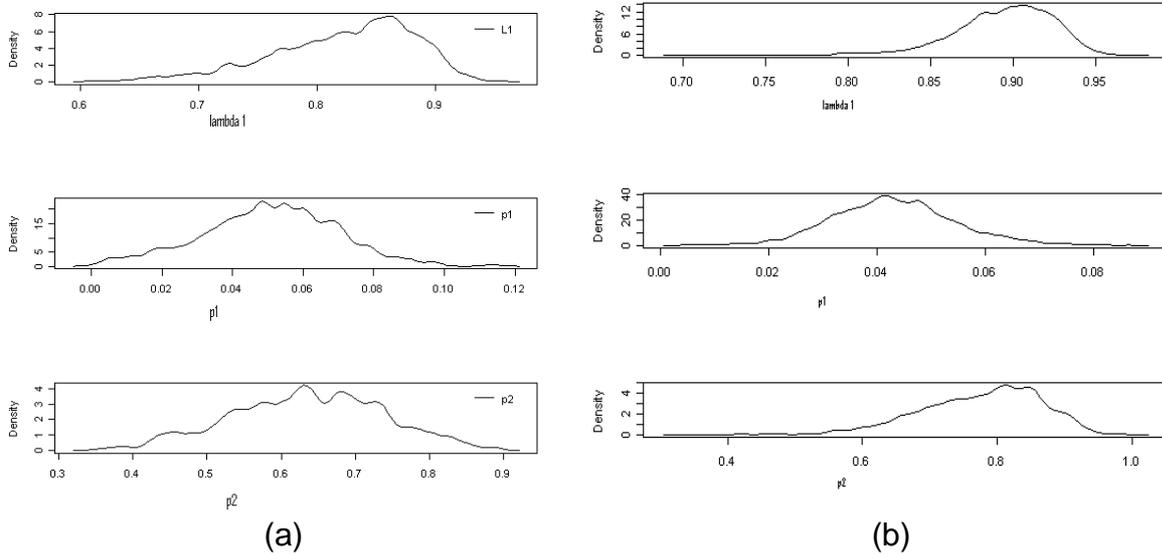
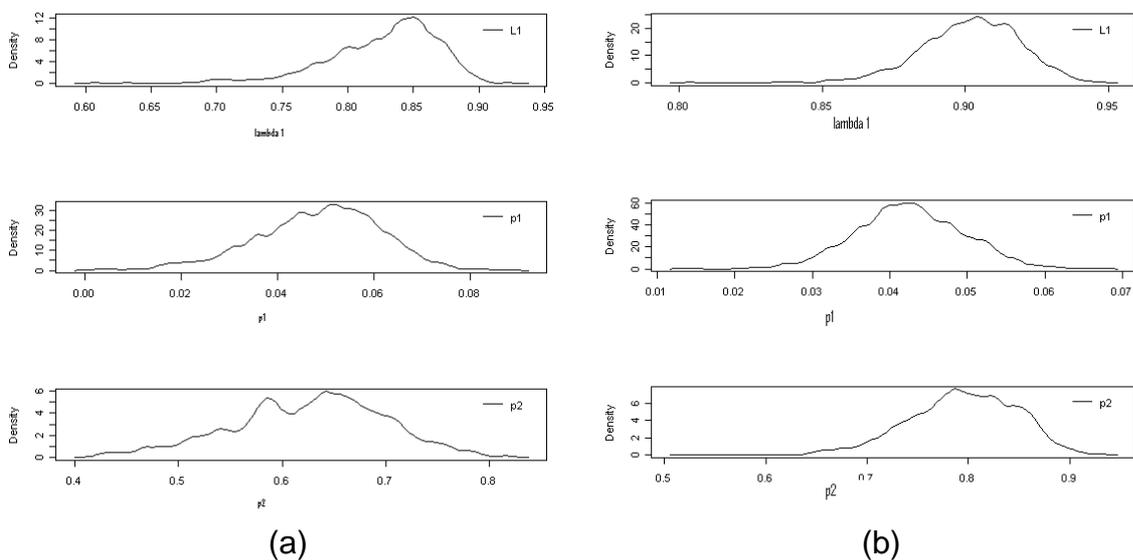


Figura 4 (a) Representação gráfica da densidade a posteriori para os parâmetros λ_1 , p_1 e p_2 , obtida com base na amostra simulada de 500 sementes sem preparo. **(b)** Representação gráfica da densidade a posteriori para os parâmetros λ_1 , p_1 e p_2 , obtida com base na amostra simulada de 500 sementes com contraste.



Pela análise visual das Figuras 3 e 4, pode-se empregar as médias da distribuição a priori das amostras simuladas como estimativas dos parâmetros. As estimativas são apresentadas na Tabela 7.

TABELA 7: Estimativas da média a posteriori, desvio padrão a posteriori e intervalo de credibilidade.

Amostras	Parâmetro	Media	Desvio-padrão	IC*	
				LI	LS
200 sementes sem preparo	λ_1	0,813	0,062	0,681	0,913
	ρ_1	0,047	0,019	0,009	0,082
	ρ_2	0,620	0,103	0,415	0,798
200 sementes com contraste	λ_1	0,893	0,032	0,831	0,949
	ρ_1	0,043	0,012	0,020	0,066
	ρ_2	0,774	0,093	0,590	0,925
500 sementes sem preparo	λ_1	0,827	0,041	0,737	0,889
	ρ_1	0,047	0,013	0,021	0,070
	ρ_2	0,622	0,071	0,465	0,749
500 sementes com contraste	λ_1	0,901	0,017	0,868	0,933
	ρ_1	0,043	0,007	0,030	0,057
	ρ_2	0,794	0,053	0,692	0,893

*Intervalo de Credibilidade ao nível de 95% de probabilidade; LI: limite inferior; LS: limite superior

Comparando as estimativas das médias a posteriori das amostras simuladas de tamanho 200 (Tabela 7) com as estimativas das amostras de 400 sementes sem preparo e com contraste (Tabela 3), pode-se verificar que não houve diferenças significativas entre as essas estimativas, mas houve perda de precisão, uma vez que os intervalos de credibilidade ficaram mais largos. Também, não houve diferenças significativas na comparação das estimativas para média a posteriori das amostras de tamanhos 500 e 400, mas nessa comparação não houve perda de precisão.

As estimativas para a média e desvio padrão das condicionais a posteriori, intervalo de credibilidade, para média condicional a posteriori, o número esperado de plântulas normais para cada uma das classificações como potencialmente inviáveis e intervalos de credibilidade, para o número esperado de plântulas normais para as amostras simuladas sem preparo e com contraste, são apresentadas na Tabela 8.

TABELA 8 Estimativas para a média e desvio padrão das condicionais a posteriori, intervalo de credibilidade a 95% de probabilidade para média condicional a posteriori, o número esperado de plântulas normais para cada uma das classificações como potencialmente inviáveis, intervalos de credibilidade para o número esperado de plântulas normais.

X	Média	SD	IC para Média		E(N) _i	IC para E(N) _i	
			LI	LS		LI	LS
Amostra de 200 sementes sem preparo							
0	0,98079	0,00110	0,97959	0,98210	143,20	143,02	143,39
1	0,67406	0,01820	0,66266	0,69160	20,90	20,54	21,44
2	0,09270	0,00270	0,09052	0,09070	1,39	1,36	1,47
3	0,00340	0,00010	0,00328	0,00350	0,03	0,03	0,03
Amostra de 200 com contraste							
0	0,99700	0,00020	0,99670	0,99720	152,52	158,49	158,56
1	0,86660	0,00596	0,85860	0,87200	19,93	19,75	20,06
2	0,12730	0,00596	0,11900	0,13210	1,02	0,95	1,06
3	0,00190	0,00006	0,00170	0,00190	0,02	0,02	0,02
Amostra de 500 sem preparo							
0	0,98580	0,00024	0,98552	0,98590	358,83	358,73	358,88
1	0,69730	0,00806	0,68857	0,70440	54,38	53,71	54,95
2	0,07660	0,00229	0,07460	0,07910	2,91	2,84	3,01
3	0,00270	0,00010	0,00226	0,00280	0,06	0,05	0,059
Amostra de 200 com contraste							
0	0,99850	0,00008	0,99840	0,99860	397,40	397,36	397,44
1	0,90390	0,00246	0,90170	0,90170	51,52	51,52	51,71
2	0,12090	0,00256	0,11830	0,11830	2,42	2,42	2,45
3	0,00160	0,00004	0,00150	0,00150	0,04	0,04	0,04

X: número de classificações como potencialmente inviáveis; *E(N)_i*: número esperado de plântulas normais; **IC para Média**: Intervalo de credibilidade a 95% de probabilidade para média da condicional a posteriori; **IC para E(N)_i**: Intervalo de credibilidade a 95% de probabilidade para o valor esperado de plântulas normais; **LI**: limite inferior; **LS**: limite superior

Observa-se que as médias das condicionais a *posteriori* obtidas para as amostras simuladas para cada uma das classificações como potencialmente inviáveis (Tabela 8) são próximas das estimativas obtidas para as amostras de 400 sementes (Tabela 4). Além disso, os intervalos de credibilidade para as amostras simuladas para cada uma das classificações como potencialmente inviáveis, tanto para médias das condicionais a *posteriori*, quanto para o número esperado de plântulas normais foram precisos, não havendo a perda de precisão se comparados com as amostras de 400 sementes.

No estudo da viabilidade de sementes o aumento do tamanho da amostra implica em aumentos do custo do experimento e do tempo de análise. Um ganho significativo de precisão nas estimativas dos parâmetros justificaria esses aumentos. Como para as amostras simuladas de tamanho 500 isso não ocorreu, em aplicações futuras do método bayesiano para análise de radiografias de sementes de mamona, a utilização desse tamanho de amostra não seria indicada.

