

Presidente da República
Luíz Inácio Lula da Silva

Ministro do Planejamento, Orçamento e Gestão
Paulo Bernardo Silva

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA - IBGE

Presidente
Eduardo Pereira Nunes

Diretor Executivo
Sérgio da Costa Côrtes

ÓRGÃOS ESPECÍFICOS SINGULARES

Diretoria de Pesquisas
Wasmália Socorro Barata Bivar

Diretoria de Geociências
Guido Gelli

Diretoria de Informática
Luiz Fernando Pinto Mariano

Centro de Documentação e Disseminação de Informações
David Wu Tai

Escola Nacional de Ciências Estatísticas
Pedro Luis do Nascimento Silva

Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão
Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE

REVISTA BRASILEIRA DE ESTATÍSTICA

volume 65 número 223 janeiro/junho 2004

ISSN 0034-7175

R. bras. Estat., Rio de Janeiro, v. 65, n. 223, p. 1-89, jan./jun. 2004

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE

Av. Franklin Roosevelt, 166 - Centro - 20021-120 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil

© IBGE. 2005

Revista Brasileira de Estatística, ISSN 0034-7175

Órgão oficial do IBGE e da Associação Brasileira de Estatística – ABE.

Publicação semestral que se destina a promover e ampliar o uso de métodos estatísticos (quantitativos) na área das ciências econômicas e sociais, através de divulgação de artigos inéditos.

Temas abordando aspectos do desenvolvimento metodológico serão aceitos, desde que relevantes para os órgãos produtores de estatísticas.

Os originais para publicação deverão ser submetidos em três vias (que não serão devolvidas) para:

Francisco Louzada-Neto
Editor responsável – RBEs – IBGE.
Av. República do Chile, 500 – Centro
20031-170 – Rio de Janeiro, RJ.

Os artigos submetidos às RBEs não devem ter sido publicados ou estar sendo considerados para publicação em outros periódicos.

A Revista não se responsabiliza pelos conceitos emitidos em matéria assinada.

Editor Responsável

Francisco Louzada-Neto (UFSCAR)

Editor de Estatísticas Oficiais

Denise Britz do Nascimento Silva (GAB/IBGE)

Editor de Metodologia

Enrico Antonio Colosimo (UFMG)

Editores Associados

Gilberto Alvarenga Paula (USP)

Dalton Francisco de Andrade (UFSC)
Ismenia Blavatsky de Magalhães (DPE/IBGE)
Helio dos Santos Migon (UFRJ)
Francisco Cribari-Neto (UFPE)

Editoração

Helem Ortega da Silva - Coordenação de Métodos e Qualidade - DPE/COMEQ/IBGE

Impressão

GráficaDigital/Centro de Documentação e Disseminação de Informações - CDDI/IBGE, em 2004.

Capa

Renato J. Aguiar – Coordenação de Marketing/CDDI/IBGE

Ilustração da Capa

Marcos Balster – Coordenação de Marketing/CDDI/IBGE

Revista brasileira de estatística/IBGE, - v.1, n.1 (jan./mar.1940), - Rio de Janeiro:IBGE, 1940-

v.

Trimestral (1940-1986), semestral (1987-).

Continuação de: Revista de economia e estatística.

Índices acumulados de autor e assunto publicados no v.43 (1940-1979) e v. 50 (1980-1989).

Co-edição com a Associação Brasileira de Estatística a partir do v.58.

ISSN 0034-7175 = Revista brasileira de estatística.

I. Estatística – Periódicos. I. IBGE. II. Associação Brasileira de Estatística.

IBGE. CDDI. Div. de Biblioteca e Acervos Especiais
RJ-IBGE/88-05 (rev.98)

CDU 31 (05)
PERIÓDICO

Impresso no Brasil/Printed in Brazil

Nota do Editor

Há quem possa dizer que a responsabilidade é do editor ou mesmo do corpo editorial que não desenvolve uma política adequada de gestão, incentivo e cobrança. Outros podem creditar a responsabilidade aos revisores que, achataados com tantos afazeres, acabam deixando para o último momento o envio de seus pareceres ou mesmo deixam de enviá-los no tempo previsto. Outros ainda podem associar a responsabilidade aos próprios autores, que, mesmo com seus artigos aceitos condicionalmente, não têm tempo para preparar as correções necessárias para a efetiva publicação. O problema, e concorde a todos, é que o tempo entre a submissão do artigo e sua efetiva publicação é muito grande dentre muitos dos periódicos da nossa área, incluindo a RBEs.

Este problema, de solução aparentemente não trivial, é um dos nossos desafios que vêm sendo enfrentado pelo corpo editorial da revista, para que possamos colocar em dia os volumes atrasados e, conseqüentemente, incentivar a submissão.

Neste novo número da RBEs, quatro artigos de grande interesse são apresentados. O primeiro apresenta modelos de mobilidade e de contágio. O segundo aborda o poder do teste de Dickey e Fuller. O terceiro artigo apresenta uma avaliação, via simulação Monte Carlo e bootstrap, da robustez do teste de Levene multivariado. O quarto artigo apresenta um procedimento de inferência para as interações entre duas espécies de árvores espacialmente distribuídas.

Destaco que o último artigo é de autoria de dois estrangeiros não residentes no País, e desta forma, de acordo com a nova política editorial da revista, temos o primeiro artigo da revista publicado em inglês.

Aproveito a oportunidade para agradecer imensamente o auxílio da editora associada Ismenia Blavatsky de Magalhães pela sua participação na confecção de mais este volume.

Uma ótima leitura a todos.

Francisco Louzada-Neto

Editor Responsável

Sumário

Nota do Editor.....5

Artigos

Modelos de mobilidade e de contágio: propriedades, simulação e aplicação a um problema de otimização de recursos na propagação de informação.....7

Alejandro C. Frery
Carla Rodrigues Costa

O poder do teste de Dickey & Fuller aumentando contra processos ARFIMA (p,d,q)33

Artur José Lemonte
Valério Anselmo Reisen
Ela Mercedes Medrano de Toscano

Avaliação por simulação Monte Carlo e Bootstrap da robustez do teste de Levene multivariado com diferentes parâmetros de escala em distribuições não normais45

Marcelo Angelo Cirillo
Daniel Furtado Ferreira
Thelma Sáfadi

Inference of the interactions between two tree species from their spatial distribution..61

Avner Bar-Hen
Nicolas Picard

Política editorial.....83

Modelos de mobilidade e de contágio: propriedades, simulação e aplicação a um problema de otimização de recursos na propagação de informação

Alejandro C. Frery*
Carla Rodrigues Costa**

Resumo

Os modelos de mobilidade descrevem o comportamento do deslocamento de um indivíduo ou de um grupo deles. A literatura de redes de computadores apresenta uma ampla diversidade de modelos de mobilidade envolvendo diferentes mecanismos de representação de movimentos. Após uma revisão crítica da bibliografia existente, este artigo apresenta um modelo de mobilidade que se mostrou adequado à descrição do comportamento de locomoção individual de usuários de serviços de telefonia sem fio. Para este modelo é proposto um mecanismo de transmissão e propagação de informação. É mostrada uma implementação que permite fazer simulações do modelo com o objetivo de medir características que, analiticamente, são difíceis de serem mensuradas. Mostra-se um estudo de caso aplicado ao comportamento de usuários de celulares em ambientes fechados, como o de um *shopping center*, e à distribuição de mensagens. Duas estratégias para colocação de antenas são comparadas, e a distribuição temporal da informação é avaliada com uma experiência Monte Carlo.

* Endereço para correspondência: Departamento de Tecnologia da Informação Universidade Federal de Alagoas, BR 104 Norte, km 14, Bloco 12 – Cep. 57072-970 Maceió, AL.

** Departamento de Estatística da Universidade Federal de Pernambuco, Cep. 50740-540 - Recife, PE.

1. Introdução

A demanda por sistemas de comunicação móvel celular tem apresentado nos últimos anos um crescimento acelerado. A grande popularidade alcançada por este tipo de serviço vem incentivando estudos e pesquisas para sistemas melhores e mais eficientes (Araújo & Marca 1997). Pesquisas e desenvolvimentos recentes de sistemas de telecomunicações em meios não confinados proporcionaram aos usuários e à informação a possibilidade de mobilidade. Estes fatos, em conjunto com o crescimento exponencial do número de usuários de redes, em geral, e de celulares, em particular, demonstram a grande importância estratégica da convergência das tecnologias de comunicação móvel e de propagação de informações, bem como das possíveis combinações de aplicações envolvendo estas áreas de interesse.

Os sistemas de comunicação móvel se caracterizam por possuir uma densidade importante de usuários com alta mobilidade. A alta mobilidade do usuário de celular influencia diretamente nos requisitos que os mecanismos de administração do seu deslocamento devem cumprir. O usuário, em um sistema sem fio, pode se mover arbitrariamente fazendo com que a eficácia dos mecanismos de controle dependa de quão adequados eles estão ao comportamento de mobilidade do usuário (Almeida 2003).

A mobilidade do usuário acarreta o deslocamento da informação. Este surgimento permitirá, em um futuro bem próximo, que informações possam ser acessadas a qualquer instante e em qualquer lugar. Sendo assim, um assunto importante a ser abordado neste trabalho é a disseminação da informação através do celular.

Tentar prever o comportamento humano quanto à sua mobilidade é um problema complexo, tornando, então, difícil a modelagem da movimentação de usuários de uma rede de comunicação móvel sem fio. Existem diversos fatores que influenciam a mobilidade, tais como a geografia da região, a época do ano, a hora do dia, entre outros. Entretanto, o modelo aqui proposto levará em conta apenas a geografia da região em estudo.

A pesquisa por modelos plausíveis e tratáveis da mobilidade de usuários de sistema de comunicação é muito ativa. Alguns desses modelos permitem definir diferentes tipos de comportamentos de usuários móveis, bem como diferentes ambientes de simulação. Com essa diversidade de modelos existentes na literatura, a escolha do modelo a ser utilizado pelo pesquisador se torna uma missão difícil, pois a adoção de modelos mais simples ou mais sofisticados tem forte impacto nas conclusões que do seu uso decorrem.

Quando se lida com mobilidade em ambientes confinados e/ou com obstáculos é de

particular importância descrever o comportamento dos móveis ao se depararem com uma barreira. Embora alguns autores reconheçam a importância desta modelagem, há poucos trabalhos na literatura que lidem satisfatoriamente com o movimento confinado. Neste trabalho é estudado em detalhes o modelo apresentado por Almeida (2003), apto a lidar com este tipo de movimento.

A proposta deste novo modelo de mobilidade consiste em estudar o comportamento de usuários de uma rede de comunicação móvel sem fio em ambientes confinados, com o objetivo de imitar o comportamento humano na escala de metros. Este novo modelo difere do modelo apresentado por Almeida (2003), pois, além de retratar um ambiente de simulação diferente, acrescenta-se ao processo estocástico de mobilidade um processo estocástico de contágio.

Na seção 2 deste trabalho é feita uma revisão crítica dos principais modelos de mobilidade disponíveis na literatura. A seção 3 discute a proposta de Almeida (2003), enquanto a seção 4 apresenta um problema particular para o qual esse modelo é potencialmente útil: o comportamento de consumidores em um centro comercial. Além do movimento, é modelada a disseminação de mensagens de texto através de um processo de contágio. Esta modelagem permite otimizar os recursos necessários para a realização de publicidade.

2. Principais modelos de mobilidade

Alguns dos principais trabalhos nesta área são os de Bar-Noy, Kessler & Sidi (1995), Lam, Cox & Widom (1997), Rubin & Choi (1997), Zonoozi & Dassanayake (1997b), Hong, Gerla, Pei & Chiang (1999) e de Bettstetter (2001). Muitos destes estudos trazem sugestões para modelar o comportamento de movimentos de usuários de uma rede móvel celular, porém segundo Zonoozi & Dassanayake (1997b) são poucos os que buscam relatar em detalhes esse comportamento de movimento.

Existem seis grandes categorias de sistemas de comunicação móvel: de telefonia sem fio (*cordless telephony*), celulares, de *paging*, de comunicação de dados móveis LAN e WAN e via satélite. Em se tratando dos sistemas celulares, existe uma grande variedade de descrições de mobilidade úteis em diversos cenários ou aplicações. O trabalho de Bettstetter (2001) faz uma apresentação sucinta dos principais modelos empregados para descrever a mobilidade de usuários de sistemas de comunicação móvel.

Um modelo de mobilidade pode possuir vários tipos de características, tais como: o nível de detalhamento, a dimensão, o tipo de aplicações e o grau de aleatoriedade.

O nível de detalhamento se refere à granularidade com que se observa um cenário: as escalas de nano-, pico-, micro-, meso- e macromobilidade; este trabalho lidará com a micro- e a macromobilidade. A micromobilidade consiste em uma visão detalhada de um cenário, enquanto a macromobilidade expõe o cenário de maneira generalizada. A visão microscópica observa a localização exata de um usuário, enquanto a visão macroscópica descreve a sua pertinência a grandes regiões.

Quanto à dimensão, existem três principais abordagens utilizadas em modelos de mobilidade: uma (movimento em estradas), duas (movimentação no plano de uma cidade) e três dimensões (circulação em prédios).

Segundo Bettstetter (2001) existem dois tipos de modelos segundo o tipo de aplicação: os analíticos e os de simulação. Os modelos analíticos são, em geral, baseados em suposições bastante simples relativas ao movimento do usuário. Vários autores utilizam os modelos analíticos para calcular, por exemplo, o tempo esperado de permanência de usuários em uma determinada região celular. Quanto aos modelos usados em estudos de simulação, estes descrevem o movimento do usuário de maneira mais detalhada. Para esta última situação não se dispõe, geralmente, de expressões determinísticas de utilidade.

A caracterização mais interessante para este trabalho é a que divide os modelos em determinísticos, estocásticos e híbridos, que é chamada *caracterização por grau de aleatoriedade*. Os primeiros utilizam trajetórias reais observadas na prática, enquanto os segundos procuram caracterizar o comportamento através de processos estocásticos. Os modelos híbridos, muitas vezes chamados de modelos aleatórios com restrições, incorporam ambos os tipos de modelos.

Para realizar uma modelagem realista do comportamento do movimento do usuário, a sua velocidade e direção não poderão ser descritos de forma determinística, pois o caminho do móvel possui tipicamente uma trajetória aleatória. Logo, para traçar esta trajetória é requerida uma formulação sistemática das relações matemáticas e estatísticas envolvidas entre o móvel, a região celular e o tipo de ambiente em que o mesmo se encontra, seja o ambiente fechado, aberto, ou veicular.

Um dos principais modelos estocásticos de mobilidade é o movimento browniano, surgido como ferramenta para estudar fenômenos físicos (Karlin & Taylor, 1975). Entretanto, este modelo não retrata de forma plausível o movimento de usuários de redes sem fio (Davies 2000, Bar-Noy et al. 1995, Rubin & Choi 1997, Zonoozi & Dassanayake 1997b, Hong et al. 1999) por gerar paradas inesperadas, curvas bruscas ou o confinamento espontâneo do móvel. Outro exemplo de modelo muito popular é o *Random Waypoint Mobility Model* (Bettstetter, Hartenstein

& Pérez-Costa 2002): uma extensão do movimento browniano que inclui tempos de pausa entre as mudanças de direção e/ou de velocidade.

Os modelos de mobilidade devem incluir mudanças na direção e velocidade do móvel, dado que os usuários de aparelhos celulares necessitam se mover dentro de sua área de registro, ou até mesmo para fora dela (Iyer 2001).

Alguns dos comportamentos que podem ser estudados em um ambiente celular são o tempo médio de residência em uma célula, a probabilidade de mudança de uma célula para outra, a velocidade média que o usuário utiliza para se deslocar e a direção que o usuário segue.

A estatística é uma ferramenta importante em modelos de mobilidade, uma vez que viabiliza a estimação de aspectos como média de permanência de um móvel em uma célula, e a proposta de funções adequadas para mudança de velocidade e direção, dentre outras. A teoria dos processos Markovianos (Karlin & Taylor 1975) é um importante instrumento estatístico bastante utilizado na área (Bar-Noy et al. 1995, Lam, Jannink, Cox & Widom 1996, Lam et al. 1997) para representar a mobilidade. Estes processos se caracterizam por um conjunto de estados possíveis e pela distribuição da probabilidade de transição entre cada estado (Rocha 2001).

Quando se deseja modelar uma rede de comunicação móvel sem fio onde o número total de células é N como um processo Markoviano X_t , observa-se uma cadeia Markoviana com N estados possíveis e cada estado representa o fato do usuário estar situado na célula i , $i=1,2,\dots,N$. Com isso, X_t representa a célula na qual o usuário se encontra e t o tempo de residência ou permanência do usuário nesta célula. Observa-se, então, que se trata de um modelo que estuda a mobilidade como um processo contínuo com espaço de estados discreto. A distribuição da mudança de célula depende apenas da posição que o móvel se encontra e não do passado e, assim, o processo não possui memória.

Este tipo de modelo fornece uma estrutura facilmente adaptável aos estudos de mobilidade, em particular para descrever comportamentos macroscópicos dado que ele não descreve a posição exata do usuário.

A probabilidade de *handoff*, que é a probabilidade do móvel mudar de célula, o tempo de residência dos móveis nas células e o número de usuários que atravessam a borda de uma célula de dentro para fora (Alencar 1999) são parâmetros mais interessantes do que as trajetórias individuais dos móveis. Em Chandra, Bansal, Shorey, Kulshreshtha & Gupta (1999) foram estudados vários padrões de mobilidade e seus efeitos na probabilidade de *handoffs*, e foi

constatado que a probabilidade de *handoff* decresce quando o número de curvas efetuadas pelo móvel cresce.

O modelo de mobilidade desenvolvido por Hong & Rappaport (1986) estuda o tempo de residência de móveis na célula para a situação onde cada móvel escolhe uma direção φ com distribuição uniforme $[0, 2\pi)$, e a velocidade v está distribuída uniformemente no intervalo $[0, v_{\max})$. Uma vez que estes valores são escolhidos, eles permanecem constantes até o usuário chegar ao limite da célula. Zonoozi & Dassanayake (1997a) e Zonoozi & Dassanayake (1997b) permitem ao móvel mudar de direção até um certo ponto dentro da célula e modelam o tempo de residência através de uma generalização da distribuição gama.

Re, Fantacci & Giambene (1995) definem outra distribuição para a escolha da direção e velocidade e supõem que a distância percorrida por um móvel logo após cruzar o limite de uma célula é uniformemente distribuída em $[0, 2R)$, onde R é o lado de uma célula hexagonal.

Esses modelos de mobilidade celular não são adequados para a descrição de cenários de simulação de menor escala, como ambientes fechados, onde as limitações físicas são relevantes.

Até o momento foram descritos modelos onde o movimento de cada indivíduo é independente dos outros. Entretanto, existem situações onde é necessário modelar o comportamento dos móveis em conjunto, como, por exemplo, quando um grupo de militares é designado para realizar uma tarefa em comum, como destruir minas, capturar elementos ou simplesmente trabalhar em conjunto. Estas situações acima descritas são comumente chamadas de movimentos individuais grupais.

Um dos primeiros exemplos de mobilidade em grupo foi o modelo proposto por Bergamo et al. (1996): o *Exponential Correlated Random Model*, que tenta reproduzir os movimentos individuais grupais simultaneamente. No modelo proposto por Hong et al. (1999), chamado *Reference Point Group Mobility*, cada grupo possui um centro lógico; o movimento dos centros lógicos define a localização, velocidade e aceleração dos móveis em seus grupos. Em Sanchez (1998) é definido o *Pursue Mobility Model*, que tenta representar o deslocamento de móveis como uma estratégia de perseguição.

Em Hong et al. (1999) é realizada uma crítica aos modelos propostos em Zonoozi & Dassanayake (1997b) e em Sanchez (1998), por eles permitirem comportamentos não realistas como paradas e mudanças repentinas de direção.

Bettstetter (2001) propõe um modelo de mobilidade microscópico bidimensional sem restrições baseado no movimento browniano, onde cada indivíduo é independente dos outros.

Dois processos estocásticos correlacionados são empregados para determinar os tempos de mudança de velocidade e os instantes de mudança de direção. A direção do movimento é alterada em vários instantes até que uma certa direção desejada seja alcançada.

Inicialmente são escolhidas a velocidade e direção inicial do móvel, bem como a velocidade e direção-alvo. Até que ocorra outro evento, onde serão escolhidas uma nova velocidade e direção-alvo, o comportamento do móvel é determinístico: ele procura chegar nos valores-alvo mudando linearmente o seu estado. Os tempos entre eventos são aleatórios, e o comportamento global dos móveis também o é. Este modelo é interessante, pois oferece uma grande flexibilidade com uns poucos parâmetros interpretáveis.

O modelo de Bettstetter (2001) será generalizado na próxima seção de maneira a permitir a descrição do movimento de usuários em ambientes com obstáculos.

3. Modelo de micromobilidade em ambientes confinados

Nesta seção serão expostas inovações acrescidas ao modelo de mobilidade, usuários de redes de comunicação sem fio proposto por Bettstetter (2001); fazendo com que o modelo possa representar o comportamento de usuários em uma região confinada e com obstáculos.

Os ambientes confinados são caracterizados por bordas e obstáculos que restringem a área disponível para o usuário. Com isso, é necessário fazer com que o usuário respeite as restrições físicas, mas, ao mesmo tempo, que ele não se prenda a essas bordas ou obstáculos. Para tanto, utilizou-se a regra de borda proposta em Almeida (2003), que resolve este problema.

A Figura 1(a) mostra uma ocorrência da simulação do modelo de Bettstetter (2001), onde pode-se observar que quando o usuário se aproxima das bordas ele tem a tendência a permanecer junto delas. A Figura 1(b) apresenta a trajetória de um usuário de acordo com a proposta de Almeida (2003).

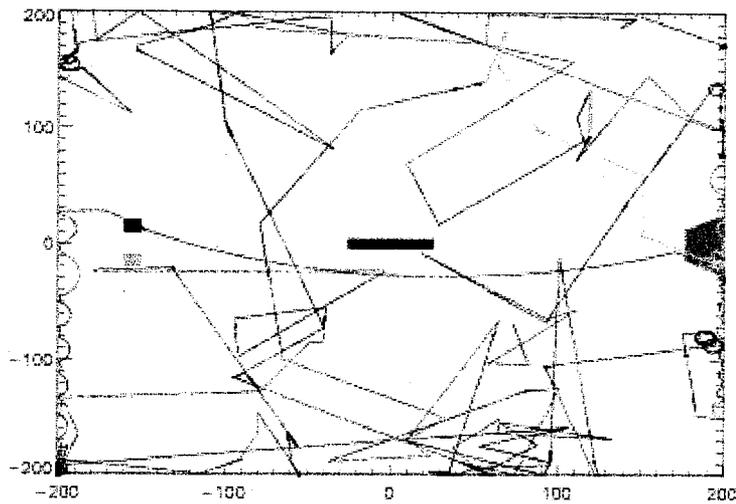
O mecanismo proposto por Almeida (2003) tem como propósito aprimorar a mobilidade do usuário nas bordas da região simulada. O mecanismo de bordas consiste em fazer a escolha do novo ângulo obedecer a uma regra que permita que seja escolhida uma direção que coloque o usuário para dentro do campo de simulação e que seja mudada sua direção-alvo.

Uma outra melhoria ao modelo original consiste em fazer com que os usuários apareçam de forma aleatória ou desapareçam à medida que entram em contato com uma região especial da área de simulação: o campo de saída. Esses acréscimos fazem o modelo mais realista.

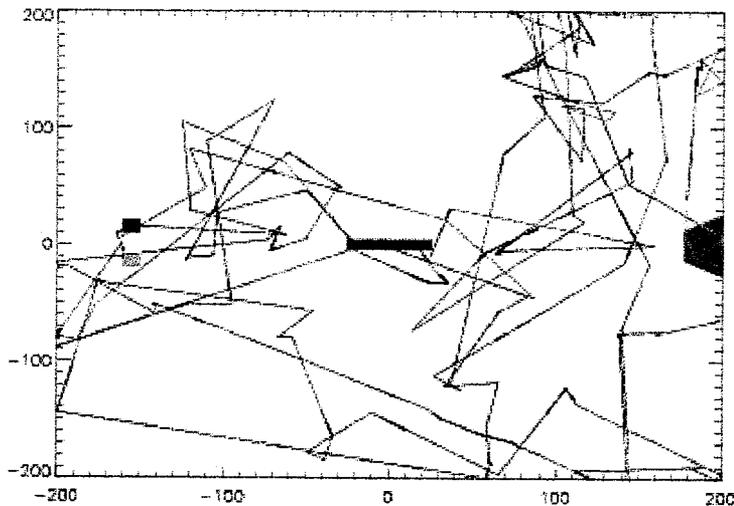
O modelo proposto nesta seção possui, além destes enriquecimentos, um mecanismo de

transmissão de informações para usuários de sistemas sem fio com dois processos estocásticos acoplados: o processo de mobilidade e o processo de contágio. O processo de mobilidade descrito na próxima seção divide-se em dois outros processos estocásticos: o processo de controle de velocidade e o de controle de direção. Ressalta-se ainda que, no modelo, o movimento de cada indivíduo é independente. Cada indivíduo possui seu processo de mobilidade, bem como seu processo de contágio independente de qualquer outro.

Figura 1: Simulações de trajetórias de usuários



(a) Mobilidade com modelo de Bettstetter



(b) Mobilidade com a regra de borda

3.1. Processo de controle de velocidade

De acordo com Bettstetter (2001), o comportamento da velocidade pode ser descrito por três variáveis dinâmicas: a velocidade corrente $v(t)$, a aceleração corrente $a(t)$ e a velocidade-alvo corrente $v^*(t)$. Além dessas variáveis, podem ser definidos alguns parâmetros adicionais, tais como a velocidade máxima v_{\max} , um conjunto de velocidades preferenciais $v_{pref0}, v_{pref1}, \dots, v_{prefn}$, e um valor máximo para a desaceleração ou aceleração do usuário.

Em se tratando da modelagem de ambientes confinados, como é o caso de um centro comercial, verifica-se a necessidade de dispor de um conjunto de velocidades preferenciais para representar realisticamente as velocidades habituais dos usuários. Temos que $v_{pref0} = 0$ reflete a possibilidade que o usuário tem de estar parado; ainda $v_{prefn} = v_{\max}$ proporciona ao usuário a máxima velocidade que pode ser adotada. As velocidades preferenciais intermediárias dão flexibilidade à modelagem do comportamento. Entretanto, em algum intervalo de tempo t os usuários podem assumir velocidades entre $0 \leq v(t) \leq v_{\max}$, que não sejam as preferenciais, para poder tentar se aproximar cada vez mais da realidade.

A expressão (1) será utilizada para escolher as velocidades do usuário, proporcionando um certo grau de realismo aos seus movimentos:

$$V = \begin{cases} 0 & p_0 \\ \frac{3}{5}v_{\max} & p_1 \\ v_{\max} & p_2 \\ V(\omega) & 1 - (p_0 + p_1 + p_2), \end{cases} \quad (1)$$

onde v é uma variável aleatória uniformemente distribuída no intervalo $[0, v_{\max}]$; e as probabilidades p_0, p_1 e p_2 foram escolhidas de modo que elas representassem a locomoção de um usuário dentro de um ambiente fechado. A escolha incorreta destas probabilidades pode acarretar velocidades inadequadas para um usuário em um centro comercial. Nesta expressão, também, foi incorporada mais uma forma que tenta padronizar o comportamento do usuário: a velocidade preferencial $v_{pref1} = \frac{3}{5}v_{\max}$ que permite ao usuário obter uma velocidade média de 60% de sua velocidade máxima. A junção destas duas informações, tanto as velocidades preferenciais quanto as probabilidades das mesmas, formam um padrão de esquema de comportamento de um indivíduo dentro de um centro comercial. Esses valores foram escolhidos

após a observação do comportamento de indivíduos nas condições de interesse. O modelo é flexível e permite a descrição de outros comportamentos, sem que por isso ele seja excessivamente complexo.

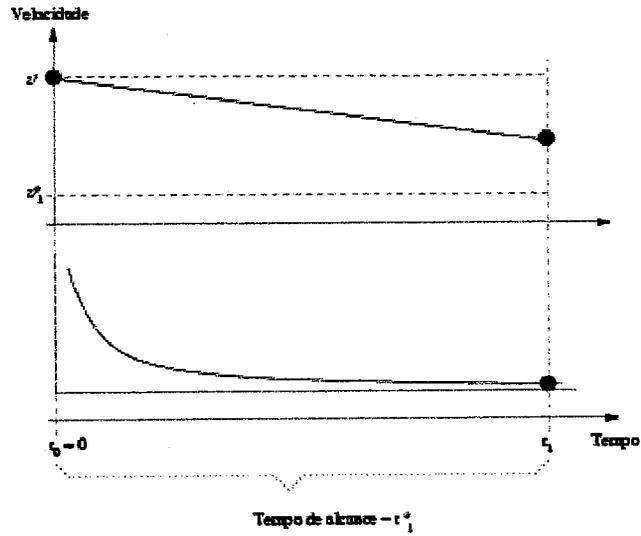
Iniciando o processo, escolhe-se a velocidade inicial $v=v(t)$ a partir da distribuição dada pela expressão (1). Neste mesmo instante, é sorteada outra velocidade, a velocidade alvo, que deverá ser, se possível, alcançada pelo móvel. Para tanto, é também sorteado o intervalo de tempo que o móvel tem para alcançar (ou não) a velocidade-alvo. Este tempo de alcance é a ocorrência de uma variável aleatória com distribuição exponencial com média λ_{ta} ; quanto maior este parâmetro, maior o tempo médio que o indivíduo levará para alcançar a velocidade-alvo.

A velocidade corrente, $v(t^*)$, onde t^* representa o tempo corrente, é comparada com a velocidade-alvo $v^*(t^*)$ a cada instante. Se $v^*(t^*) > v(t^*)$, isto é, caso a velocidade corrente for menor que a velocidade-alvo corrente, é acrescido um determinado valor, função da aceleração, para que o móvel possa alcançar a velocidade-alvo. O modelo requer que sejam informadas as acelerações mínima a_{\min} e máxima a_{\max} , para que a aceleração seja escolhida uniformemente no intervalo $[a_{\min}, a_{\max}]$. Caso contrário, se $v^*(t^*) < v(t^*)$, então é subtraído um determinado valor, função também da aceleração, para que o móvel possa alcançar a velocidade alvo. A escolha desta aceleração a é obtida também uniformemente.

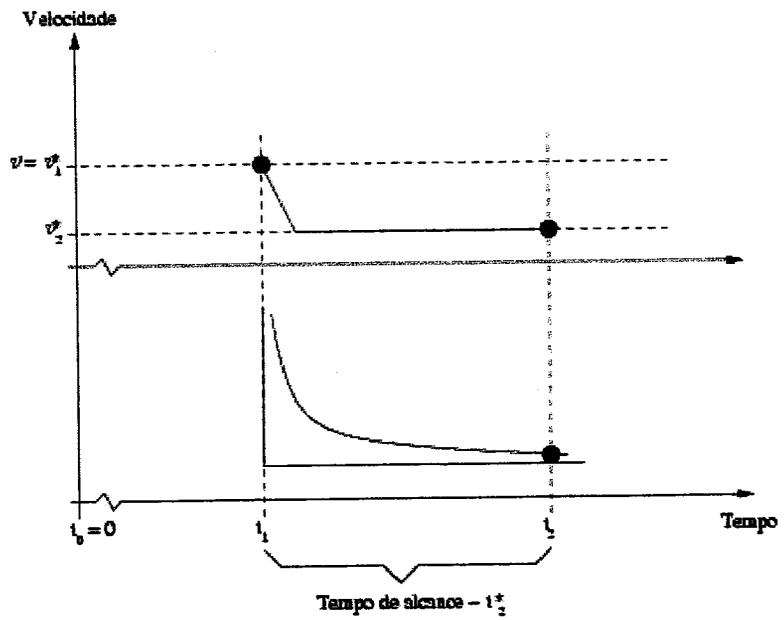
As alterações da velocidade são efetuadas a cada passo (a simulação é discreta) até que ocorra um novo evento de mudança da velocidade alvo corrente.

A Figura 2(a) mostra o gráfico da velocidade em função do tempo. Nela é observado que no instante $t_0=0$ é sorteado um intervalo de tempo t_1^* , para que o móvel com uma velocidade inicial v alcance a velocidade $v_1^*=v_1^*(t)$, ambas geradas aleatoriamente no mesmo instante $t_0=0$. Entretanto, o tempo de alcance t_1^* se encerra e a velocidade-alvo $v_1^*=v_1^*(t)$ não é atingida logo, ao término do tempo t_1^* , isto é, no instante t_1 são gerados a nova velocidade alvo v_2^* e um novo tempo de alcance t_2^* . Analisando agora a Figura 2(b), observa-se que no instante t_2 o usuário alcançou a velocidade-alvo antes do intervalo de tempo t_2^* ter terminado, permanecendo constante até o fim do intervalo de tempo.