Por outro lado, a utilização de amostras menores implicaria na economia de material e tempo de análise, o que seria uma vantagem. Como na estimação dos intervalos de credibilidade dos parâmetros para a amostra de tamanho 200 houve perda de precisão essa economia não se justificaria.

No entanto, para o pesquisador da área de sementes, o mais importante é conhecer as estimativas das médias condicionais e os valores esperados para cada uma das classificações como potencialmente inviáveis, bem como, seus respectivos intervalos de credibilidade. Na comparação entre as amostras de tamanho 200 e 400, essas estimativas não tiveram diferenças significativas e não houve perda de precisão na comparação dos intervalos de credibilidade. Por esse ponto de vista, a utilização de amostras de tamanho 200 em futuras aplicações do método bayesiano seria indicada.

Assim, como a ISTA (2004) recomenda para o teste de raios-X a utilização de 400 sementes, em futuras aplicações do método bayesiano para análise de radiografias de sementes de mamona a utilização de amostras de tamanho 400 ainda seria o mais indicado. Mas, também seriam indicados, outros estudos que envolvam a redução do tamanho dessas amostras, uma vez que na estimação intervalos de credibilidade para cada uma das classificações como potencialmente inviáveis das amostras simuladas de tamanho 200 não houve perda de precisão se comparadas com as amostras de tamanho 400.

4. Conclusão

A análise radiográfica das sementes de mamona pode ser utilizada na estimativa da viabilidade do lote de sementes.

O método da frequência relativa apresentou bons resultados para os parâmetros e para as condicionais ($P(N | X)$). A desvantagem na utilização desse método em relação ao método bayesiano consiste na dificuldade de estimar o desvio padrão, para o modelo de mistura de binomiais por meio do método da máxima verossimilhança.

O método bayesiano é eficiente na estimação das médias a *posteriori* dos parâmetros e das médias condicionais a *posteriori* para as possíveis classificações feitas pelos especialistas no estudo da viabilidade de sementes de mamona considerando de imagens radiográficas. Os intervalos de credibilidade para o número esperado de plântulas normais foram precisos.

Não houve diferenças entre as médias a posteriori das amostras de 400 sementes sem preparo e com contraste para as médias das amostras simuladas. Mas houve perda de precisão na comparação entre os intervalos credibilidade das amostras de tamanho 200 e 400.

Métodos bayesianos são de grande interesse prático, para obtenção de boas inferências na área de tecnologia de sementes. Com a vantagem de, além disso, poderem ser utilizados no estudo da viabilidade de sementes de outras espécies. Em aplicações futuras desse método são indicadas a utilização de amostras de tamanho 400 e, também, estudos relativos a redução do tamanho da amostra.

Referências bibliográficas

- ACHCAR, J.; RUFFINO-NETTO, A. Estudo da prevalência da tuberculose: uso de métodos bayesianos. *Revista Brasileira de Epidemiologia*, São Paulo, v. 6, n. 4, p. 380-387, set./dez. 2003.
- BOX, G.; TIAO, G. Bayesian inference in statistical analysis. New York: J. Wiley, 1992. 603p. BRASIL. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. Regra para análise de sementes. Brasília, 2009. 365 p.
- CARVALHO, L. R; CARVALHO, M. L. M.; DAVIDE, A. C. Utilização do teste de raios X na avaliação da qualidade de sementes de espécies florestais de Lauraceae. *Revista Brasileira de Sementes*, Brasília, v. 31, n. 4, p. 57-66, jul./ago. 2009.
- CARVALHO, M. L. M.; ALVES, R. A.; OLIVEIRA, L. M. Radiographic analysis in castor bean seeds (*Ricinus communis* L.). *Revista Brasileira de Sementes*, Brasília, v. 32, n. 1, p. 170-175, jan. 2010.
- GAMERMAN, D.; LOPES, H. Markov chain Monte Carlo: stochastic simulation for Bayesian inference. London: Chapman & Hall, 2006. 236 p. (Texts In Statistical Science Series).
- GEMAN, S.; GEMAN, D. Stochastic relaxation, gibbs distributions and the bayesian restoration of images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, New York, v. 6, n. 6, p. 721-741, Aug. 1984.
- GEWEKE, J. Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to calculating posterior moments. In: BERNARDO, J. et al. (Ed.). *Bayesian statistics*. New York: Oxford University, 1992. p. 625-631.
- GORDON, A.; GOSLING, P.; WANG, B. Tree and shrub seed handbook. 4th ed. Zürich: ISTA, 1991. 190 p.
- HEIDELBERG, P.; WELCH, P. Simulation run length control in the presence of an initial transient. *Operations Research*, Landing, v. 31, n. 6, p. 1109-1144, Nov./Dec. 1993.
- INTERNATIONAL SEED TESTING ASSOCIATION. International rules for Seed Testing Association. Zürich, 2004. 174 p.
- MARCOS FILHO, J. Fisiologia de sementes de plantas cultivadas. Piracicaba: FEALQ, 2005. 495 p.
- PINTO, T. L. F. CICERO, S. M.; FRANCA NETO, J. B.; FORTI, V. A.; DOURADO NETO, D. An assessment of mechanical and stink bug damage in soybean seed using X-ray analysis test. *Seed Science and Technology*, Zurich, v. 37, n. 1, p. 110-120, Apr. 2009.
- R DEVELOPMENT CORE TEAM. R: a language and environment for statistical computing. Version 2.9.0. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2009. Disponível em: <<http://www.rproject.org>>. Acesso em: 20 out 2009.
- RAFTERY, A.; LEWIS, S. How many iterations in the gibbs sampler? In: BERNARDO, J. et al. (Ed.). *Bayesian statistics*. Oxford: University, 1992. p. 763-774.
- SANTOS, S. A.; SILVA, R.F.; PEREIRA, M.G.; MACHADO, J.C.; MACHADO, C.F.; BORÉM, F.M.; GOMES, V.M.; TONETTI, O.A.O. . X-ray technique application in evaluating the quality of papaya seeds. *Seed Science and Technology*, Zürich, v. 37, n. 3, p. 776-780, June 2009.
- TANNER, M.; WONG, W. The calculation of posterior distributions by data augmentation. *Journal of the American Statistical Association*, n. 82, p. 528-550, June 1987.
- TITTERINGTON, D.; SMITH, A.; MAKOV, U. Statistical analysis of finite mixture distributions. New York: J. Wiley, 1985. 243 p.

Abstract

In this paper, we observed the potential feasibility of castor seeds from the visual analysis of its radiographs, made by three independent experts using Bayesian methods. We used 800 seeds of castor bean from cultivar IAC-226, harvested in 2009, identified individually, and divided into two samples of 400 seeds each. The first one was subjected to X-ray test without any preparation and the second sample pre-treated with the gaseous substance contrast. After that, using the relative frequency and Bayesian methods, we calculated the likelihood of the following possible outcomes seed which germinate or originated an irregular non standard seedling have been evaluated as potentially feasible. To find the Bayes estimators we used the Gibbs sampler, in which the samples of the conjoint distribution were generated using methods of computational simulation. The convergence of the chains was verified by tests of Geweke, Raftery and Lewis and Heidelberg and Welch. The simulation of different sizes of samples aimed to compare the estimates obtained using Bayesian methods to the values observed in the samples. The Bayesian method was efficient in the estimation of the parameters, which is close to those estimated by relative frequency. Comparing the samples of different sizes we did not observe significant differences among the results. We concluded that the Bayesian methods can be applied in a large spectrum of attempts to obtain good inferences in the science field of seed technology, since they can incorporate both quantitative and qualitative attributes such as the opinions of specialists. Furthermore, they can be used to study the viability of seeds of other species.

Keywords: Image analysis. X-ray test. Bayesian inference.

Análise Sequencial Bayesiana na modelagem da taxa de infestação de Galhas de Psílideo em Alecrim do Campo

Carla Regina Guimarães Brighenti¹
Mariana Resende²
Deodoro Magno Brighenti³

Resumo

Na análise sequencial o tamanho amostral é uma variável aleatória e assim, a cada nova observação, decidi-se entre continuar ou interromper a amostragem. Quando a inferência Bayesiana é aliada a este tipo de amostragem, a “*posteriori passada*” se comporta como uma “*priori presente*” e é atualizada a partir da nova observação de dados. Este aprendizado Bayesiano pode ser útil para avaliar taxa de infestação de insetos. Assim, o trabalho objetivou estimar o parâmetro θ da Poisson utilizando tal técnica e aplicá-la a contagem de galhas de psílideos em alecrim. Estudou-se, via simulação, o grau de informatividade da *priori*, construindo-se os intervalos de credibilidade. Avaliou-se também a função custo e sua relação com o tamanho amostral. A estimação foi prejudicada apenas nos casos de *prioris* com média muito distante do θ com baixa variância, principalmente nos casos em que o custo foi considerado baixo. A taxa de infestação média foi de 0,79 galhas/planta.

Termos para indexação: distribuição Gama, variância *a posteriori*, risco Bayesiano.