Figura 2 - Duas situações possíveis de atualização da velocidade do móvel



(a) Atualização da velocidade para t_1^*

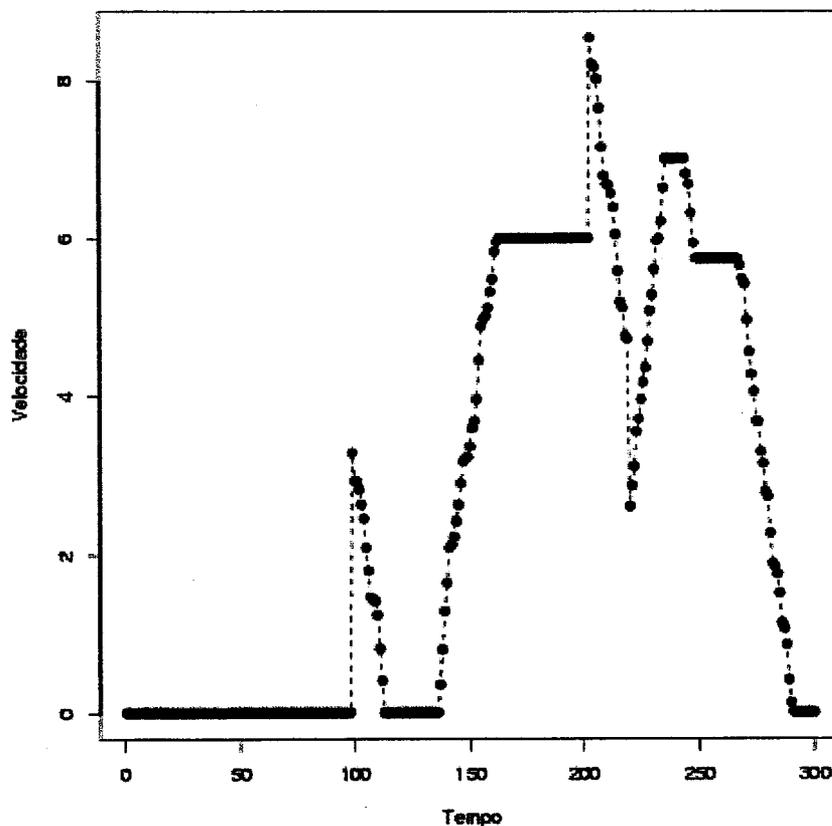


(b) Atualização da velocidade para t_2^*

Foi observado o comportamento da velocidade de um móvel em uma simulação realizada para um tempo total de 300 segundos em um ambiente de 200×200 metros, a ser definido em detalhes na Seção 4. A Figura 3 retrata a velocidade instantânea do móvel, em m/s . No instante zero, o móvel é gerado e, conseqüentemente, sua velocidade inicial, velocidade-alvo e tempo de alcance. No decorrer da simulação, verifica-se que passados 100 segundos, aproximadamente, o móvel se encontra parado, dado que ele ainda não entrou no campo de simulação.

Logo após foram gerados a velocidade corrente, a velocidade-alvo e o tempo de alcance. Observa-se na figura que a velocidade inicial corrente é $v = 3.5 m/s$, aproximadamente, e que a velocidade-alvo é $v_1^* = 0$. Entre estas duas velocidades o comportamento da velocidade do móvel é determinístico.

Figura 3 - Representação gráfica do processo de controle de velocidade no tempo



Na seção seguinte será abordada a descrição do processo de controle de direção, tomando como base o processo proposto por Bettstetter (2001) e utilizando a regra de borda de Almeida (2003).

3.2. Processo de controle de direção

O comportamento da direção do usuário é determinado de forma semelhante ao proposto para o comportamento da velocidade.

A posição inicial de cada usuário é escolhida uniformemente na região de entrada da área sob estudo. A direção inicial $\varphi(t)$ é escolhida uniformemente no intervalo $(0, 2\pi]$. O tempo que o usuário tem para alcançar (ou não) a direção escolhida, t^* , é gerado a partir de uma distribuição exponencial com média λ_{t^*} . Valores relativamente grandes deste parâmetro estarão descrevendo usuários "preguiçosos", isto é, que levam muito tempo até alcançar a direção escolhida; por outro lado, valores relativamente pequenos de λ_{t^*} estarão descrevendo usuários "determinados", que rapidamente alcançam a trajetória desejada.

A direção instantânea é comparada com a alvo a cada passo, para ser feito um ajuste linear da primeira no sentido de alcançar a segunda:

$$\varphi(t) = \varphi(t - \Delta t) + \Delta\varphi(t), \quad (2)$$

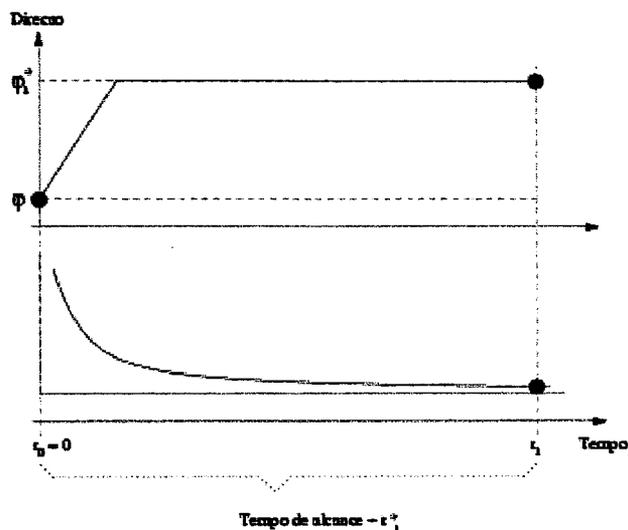
onde $\Delta\varphi(t) = \Delta\varphi(t) / \Delta t = \Delta\varphi(t^*) / \Delta t_c$ e o tempo que o móvel tem para realizar uma curva é denotado por t_c . Caso o móvel tenha chegado à direção-alvo antes que o tempo determinado para essa mudança tenha finalizado, o mesmo continua na mesma direção até ser escolhida uma nova direção-alvo.

Na Figura 4 observa-se que no instante $t_0 = 0$ são gerados aleatoriamente a direção inicial φ , a direção-alvo φ_1^* e o tempo de alcance t_1^* . Para que o usuário alcance a nova direção, ou direção-alvo corrente $\varphi_1^* = \varphi_1^*(t^*)$, é necessário haver um incremento à sua direção corrente. Verifica-se que com o incremento a direção pôde ser alcançada antes do tempo t_1^* se encerrasse.

A Figura 5 mostra o comportamento da direção do mesmo móvel cuja velocidade foi analisada anteriormente. Passados 100 segundos, aproximadamente, assim como observado na Figura 3, o móvel se encontra parado, pois ele não entrou no campo de simulação. A direção inicial φ , a direção-alvo $\varphi^* = \varphi^*(t^*)$ e um novo tempo de alcance t^* são gerados apenas após, aproximadamente, 100 segundos. Observa-se na Figura 5 que a direção inicial corrente é $\varphi = 2,5$

radianos, aproximadamente, e que a direção alvo é $\varphi_1^* = 0$. Entre estas duas direções a mudança é determinística.

Figura 4 - Representação gráfica do processo de controle de direção para t_1^*



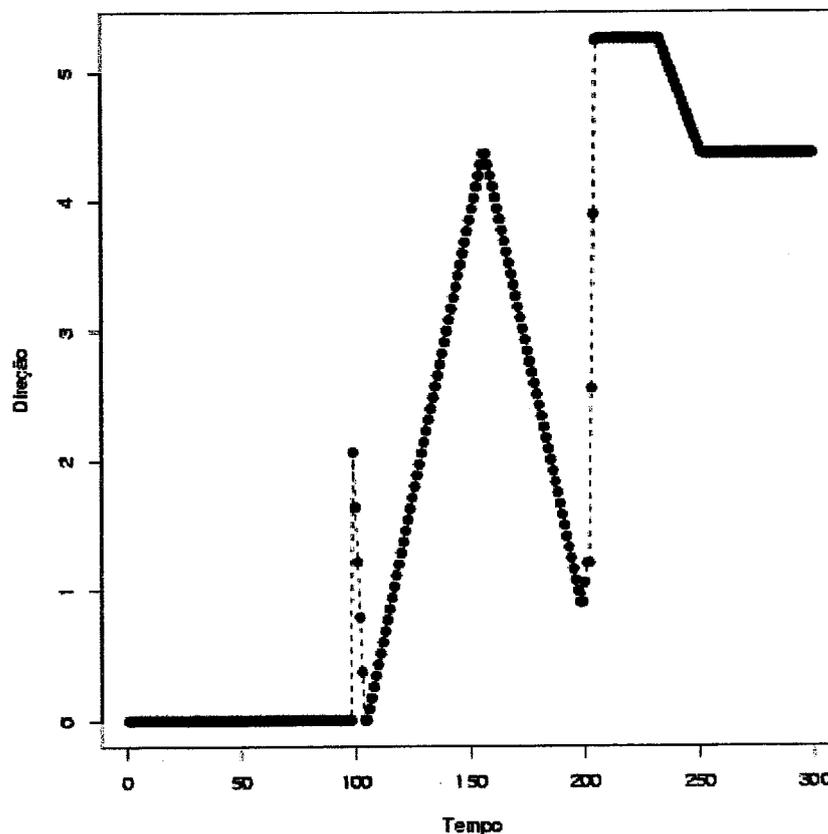
Foram já descritos dois processos estocásticos, que juntos formam o processo de mobilidade. A seção seguinte descreve o processo de contágio.

3.3. Processo de contágio

O ambiente de simulação contém várias regiões, uma delas sendo a região de contaminação que modela áreas físicas de atuação de antenas. Estas antenas podem ser fixas ou móveis; a antena móvel é gerada por cada usuário que receber os dados da antena fixa.

O processo de contágio pela antena fixa, ou contágio primário, é realizado quando o usuário passa pela região de abrangência da antena. Assim que o usuário sofre a contaminação primária é sorteado um tempo de contágio t , independente dos tempos sorteados para os processos de controle de direção e velocidade. Enquanto não se encerra o tempo de contágio, o usuário se torna uma nova antena de transmissão.

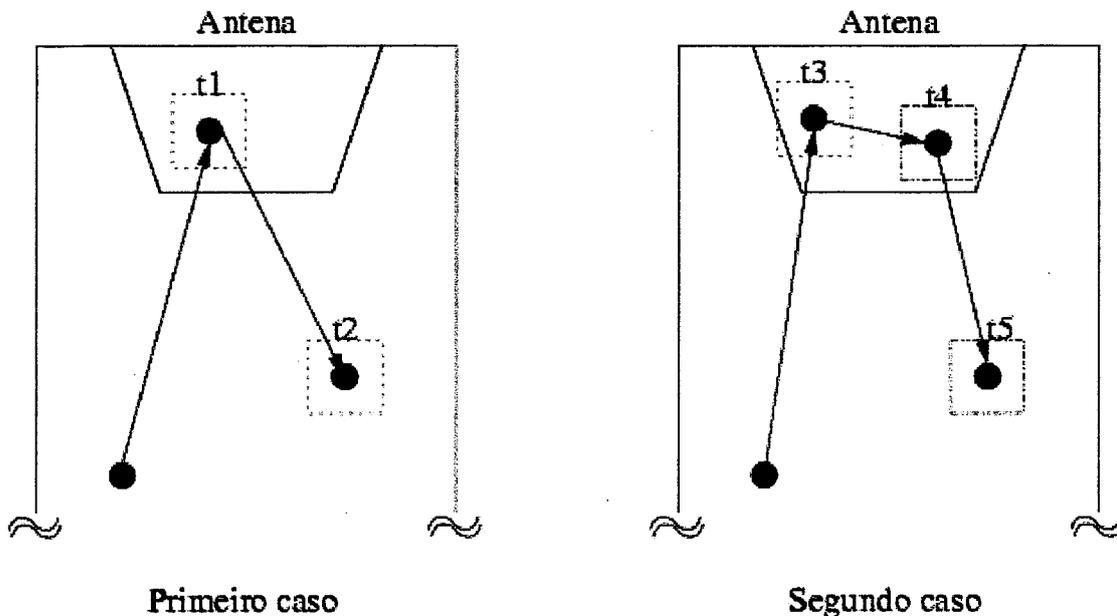
Figura 5 - Representação gráfica do processo de controle de direção no tempo



A Figura 6 apresenta dois casos possíveis durante a simulação. No primeiro caso, existe apenas uma contaminação, ou seja, o usuário penetra a área de transmissão da antena e o tempo de permanência do usuário com a informação é suficientemente grande a ponto de que o mesmo saia da região contaminado. Entretanto, o que se vê no segundo caso é que o tempo de contaminação não é suficiente para que o usuário saia contaminado, sendo então gerado um novo tempo para que o mesmo possa sair contaminado.

Quando o usuário sofre contaminação primária é criada em volta do mesmo uma região quadrada com uma área de contaminação igual a l^2 , onde l é o lado do quadrado. Dessa forma, o usuário se transforma temporariamente em uma antena móvel. O processo de contágio pela contaminação secundária, ou contaminação usuário a usuário, é realizado da mesma forma da contaminação primária. Este mecanismo é ilustrado na Figura 7.

Figura 6 - Representação gráfica do mecanismo de contágio primário



Nesta seção foram descritos processos estocásticos responsáveis pela mobilidade dos usuários. Os processos de controle de velocidade e direção, propostos por Bettstetter (2001), sofreram algumas modificações para que fosse possível modelar usuários de acordo com um ambiente fechado. O diferencial proposto por este artigo, no que diz respeito ao modelo trabalhado, encontra-se no processo de contágio. Este último define um mecanismo de proliferação da informação.

4. Problema

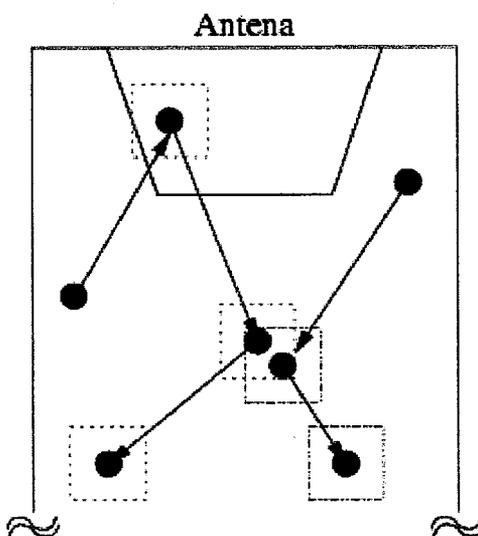
Nesta seção será caracterizado o problema da mobilidade a ser tratado como estudo de caso neste artigo, através da descrição do ambiente e do estudo, de acordo com os parâmetros de mobilidade descritos na seção 3.

4.1. Descrição do estudo

Foi realizado um estudo de caso referente à situação de se desejar fazer propaganda em um ambiente fechado, como o de um centro comercial. A propaganda é o efeito de propagar ou

projetar a imagem da empresa no mercado através dos meios de comunicação disponíveis na comunidade como, por exemplo, televisão, rádio, cinema, imprensa, revistas, *outdoors*, Internet e outras mídias, veiculando mensagens sobre produtos ou serviços às diversas fatias de mercado. Este artigo modela a propagação das informações publicitárias através de aparelhos de telefonia celular.

Figura 7 - Representação gráfica do mecanismo de contágio secundário



A transmissão do anúncio pode ser feita por antenas de baixa potência, acessíveis a donos de lojas. O alcance dessas antenas é proporcional ao seu custo, mas, para atingir o maior número possível de usuários móveis sem encarecer exageradamente o processo de divulgação, é também possível fazer com que cada receptor se transforme, temporariamente, em um transmissor. Desta maneira, a disseminação da propaganda pode ser vista como um processo de contágio, onde a "doença" é a informação, há uma fonte de contágio (a antena instalada pela loja) e os usuários estão sujeitos a contágio primário (a partir da loja) e secundário (a partir de outros usuários "infectados"). A informação carregada por usuários "infectados" é volátil e é apagada após um certo tempo.

Em diversas áreas os processos de infecção e proliferação são pesquisados. Alguns físicos, como Kree, Schaub & Schmittmann (1989), van Wijland, Oerding & Hilhorst (1998) e Van Wijland, Oerding, Leroy & Hilhorst (2000), estudam problemas referentes à reação e dispersão. Kree et al. (1989) investigaram os efeitos da poluição em populações à beira da extinção. Autores, como Van Wijland et al. (1998), descrevem de maneira sucinta a teoria encontrada na

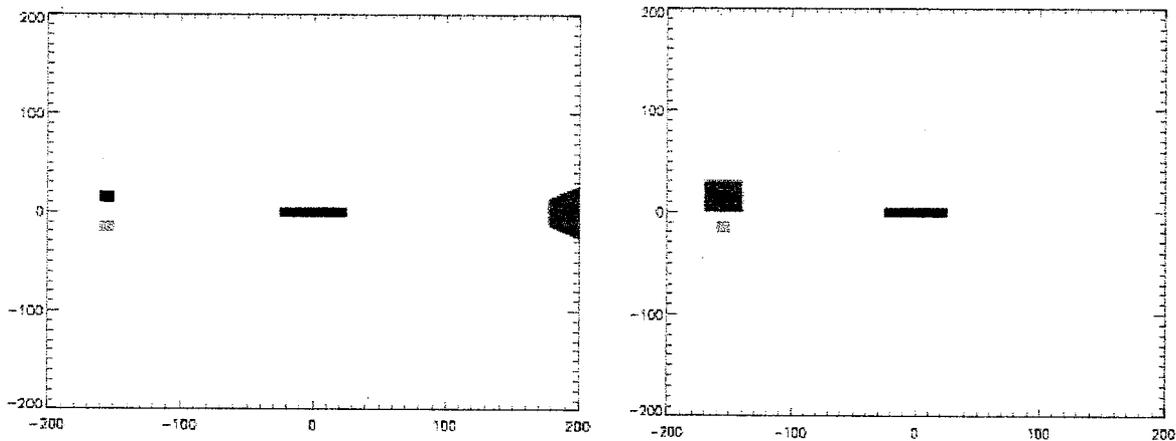
literatura sobre o processo de difusão-reação-decadência para modelar a propagação de uma epidemia em uma população.

4.2. O ambiente

O ambiente utilizado para simular a circulação de pedestres portadores de aparelhos celulares escolhido foi uma galeria comercial de proporções e topologia realistas.

O ambiente montado para o estudo possui uma entrada, uma saída e um obstáculo. A entrada e a saída representam as escadas rolantes que dão acesso a este piso, e o obstáculo representa a praça de alimentação. O ambiente é retangular de 40 000m², e o obstáculo representa 1% da área total de circulação. Na Figura 8(a), existem dois retângulos pequenos, o mais escuro representa o campo de entrada e o mais claro o campo de saída. O obstáculo foi representado pelo retângulo central. A região de infecção primária, de responsabilidade da antena fixa, ainda na Figura 8(a), é representada pelo desenho de aproximadamente meio hexágono, localizado no lado oposto à entrada. Observando a Figura 8(b), verifica-se a existência de uma região de infecção primária imediatamente cobrindo o campo de entrada.

Figura 8 - Ambientes para a simulação



(a) Ambiente com antena no canto.

(b) Ambiente com antena na entrada.

Foram caracterizadas duas situações para verificar qual a melhor localização da antena fixa: imediatamente na entrada e no lado oposto à entrada. Com estes dois cenários, deseja-se mostrar que a localização da antena tem grande importância. No primeiro caso, todos os usuários são infectados de forma primária ao entrar no ambiente; no segundo, a infecção poderá ocorrer ou não.

4.3. Simulação e resultados

As informações que podem ser extraídas de uma simulação realizada envolvendo os processos estocásticos de mobilidade e de contágio são, dentre outras possíveis:

- a taxa média de usuários infectados;
- a distância máxima que a informação percorre; e
- a taxa média de usuários que saem infectados do campo de simulação.

O tempo simulado foi fixado em duas horas. Foram efetuadas 100 réplicas para cada um dos dois ambientes e em cada ambiente foram simulados cinco diferentes tamanhos de áreas para as antenas fixa e móvel (100, 250, 400, 650 e 900 metros quadrados para a primeira, e 1, 2, 4, 6 e 8 metros quadrados para as segundas). Foi observado que o número médio de visitantes do centro comercial (*Natal Shopping Center*) é de 20 000 pessoas ao dia, sejam essas pessoas portadoras de aparelhos celulares ou não. Diante deste fato, foi estipulado um número máximo de 50 pessoas portadoras de celulares dentro de cada ambiente, em um período de duas horas.

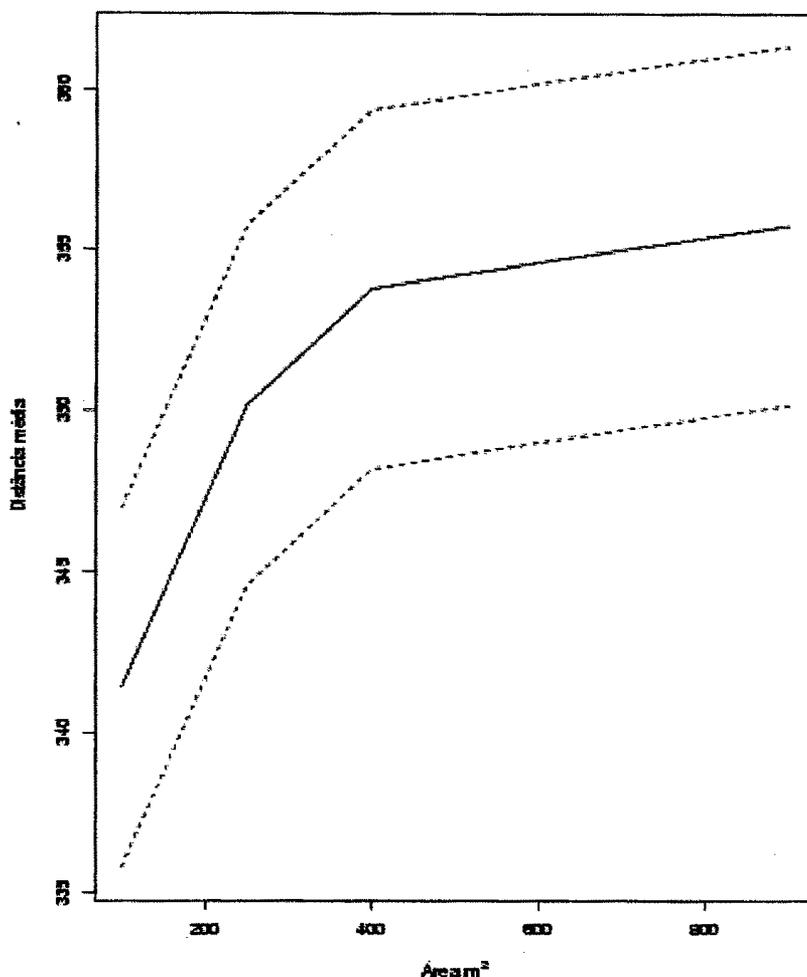
4.3.1. Primeira situação

Nesta situação a antena fixa é localizada acoplada à entrada dos móveis.

A Figura 9 mostra o gráfico da média das distâncias percorridas pela informação em função da área de abrangência da antena fixa, com o intervalo de confiança assintótico (gaussiano) ao nível 95% observado nas 100 replicações.

Esta figura revela que, à medida que se aumenta a área da antena, a distância percorrida pela informação é maior, porém a taxa de crescimento decresce e, aparentemente, irá convergir e se estabilizar. Esta constatação quantitativa confirma a intuição de que maiores áreas de abrangência (e, portanto, maiores custos de instalação) irão redundar em maiores distâncias percorridas pela informação, mas que há limites práticos para esse aumento.

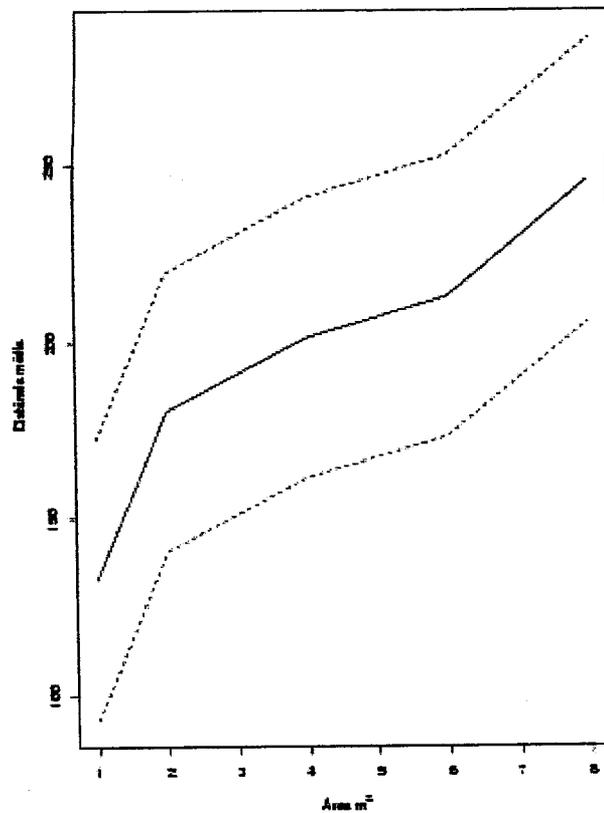
Figura 9 - Distância percorrida pela informação em função da área de cobertura da antena fixa (primeira situação)



O ganho em aumentar a área de 400m² para 900m² não é substancial, um vez que o crescimento da média da distância máxima percorrida neste intervalo de área é de 0,27%. Observa-se ainda que a imprecisão do intervalo de confiança é maior à medida que a área de cobertura aumenta.

A Figura 10 mostra as distâncias calculadas em função da área de contaminação secundária. Observa-se evidência de um crescimento de aproximadamente 35% na distância média percorrida quando a área coberta pela antena móvel varia de 1m² para 2m². Pode-se observar ainda que o intervalo de confiança torna-se mais amplo à medida que a distância média percorrida pela antena móvel cresce.

Figura 10 - Distância percorrida pela informação em função da área de cobertura móvel (primeira situação)



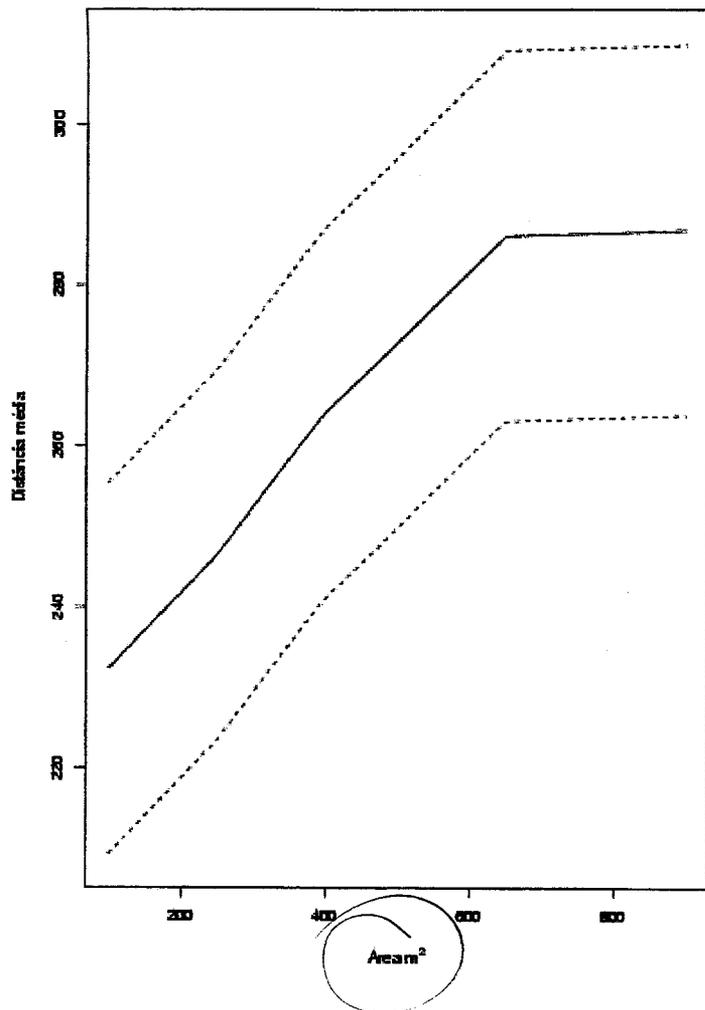
4.3.2. Segunda situação

A antena fixa, para esta segunda situação, é localizada no extremo oposto à entrada dos móveis.

A Figura 11 mostra o gráfico da média das distâncias máximas percorridas pela informação em função da área de abrangência da antena fixa, junto com o intervalo de confiança assintótico (gaussiano) no nível de 95%. Entretanto, para esta situação a antena está localizada no extremo oposto à entrada dos móveis no cenário simulado.

Esta figura também revela que, à medida que se aumenta a área da antena, a distância percorrida pela informação aumenta, confirmando, assim, a intuição de que maiores áreas de abrangência irão resultar em maiores distâncias percorridas pela informação e, com isso, maiores custos de instalação.

Figura 11 - Distância percorrida pela informação em função da área de cobertura da antena fixa (segunda situação)

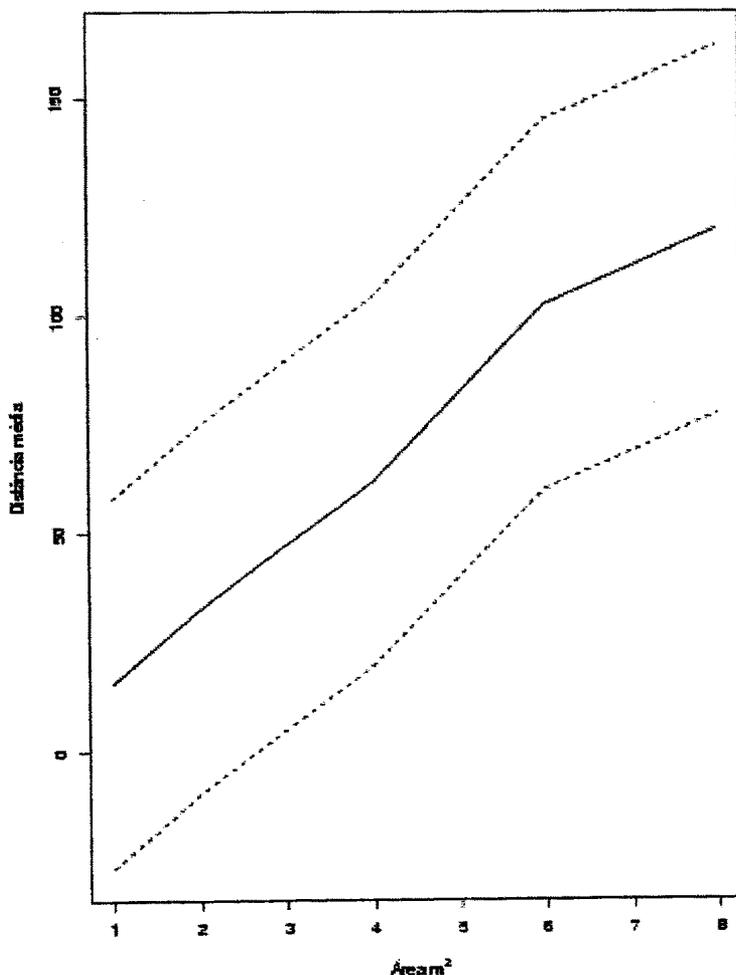


Ainda analisando a Figura 11, constata-se que a maior taxa de crescimento desta média é de 23,26%, correspondente a uma variação na área de cobertura da antena de 100m² para 650m². Observa-se também que à medida que cresce a área de cobertura da antena o intervalo de confiança de 95% para a média mantém-se aproximadamente o mesmo, contudo para uma área de cobertura da antena variando entre 650m² e 900m² o intervalo torna-se um pouco maior.

Caso seja imprescindível instalar a antena no extremo oposto à entrada dos usuários, a escolha da área de cobertura poderá ser feita em função dos resultados mostrados na Figura 11, isto é, em função da área de cobertura, bem como do custo de instalação.

As distâncias apresentadas na Figura 12 foram obtidas a partir da contaminação secundária. Esta figura mostra o gráfico da média das distâncias máximas percorridas pela informação em função da área de abrangência da antena móvel, com o intervalo de confiança assintótico (gaussiano) ao nível 95% observado nas 100 replicações.

Figura 12 - Distância percorrida pela informação em função da área de cobertura móvel (segunda situação)



Esta figura mostra que o crescimento é bastante acentuado para a média das distâncias máximas percorridas pela informação, com a taxa de crescimento de uma área de abrangência variando de 1m² para 4m² é de aproximadamente 294%, o que significa que a média das distâncias quase triplicou. Ainda aumentando a área de abrangência para 4m² ou 6m² verifica-se

que a taxa continua crescendo, entretanto, este crescimento não é substancial. O intervalo de confiança, para este caso, mostra-se insensível à mudança de área.