¹ Doutora em Estatística e Experimentação Agropecuária. Universidade Federal de São João Del Rei/UFSJ, São João Del Rei, Campus CTAN Av. Visconde do Rio Preto, s/nº - São João del Rei, MG CEP: 36301-360. E mail: carlabrighenti@ufsj.edu.br

² Graduanda em Zootecnia Universidade Federal de São João Del Rei/UFSJ, São João Del Rei, Campus CTAN Av. Visconde do Rio Preto, s/nº - São João del Rei, MG CEP: 36301-360. E mail: naninha_mr@yahoo.com.br

³ Doutor em Entomologia, Universidade Federal de São João Del Rei/UFSJ, São João Del Rei, Campus CTAN Av. Visconde do Rio Preto, s/nº - São João del Rei, MG CEP: 36301-360. E mail: deodoro@ufsj.edu.br

1. Introdução

O Manejo Integrado de Pragas (MIP) é uma estratégia que prioriza a utilização da resistência natural da cultura para o combate de pragas e patógenos, limitando os efeitos potenciais dos pesticidas químicos ao meio ambiente. Caracteriza-se pela preocupação em desenvolver técnicas que interfiram o mínimo possível no meio ambiente (Fernandes et al. 2002). Essa estratégia tem sido muito utilizada para o monitoramento de pragas em diversas culturas tais como o bicho mineiro do cafeeiro (*Perileucoptera coffella*), a lagarta do algodão (*Alabama argillacea*), os ácaros da falsa ferrugem (*Phyllocoptruta oleivora*) nos citros, traça do tomateiro (*Tuta absoluta*) e a lagarta do milho (*Spodoptera frugiperda*) (Gravena, 1984). A coleta de dados para este monitoramento pode ser realizada através da análise do crescimento das plantas, do índice de área foliar e a da taxa de crescimento relativo, como realizado por Castro (1974) em pragas do amendoineiro, na qual foram avaliadas 150 plantas e os dados submetidos a simples análise gráfica. Outra possibilidade foi utilizada por Scarpellini & Nakamura (2002), na contagem do número de tripes (ninfas) de *Enneothrips flavens* presentes nos folíolos fechados do ponteiro da cultura do amendoim *Arachis hypogaea* L. que utilizou tamanho fixo de amostra num delineamento em blocos ao acaso com posterior transformação de dados para realização de Análise de Variância e teste Tukey para comparação de médias. Jordao e Nakano (2002) realizaram os mesmos procedimentos para praga do tomateiro além de análises físicas e químicas.

Para o desenvolvimento satisfatório do MIP em um agroecossistema se faz necessário a utilização de um tipo de amostragem rápida e eficiente para o controle dessas pragas, sendo a amostragem sequencial a ferramenta mais utilizada atualmente para esse propósito (Fernandes et al, 2002). A amostragem sequencial, desenvolvida por Wald em 1943, está sendo cada vez mais usada nos programas de MIP, uma vez que visa minimizar os custos, sem que haja uma redução na precisão dos resultados obtidos (Chiaradia et al, 2007). Sendo aplicada para avaliar a infestação de insetos nas culturas, para a tomada de decisão em relação à escolha de áreas mais ou menos atingidas por algum inseto e sobre o uso de inseticidas.

Os métodos sequenciais clássicos apresentam inúmeras aplicações como, por exemplo, no controle de infestação de pragas (Sgrillo et al., 1995), na determinação de cobre, alumínio e ferro nos solos brasileiros (Costa et al., 2002); controle das infecções hospitalares (Prade, 1986), dentre outros.

Duas metodologias são bastante utilizadas para desenvolver planos de amostragem sequencial, o teste sequencial da razão de probabilidades de Wald (1947) e o intervalo de confiança de Iwao (1975) (Estefanel, 1977; Bianco, 1995; Peng & Brewer, 1995; Farias, 1996). O teste sequencial da razão de probabilidades (TSRP) tem o objetivo de testar, com reduzido de unidades amostrais, a hipótese nula H_0 versus H_1 , ou seja, no caso do MIP, a rejeição de H_0 indica a necessidade de controle da praga, e sua aceitação, a não aplicação de métodos de controle (Fernandes et al., 2002). Já o intervalo de confiança de Iwao se apoia no teorema central do limite, que consiste em adaptar um intervalo de confiança em torno da média, gerando duas curvas divergentes, chamadas linhas de decisão do plano para testar a hipótese de que a infestação da população está abaixo do nível de controle (Neto et al., 1999).

Contudo, a validação do plano de amostragem sequencial depende de aspectos regionais e sazonais. Uma maneira de incorporar as informações referentes a esses aspectos é atualizar o plano de amostragem por meio de técnicas Bayesianas, incorporando uma informação a *priori* (Garthwaite, 1995; Pham-Gia, 1998).

Na literatura verifica-se atualmente o uso da análise Bayesiana associada a técnicas de amostragem sequencial, como no melhoramento genético de plantas para recomendação de um cultivar ou no agrupamento de expressões gênicas (Nascimento, 2012). Na área de economia: no estudo da previsão de demanda de mercado (Sasaqui, 2004) e em restrições financeiras e decisões de investimento em empresas (Kalatzis et al., 2006). Brighenti et al., 2011 utilizaram a análise sequencial bayesiana para a seleção de áreas atingidas por praga.

No caso da utilização da análise sequencial Bayesiana na estimação de um parâmetro θ , a perda sequencial é denotada por $Perda(\theta, \delta, n)$, ou seja, o valor da perda neste caso é dependente da regra de decisão do procedimento sequencial δ e do tamanho amostral n . A função risco de um procedimento sequencial d é a esperança da perda dada por $R(\theta, d) = E_{\theta} [Perda(\theta, \delta_N(X^N), N)]$ e o risco de Bayes definido por $r(\pi, d) = E^{\pi} [R(\theta, d)]$. Uma regra de decisão d^* é ótima se tem risco mínimo, isto é, $R(d^*) < R(d), \forall d$. Esta regra será denominada regra de Bayes e seu risco, risco de Bayes, então definido por $r(\pi) = \inf_d r(\pi, d)$, sendo assim o menor entre todos os riscos, dada *a priori* π (Berger, 1985). Assim sendo, a ideia geral em análise sequencial Bayesiana é que após cada observação realizada deve-se comparar o risco de Bayes *a posteriori* de tomar uma decisão imediata com o risco de Bayes *a posteriori* esperado que será obtido se mais observações são tomadas (Berger, 1985).

Nota-se que a estimação da taxa média de infestação, por exemplo, de plantas de alecrim do campo (*Baccharis dracunculifolia*) atingidas pelo inseto galhador (*Baccharopelma dracunculifoliae*) da família Psilidae, torna-se um objeto de pesquisa, no qual, a utilização de métodos inferenciais, especificamente inferência bayesiana, agrega informações plausíveis de serem atualizadas que auxiliarão na tomada de decisão de um produtor na escolha de áreas de acordo com a taxa de infestação.

Dessa maneira, o objetivo desse trabalho é estimar por meio da metodologia sequencial bayesiana, o parâmetro θ da distribuição de Poisson, aplicando esse método de estimação em dados reais de infestação de galhas do psíldeo *Baccharopelma dracunculifoliae* no alecrim do campo, *Baccharis dracunculifolia*.

2. Metodologia

A distribuição *a posteriori* da Poisson inicialmente foi obtida a partir da verossimilhança e da *priori* para θ .

Utilizando a distribuição *a posteriori*, após n observações foi calculada a variância *a posteriori* a partir da variância *a priori* pelo método dos momentos (Mood et al., 1974).

Em procedimento sequencial, extraem-se elementos de uma amostra, um por vez, e depois que cada amostra é observada, utiliza-se um critério de parada. A partir deste será tomada a decisão (rejeição/aceitação de uma hipótese ou estimação de um parâmetro) ou a continuação da observação de amostras.

Para a obtenção do critério de parada, foi considerada a função perda quadrática $Perda = (\theta - \hat{\theta})^2 + C(n)$, em que $C(n) > 0$ é o custo de tomar uma amostra de tamanho n .

Para estimar θ , foi calculada a esperança da variância *a posteriori* a qual permite estimar a quantidade $r_0(\pi^n, n)$ que representa o menor risco de Bayes que pode ser atingido uma vez que x^n foi observado, sendo π^n a densidade *a priori* em Θ após n observações.

Para decidir se deve ou não parar a amostragem, deve-se então comparar o risco de uma decisão imediata com o risco de continuar a amostragem.

Utilizou-se como procedimento de inspeção sequencial o procedimento “olhar à frente” a um passo, em que o tempo de parada é o primeiro n para o qual $r_0(\pi^n, n) \leq r^1(\pi^n, n)$, r_0 é o risco de Bayes imediato e r^1 é o risco após observado mais 1 valor de x .

Para estimar o parâmetro da distribuição de Poisson, considerando o tamanho da amostra como variável aleatória, definida por uma regra de decisão sequencial baseada na avaliação da função perda, inicialmente estudou-se via simulação o grau de informatividade da distribuição *a priori* em relação à distribuição *a posteriori*.

Para obtenção dos resultados e validação do método proposto foi elaborada uma rotina no programa R 2.13.1 (R Development Core Team, 2011). Foram geradas sequencialmente amostras de uma população Poisson, seguindo os valores paramétricos fixados em $\theta = 0.1, 1, 5, 10$, mantendo-se um truncamento do tamanho amostral no procedimento em $N < 1000$.

Para definição dos parâmetros da *priori* Gama adotou-se como critério utilizar-se os valores dos hiperparâmetros tal que os valores de α e β produzissem a média da distribuição a *priori* coincidente com o valor exato de θ da população e outros dois valores sendo um maior e outro menor que θ . Assim também, para a variância da *priori* foram adotados um valor 10 vezes menor que a média e outro 2 vezes maior que a média em cada simulação. Em relação ao custo foram adotados três entre os valores 10^{-2} , 10^{-3} , 10^{-4} , 10^{-5} , de acordo com o critério de truncamento.

Após o processo de simulação da população e definição da *priori* e custo, foram calculados o risco imediato e o risco esperado de acordo com cada valor obtido sequencialmente. Os valores eram comparados e gerada nova amostra até que $r_0(\pi^n, n) \leq r^1(\pi^n, n)$. A estimativa do parâmetro da população era então calculada a partir da média da distribuição a *posteriori* obtida até então, assim como a variância da *posteriori* que equivale a perda estimada. A partir da distribuição a *posteriori* foi também estabelecido o intervalo de credibilidade a 95% de confiança.