Realizando uma comparação entre as áreas de abrangência das antenas fixas para as duas situações acima descritas, pode-se observar que enquanto na primeira situação a maior taxa de crescimento é de 3,63% para uma área coberta de 400m², na segunda situação para esta mesma área a taxa é de 13,76%. Embora a taxa referente à segunda situação seja maior, o valor da média das distâncias máximas para esta situação é inferior ao da primeira situação. Isto implica que, mesmo que a taxa de crescimento da média seja menor, a localização da antena na entrada é a mais interessante.

Observando as duas situações e, por fim, efetuando uma comparação entre as áreas de abrangência das antenas móveis, verifica-se que, na primeira situação (Figura 10), os valores das médias são bastante elevados em relação aos valores observados na Figura 12. Conclui-se, então, que não importa o valor da taxa de crescimento, uma vez que a antena localizada acoplada à entrada contempla a todos os usuários a informação, fazendo com que os valores das médias das distâncias percorridas seja elevado.

5. Conclusões e trabalhos futuros

Foi especificado o funcionamento de uma rede móvel celular. Em seguida, uma visão geral das principais categorizações de modelos de mobilidade utilizados na análise de sistemas de comunicação sem fio foi apresentada. Além disso, foram estudados e expostos vários modelos de mobilidade existentes na literatura, a fim de escolher o que melhor representasse a mobilidade de usuários em um ambiente confinado.

Foi estudado em mais detalhes o modelo de mobilidade desenvolvido por Bettstetter (2001) utilizando a regra de borda de Almeida (2003), pois o mesmo possui parâmetros de fácil manipulação dando ao comportamento de mobilidade do usuário uma maior flexibilidade.

Ao modelo proposto por Bettstetter (2001) e modificado por Almeida (2003) foi acrescentado um mecanismo estocástico de contágio apto a modelar o envio de propaganda via telefone celular em um ambiente fechado. Este modelo foi empregado para verificar aspectos econômicos decorrentes da localização e potência de antenas primárias bem como da potência de antenas secundárias.

Há várias direções para possíveis trabalhos futuros. No que diz respeito à modelagem, seria interessante estimar os parâmetros dos modelos aqui propostos para, com isso, trabalhar com modelos fidedignos. Uma extensão interessante destes modelos é a introdução de não-

estacionaridade, isto é, a possibilidade dos parâmetros mudarem com o tempo de maneira a descrever a mudança de comportamento dos usuários em diferentes momentos do dia. Outras topologias podem ser estudadas com a mesma metodologia em diversas escalas, desde casas e escritórios até cidades. Desenvolvimentos de componentes de software que permitam o reaproveitamento de código poderá facilitar enormemente estes estudos.

Referências bibliográficas

- ALENCAR, B. G. S. (1999). Um modelo de mobilidade de usuários para redes de comunicação móvel celular numa região metropolitana, Master's thesis, Universidade Federal de Pernambuco.
- ALMEIDA, M. P. (2003). Modelos de mobilidade em análise de sistemas de comunicação sem fio, Master's thesis, Centro de Informática - Universidade Federal de Pernambuco.
- ARAÚJO, L. P. & MARCA, J. R. B. (1997). Carga e custos de sinalização em sistemas móveis digitais, in 'XV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações', pp. 361-364.
- BAR-NOY, A., KESSLER, I. & SIDI, M. (1995). 'Mobile users: To update or not update?', *Wireless Networks Journal* 1(2), 175-186.
- BERGAMO, M. et al. (1996). 'System design specification for mobile multimedia wireless network (MMWN - draft)', Technical report . DARPA project.
- BETTSTETTER, C. (2001). 'Smooth is better than sharp: A random mobility model for simulation of wireless networks', *Proceedings of the 4th ACM international workshop on Modeling, analysis and simulation of wireless and mobile systems* pp. 19-27.
- BETTSTETTER, C., HARTENSTEIN, H. & PÉREZ-COSTA, X. (2002). 'Stochastic properties of the random waypoint mobility model: epoch length, direction distribution, and cell change rate', *Proceedings of the 5th ACM international workshop on Modeling analysis and simulation of wireless and mobile systems* pp. 07-14.24
- CHANDRA, A., BANSAL, D., SHOREY, R., KULSHRESHTHA, A. & GUPTA, M. (1999). 'Characterization of mobility patterns based on cell topography in a cellular radio system', *IEEE International Conference on Personal Wireless Communications (ICPWC)* pp. 17-19.
- DAVIES, V. A. (2000). Evaluating mobility models within an ad hoc network, Master's thesis, Colorado School of Mines.
- HONG, D. & RAPPAPORT, S. S. (1986). 'Traffic model and performance analysis for cellular mobile radio telephone systems with prioritized and nonprioritized handoff procedures', *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 35(3), 77-92.
- HONG, X., GERLA, M., PEI, G. & CHIANG, C.-C. (1999). 'A group mobility model for ad hoc wireless networks', *Proceedings of the 2nd ACM international workshop on Modeling, analysis and simulation of wireless and mobile systems* pp. 53-60.
- IYER, S. (2001). 'Mobility models in ad hoc networks'.
*<http://www.it.iitb.ac.in/deepanshu/downloads/MobilityModels.ps>

- Karlin, S. & Taylor, H. M. (1975). *A First Course in Stochastic Processes*, 2 edn, Academic Press, London.
- KREE, R., SCHAUB, B. & SCHMITTMANN, B. (1989). 'Effects of pollution on critical population dynamics', *Physical Review A* 39(4), 2214–2221.
- LAM, D., COX, D. C. & WIDOM, J. (1997). 'Telegraphic modeling for personal communications services', *IEEE Communications Magazine* pp. 79–87.
- LAM, D., JANNINK, J., COX, D. C. & WIDOM, J. (1996). 'Modeling location management in personal communications services', *IEEE International Conference on Universal Personal Communications 2*, 596–601.
- RE, E. D., FANTACCI, R. & GIAMBENE, G. (1995). 'Handover and dynamic channel allocation techniques in mobile cellular networks', *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 44, 229–237.
- ROCHA, M. N. (2001). *Simulação e Gerenciamento de Unidades Móveis em Ambientes*, PhD thesis, Universidade Federal de Minas Gerais.
- RUBIN, I. & CHOI, C. (1997). 'Impact of the location area structure on performance of signaling channels in wireless cellular networks', *IEEE Communication Magazine* pp. 108–115.
- SANCHEZ, M. (1998). 'Mobility models'. *<http://www.disca.upv.es/misan/mobmodel.htm>
- VAN WIJLAND, F., OERDING, K. & HILHORST, H. J. (1998). 'Wilson renormalization of a reaction-difusion process', *Physical A* 251, 179–201.
- VAN WIJLAND, F., OERDING, K., LEROY, J.-P. & HILHORST, H. J. (2000). 'Fluctuation-induced first-order transition in a nonequilibrium steady state', *Journal of Statistical Physics* 99, 1365–1395.
- ZONOOZI, M. M. & DASSANAYAKE, P. (1997a). 'A novel modelling technique for tracing mobile users in a cellular mobile communication system', *Wireless Personal Communication* 4, 185–205.
- ZONOOZI, M. M. & DASSANAYAKE, P. (1997b). 'User mobility modeling and characterization of mobility patterns', *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* 15(7), 1239–1252.

Abstract

Mobility models aim at describing the instant position of an individual or of groups, and the literature on mobile communication systems presents a broad literature about these models. After a survey on such models, this work presents one suited for the description of individual users of wireless telephony equipped with a mechanism that describes information propagation. The simulation of this model is performed in order to measure characteristics that are analytically untractable. A case study is presented, where the behavior of customers in a shopping center is modelled. Two strategies for antenna allocation are compared, and the temporal distribution of information is assessed with a Monte Carlo experience.

O poder do teste de Dickey & Fuller aumentado contra processos ARFIMA(p, d, q)

Artur José Lemonte*
Valdério Anselmo Reisen**
Ela Mercedes Medrano de Toscano***

Resumo

Este artigo investiga a probabilidade de rejeitar a hipótese nula $I(1)$, quando o teste de Dickey & Fuller aumentado é aplicado em processos com propriedades de longa dependência, isto é em modelos ARFIMA(p, d, q). Alguns autores, tais como: Sowell (1990), Diebold & Rudebusch (1991) e Hassler & Wolters (1994) já detectaram o problema de baixo poder deste teste em processos $I(d)$ (modelos ARFIMA sem componentes AR e/ou MA). Baseando-se nestes trabalhos, conduzimos um estudo de simulação para examinar o poder do teste de Dickey & Fuller aumentado para diferentes valores do parâmetro de truncamento, diferentes ordens do processo ARFIMA(p, d, q) e diferentes valores dos parâmetros de memória curta. A metodologia investigada é aplicada às séries de imposto inflacionário brasileiro.

Palavras-chave: Teste ADF, modelos ARFIMA, longa dependência.

* Endereço para correspondência: Departamento de Estatística - CCE - UFES, Vitória - ES, Brasil - e-mail: artur@cox.de.ufpe.br.

** Departamento de Estatística - CCE - UFES, Vitória - ES, Brasil - e-mail: valderio@cce.ufes.br.

*** Departamento de Estatística - ICEx - UFMG, Belo Horizonte - MG, Brasil - e-mail: mercedes@est.ufmg.br.

1. Introdução

Séries temporais não-estacionárias é uma característica prevalente na área de Economia. A não estacionaridade de uma série temporal pode ser devido à presença de uma raiz unitária no polinômio auto-regressivo do processo. Existem vários métodos propostos para detectar a presença de uma raiz unitária em séries temporais na literatura. Conduzimos um estudo de simulação para verificar como o teste de Dickey - Fuller aumentado se comporta em processos com características de longa dependência. Este artigo está organizado da seguinte forma. Na seção 2 expomos uma breve introdução sobre os processos ARFIMA(p, d, q); na Seção 3 apresentamos algumas considerações analíticas sobre o teste ADF; na seção 4 estão os resultados; na seção 5 aplicamos o teste ADF a um conjunto de dados reais; e na última seção são descritas as conclusões.

2. O processo ARFIMA(p, d, q)

Daremos nesta seção uma breve introdução sobre o processo ARFIMA(p, d, q). O leitor poderá encontrar mais propriedades em Hosking (1981) e Beran (1994).

Seja e_t o processo ruído branco com $E(e_t) = 0$ e $\sigma_e^2 > 0$, considere B da forma $BX_t = X_{t-1}$. X_t é um processo ARFIMA(p, d, q) com diferenciação fracionária satisfazendo

$$\phi(B)(1-B)^d X_t = \theta(B)e_t, \quad (1)$$

onde $d \in \mathbb{R}$, $\phi(B)$ e $\theta(B)$ são polinômios auto-regressivos de ordem p e média móvel de ordem q dados, respectivamente, por $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ e $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$. Ambos polinômios possuem raízes fora do círculo unitário. Quando $d \in (-0.5, 0.5)$, o processo definido por (1) é estacionário e invertível e sua função densidade espectral $f_x(w)$ é dada por

$$f_x(w) = f_u(w)(2\sin(w/2))^{-2d}, \quad w \in [-\pi, \pi], \quad (2)$$

onde $f_u(w)$ é a função densidade espectral do processo ARMA(p, q). Para $d \geq 0.5$, X_t é não-estacionário e invertível.

Existem vários estimadores do parâmetro de diferenciação fracionária d , propostos na literatura, tais como: Geweke & Porter - Hudak (1983), Fox & Taquq (1986), Sowell (1992), Reisen (1994) entre outros. Recentes estudos simulados comparando métodos de estimação podem ser vistos em Reisen, Abraham e Toscano (2000), Lopes, Olbermann e Reisen (2004) e referências citadas nestes trabalhos.

3. Algumas considerações referentes ao teste ADF

Considere o processo raiz unitária X_t

$$\Delta X_t = e_t, \text{ onde } \Delta = 1 - B. \quad (3)$$

Se e_t em (3) segue um processo auto-regressivo de ordem p , $AR(p)$, o teste de raiz unitária proposto em Fuller (1976) é baseado na regressão abaixo com $k = p$,

$$\Delta X_t = \rho X_{t-1} + \sum_{i=1}^k \rho_i \Delta X_{t-i}, \quad t = k+1, k+2, \dots, n, \quad H_0: \rho = 0, \quad (4)$$

n denota o número de observações. No caso em que $k=0$ o teste ADF é o teste de Dickey - Fuller (1979) simples, que é apropriado se e_t em (3) não é serialmente correlacionado. No caso de e_t em (3) ser um processo auto-regressivo média móvel $ARMA(p, q)$, que pode ser aproximado por um modelo $AR(k)$ com k grande, Said & Dickey (1984) sugerem considerar k na regressão como um parâmetro de truncamento, é necessário termos k como uma função de n para obtermos estimativas consistentes dos coeficientes em (4). Sob a hipótese nula de uma raiz unitária temos $\rho = 0$. O mesmo é verdade no caso de integração fracionária, como demonstraremos agora.

O processo fracionalmente integrado, ε_t , é definido pela expansão de $(1-B)^\delta$ como uma série binomial, onde δ não é necessariamente um inteiro,

$$(1-B)^\delta \varepsilon_t = u_t. \quad (5)$$

Assuma que u_t é um ruído branco com média zero, variância constante e finita. O processo definido em (5) é estacionário e invertível se, e somente se $|\delta| < 0.5$. Considere agora o processo X_t como $I(d)$ com $d = 1 + \delta$,

$$(1-B)^d X_t = \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim I(\delta), \quad H_0: \delta = 0. \quad (6)$$

De (6) é óbvio que qualquer processo fracionalmente integrado pode ser escrito de tal maneira que inclua uma raiz unitária auto-regressiva. Portanto, como em Dickey - Fuller (1979) e artigos subseqüentes, somente processos $I(1), \delta = 0$, contêm uma raiz unitária. A diferença fracionária implícita em (6) com $d = 1 + \delta$ é dada por

$$(1-B)^d = \sum_{j=0}^{\infty} d_j B^j, \quad d_j = \frac{j-1-d}{j} d_{j-1}, \quad d_0 = 1,$$

onde sabemos, por exemplo de Knopp (1964, p. 440), que a soma dos coeficientes binomiais é zero se $d > 0$, ou seja,

$$\sum_{j=0}^{\infty} d_j = 0. \quad (7)$$

O processo definido em (6), $(1-B)^d X_t = u_t$, tem uma aproximação $AR(k+1)$ para k grande,

$$X_t + d_1 X_{t-1} + d_2 X_{t-2} + \dots + d_k X_{t-k} + d_{k+1} X_{t-k-1} = u_{tk}. \quad (8)$$

De acordo com Fuller (1976, p. 374), a equação (8) pode ser reparametrizada como

$$\Delta X_t = \Theta X_{t-1} + \Theta_1 \Delta X_{t-1} + \dots + \Theta_k \Delta X_{t-k} + u_{tk},$$

$$\Theta = -1 - \sum_{j=1}^{k+1} d_j, \quad \Theta_i = \sum_{j=i+1}^{k+1} d_j, \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (9)$$

Se k é crescente com o número de observações, então Θ em (9) é monotonicamente crescente e aproximadamente igual a zero por causa de (7). Por esta razão, o teste ADF tende a rejeitar com probabilidade decrescente a hipótese $I(1)$ para valores de k crescentes.

4. Evidências de Monte Carlo

Nesta seção apresentamos resultados de Monte Carlo com o objetivo de investigar o poder do teste ADF em amostras finitas. Os processos ARFIMA estacionários foram gerados como sugerido por Hosking (1984) e os processos não-estacionários foram gerados a partir dos

processos estacionários. Nossos resultados são baseados em 1 000 replicações com $n = 100, 250$ e 500 observações. O processo e_t é iid $N(0,1)$ e foi gerado utilizando a sub-rotina RNNOR-IMSL (FORTRAN).

O teste é unilateral com nível de significância de 5%. Em todas as Tabelas apresentamos a percentagem de rejeição de uma raiz unitária.

4.1. O Poder do teste ADF em modelos ARFIMA(p, d, q)

Na Tabela 1, referente ao modelo ARFIMA($0, d, 0$), para $d = 1$, o teste ADF reproduziu para qualquer valor de k , um nível de significância empírico em torno de 5%. Observe que o teste ADF está inversamente relacionado ao valor de k e perde poder à medida que k aumenta. Estes resultados sustentam as considerações feitas na seção 3.

Os resultados dos modelos com um componente auto-regressivo estão apresentados nas Tabelas 2 e 3. Comparando a Tabela 1 com as Tabelas 2 e 3 é evidente que o teste ADF apresentou baixo poder à medida que o valor de ϕ aumenta. O empírico baixo poder deve-se à maior complexidade causada pela inclusão do parâmetro auto-regressivo no modelo, que pode facilmente ser explicado através do polinômio AR infinito, onde o primeiro coeficiente é o valor $(d + \phi)$. A quantidade ϕ inflama a estimativa do coeficiente do modelo de regressão do teste provocando, assim, um baixo poder especialmente para valores significativos de d e ϕ (veja, por exemplo, Tabela 3).

Os resultados dos modelos com um componente média móvel estão apresentados nas Tabelas 4 e 5. Comparando a Tabela 1 com as Tabelas 4 e 5 observamos que o poder do teste ADF aumenta à medida que o valor de θ cresce. A componente MA é um fator de contribuição para o poder do teste pois, neste caso, a representação AR infinita tem como primeiro coeficiente a quantidade $(d - \theta)$.

Note que o nível de significância empírico do teste não sofre alterações quando componentes AR e MA são incluídas no modelo, apresentando valores bem próximos de 5%.

Tabela 1 - Taxas de rejeição empíricas em modelos ARFIMA(0, d , 0)

n	Teste	d						
		0.1	0.3	0.45	0.55	0.7	0.85	1.0
100	ADF ₁	1.000	1.000	0.901	0.813	0.435	0.167	0.063
	ADF ₃	1.000	0.976	0.676	0.566	0.280	0.139	0.053
	ADF ₅	0.999	0.862	0.501	0.405	0.245	0.137	0.059
	ADF ₇	0.978	0.764	0.419	0.399	0.199	0.100	0.045
	ADF ₉	0.933	0.625	0.311	0.275	0.158	0.099	0.040
250	ADF ₁	1.000	1.000	0.995	0.969	0.619	0.209	0.047
	ADF ₃	1.000	1.000	0.924	0.850	0.449	0.179	0.049
	ADF ₅	1.000	1.000	0.815	0.720	0.371	0.134	0.057
	ADF ₇	1.000	0.995	0.733	0.604	0.299	0.119	0.048
	ADF ₉	1.000	0.972	0.622	0.529	0.246	0.112	0.052
500	ADF ₂	1.000	1.000	0.998	0.988	0.691	0.244	0.044
	ADF ₄	1.000	1.000	0.984	0.938	0.577	0.212	0.040
	ADF ₆	1.000	1.000	0.945	0.877	0.469	0.175	0.048
	ADF ₈	1.000	1.000	0.906	0.792	0.439	0.166	0.057
	ADF ₁₀	1.000	0.999	0.845	0.748	0.367	0.150	0.048

Tabela 2 - Taxas de rejeição empíricas em modelos ARFIMA(1, d , 0), $\phi = 0.3$

n	Teste	d						
		0.1	0.3	0.45	0.55	0.7	0.85	1.0
100	ADF ₁	1.000	0.997	0.814	0.683	0.368	0.156	0.065
	ADF ₃	1.000	0.963	0.584	0.497	0.247	0.132	0.055
	ADF ₅	0.998	0.840	0.474	0.398	0.225	0.127	0.059
	ADF ₇	0.965	0.741	0.360	0.302	0.191	0.098	0.058
	ADF ₉	0.908	0.592	0.302	0.273	0.155	0.097	0.048
250	ADF ₁	1.000	1.000	0.977	0.927	0.561	0.198	0.049
	ADF ₃	1.000	1.000	0.912	0.818	0.427	0.169	0.058
	ADF ₅	1.000	0.998	0.815	0.683	0.323	0.138	0.062
	ADF ₇	1.000	0.989	0.713	0.596	0.273	0.111	0.047
	ADF ₉	1.000	0.965	0.602	0.514	0.243	0.108	0.045
500	ADF ₂	1.000	1.000	0.998	0.974	0.668	0.224	0.047
	ADF ₄	1.000	1.000	0.982	0.916	0.560	0.185	0.054
	ADF ₆	1.000	1.000	0.934	0.854	0.457	0.170	0.046
	ADF ₈	1.000	1.000	0.875	0.789	0.409	0.161	0.057
	ADF ₁₀	1.000	0.999	0.843	0.735	0.358	0.145	0.043

Tabela 3 - Taxas de rejeição empíricas em modelos ARFIMA(1, d , 0), $\phi = 0.7$

n	Teste	d						
		0.1	0.3	0.45	0.55	0.7	0.85	1.0
100	ADF ₁	1.000	0.865	0.553	0.385	0.291	0.148	0.041
	ADF ₃	0.986	0.788	0.440	0.375	0.217	0.128	0.046
	ADF ₅	0.941	0.656	0.333	0.290	0.196	0.118	0.049
	ADF ₇	0.894	0.570	0.305	0.268	0.186	0.079	0.056
	ADF ₉	0.831	0.502	0.285	0.258	0.115	0.066	0.054
250	ADF ₁	1.000	0.999	0.800	0.687	0.496	0.195	0.041
	ADF ₃	1.000	1.000	0.771	0.639	0.324	0.154	0.054
	ADF ₅	1.000	0.981	0.670	0.583	0.303	0.155	0.059
	ADF ₇	1.000	0.960	0.617	0.506	0.257	0.106	0.049
	ADF ₉	1.000	0.913	0.548	0.474	0.214	0.100	0.057
500	ADF ₂	1.000	1.000	0.934	0.868	0.590	0.214	0.059
	ADF ₄	1.000	1.000	0.903	0.820	0.505	0.170	0.066
	ADF ₆	1.000	1.000	0.872	0.785	0.430	0.128	0.051
	ADF ₈	1.000	1.000	0.804	0.733	0.394	0.113	0.054
	ADF ₁₀	1.000	0.999	0.760	0.689	0.335	0.107	0.047

Tabela 4 - Taxas de rejeição empíricas em modelos ARFIMA(1, d , 0), $\theta = 0.3$

n	Teste	d						
		0.1	0.3	0.45	0.55	0.7	0.85	1.0
100	ADF ₁	1.000	1.000	0.967	0.872	0.481	0.258	0.058
	ADF ₃	1.000	0.989	0.693	0.589	0.323	0.187	0.043
	ADF ₅	1.000	0.902	0.539	0.443	0.262	0.173	0.059
	ADF ₇	0.988	0.768	0.428	0.368	0.206	0.169	0.044
	ADF ₉	0.949	0.648	0.340	0.295	0.183	0.151	0.047
250	ADF ₁	1.000	1.000	0.995	0.974	0.660	0.299	0.042
	ADF ₃	1.000	1.000	0.983	0.880	0.487	0.197	0.058
	ADF ₅	1.000	1.000	0.855	0.743	0.399	0.185	0.041
	ADF ₇	1.000	0.996	0.742	0.694	0.315	0.172	0.056
	ADF ₉	1.000	0.981	0.661	0.541	0.279	0.161	0.045
500	ADF ₂	1.000	1.000	0.998	0.992	0.756	0.366	0.049
	ADF ₄	1.000	1.000	0.992	0.946	0.581	0.242	0.044
	ADF ₆	1.000	1.000	0.956	0.887	0.487	0.200	0.059
	ADF ₈	1.000	1.000	0.912	0.799	0.481	0.182	0.045
	ADF ₁₀	1.000	0.999	0.852	0.777	0.396	0.170	0.049

Tabela 5 - Taxas de rejeição empíricas em modelos ARFIMA(0, d , 1), $\theta = 0.7$

n	Teste	d						
		0.1	0.3	0.45	0.55	0.7	0.85	1.0
100	ADF ₁	1.000	1.000	0.998	0.985	0.771	0.426	0.052
	ADF ₃	1.000	1.000	0.885	0.788	0.489	0.305	0.068
	ADF ₅	1.000	0.989	0.656	0.557	0.272	0.211	0.042
	ADF ₇	0.999	0.953	0.485	0.391	0.221	0.194	0.049
	ADF ₉	0.988	0.852	0.368	0.328	0.199	0.170	0.059
250	ADF ₁	1.000	1.000	1.000	1.000	0.824	0.514	0.056
	ADF ₃	1.000	1.000	0.993	0.964	0.634	0.387	0.061
	ADF ₅	1.000	1.000	0.930	0.832	0.446	0.274	0.048
	ADF ₇	1.000	1.000	0.805	0.698	0.328	0.203	0.051
	ADF ₉	1.000	0.999	0.719	0.579	0.295	0.190	0.049
500	ADF ₂	1.000	1.000	1.000	1.000	0.935	0.542	0.055
	ADF ₄	1.000	1.000	0.997	0.984	0.761	0.402	0.048
	ADF ₆	1.000	1.000	0.984	0.913	0.530	0.294	0.040
	ADF ₈	1.000	1.000	0.920	0.819	0.492	0.227	0.051
	ADF ₁₀	1.000	1.000	0.884	0.797	0.438	0.199	0.059

5. Aplicação a dados reais

A metodologia investigada na seção anterior é aplicada à série de Imposto Inflacionário - IF - Brasileiro. São 407 dados mensais, no período de 01/1970 a 11/2003, obtidos através do endereço www.ipeadata.gov.br. Todos os cálculos foram realizados através do pacote estatístico R¹, versão 1.9.1. Os gráficos da série IF e da função de autocorrelação amostral são apresentados, respectivamente, nas Figuras 1 e 2, e os resultados foram obtidos através da série transformada $\log(\text{IF})$. Estudos simulados com objetivo de verificar o efeito das transformações não lineares no poder de testes de raízes unitárias fazem parte da atual pesquisa dos autores, também Gil-Alana (2002). O teste ADF foi aplicado ao nível de 5%. Os resultados, na Tabela 6, indicam uma instabilidade do teste ADF em função do parâmetro de truncamento k .

O valor absoluto da estatística do teste decresce monotonicamente com k . Nota-se que a hipótese nula de raiz unitária não é rejeitada para valores de k superiores a 4. Isto indica a possibilidade desta série pertencer à classe de modelos com longa dependência. Dando seqüência na investigação, o estimador semi paramétrico do parâmetro de memória d , proposto por Geweke

¹ Este pacote é gratuito e pode ser facilmente obtido através do site www.r-project.org

& Porter-Hudak (1983), foi utilizado com *bandwidth* $n^{0.5}$ para verificar se a série pertence à classe dos modelos ARFIMA. A estimativa obtida do parâmetro fracionário foi $\hat{d}=0.7093$, com desvio padrão $sd(\hat{d})=0.1813$. O estimador proposto por Reisen (1994) também apresentou resultado similar. Portanto, a estimação de d indica que a série IF (ou $\log(\text{IF})$) apresenta características de longa dependência. Um estudo aplicado usando a série de inflação brasileira, comparando diferentes estimadores do modelo ARFIMA e o processo $I(1)$ assim como o impacto nas previsões, é apresentado em Reisen, Cribari & Jensen (2003). Este artigo também pode ser um exemplo da metodologia aqui explorada. Ambos trabalhos evidenciam que o teste de raiz unitária ADF deve ser usado com cautela quando a série estudada possa ser não-estacionária, mas com características de longa dependência ou até mesmo com quebra estrutural.

Figura 1 – Série real

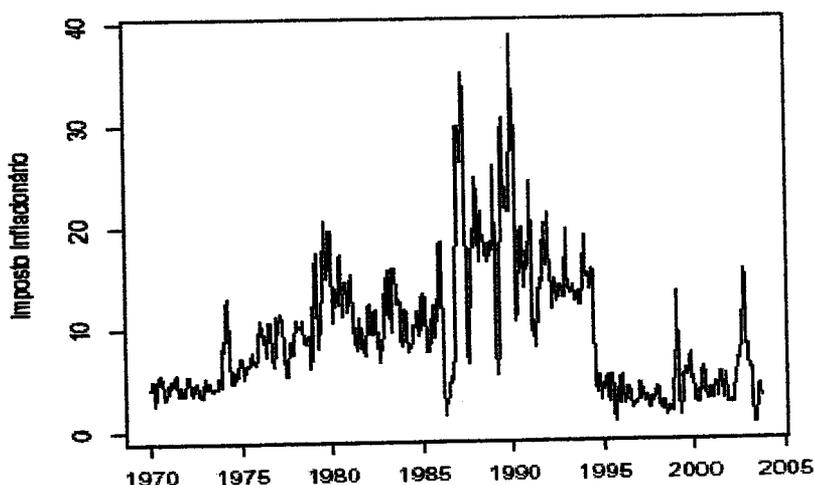
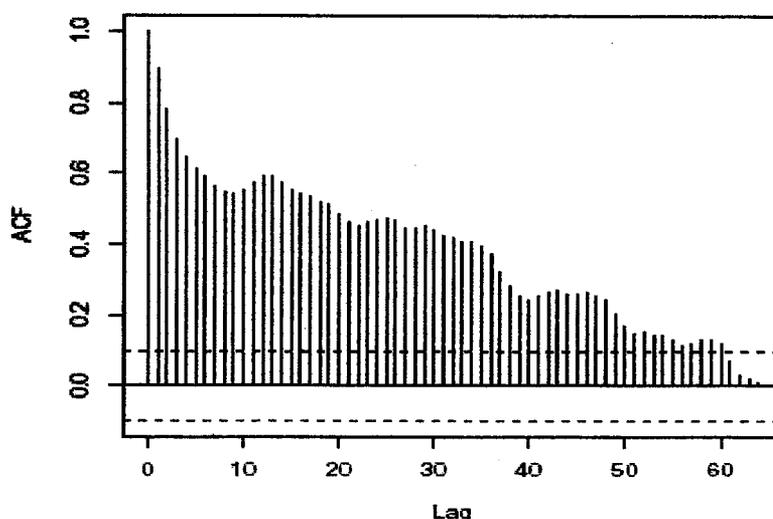


Tabela 6 – Teste ADF aplicado na série $\log(\text{Imposto Inflacionário})$

k	estatística	p-valor	Valor crítico
1	-5.222	0.010	-3.96(1%)
2	-4.443	0.010	-3.41(5%)
3	-3.967	0.011	-3.12(10%)
4	-3.539	0.039	
5	-3.296	0.072	
6	-3.165	0.094	
7	-2.870	0.210	
8	-2.418	0.401	
9	-2.364	0.424	
10	-2.170	0.506	

Figura 2 - Função de autocorrelação amostral da série imposto inflacionário brasileiro



6. Conclusões

Foi investigado o poder do teste ADF para diferentes valores de k em processos $ARFIMA(p, d, q)$. O teste ADF apresentou baixo poder à medida que o valor de k aumentou. Observou-se que o teste ADF quando aplicado a processos $ARFIMA(1, d, 0)$ apresentou baixo poder à medida que o valor do parâmetro auto-regressivo cresce. Quando aplicado a processos $ARFIMA(0, d, 1)$ o teste apresentou um crescente poder à medida que o parâmetro média móvel cresce. Como era esperado, à medida que o tamanho da amostra cresce o poder do teste aumenta. A análise da série Imposto Inflacionário Brasileiro foi feita através das metodologias teste de raiz unitária e estimação do parâmetro fracionário do modelo $ARFIMA$.

Referências bibliográficas

- BERAN, J. (1994). *Statistics for Long-Memory Process*. Chapman & Hall, New York.
- DICKEY, D. A. & FULLER, W. A. (1979). Distribution of estimator for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-431.
- DIEBOLD, F. X. & RUDEBUSCH, G. D. (1991). On the power of Dickey - Fuller tests against fractional alternatives. *Economics Letters*, 35, 155-160.

- FOX, R. & TAQQU, M. S. (1986). Large sample properties of parameter estimates for strongly dependent stationary Gaussian times series. *The Annals of Statistics*, 14, 517–532.
- FULLER, W. A. (1976). *Introduction to statistical time series*. Wiley, New York.
- GEWEKE, J. & PORTER-HUDAK, S. (1983). The estimation and application of long memory time series models. *Journal Times Series Analysis*, 4, 221–237.
- GIL-ALANA, L. A. (2002). Logarithmic and power transformation in the Context of Fractionally Integrated Process. *J. Statistical Computation and Simulation*, 72(12), 949–957.
- HASSLER, U. & WOLTER, J. (1994). On the power of unit root tests against fractional alternatives. *Economics Letters*, 45, 1–5.
- HOSKING, J. (1984). Modeling persistence in hidrological time series using fractional differencing. *Water Res. Research*, 20, 1898–1908.
- KNOOP, K. (1964). *Theorie und Anwendung der unendlichen Reihen*. Springer, Berlin. Lopes, S., Olbermann, B. & REISEN, V. A. (2004). A comparison of estimation methods in non-stationary ARFIMA processes. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 74(5), 339–347.
- REISEN, V. A. (1994). Estimation of the fractional difference parameter in the ARIMA(p,d,q) model using the smoothed periodogram. *Journal Times Series Analysis*, 15, 355–350.
- REISEN, V. A., ABRAHAM, B. & TOSCANO, E. M. M. (2000). Parametric and semiparametric estimations of stationary univariate ARFIMA models. *Brazilian Journal of Probability and Statistics*, 14, 185–206.
- REISEN, V. A., CRIBARI-NETO, F. & JENSEN, M. (2003). Long Memory Inflationary dynamics. The case of Brazil. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 7(3), 1–16.
- SAID, S. E. & DICKEY, D. A. (1984). Testing for unit root autoregressive-moving average models of unknown order. *Biometrics*, 71, 599–608.
- SOWELL, F. B. (1990). The fractional unit root distribution. *Econometrica*, 58, 495–505.
- SOWELL, F. B. (1992). Maximum likelihood estimation of stationary univariate fractional integrated time series models. *Journal Econometrics*, 53, 165–188.