Neste trabalho, a variável aleatória X representou o número de galhas do psílídeos encontrados em cada planta de alecrim do campo, cujo interesse é estimar θ , a taxa média de infestação do inseto galhador.

As coletas de dados em campo foram realizadas na cidade de Resende Costa localizada na microrregião de São João Del Rei, com latitude S 21° 08' 00'' e longitude W 44° 15' 40'' em altitude de 898 *m* e índice médio pluviométrico anual de 1470 *mm*.

Foram avaliadas sequencialmente as plantas de alecrim a cada avaliação o número de galhas de psílídeos foi contado e calculados o risco imediato e o esperado. Estes foram comparados e a decisão de continuar a amostragem foi tomada, após interromper a amostragem foi realizada a estimação do parâmetro θ .

A estimação de θ da distribuição de Poisson também foi realizada através do modo frequentista para comparação dos resultados com o método bayesiano. Inicialmente foi realizado o cálculo do valor do parâmetro θ , sendo ele representado pela média da quantidade de psílídeos *B. dracunculifoliae* encontrados nas plantas de alecrim do campo, *B. dracunculifolia*, seguindo o modelo de Poisson.

Para verificar o ajustamento de dados a distribuição de Poisson foi realizado o teste Qui quadrado para aderência (Andrade & Ogliari, 2007).

3. Resultados e Discussão

Sejam X_1, X_2, \dots , observações tomadas sequencialmente de uma distribuição Poisson com média θ e considere a função perda quadrática $L = (\theta - \hat{\theta})^2$ para estimar θ . A família de distribuições conjugadas é a distribuição Gama (α, β) e a *priori* conjugada para θ será:

$$\pi(\theta | \alpha, \beta) \propto \theta^{\alpha-1} e^{-\beta\theta}, \quad \theta > 0$$

Após tomadas n observações, $x_n = x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, a distribuição a *posteriori* é dada por:

$$\pi^n(\theta | x_n) \propto L(x_n | \theta) \cdot \pi(\theta | \alpha, \beta)$$

Então

$$\pi^n(\theta | x_n) \propto \left\{ \sum_{i=1}^n \theta^{x_i} e^{-\theta} \right\} \cdot \theta^{\alpha-1} e^{-\beta\theta}$$

$$\pi^n(\theta | x_n) \propto \theta^{\alpha + \sum x_i - 1} e^{-(\beta+n)\theta}$$

$$\pi^n(\theta | x_n) \propto \theta^{\alpha'-1} e^{-(\beta')\theta}$$

em que $\alpha' = \alpha + \sum x_i$ e $\beta' = \beta + n$. Então a distribuição a *posteriori* é também uma distribuição Gama (α', β') (Garthwaite, 1995).

Para a distribuição a *priori* Gama (α, β) , a média é dada por $\mu_{\text{priori}} = \frac{\alpha}{\beta}$ e sua variância $\text{var}_{\text{priori}} = \frac{\alpha}{\beta^2}$. Para a distribuição a *posteriori* de θ dada pela distribuição Gama

com parâmetros $\alpha' = \left(\alpha + \sum_{i=1}^n x_i \right)$, $\beta' = (\beta + n)$ média e a variância serão:

$$\mu_{\text{post}} = \frac{\alpha'}{\beta'} = \frac{\alpha + \sum_{i=1}^n x_i}{(\beta + n)} \quad \text{e} \quad \text{var}_{\text{post}} = \frac{\alpha'}{\beta'^2} = \frac{\left(\alpha + \sum_{i=1}^n x_i \right)}{(\beta + n)^2},$$

n.

No caso do processo de Poisson e incluindo o custo por observação, o risco de Bayes de tomar uma decisão após observar n amostras, ou risco imediato, será:

$$r_0(\pi^n, n) = E\left[(\theta - \hat{\theta})^2\right] = \text{Var}_{\text{post}}(n) = \frac{\alpha'}{\beta'^2} + \sum_{i=1}^n c_i$$

Supondo que seja necessário tomar exatamente m observações adicionais, o risco de Bayes neste procedimento sequencial bayesiano *look-ahead* a m passos, ou risco esperado a *posteriori*, é:

$$r^m(\pi^n, n) = E[\text{Var}_{\text{post}}(n)] = E\left[\frac{\alpha' + \sum_{i=n+1}^{n+m} x_i}{(\beta' + m)^2} \mid x_n\right] + \sum_{i=1}^{n+m} c_i$$

$$r^m(\pi^n, n) = \frac{\alpha' + \sum_{i=n+1}^{n+m} E[x_i \mid x_n]}{(\beta' + m)^2} + \sum_{i=1}^{n+m} c_i$$

Como $E[x_i \mid \theta] = \theta$ e $E[\theta \mid x_n] = \frac{\alpha'}{\beta'}$, após tomadas as n primeiras observações, e

$$E[x_i \mid x_n] = \frac{\alpha'}{\beta'}, \text{ para } i = n+1, n+2, \dots$$

Então:

$$r^m(\pi^n, n) = \frac{\alpha' + m(\alpha'/\beta')}{(\beta' + m)^2} + \sum_{i=1}^{n+m} c_i$$

O critério de parada para um procedimento *look-ahead* a um passo, ou seja, quando $m = 1$, é o primeiro n para o qual $r_0(\pi^n, n) \leq r^1(\pi^n, n)$.

Considerando que o custo de tomar cada observação seja igual a c em todos os casos, a regra é interromper o processo de parada após observar x_n se, e somente se,

$$\frac{\alpha'}{\beta'^2} + nc \leq \frac{\alpha' + (\alpha'/\beta')}{(\beta'+1)^2} + (n+1)c$$

Fazendo $Var_{post}(n) = \frac{\alpha'}{\beta'^2}$, tem-se:

$$Var_{post}(n) + nc \leq \frac{(\beta')}{(\beta'+1)} Var_{post}(n) + (n+1)c$$

$$Var_{post}(n) - \frac{(\beta')}{(\beta'+1)} Var_{post}(n) \leq c$$

$$Var_{post}(n) \left[1 - \frac{(\beta')}{(\beta'+1)} \right] \leq c$$

Teorema

Tenha θ a priori Gama (α, β) e seja a função perda $L(\theta, a, n) = (\theta - a)^2 + \sum_{i=1}^n c_i$,

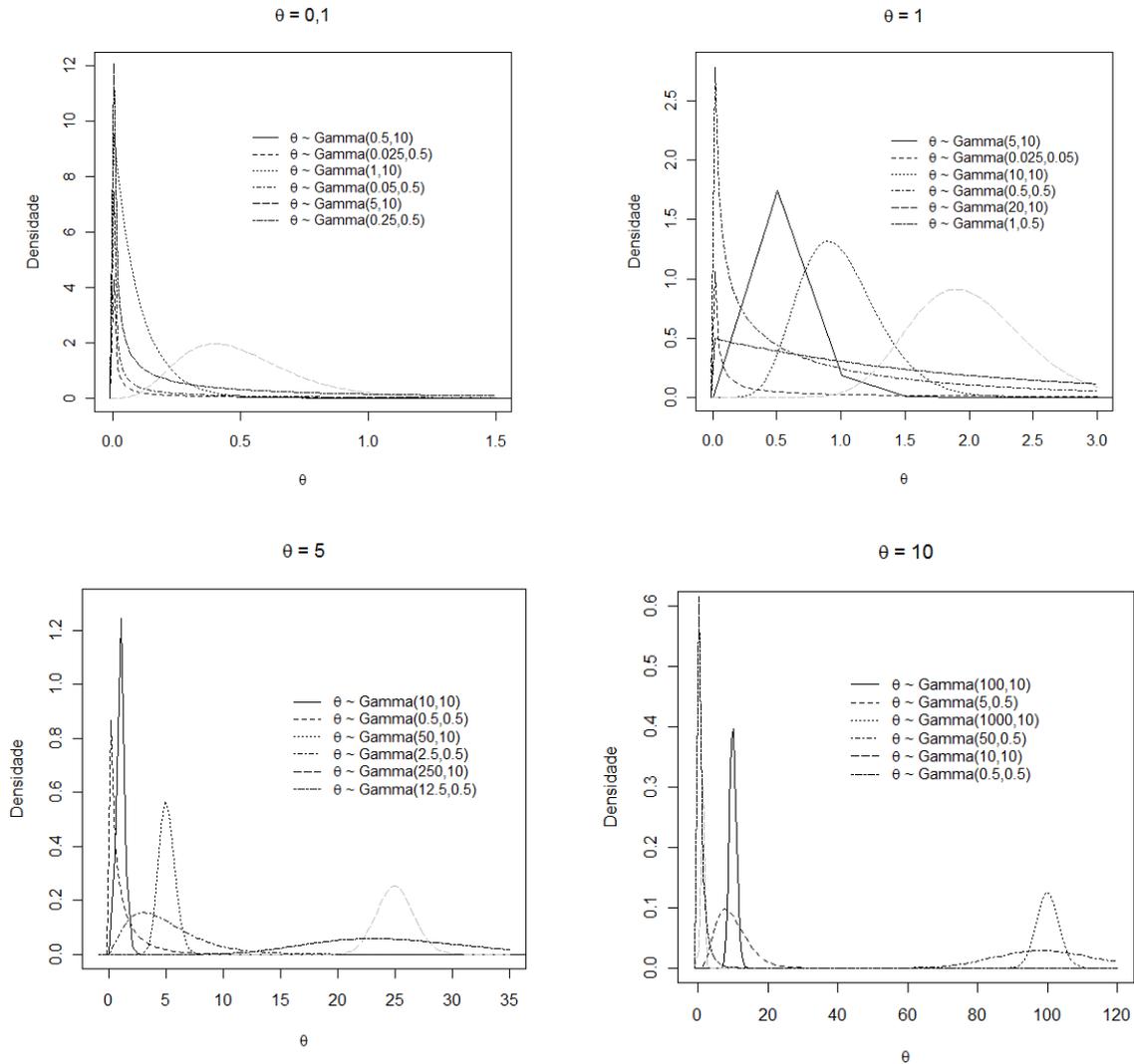
em que $\sum_{i=1}^n c_i = C(n) > 0$ é o custo de tomar uma amostra de tamanho n . Se

$C(N+1) - C(n) \geq \gamma$ para todo n para uma constante positiva γ , então o critério de parada para a estimação de θ , o parâmetro da Poisson, é dada por

$$Var_{post}(n) \left[1 - \frac{(\beta')}{(\beta'+1)} \right] \leq c.$$

Para estudar via simulação o grau de informatividade da distribuição *a priori* em relação a distribuição *a posteriori*, considerou-se alguns parâmetros da Gama, que poderiam modelar diferentes distribuições *a priori*. A Figura 1 a seguir apresenta as curvas das densidades *a priori* geradas a partir de rotina no R, de acordo com cada parâmetro populacional θ estimado.