Agradecimentos

Valdério Anselmo Reisen agradece ao CNPq-Brasil e Artur José Lemonte ao (PIBIC-CNPq/UFES). Os autores agradecem aos pareceristas da RBEs pela sugestão na melhor apresentação dos resultados deste trabalho.

Abstract

This paper investigate empirically the rejection probability of the null hypothesis $I(1)$ when the augmented Dickey & Fuller test (ADF) is applied to processes with long-memory property i.e., in the ARFIMA(p, d, q) models. Some authors such as Sowell (1990), Diebold & Rudebusch (1991) and Hassler & Wolters (1994) have recently studied the lower power of the ADF test in $I(d)$ processes (the ARFIMA model without short-memory components). Based on these works, we conduct an extensive simulation study to examine the power of the ADF test for diferent truncation points, and a wide class of the ARFIMA(p, d, q) processes. The methodology here investigated is applied to the Brazilian inflation tax data.

Keywords: ADF test, ARFIMA models, long memory.

Avaliação por simulação Monte Carlo e *Bootstrap* da robustez do teste de Levene multivariado com diferentes parâmetros de escala em distribuições não-normais

Marcelo Angelo Cirillo*
Daniel Furtado Ferreira**
Thelma Sáfadi***

Resumo

Em geral os testes multivariados utilizados para comparar matrizes de covariâncias são sensíveis a não-normalidade, portanto, em muitas situações práticas, são limitados. Por essa razão, alguns testes mantêm o controle do erro tipo I condizentes com nível nominal especificado, mesmo no caso de não-normalidade. Dentre estes, o teste de Levene multivariado é baseado no cálculo de desvios de um estimador do parâmetro de escala (média ou mediana). Entretanto, dependendo da escolha do parâmetro de escala, o poder do teste é afetado. Objetivando avaliar a performance do teste de Levene por meio de simulação Monte Carlo e *bootstrap*, com diferentes parâmetros de escala, os seguintes fatores foram considerados: tamanho amostral; número de variáveis e distribuições multivariadas não-normais. Concluiu-se que os testes de Levene (original e *bootstrap*) centrados na média ou mediana, não foram robustos em relação à violação da pressuposição de normalidade multivariada.

Palavras-chave: Levene, normalidade, robustez, poder.

* Endereço para correspondência: Dept^o. de Ciências Exatas da UFLA, Caixa Postal: 37, Cep. 37200-000, Lavras - MG, e-mail:marcelocirillo@hotmail.com.

** e-mail:danielff@ufia.br.

*** e-mail:safadi@ufia.br.

1. Introdução

A inferência estatística multivariada sobre vetores de médias populacionais pressupõe que as amostras de cada população sejam aleatórias e normais multivariadas. Preferivelmente, as matrizes de covariâncias devem ser homogêneas, pois a heterogeneidade dessas matrizes conduz ao problema de Behrens-Fisher multivariado (Cirillo e Ferreira, 2004). Um outro contexto, no qual exige-se o atendimento da suposição da homogeneidade das matrizes de covariâncias, é dado pela análise discriminante. Segundo Manly (2004) a heterogeneidade dessas matrizes afeta a discriminação de populações, interferindo diretamente na confiabilidade dos resultados da função discriminante.

Diversos procedimentos propostos para comparar matrizes de covariâncias são encontrados na literatura, dentre eles, Manly (2004) cita os testes de Bartlett, Levene e Van Valen. A principal diferenciação entre esses testes é sensibilidade à suposição de normalidade multivariada. Decorrente a essa sensibilidade, surge o conceito de robustez, o qual implica avaliar a performance do teste, na ausência de normalidade. Neste sentido, o autor aponta o teste de Levene e Van Valen como procedimentos robustos, pois, nas situações em que os dados amostrais provém de populações não-normais, esses testes mantêm taxas empíricas próximas do nível nominal fixado. A diferenciação básica entre esses testes é a forma de cálculo dos desvios, pois na composição do teste de Levene são considerados os desvios absolutos. Já no teste de Van Valen, considera-se o quadrado dos desvios.

Uma discussão mais detalhada, buscando comparar propriedades relativas ao controle do erro tipo I e poder do teste de Bartlett e Levene, foi feita por O'Brien (1992). Vale ressaltar que o autor considera o teste de Levene multivariado como uma extensão do teste univariado de Brown e Forsythe (1974). A estatística deste teste univariado é calculada a partir dos desvios absolutos em relação à mediana e não em relação à média, como é feito na versão original do teste de Levene (Levene, 1960). A robustez destes testes foi avaliada por meio das distribuições bivariadas geradas a partir das distribuições *t-student* e Qui-quadrado, ambas com quatro graus de liberdade. Também, foi considerada a presença de *outliers*.

Os resultados encontrados por O'Brien (1992) revelaram que o teste de Bartlett, em todas as situações, não controlou o erro tipo I, considerando os níveis nominais de 1%, 5% e 10% de significância. Na presença de *outliers*, o teste de Bartlett proporcionou taxas superiores a 70%. Já o teste de Levene, apresentou probabilidades próximas dos níveis nominais fixados, inclusive na presença de *outliers*. Diante desses resultados, é facilmente verificado que o teste de Levene de fato é mais robusto em relação ao teste de Bartlett. Porém, enfocando apenas o teste de

Levene, surge o seguinte questionamento: “Em que distribuições multivariadas não-normais o teste de Levene, quando é centrado na mediana ou média, é robusto?”.

Outros fatores são relevantes para estudo da robustez, como pode-se destacar o grau de simetria da distribuição avaliada. Estudos realizados por Carroll e Schneider (1985), em relação ao teste de Levene no caso univariado, revelaram que os desvios quando obtidos em função da média, produz probabilidades mais próximas as do nível nominal adotado em distribuições simétricas. No caso de distribuições assimétricas, o teste de Levene centrado na mediana, conforme é proposto por Brown e Forsythe (1974), proporcionou probabilidades mais similares as do valor nominal de 5%.

O uso de métodos de computação intensiva tem sido uma importante ferramenta para estudo das propriedades de testes utilizados na comparação de matrizes de covariância. A essência do *bootstrap*, segundo Manly (1998) é que na ausência de qualquer conhecimento sobre a distribuição da população, os valores da amostra aleatória são o melhor guia da distribuição da população. Um procedimento *bootstrap* consiste em reamostrar com reposição uma amostra finita e uma estatística de interesse é calculada. Repetindo-se esse processo milhares de vezes é possível obter uma distribuição empírica de um estimador ou de uma estatística, que pode ser utilizada para testar a hipótese de interesse.

Um exemplo do uso de um procedimento *bootstrap* no contexto multivariado, envolvendo comparação de matrizes de covariância é exemplificado por Boos e Brownie (1989). Esses autores estudaram a versão *bootstrap* para o teste de Bartlett e concluíram que o teste *bootstrap* proporcionou maior desempenho que o teste original. Porém, quando os dados eram simulados de uma distribuição exponencial, o tamanho deste teste foi inflacionado.

Em virtude do que foi mencionado, esse trabalho propõe avaliar por meio de simulação Monte Carlo a robustez do teste de Levene no caso multivariado em distribuições não-normais, considerando diferentes parâmetros de locação (média e mediana) nas versões original, oriundas da própria definição do teste, e *bootstrap*.

2. Metodologia

No presente trabalho, a robustez do teste de Levene multivariado foi analisada por meio das propriedades: controle do erro tipo I e poder, mediante as distribuições multivariadas não-normais. Por se tratar de um teste baseado na análise de variância multivariada (O'Brien 1992), a estatística do teste de Levene para p -dimensões foi calculada pelos critérios Wilks, mencionados

As matrizes de observações multivariadas, referentes a i -ésima população, foram formadas pelo conjunto de vetores obtidos pela equação (2), variando j de 1 a n_i . Estes dados multivariados para as duas populações foram submetidos a uma análise de variância multivariada (Johnson e Wichern, 1988). Conforme justificado inicialmente nesta metodologia, foi utilizado o critério de Wilks, representado neste trabalho por W , para realizar o teste da hipótese de igualdade dos vetores de médias das duas populações. Este teste é equivalente ao teste da igualdade das matrizes de covariâncias populacionais.

2.1 . Simulação das populações

Para obtenção das matrizes de covariâncias Σ_1 e Σ_2 considerou-se a estrutura auto-regressiva de ordem 1, cuja matriz de matriz de correlação é dada por R , conforme é mostrada pela expressão (3). A escolha dessa estrutura se deu após extensivos estudos de simulações com as estruturas ARH(1) e Equicorrelacionada. Desta forma, verificou-se que as probabilidades referentes ao controle do erro tipo I e poder apresentaram poucas oscilações, portanto, concluiu-se que a estrutura de correlação não afetou a performance do teste de Levene, sendo assim optou-se pela estrutura AR(1).

O valor do coeficiente de correlação ρ foi fixado em 0,5. Em função das diversas combinações entre o tamanho de amostra (n), número de variáveis (p), grau de heterogeneidade (g) entre matrizes de covariância, parâmetro de escala e distribuições univariadas utilizadas para gerar as distribuições multivariadas não-normais, não foi avaliado o grau de correlação das matrizes de covariâncias. Assim, para evitar conclusões viciadas em relação ao grau de correlação das matrizes, utilizou-se o valor $\rho=0,5$ por representar uma situação intermediária entre alta e baixa correlação.

$$\Psi = \begin{pmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \dots & \rho^{p-1} \\ \rho & 1 & \rho & \dots & \rho^{p-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{p-1} & \rho^{p-2} & \rho^{p-3} & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Com base nesta estrutura, reproduziu-se Σ_1 utilizando a transformação $\Sigma_1 = V^{1/2} \Psi V^{1/2}$, sendo V uma matriz diagonal $\sigma_k^2 (k=1, 2, \dots, p)$. Posteriormente, Σ_2 foi obtida pelo produto $g\Sigma_1$.

Foram realizadas 1 000 simulações Monte Carlo. Em cada uma delas foram realizadas 1 000 reamostragens *bootstrap*. A justificativa do uso do procedimento *bootstrap* neste trabalho é baseada no fato das distribuições das estatísticas dos testes não serem conhecidas nem na distribuição normal multivariada nem nas não-normais.

Considerou-se este número de simulações adequado para inferir sobre as probabilidades empíricas do controle do erro tipo I e poder em virtude dos estudos feitos por O'Brien (1992) em que foram consideradas 1 000 simulações Monte Carlo e Zhang e Boos (1993) ao testar hipóteses de igualdade de matrizes de covariância via *bootstrap*, considerando 600 reamostragens.

O vetor de observações amostrados X_{ij} , correspondente a j -ésima observação ($j=1, \dots, n_i$) da i -ésima população ($i=1, 2$), foi simulado por meio da aplicação do teorema da probabilidade integral. Desta forma, foram geradas as seguintes distribuições univariadas: Uniforme (0;1), Beta (1;0,2), Log-normal (0,7;1) e Normal (0;1). Foram geradas p variáveis independentes em cada caso e composto o vetor Z_{ij} . A associação destas distribuições à estrutura de correlação ψ foi feita por meio da transformação linear não-singular $X_{ij} = \Gamma_i Z_{ij} + \mu_i = \Gamma_i Z_{ij}$ em que Γ_i é o fator de Cholesky da matriz Σ_i , Z_{ij} um vetor $p \times 1$ de variáveis geradas pelo teorema da probabilidade integral e μ_i um vetor de média dado por uma constante qualquer. Neste trabalho, μ_j foi considerado como um vetor nulo.

Geradas as amostras aleatórias por meio de simulação Monte Carlo, aplicou-se o teste de Levene multivariado nos dois parâmetros de escala avaliados em todas as configurações já referidas. Neste trabalho, o teste Levene aplicado a cada simulação Monte Carlo foi definido como teste original e, devido ao uso do critério de Wilks (Johnson e Wichern, 1998), a estatística do teste foi representada por W . O teste Levene multivariado na versão *bootstrap* foi aplicado e a estatística do teste por ser tratar da mesma utilizada na amostra original, a partir da distribuição empírica gerada pelo processo de reamostragem (*bootstrap*), foi denominada por $W(B)$.

A partir das simulações Monte Carlo, foram obtidas as probabilidades referentes ao controle do erro tipo I, considerando a proporção do número de vezes em que a hipótese $H_0 : \Sigma_1 = \Sigma_2$, ou seja, ($g=1$), foi rejeitada. Analogamente mediu-se o poder, considerando a hipótese $H_0 : \Sigma_2 = g\Sigma_1$, com ($g > 1$). Este processo foi repetido para todas as distribuições avaliadas, sendo que, a distribuição normal multivariada foi considerada como referência para as

demais distribuições no estudo da robustez.

Finalizando a metodologia proposta neste trabalho, para obtenção dos resultados, implementou-se um programa no PROC IML do software SAS *Release 8.0* (2000).

3. Resultados e discussão

Preliminarmente à discussão dos resultados, é importante salientar que as distribuições multivariadas não-normais foram geradas por transformação linear por meio do fator de Cholesky da matriz de covariâncias, a partir de distribuições univariadas: Uniforme (0;1), Beta (1;0,2) e log-normal (0,7;1). Decorrente a essa transformação, não se pode afirmar que as distribuições multivariadas geradas são extensões das distribuições univariadas (ex. beta multivariada), e sim apenas que essas distribuições são não-normais. Esta situação propicia um ambiente desfavorável à aplicação dos testes e permite que a robustez seja avaliada. Evidente que a distribuição normal é exceção a esta observação, pois transformações de normais são normais. Desta forma, os resultados referentes ao controle do erro tipo I e poder são doravante apresentados.

3.1 . Erro tipo I

Os resultados encontrados na Tabela 1 referem-se às probabilidades resultantes do critério de Wilks, utilizado no teste de Levene multivariado. Esses valores caracterizaram a proporção em que, a hipótese nula foi rejeitada, dada que a mesma é verdadeira, portanto, essa proporção correspondeu à probabilidade referente ao controle do erro tipo I. A interpretação dessa probabilidade, no contexto deste trabalho, é feita em ambas as versões do teste de Levene multivariado, ou seja, o teste na sua forma original, cuja estatística é representada por (W) e na versão *bootstrap*, com a estatística foi indicada pela notação $W(B)$.

O controle da taxa do erro tipo I, proporcionado pelo teste de Levene é influenciado pelo tipo de estimador do parâmetro de locação (média ou mediana) utilizado para calcular os desvios. Carroll e Schneider (1985) verificaram que quando os desvios foram calculados em função da média, as probabilidades referentes ao controle do erro tipo I foram mais próximas do nível nominal para distribuições simétricas, ao passo que, o uso da mediana na obtenção dos desvios proporcionou probabilidades mais próximas do nível nominal para as distribuições assimétricas. Vale ressaltar que esses autores avaliaram o teste de Levene no caso univariado.

O'Brien (1992) afirmou que o teste de Levene, por apresentar facilidade de implementar novas adaptações, torna-se desejável na investigação das propriedades referentes ao controle do erro tipo I e poder no aspecto multivariado. Pode-se destacar como adaptações a possibilidade de mudança do parâmetro de escala e da forma de obtenção dos desvios a serem considerados na aplicação do teste, isto é, a possibilidade de substituir os desvios absolutos por quadrados dos desvios.

Em cada situação avaliada (Tabela 1), considerou-se eficiente o controle do erro tipo I, pois os valores das probabilidades observadas encontravam-se contidos no intervalo de confiança de 95% para o nível nominal adotado. Os valores que estiverem abaixo do limite inferior indicam que o teste de Levene na forma original ou de *bootstrap* é considerado como conservador. O intervalo de confiança para a taxa nominal de 0,05 foi de (0,037; 0,065).