Figura 1 – Diferentes distribuições *a priori* Gama adotados em função dos parâmetros θ simulados



A partir dos valores estabelecidos para *a priori* e o custo obtiveram-se as estimativas para o parâmetro θ (Tabelas 1, 2, 3 e 4 no apêndice), seguindo o algoritmo a seguir:

Algoritmo para estimação sequencial do parâmetro da Poisson

Passo 1 → Entrar com os seguintes valores:

- hiperparâmetros (α, β) para estabelecimento da distribuição *a priori*,
- custo (C),
- tamanho da amostra (n) e

- soma dos valores obtidos $\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)$ até a amostragem n .

Obs.: Os valores de n e $\sum_{i=1}^n x_i$ devem ser atualizados a cada amostragem;

Passo 2 → Cálculo dos parâmetros da distribuição *a posteriori*:

$$\alpha' = \alpha + \sum_{i=1}^n x_i \quad \beta' = \beta + n$$

Passo 3 → Cálculo dos riscos imediato e esperado:

$$r_0 = \frac{\alpha'}{\beta'^2} + \sum_{i=1}^n c_i \quad r^1 = \frac{\alpha'(\alpha' + \beta')}{(\beta' + 1)^2} + \sum_{i=1}^{n+1} c_i$$

Passo 4 → Regra decisória:

- **Continue** – enquanto $r^1 < r_0$, atualizar n (acrescentar uma unidade) e $\sum_{i=1}^n x_i$ (somar o valor encontrado).

- **Pare** – quando $r^1 > r_0$, fazer o cálculo da média da *posteriori* dada por:

$$\mu_{post} = \frac{\alpha'}{\beta'}, \text{ que corresponde ao valor da estimativa do parâmetro da}$$

Poisson.

Para estimação do parâmetro da Poisson igual a 0,1, via simulação, utilizou-se custos iguais a 10^{-3} , 10^{-4} ou 10^{-5} . Os valores dos hiperparâmetros foram calculados pelo sistema de equações obtido supondo a média da *priori* igual ao próprio parâmetro 0,1 ou 0,05 ou ainda 0,5, sendo para a variância atribuído um valor 10 vezes menor que a média da *priori* ou o seu dobro (Tabela 1 no apêndice). Utilizando estes critérios foram estabelecidos 18 casos. Em apenas três destes, o intervalo de credibilidade não continha o verdadeiro valor do parâmetro, sendo que todos foram provenientes de um custo maior por observação (10^{-3}), o que resultou em tamanhos de amostras muito pequenos, prejudicando a estimação. A exceção para este custo de amostragem se deu quando a média da *priori* coincidia com o valor do parâmetro, evidenciando que, no caso de custo maior, a *priori* tem grande influência.

Para estimação do parâmetro da Poisson igual a 1, via simulação, utilizou-se custos iguais a 10^{-2} , 10^{-3} ou 10^{-4} . Os valores dos hiperparâmetros foram calculados pelo sistema de equações obtido supondo a média da *priori* igual ao próprio parâmetro 1 ou a metade do parâmetro (0,5) ou ainda um valor duas vezes maior (2), sendo para a variância atribuído um valor 10 vezes menor que a média da *priori* ou o seu dobro (Tabela 2 no apêndice). Em apenas dois destes, o intervalo de credibilidade não continha o verdadeiro valor do parâmetro. No caso θ igual a 1 não foi possível identificar influência da *priori* e nem do custo; os casos em que o intervalo de credibilidade não contém o valor real não seguiram um padrão.

Para estimação do parâmetro da Poisson igual a 5, via simulação, utilizou-se custos iguais a 10^{-2} , 10^{-3} ou 10^{-4} . Os valores dos hiperparâmetros foram calculados pelo sistema de equações obtido supondo a média da *priori* igual ao próprio parâmetro 5 ou 1 ou ainda o quadrado do parâmetro (25), sendo para a variância atribuído um valor 10 vezes menor que a média da *priori* ou o seu dobro (Tabela 3 no apêndice). Em quatro destes, o intervalo de credibilidade não continha o verdadeiro valor do parâmetro, sendo que três ocorreram quando utilizou-se a *priori* Gama (250, 10), ou seja, provenientes de uma média alta (25) e variância pequena, independente do custo por amostragem a *priori* teve alto grau de informatividade quando a sua média foi distante da real com variância pequena. Portanto, a *priori* Gama (250, 10) influenciou negativamente na tomada de decisão, mesmo com o tamanho amostral elevado. A outra estimativa que o intervalo de credibilidade não continha o verdadeiro valor do parâmetro foi para Gama (10,10), isso ocorreu devido ao reduzido número de amostras.

Para estimação do parâmetro da Poisson igual a 10, via simulação, utilizou-se custos iguais a 10^{-2} , 10^{-3} ou 10^{-4} . Os valores dos hiperparâmetros foram calculados pelo sistema de equações obtido supondo a média da *priori* igual ao próprio parâmetro 10 ou 1 ou ainda o quadrado do parâmetro (100), sendo para a variância atribuído um valor 10 vezes menor que a média da *priori* ou o seu dobro (Tabela 4 no apêndice).

Em quatro destes, o intervalo de credibilidade não continha o verdadeiro valor do parâmetro, sendo que independente do custo, os intervalos foram aqueles em que a média da *priori* é muito distante da real e a variância pequena, tal como no caso anterior. Sendo assim, a *priori* Gama (1000, 10) influenciou negativamente na tomada de decisão, mesmo com o tamanho amostral elevado.

A técnica de estimação sequencial bayesiana no modelo de Poisson foi aplicada a conjunto de dados reais obtido da contagem de psílídeos em alecrim na Fazenda Samambaia, microrregião de São João Del Rei.

Foi considerado o custo por observação igual a 10^{-3} , média e variância da *priori* iguais a 1 e 2 respectivamente, a partir desses valores obteve-se como hiperparâmetros $\alpha=0,5$ e $\beta=0,5$.

Foram observadas sequencialmente, plantas do alecrim do campo, verificando-se quantidade de galhas de psílídeo *B. dracunculifoliae* presentes em cada planta, obtendo-se o seguinte resultado para a estimação sequencial Bayesiana:

- Planta 1 - 2 galhas

$$\alpha' = 2,5 \quad \beta' = 1,5$$

$$r_0 = \frac{2,5}{(1,5)^2} + 0,001(1) = 1,112$$

$$r^1 = \frac{2,5 + (2,5/1,5)}{(1,5+1)^2} + 0,001(1+1) = 0,668$$

Como $r_0 > r^1$ continua-se a amostragem

- Planta 2 - 0 galhas

$$\alpha' = 2,5 \quad \beta' = 2,5 \quad r_0 = \frac{2,5}{(2,5)^2} + 0,001(2) = 0,402$$

$$r^1 = \frac{2,5 + (2,5/2,5)}{(2,5+1)^2} + 0,001(1+2) = 0,288$$

Como $r_0 > r^1$ continua-se a amostragem

- Planta 3 - 6 galhas

$$\alpha' = 8,5 \quad \beta' = 3,5$$

$$r_0 = \frac{8,5}{(3,5)^2} + 0,001(3) = 0,697$$

$$r^1 = \frac{8,5 + (8,5/3,5)}{(3,5+1)^2} + 0,001(1+3) = 0,544$$

Como $r_0 > r^1$ continua-se a amostragem

- Planta 28 - 0 galhas

$$\alpha' = 22,5 \quad \beta' = 28,5$$

$$r_0 = \frac{22,5}{(28,5)^2} + 0,001(28) = 0,0557001$$

$$r^1 = \frac{22,5 + (22,5/28,5)}{(28,5+1)^2} + 0,001(1+28) = 0,0557618$$

Como $r_0 < r^1$ interrompe-se a amostragem com $n=28$, sendo o parâmetro estimado igual a $\mu_{post} = \frac{\alpha'}{\beta'}$, neste caso dada por $\mu_{post} = \frac{22,5}{28,4} = 0,7895$.

Assim, na área de alecrim da Fazenda Samambaia pode-se inferir que a infestação equivale em média a 0,79 galhas de psíldeos por plantas. Assim esta seria uma área adequada a produção de própolis verde pois possui média de infestação inferior a 1 galha/planta.

A estimação do parâmetro da Poisson, correspondente a média da quantidade de galhas de *B. dracunculifoliae* encontrados em plantas de alecrim do campo, também foi realizada através do modo frequentista, considerando o valor final de n como o tamanho encontrado no modo sequencial Bayesiano.

O cálculo do valor do parâmetro da distribuição de Poisson (θ), de acordo com os dados observados (Tabela 5) é obtido por:

$$\theta = 0\left(\frac{19}{28}\right) + 1\left(\frac{3}{28}\right) + 2\left(\frac{2}{28}\right) + 3\left(\frac{3}{28}\right) + 4\left(\frac{0}{28}\right) + 5\left(\frac{0}{28}\right) + 6\left(\frac{1}{28}\right) = 0,78$$

$$\boxed{\theta = 0,78}$$

A partir do valor de θ foi feito o cálculo da probabilidade de se encontrar 0,1,2,... galhas de psíldeos por planta. Os valores para cada probabilidade estão na terceira coluna da tabela, calculados conforme o exemplo a seguir.

$$\text{Prob}(Y = 0) = \frac{e^{-0,78} (0,78)^0}{0!} = 0,4584 = 45,84\%$$

Dentre as plantas observadas, o número esperado de galhas encontrados em cada planta está na quarta coluna da tabela e é dado por:

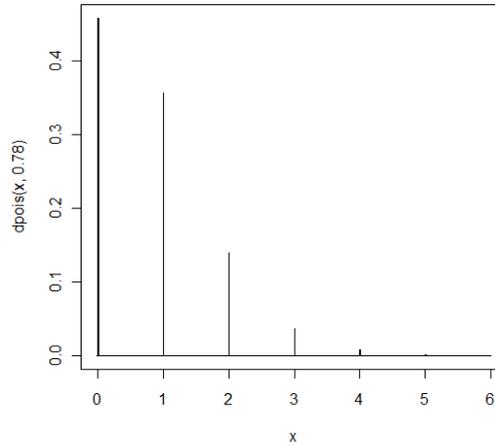
$$n^{\circ} \text{ esperado (0 psilídeos)} = 28(0,4584) = 12,835$$

Tabela 5 – Resultado da contagem de psilídeos em 28 plantas e seus respectivos valores de probabilidade e número esperado de plantas de acordo com a distribuição de Poisson.

Quantidade de galhas (X)	Nº de plantas observado	Probabilidade de ocorrência de X (%)	Nº de plantas esperado	Desvio (Observado – Esperado)
0	19	45,84	12,835	6,16
1	3	35,76	10,012	-5,94
2	2	13,94	3,905	-1,49
3	3	3,63	1,015	2,09
4	0	0,71	0,198	-0,18
5	0	0,11	0,031	-0,03
6 ou >	1	0,01	0,004	1,00
Total	28	100	28	

Como as frequências esperadas, supondo uma distribuição de Poisson com parâmetro $\theta = 0,78$, para a variável contagem de galhas de psilídeos em plantas de alecrim do campo, são próximas das frequências observadas, de acordo com os pequenos desvios, apresentados na quinta coluna da tabela, concluiu-se que a infestação de psilídeos *B. dracunculifoliae* em alecrim do campo possivelmente segue uma distribuição de Poisson (Figura 2).

Figura 2 – Distribuição de Poisson com parâmetro 0,78



Para verificar o ajustamento do conjunto de dados reais a distribuição de Poisson foi utilizando o teste de Qui-quadrado para aderência.

$$\chi^2_{cal} = \frac{\sum (\text{Observado} - \text{Esperado})^2}{\text{Esperado}}$$

$$\chi^2_{cal} = \frac{(19-13)^2}{13} + \frac{(3-10)^2}{10} + \frac{(2-4)^2}{4} + \frac{(3-1)^2}{1} + \frac{(0-0)^2}{0} + \frac{(0-0)^2}{0} + \frac{(1-0)^2}{0}$$

$$\chi^2_{cal} = 2,77 + 4,9 + 1 + 4 + 0 + 0 + 0$$

$$\chi^2_{cal} = 12,59 \quad \chi^2_{tab(5\%)} = 1,635$$

Como $\chi^2_{cal} > \chi^2_{tab}$, aceita-se a hipótese nula a nível de significância de 5% de que o conjunto de dados da contagem de psíldeos em alecrim pode ser considerado como proveniente de uma distribuição de Poisson.

4. Conclusão

A simulação foi uma técnica eficiente para otimizar os planos de amostragem sequencial por meio de técnicas bayesianas. E possibilitou estimar o parâmetro da distribuição de Poisson (θ), a taxa média da infestação de galhas de psilídeo *Baccharopelma dracunculifoliae* no alecrim do campo, *Baccharis dracunculifolia*.

Verificou-se via simulação que quando o parâmetro é mais próximo do valor real, independente da variância, as estimativas são adequadas. Para variâncias altas e custo alto, a estimativa é adequada apenas para grandes tamanhos de amostra. No entanto, quando os valores de média são distantes do parâmetro real, a variância da *priori* tem influência direta, quando o custo é alto. O tamanho amostral é diretamente proporcional a variância da *priori*. Para custo baixo, a *priori* influencia apenas no tamanho da amostra. O grau de informatividade da *priori* foi alto quando a sua média foi distante da real com variância pequena, independente do custo por amostragem.

A partir da técnica de estimação estudada foi possível estabelecer um algoritmo para ser utilizado na estimação em experimentos de campo, realizando-se a amostragem sequencial concomitante ao cálculo dos riscos para a tomada de decisão.

Na área avaliada, utilizando-se a técnica de estimação sequencial Bayesiana, foi obtida uma taxa média de infestação de galhas de psilídeos *B. dracunculifoliae* igual a 78,95%, valores muito próximos também foram encontrados quando utilizada a estimação frequentista.

Referências bibliográficas

- ANDRADE, D. F.; OGLIARI, P. J. Estatística para as Ciências Agrárias e Biológicas: com noções de experimentação. Florianópolis: UFSC, 2007.
- BERGER, J. O. Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis. Second Edition. New York: Springer-Verlag, 1985.
- BRIGHENTI, C. R. G., RESENDE, M., & BRIGHENTI, D. M. Estimacão sequencial Bayesiana aplicada à proporo de infestaco de psilídeos em alecrim do campo. Rev. Bras. Biom, v.29, n.2, p.342-354, 2011.
- CASTRO, P.R. C. Análise de crescimento do amendoimzeiro (*Arachis hypogaea* L.) com relao à infestaco de pragas. Anais da E. S. A. Luiz de Queiroz. Volume XXXI. 1974.
- COSTA, A.C.S ; ALMEIDA V. C.; LENZI, E.; NOZAKI, J. Determinaco de cobre, alumínio e ferro em solos derivados do basalto através de extraoes sequenciais. Química Nova, 2002.
- FAGUNDES, M.; NEVES, F. S.; FERNANDES, G. W. Direct and indirect interactions involving ants, insect herbivores, parasitoids, and the host plant *Baccharis dracunculifolia* (Asteraceae). Ecological Entomology. 30: 1, 28-35. 2005.
- FARIAS, P. R. S.; BARBOSA, J. C.; BUSOLI A. C. Amostragem Seqüencial (Presença-Ausência) para *Spodoptera frugiperda* (J.E. Smith) (Lepidoptera: Noctuidae) na Cultura do Milho. Neotropical Entomology 30(4): 691-695, 2006.
- FERNANDES, M. G.; BUSOLI A. C.; BARBOSA, J. C. Amostragem seqüencial de *Spodoptera frugiperda* (J. E. Smith, 1797) (Lepidoptera, noctuidae) em algodoeiro. Revista Brasileira Agrociência, v. 8, n. 3, p. 213-218, 2002.
- GARTHWAITE, P. H.; JOLLIFFE, I; JONES, BYRON. Statistical Inference. London: Prentice Hall. p.114-131,1995.
- GRAVENA, S. Manejo integrado de pragas dos citros. Laranja, Cordeirópolis, n. 5, p. 323-361, nov. 1984.
- IWAO, S. A new method of sequential samplig to classify populations relative to a critical density. Research on Population Ecology, Kyoto, v.16, p.281-288, 1975.
- JORDAO, A. L.; NAKANO, O. Ensacamento de frutos do tomateiro visando ao controle de pragas e à reduo de defensivos. Sci. agric. (Piracicaba, Braz.), Piracicaba, v. 59,n. 2, June 2002 .
- KALATZIS, A. E. G.; AZZONI, C. R.; ACHCAR , J. A. Uma abordagem bayesiana para decisões de investimentos. Pesqui. Oper. vol. 26 no. 3, Rio de Janeiro Sept./Dec. 2006.
- MOOD, A. M. ; GRAYBILL, F. A.; BOES, D. C. Introduction to the Theory of Statistics. Third Edition. Open University Pres, 1974.
- NASCIMENTO, M.; FERREIRA, R. A.; SANTOS, P. M.; NASCIMENTO, A. C. C.; SILVA, F. F.; BARROSO, L. M. A. Influência do número de observaoes no agrupamento de perfis de expressão gnica temporal. Enciclopdia Biosfera, Centro Científico Conhecer - Goinia, v.9, n.17; p. 2953 -2959. 2012.
- PENG, C.; BREWER, G.J. Sampling plans for estimating a chene damage by the red sunflower seed weevil (Coleoptera: Curculionidae). Canadian Entomology, Ottawa, v.127, p.7-14, 1995.
- PHAM-GIA, T. Distribution of the stopping time in bayesian sequential sampling. Australian & New Zealand Journal of Statistics, 40, p. 221-227, 1998
- PRADE, S. S. Método de controle das infecoes hospitalares orientado por problemas. bases.bireme.br. Mednews, 1986.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria, 2011. ISBN 3-900051-07-0. Disponível em <http://www.r-project.org>

RAIFFA, H.; SCHLAIFER, R. Applied Statistical Decision Theory. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1961.

SASAQUI, C. S. Utilização sequencial de projeto de experimentos e inferência bayesiana na previsão da demanda. Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Sistemas e Computação do Instituto Militar de Engenharia. Rio de Janeiro. 2004.

SCARPELLINI, J.R; NAKAMURA, G. Controle do tripses *Enneothrips flavens* (Moulton, 1941) (Thysanoptera: Thripidae) e efeito na produtividade do amendoim. Arq. Inst. Biol., São Paulo, v.69, n.3, p.85-88, jul./set., 2002.

SGRILLO, R.B.; LUZ, E.; ARAUJO, K.R.P. Método de amostragem seqüencial para avaliação do nível de infecção em áreas de cacau afetadas pela vassoura-de-bruxa na Bahia. Agrotrópica. 1995.

WALD, A. Sequential analysis. New York: J. Wiley, 212p. 1947.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao projeto APQ-01655-10 da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) recebido durante a elaboração deste trabalho além da cuidadosa leitura e sugestões construtivas de um editor associado, que incorporadas no texto, melhoraram-no substancialmente.

Abstract

In sequential analysis, the sample size is a random variable and for each new observation, it is decided whether to continue or stop sampling. When Bayesian inference is added to this type of sampling the "current posterior" behaves as a "new priori" and is updated from the new observation data. This Bayesian learning can be useful to evaluate rate of insect infestation. The study aimed to estimate the Poisson parameter λ using this technique and apply it to the count of gall of psyllids in *Baccharis dracunculifolia*. It was studied by simulation the degree of informativeness of priori, building up the 95% credibility intervals. We also evaluate the cost function and its relation to the sample size. The estimation was impaired only in cases of priors with mean λ far with low variance, especially in cases where the cost was considered low. The average rate of.

Apêndice

Tabela 1 – Estimativas Bayesianas obtidas por amostragem sequencial via simulação, para o parâmetro da distribuição de Poisson, considerando θ igual a 0,1, em que: N = tamanho da amostra, IC_{95%} = Intervalo de Credibilidade a 95%.

Custo	Parâmetros da <i>priori</i>		Média da <i>priori</i>	Variância da <i>priori</i>	N	Parâmetros da <i>posteriori</i>		Média da <i>posteriori</i>	Variância da <i>posteriori</i>	IC _{95%}	Amplitude do IC _{95%}
	Alfa	Beta				Alfa'	Beta'				
10 ⁻³	0,500	10,0	0,05	0,005	1	0,050	11,0	0,005	0,0004	[4,83.10⁻³⁴;0,055]	0,055
	0,025	0,5		0,100	3	0,025	3,5	0,007	0,0020	[1,35.10⁻⁶⁵;0,075]	0,075
	1,000	10,0	0,10	0,010	1	1,000	11,0	0,091	0,0083	[0,0025; 0,3350]	0,332
	0,050	0,5		0,200	16	4,050	16,5	0,245	0,0149	[0,0670; 0,5390]	0,472
	5,000	10,0	0,50	0,050	8	6,000	18,0	0,333	0,0185	[0,1220; 0,6480]	0,526
	0,250	0,5		1,000	6	0,250	6,5	0,038	0,0059	[4,05.10⁻⁸; 0,264]	0,648
10 ⁻⁴	0,500	10,0	0,05	0,005	7	0,500	17,0	0,029	0,0017	[2,88.10 ⁻⁵ ; 0,147]	0,147
	0,025	0,5		0,100	31	3,025	31,5	0,096	0,0030	[0,0199; 0,2306]	0,211
	1,000	10,0	0,10	0,010	17	2,000	27,0	0,074	0,0027	[0,0089; 0,2063]	0,197
	0,050	0,5		0,200	31	3,050	31,5	0,096	0,0031	[0,0203; 0,2318]	0,212
	5,000	10,0	0,50	0,050	35	9,000	45,0	0,200	0,0044	[0,0914; 0,3502]	0,259
	0,250	0,5		1,000	13	0,250	13,5	0,018	0,0014	[1,95.10⁻⁸; 0,127]	0,127
10 ⁻⁵	0,500	10,0	0,05	0,005	101	13,500	111,0	0,121	0,0011	[0,0656; 0,1945]	0,129
	0,025	0,5		0,100	96	9,025	96,5	0,093	0,0010	[0,0428; 0,1636]	0,121
	1,000	10,0	0,10	0,010	64	4,000	74,0	0,054	0,0007	[0,0147; 0,1184]	0,104
	0,050	0,5		0,200	74	4,050	74,5	0,054	0,0007	[0,0149; 0,1186]	0,104
	5,000	10,0	0,50	0,050	110	17,000	120,0	0,141	0,0012	[0,0825; 0,2165]	0,134
	0,250	0,5		1,000	80	5,250	80,5	0,065	0,0008	[0,0219; 0,1317]	0,109

* Os valores destacados em negrito representam os casos em que o verdadeiro valor do parâmetro não pertence ao intervalo de credibilidade.

Tabela 2 – Estimativas Bayesianas obtidas por amostragem sequencial via simulação, para o parâmetro da distribuição de Poisson, considerando θ igual a 1, em que: N = tamanho da amostra, IC_{95%} = Intervalo de Credibilidade a 95%.

Custo	Parâmetros da <i>priori</i>		Média da <i>priori</i>	Variância da <i>priori</i>	N	Parâmetros da <i>posteriori</i>		Média da <i>posteriori</i>	Variância da <i>posteriori</i>	IC _{95%}	Amplitude do IC _{95%}
	Alfa	Beta				Alfa'	Beta'				
10 ⁻²	5,00	10,0	0,5	0,05	1	6,00	11,0	0,545	0,0496	[0,200; 1,060]	0,860
	0,25	0,5		1,00	10	12,25	10,5	1,167	0,1111	[0,607; 1,905]	1,298
	10,00	10,0	1,0	0,10	1	12,00	11,0	1,091	0,0992	[0,563; 1,789]	1,226
	0,50	0,5		2,00	7	4,50	7,5	0,600	0,0800	[0,180; 1,268]	1,088
	20,00	10,0	2,0	0,20	1	22,00	21,0	1,048	0,0499	[0,656; 1,528]	0,872
	1,00	0,5		4,00	10	12,00	10,5	1,143	0,1088	[0,590; 1,874]	1,284
10 ⁻³	5,00	10,0	0,5	0,05	17	19,00	27,0	0,704	0,0261	[0,424; 1,053]	0,629
	0,25	0,5		1,00	14	14,00	24,0	0,583	0,0243	[0,318; 0,926]	0,608
	10,00	10,0	1,0	0,10	23	36,00	33,0	1,091	0,0331	[0,764; 1,475]	0,711
	0,50	0,5		2,00	28	22,50	28,5	0,789	0,0277	[0,497; 1,147]	0,650
	20,00	10,0	2,0	0,20	23	36,00	33,0	1,091	0,0331	[0,764; 1,475]	0,711
	1,00	0,5		4,00	36	47,00	36,5	1,288	0,0353	[0,946; 1,681]	0,735
10 ⁻⁴	5,00	10,0	0,5	0,05	94	113,00	104,0	1,087	0,0104	[0,895; 1,295]	0,400
	0,25	0,5		1,00	94	84,25	94,5	0,892	0,0094	[0,711; 1,091]	0,380
	10,00	10,0	1,0	0,10	86	88,00	96,0	0,917	0,0095	[0,735; 1,117]	0,382
	0,50	0,5		2,00	89	71,50	89,5	0,799	0,0089	[0,624; 0,994]	0,370
	20,00	10,0	2,0	0,20	97	121,00	107,0	1,131	0,0106	[0,938; 1,341]	0,403
	1,00	0,5		4,00	103	111,00	103,5	1,072	0,0104	[0,882; 1,280]	0,398

* Os valores destacados em negrito representam os casos em que o verdadeiro valor do parâmetro não pertence ao intervalo de credibilidade.

Tabela 3 – Estimativas Bayesianas obtidas por amostragem sequencial via simulação, para o parâmetro da distribuição de Poisson, considerando θ igual a 5, em que: N = tamanho da amostra, IC_{95%} = Intervalo de Credibilidade a 95%.

Custo	Parâmetros da <i>priori</i>		Média da <i>priori</i>	Variância da <i>priori</i>	N	Parâmetros da <i>posteriori</i>		Média da <i>posteriori</i>	Variância da <i>posteriori</i>	IC _{95%}	Amplitude do IC _{95%}
	Alfa	Beta				Alfa'	Beta'				
10 ⁻²	10,0	10,0	1	0,1	1	14,0	11,0	1,273	0,1157	[0,696; 2,020]	1,324
	0,5	0,5		2,0	22	113,5	22,5	5,044	0,2242	[4,159; 6,014]	1,855
	50,0	10,0	5	0,5	12	110,0	22,0	5,000	0,2273	[4,109; 5,977]	1,868
	2,5	0,5		10,0	22	109,5	22,5	4,867	0,2163	[3,998; 5,819]	1,821
	250,0	10,0	25	2,5	23	353,0	33,0	10,697	0,3242	[9,610; 11,841]	2,231
	12,5	0,5		50,0	22	116,5	22,5	5,178	0,2301	[4,280; 6,159]	1,879
10 ⁻³	10,0	10,0	1	0,1	56	289,0	66,0	4,379	0,0663	[3,888; 4,898]	1,010
	0,5	0,5		2,0	69	339,5	69,5	4,885	0,0703	[4,379; 5,148]	0,769
	50,0	10,0	5	0,5	59	326,0	69,0	4,725	0,0685	[4,226; 5,251]	1,025
	2,5	0,5		10,0	73	369,5	73,5	5,027	0,0684	[4,876; 5,938]	1,062
	250,0	10,0	25	2,5	77	649,0	87,0	7,460	0,0857	[6,896; 8,044]	1,148
	12,5	0,5		50,0	70	349,5	70,5	4,957	0,0703	[4,451; 5,490]	1,039
10 ⁻⁴	10,0	10,0	1	0,1	208	1032,0	218,0	4,734	0,0217	[4,449; 5,027]	0,578
	0,5	0,5		2	218	1044,5	218,5	4,780	0,0219	[4,495; 5,074]	0,579
	50,0	10,0	5	0,5	214	1121,0	224,0	5,004	0,0223	[4,715; 5,301]	0,586
	2,5	0,5		10	222	1105,5	222,5	4,969	0,0223	[4,679; 5,265]	0,586
	250,0	10,0	25	2,5	232	1421,0	242,0	5,872	0,0243	[5,570; 6,181]	0,611
	12,5	0,5		50	223	1120,5	223,5	5,013	0,0224	[4,724; 5,311]	0,587

* Os valores destacados em negrito representam os casos em que o verdadeiro valor do parâmetro não pertence ao intervalo de credibilidade.

Tabela 4 – Estimativas Bayesianas obtidas por amostragem sequencial via simulação, para o parâmetro da distribuição de Poisson, considerando θ igual a 10, em que: N = tamanho da amostra, IC_{95%} = Intervalo de Credibilidade a 95%.

Custo	Parâmetros da <i>priori</i>		Média da <i>priori</i>	Variância da <i>priori</i>	N	Parâmetros da <i>posteriori</i>		Média da <i>posteriori</i>	Variância da <i>posteriori</i>	IC _{95%}	Amplitude do IC _{95%}
	Alfa	Beta				Alfa'	Beta'				
10 ⁻²	10,0	10,0	1	0,1	17	191,0	27,0	7,074	0,2620	[6,106; 8,112]	2,006
	0,5	0,5		2,0	30	283,5	30,5	9,295	0,3048	[8,244; 10,408]	2,164
	100,0	10,0	10	1,0	22	320,0	32,0	10,000	0,3125	[8,934; 11,125]	2,191
	5,0	0,5		20,0	31	313,0	31,5	9,937	0,3154	[8,866; 11,067]	2,795
	1000,0	10,0	100	10,0	42	1375,0	52,0	26,442	0,5085	[25,063; 27,858]	2,269
	50,0	0,5		200,0	33	376,0	33,5	11,224	0,3350	[10,117; 12,386]	1,209
10 ⁻³	10,0	10,0	1	0,1	86	876,0	96,0	9,125	0,0951	[8,530; 9,739]	1,225
	0,5	0,5		2,0	98	948,5	98,5	9,629	0,0978	[9,026; 10,251]	1,238
	100,0	10,0	10	1,0	89	978,0	99,0	9,879	0,0998	[9,269; 10,507]	1,233
	5,0	0,5		20,0	98	959,0	98,5	9,736	0,0988	[9,129; 10,362]	1,422
	1000,0	10,0	100	10,0	122	2292,0	132	17,364	0,1315	[16,659; 18,081]	1,258
	50,0	0,5		200,0	103	1105,0	103,5	10,676	0,1032	[10,056; 11,314]	0,693
10 ⁻⁴	10,0	10,0	1	0,1	302	3042,0	312,0	9,750	0,0313	[9,406; 10,099]	0,695
	0,5	0,5		2,0	315	3133,5	315,5	9,932	0,0315	[9,587; 10,282]	0,699
	100,0	10,0	10	1,0	308	3217,0	318,0	10,116	0,0318	[9,769; 10,468]	0,701
	5,0	0,5		20,0	320	3289,0	320,5	10,262	0,0320	[9,914; 10,615]	0,736
	1000,0	10,0	100	10,0	342	4367,0	352,0	12,406	0,0352	[12,040; 12,776]	0,698
	50,0	0,5		200,0	317	3198,0	317,5	10,072	0,0317	[9,7263; 10,424]	1,209

* Os valores destacados em negrito representam os casos em que o verdadeiro valor do parâmetro não pertence ao intervalo de credibilidade.

REVISTA BRASILEIRA DE ESTATÍSTICA - RBEs

POLÍTICA EDITORIAL

A Revista Brasileira de Estatística - RBEs publica trabalhos relevantes em Estatística Aplicada, não havendo limitação no assunto ou matéria em questão. Como exemplos de áreas de aplicação, citamos as áreas de advocacia, ciências físicas e biomédicas, criminologia, demografia, economia, educação, estatísticas governamentais, finanças, indústria, medicina, meio ambiente, negócios, políticas públicas, psicologia e sociologia, entre outras. A RBEs publicará, também, artigos abordando os diversos aspectos de metodologias relevantes para usuários e produtores de estatísticas públicas, incluindo planejamento, avaliação e mensuração de erros em censos e pesquisas, novos desenvolvimentos em metodologia de pesquisa, amostragem e estimação, imputação de dados, disseminação e confiabilidade de dados, uso e combinação de fontes alternativas de informação e integração de dados, métodos e modelos demográfico e econométrico.

Os artigos submetidos devem ser inéditos e não devem ter sido submetidos simultaneamente a qualquer outro periódico.

O periódico tem como objetivo a apresentação de artigos que permitam fácil assimilação por membros da comunidade em geral. Os artigos devem incluir aplicações práticas como assunto central, com análises estatísticas exaustivas e apresentadas de forma didática. Entretanto, o emprego de métodos inovadores, apesar de ser incentivado, não é essencial para a publicação.

Artigos contendo exposição metodológica são também incentivados, desde que sejam relevantes para a área de aplicação pela qual os mesmos foram motivados, auxiliem na compreensão do problema e contenham interpretação clara das expressões algébricas apresentadas.

A RBEs tem periodicidade semestral e também publica artigos convidados e resenhas de livros, bem como incentiva a submissão de artigos voltados para a educação estatística.

Artigos em espanhol ou inglês só serão publicados caso nenhum dos autores seja brasileiro e nem resida no País.

Todos os artigos submetidos são avaliados quanto à qualidade e à relevância por dois especialistas indicados pelo Comitê Editorial da RBEs.

O processo de avaliação dos artigos submetidos é do tipo 'duplo cego', isto é, os artigos são avaliados sem a identificação de autoria e os comentários dos avaliadores também são repassados aos autores sem identificação.

INSTRUÇÃO PARA SUBMISSÃO DE ARTIGOS À RBES

O processo editorial da RBES é eletrônico. Os artigos devem ser submetidos para o site <http://rbes.submitcentral.com.br/login.php>

Secretaria da RBES

Revista Brasileira de Estatística – RBES

ESCOLA NACIONAL DE CIÊNCIAS ESTATÍSTICAS - IBGE

Rua André Cavalcanti, 106, sala 503-A

Centro, Rio de Janeiro – RJ

CEP: 20031-050

Tels.: 55 21 2142-3596 (Marilene Pereira Piau Câmara – Secretária)

55 21 2142-4957 (Pedro Luis do Nascimento Silva – Editor-Executivo)

Fax: 55 21 2142-0501

INSTRUÇÕES PARA PREPARO DOS ORIGINAIS

Os originais enviados para publicação devem obedecer às normas seguintes:

1. Podem ser submetidos originais processados pelo editor de texto *Word for Windows* ou originais processados em LaTeX (ou equivalente) desde que estes últimos sejam encaminhados e acompanhados de versões em pdf, conforme descrito no item 3, a seguir;
2. A primeira página do original (folha de rosto) deve conter o título do artigo, seguido do(s) nome(s) completo(s) do(s) autor(es), indicando-se, para cada um, a afiliação e endereço para correspondência. Agradecimentos a colaboradores e instituições, e auxílios recebidos, se for o caso de constarem no documento, também devem figurar nesta página;
3. No caso de a submissão não ser em *Word for Windows*, três arquivos do original devem ser enviados. O primeiro deve conter os originais no processador de texto utilizado (por exemplo, LaTeX). O segundo e terceiro devem ser no formato pdf, sendo um com a primeira página, como descrito no item 2, e outro contendo apenas o título, sem a identificação do(s) autor(es) ou outros elementos que possam permitir a identificação da autoria;
4. A segunda página do original deve conter resumos em português e inglês (*abstract*), destacando os pontos relevantes do artigo. Cada resumo deve ser digitado seguindo o mesmo padrão do restante do texto, em um único parágrafo, sem fórmulas, com, no máximo, 150 palavras;

5. O artigo deve ser dividido em seções, numeradas progressivamente, com títulos concisos e apropriados. Todas as seções e subseções devem ser numeradas e receber título apropriado;
6. Tratamentos algébricos exaustivos devem ser evitados ou alocados em apêndices;
7. A citação de referências no texto e a listagem final de referências devem ser feitas de acordo com as normas da ABNT;
8. As tabelas e gráficos devem ser precedidos de títulos que permitam perfeita identificação do conteúdo. Devem ser numeradas sequencialmente (Tabela 1, Figura 3, etc.) e referidas nos locais de inserção pelos respectivos números. Quando houver tabelas e demonstrações extensas ou outros elementos de suporte, podem ser empregados apêndices. Os apêndices devem ter título e numeração, tais como as demais seções de trabalho;
9. Gráficos e diagramas para publicação devem ser incluídos nos arquivos com os originais do artigo. Caso tenham que ser enviados em separado, devem ter nomes que facilitem a sua identificação e posicionamento correto no artigo (ex.: Gráfico 1; Figura 3; etc.). É fundamental que não existam erros, quer no desenho, quer nas legendas ou títulos;
10. Não serão permitidos itens que identifiquem os autores do artigo dentro do texto, tais como: número de projetos de órgãos de fomento, endereço, *e-mail*, etc. Caso ocorra, a responsabilidade será inteiramente dos autores; e
11. No caso de o artigo ser aceito para a publicação após a avaliação dos pareceristas, serão encaminhadas as sugestões/comentários aos autores sem a sua identificação. Uma vez nesta condição, é de responsabilidade única dos autores fazer o *download* da formatação padrão da revista (em doc ou em LaTeX) para o envio da versão corrigida.