Tabela 1 – Probabilidades da taxa de erro tipo I para o teste de Levene centrado em diferentes parâmetros de locação, número de variáveis (p) e tamanho de amostra na i -ésima população ($n_i, = 1, 2$) em diferentes distribuições

		Mediana				Média			
		$p=3$		$p=5$		$p=3$		$p=5$	
		$n_i=20$	$n_i=50$	$n_i=20$	$n_i=50$	$n_i=20$	$n_i=50$	$n_i=20$	$n_i=50$
Normal	W	0,050	0,043	0,033#	0,048	0,058	0,059	0,060	0,051
	$W(B)$	0,056	0,045	0,044	0,053	0,063	0,064	0,070*	0,059
Beta	W	0,121*	0,134*	0,118*	0,156*	0,276*	0,267*	0,306*	0,293*
	$W(B)$	0,140*	0,144*	0,148*	0,176*	0,305*	0,277*	0,369*	0,311*
Uniforme	W	0,051	0,032#	0,037#	0,052	0,062	0,056	0,073*	0,068*
	$W(B)$	0,051	0,032#	0,045	0,056	0,060	0,057	0,087*	0,072*
Log-normal	W	0,051	0,056	0,051	0,053	0,211*	0,197*	0,222*	0,231*
	$W(B)$	0,063	0,070*	0,073*	0,067*	0,245*	0,221*	0,276*	0,268*

*probabilidade acima do limite superior do I.C. de 95% para o nível nominal fixado em 5%.

#probabilidade abaixo do limite superior do I.C. de 95% para o nível nominal fixado em 5%.

Inicialmente, avaliou-se o controle da taxa de erro tipo I para a distribuição normal multivariada, sendo esta situação utilizada como referência, por ser a normalidade um dos pressupostos exigidos pelo teste de Levene (Levene, 1960). Os dados que são submetidos à análise de variância multivariada não são os desvios diretos das observações, mas produtos e quadrados de desvios para as p variáveis. Então, mesmo n situação normal justifica-se a abordagem por *bootstrap*. Observou-se em ambas as abordagens, original e *bootstrap*, que o teste de Levene centrado na mediana controlou a taxa de erro tipo I com probabilidades próximas do valor nominal. Especificamente na forma original do teste, fixado o número de variáveis em $p=5$, o teste de Levene multivariado centrado na mediana mostrou-se conservativo para

amostras pequenas, isto é, $n_i = 20$ (Tabela 1). Este resultado foi concordante com os resultados obtidos por O'Brien (1992). O autor concluiu que o teste centrado na mediana foi conservativo na presença de *outliers* ou com amostras pequenas, no entanto, isto foi verificado para um número de variável fixado em $p = 20$. De acordo com os resultados de O'Brien (1992), que foram concordantes com os resultados apresentados neste trabalho, pode-se afirmar que o número de variáveis não afetou fortemente o controle do erro tipo I.

As situações consideradas por O'Brien (1992) foram distintas das configurações usadas neste trabalho, restringindo seus resultados apenas na avaliação por simulação Monte Carlo do teste de Levene original centrado na mediana comparando a performance com as dos testes de Bartlett e de um teste baseado na estatística T^2 de Hotelling. Este trabalho teve uma maior abrangência, pois estendeu o teste Levene centrado na mediana, considerando também a média e para as suas versões computacionais de *bootstrap*.

A característica conservativa, mencionada anteriormente na forma original do teste, foi corrigida pela versão *bootstrap*, cuja probabilidade foi estatisticamente igual ao nível nominal fixado. No entanto, a comparação com o caso univariado estudado por Loh e Lim (1996) permitiu que fosse verificado um resultado contrário para o teste multivariado. Esses autores concluíram por meio de simulação que o teste de Levene na versão *bootstrap* apresentou-se conservativo, resultando em um teste menos poderoso do que o teste de Levene na sua forma original.

No caso dos desvios calculados em função da média (Tabela 1), os resultados do teste de Levene na abordagem *bootstrap* foram contraditórios aos resultados observados no mesmo teste centrado na mediana. Essa contradição é facilmente verificada, por exemplo, com número de variáveis $p = 5$ e amostras menores $n_i = 20$ (Tabela 1). Nesta situação, o valor da probabilidade foi superior ao nível nominal, ocasionando o não controle do erro tipo I no nível nominal de 5%. Para as demais situações, considerando o intervalo de 95% de confiança estimado para o nível nominal em ambas as abordagens (original e *bootstrap*) foi observado uma igualdade entre os valores das probabilidades, portanto, o controle da taxa de erro tipo I foi eficiente.

A robustez do teste de Levene multivariado nas versões original e *bootstrap* foram avaliadas nas situações adversas determinadas pelas distribuições multivariadas não-normais, geradas a partir da transformação linear dada pelo fator de Cholesky da matriz de covariâncias populacional em relação a um vetor de variáveis aleatórias independentes de variáveis geradas pelas distribuições univariadas. Inúmeras distribuições poderiam ser utilizadas nesse contexto. Entretanto, considerou-se apenas as distribuições uniforme (0;1), Beta (1;0,2) e log-normal

(0,7;1). A escolha dessas distribuições, bem como os valores de seus parâmetros caracterizou situações diferenciadas pelo grau de simetria, conforme é mostrado pelas funções densidades (Figuras 1, 2 e 3).

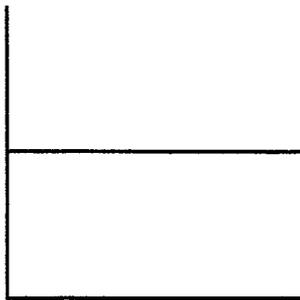


Figura 1– Gráfico da função densidade da uniforme (0;1)

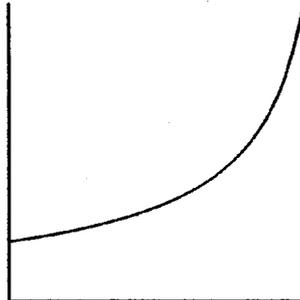


Figura 2– Gráfico da função densidade beta (1;0,2)



Figura 3– Gráfico da função densidade log-normal (0,7;1)

De acordo com os resultados encontrados na Tabela 1, para a uniforme (0,1), as probabilidades referentes ao controle do erro tipo I do teste de Levene original centrado na mediana foram estatisticamente iguais ou inferiores à probabilidade nominal fixada. Portanto, a violação da suposição de normalidade não afetou o controle do erro tipo I para o teste de Levene centrado na mediana na sua forma original, caracterizando um teste robusto à ausência de normalidade, embora em alguns casos, conservativo. Esse conservadorismo é maior em amostras maiores, $n_i = 50$ (Tabela 1). Considerando ainda esta distribuição, porém alterando o parâmetro de escala para a média, a situação mais crítica foi verificada para o número de variáveis fixado em $p = 5$ (Tabela 1). Nesta situação não houve um controle do erro tipo I, para ambas as versões (original e *bootstrap*) do teste de Levene nos dois tamanhos amostrais avaliados, sendo considerados liberais.

Reduzindo o número de variáveis para $p = 3$, o teste de Levene multivariado em ambas as versões passou a controlar o erro tipo I no nível nominal adotado. Diante desta robustez, presenciada nas duas versões do teste de Levene e considerando o esforço computacional requerido para a aplicação do *bootstrap*, a forma original do teste deve ser preferida.

No caso da distribuição log-normal (0,7;1), a versão *bootstrap* na maioria das situações avaliadas não controlou o erro tipo I (Tabela 1). Essa não eficiência se deu para o teste centrado nos dois parâmetros de escala. Na sua forma original, o teste de Levene apresentou-se robusto quando os desvios foram obtidos em função da mediana. No caso, em que os desvios são

calculados em função da média, as probabilidades encontradas na Tabela 1 foram próximas a 20%, muito além do valor nominal adotado de 5%.

Diante dessa situação convém salientar (Manly 2004) que o teste de Levene multivariado de um modo geral é mais robusto na ausência de normalidade em relação ao seu principal competidor teste de Bartlett (Tiku e Balakrishnan, 2001), que é muito sensível à falta de normalidade. O'Brien (1992) constatou que nos testes sensíveis a normalidade, quando realizados em amostras de populações não-normais, fixado o nível nominal em 1% e dado um tamanho amostral pequeno, as probabilidades referentes ao controle do erro tipo I são superiores a 20%. Tanto os resultados encontrados por O'Brien (1992) em distribuições não-normais, como os resultados referentes ao teste de Levene multivariado centrado na média para a distribuição log-normal (0,7;1), constatou-se que o as mesmas características do teste de Bartlett, ou seja, elevadas taxas de erro tipo I.

No caso da distribuição Beta (1;0,2), em todas as situações observou-se que os valores das probabilidades foram superiores estatisticamente ($P < 0,05$) ao nível nominal de 5%, portanto, têm-se que os testes de um modo geral para essa distribuição, não foram robustos na ausência de normalidade.

3.2 . Poder

Os resultados encontrados por meio da Tabela 2 correspondem às probabilidades associadas ao poder, nas mesmas configurações utilizadas para avaliação do controle do erro tipo I (Tabela 1). Além disso, foram considerados diferentes graus de heterogeneidade das matrizes de covariâncias ($g = 2$ e 10) das duas populações. A discussão comparativa do poder deve considerar os resultados encontrados para o controle do erro tipo I.

Considerando a distribuição normal multivariada, verificou-se que o teste de Levene centrado na mediana, em relação às amostras pequenas ($n_i = 20$) e baixa heterogeneidade ($g = 2$) para $p = 5$, foi menos poderoso em relação a todas as outras situações. Este fato já era esperado, em função dos resultados do controle do erro tipo I (Tabela 1) terem sido estatisticamente ($P < 0,05$) inferiores ao valor nominal.

Um outro importante resultado observado foi que o aumento do número de variáveis repercutiu em uma leve redução do poder. Esta redução apresentou menor intensidade para o teste de Levene na versão *bootstrap*. Provavelmente essas reduções são devidas ao erro de Monte Carlo. Aumentando o tamanho da amostra para $n_i = 50$ (Tabela 2) constatou-se um

resultado inverso, ou seja, o aumento do número de variáveis proporcionou um aumento no poder. Este mesmo efeito foi detectado também para o teste na sua forma *bootstrap*. Na condição de alta heterogeneidade ($g=10$), de um modo geral os valores do teste de Levene centrado na mediana se igualaram ao valor máximo.

Tabela 2 – Probabilidades referentes ao poder para o teste de Levene centrado na mediana para diferentes números de variáveis, grau de heterogeneidade e tamanhos de amostras pertencentes a i -ésima população ($n_i, i=1, 2$)

		$n_i = 20$				$n_i = 50$			
		$p=3$		$p=5$		$p=3$		$p=5$	
		$g=2$	$g=10$	$g=2$	$g=10$	$g=2$	$g=10$	$g=2$	$g=10$
Normal	<i>W</i>	0,222	0,999	0,191	1,000	0,791	1,000	0,816	1,000
	<i>W(B)</i>	0,238	0,999	0,230	1,000	0,799	1,000	0,826	1,000
Beta	<i>W</i>	0,200	0,777	0,184	0,800	0,424	1,000	0,507	1,000
	<i>W(B)</i>	0,232	0,806	0,221	0,853	0,439	1,000	0,543	1,000
Uniforme	<i>W</i>	0,357	1,000	0,324	1,000	0,951	1,000	0,982	1,000
	<i>W(B)</i>	0,364	1,000	0,356	1,000	0,951	1,000	0,984	1,000
Log-normal	<i>W</i>	0,124	0,700	0,113	0,761	0,248	0,997	0,210	1,000
	<i>W(B)</i>	0,155	0,766	0,150	0,809	0,268	0,997	0,237	1,000

A avaliação da robustez, conforme mencionado anteriormente, consistiu em comparar as distribuições multivariadas não-normais em relação à distribuição Normal Multivariada, usada como referência.

Em função dos resultados referentes ao controle do erro tipo I terem sido próximos ao nível nominal fixado de 5%, comparou-se o poder referente às distribuições uniforme (0;1) e log-normal (0,7;1) (Tabela 2). No caso da distribuição beta, apesar de não controlar o erro tipo I (Tabela 1), apresentou valores de poder em muitas configurações inferiores ao da normal. Isso não era esperado, uma vez que os testes foram liberais sob a distribuição beta e era esperado elevados valores de poder.

Os resultados encontrados na Tabela 2 para a distribuição uniforme (0;1) permitiram verificar que, em todos os tamanhos amostrais, o teste de Levene foi mais poderoso, superando até mesmo os valores da distribuição normal multivariada. Em determinadas situações, tais como, número de variáveis fixado em $p=3$, com amostras maiores $n_i=50$ (Tabela 1) e $p=5$, relacionadas amostras menores $n_i=20$ (Tabela 1), o teste de Levene foi conservativo, o que implica, teoricamente, um teste menos poderoso. No entanto, tais situações revelaram maiores valores de poder, quando comparado aos da distribuição normal. Pode-se inferir que além da robustez do teste em relação à ausência de normalidade, houve também uma maior probabilidade

de detectar baixas diferenças entre as matrizes de covariâncias, uma vez que, estes valores foram encontrados no caso em que as matrizes de covariância foram submetidas a um baixo grau de heterogeneidade ($g=2$). Este importante resultado foi constatado em ambas as versões do teste do Levene (original e *bootstrap*).

Aumentando o grau de heterogeneidade, ($g=10$), em ambas as versões do teste os valores de poder relacionados à distribuição uniforme se igualaram aos valores correspondentes na distribuição normal multivariada. O aumento do número de variáveis de $p=3$ para $p=5$ foi irrelevante na diferenciação do poder. Esta afirmação pode ser comprovada, observando a pequena variação de um e três pontos percentuais entre os valores encontrados na Tabela 2 em ambos os casos.

No caso da distribuição log-normal (0,7;1) o teste de Levene centrado na mediana, mostrou-se pouco poderoso quando comparado às distribuições uniforme (0;1) e normal multivariada. Na condição de baixa heterogeneidade ($g=2$) e com amostras menores $n_i=20$ (Tabela 2), verificou-se que o aumento no número de variáveis praticamente não surtiu efeito no poder. Este fato é facilmente detectado, devido às pequenas oscilações entre os valores encontrados na Tabela 2 de $p=3$ e $p=5$. Aumentando o grau de heterogeneidade entre as matrizes de covariâncias ($g=10$), percebe-se que o acréscimo do número de variáveis passou a ser relevante, pois o teste na sua forma original apresentou um ganho no poder de seis pontos percentuais e na versão *bootstrap*, esse ganho foi aproximadamente de quatro pontos percentuais.

Considerando as amostras maiores, $n_i=50$, o aumento do número de variáveis ocasionou um efeito contrário, pois na condição de baixa heterogeneidade ($g=2$), em ambas as abordagens (original e *bootstrap*) o teste de Levene apresentou uma redução no poder de aproximadamente 3 pontos percentuais. Já para $g=10$, os valores de poder praticamente se igualaram.

Os resultados encontrados na Tabela 3 referem-se aos valores de poder, nas mesmas situações contempladas no teste de Levene centrado na mediana (Tabela 2) em ambas as versões (original e *bootstrap*), diferenciando apenas no parâmetro de escala, neste caso dado pela média.

Tabela 3 – Probabilidades referentes ao poder para o teste de Levene centrado na média para diferentes números de variáveis, grau de heterogeneidade e amostras pertencentes a i -ésima população ($n_i, i = 1, 2$)

		$n_i = 20$				$n_i = 50$			
		$p = 3$		$p = 5$		$p = 3$		$p = 5$	
		$g = 2$	$g = 10$	$g = 2$	$g = 10$	$g = 2$	$g = 10$	$g = 2$	$g = 10$
Normal	<i>W</i>	0,306	0,999	0,255	0,999	0,797	1,000	0,849	1,000
	<i>W(B)</i>	0,331	1,000	0,301	0,999	0,798	1,000	0,857	1,000
Beta	<i>W</i>	0,499	0,988	0,540	0,995	0,773	1,000	0,852	1,000
	<i>W(B)</i>	0,534	0,992	0,590	0,996	0,788	1,000	0,871	1,000
Uniforme	<i>W</i>	0,514	1,000	0,443	1,000	0,964	1,000	0,988	1,000
	<i>W(B)</i>	0,523	1,000	0,489	1,000	0,964	1,000	0,990	1,000
Log-normal	<i>W</i>	0,353	0,914	0,368	0,961	0,486	0,999	0,566	1,000
	<i>W(B)</i>	0,400	0,935	0,427	0,974	0,520	0,999	0,614	1,000

De um modo geral, para todas as situações avaliadas, o teste de Levene centrado na média, ou seja, na versão original e *bootstrap* foi mais poderoso quando comparado com o teste centrado na mediana. Esta superioridade no poder foi mais expressiva na situação de baixa heterogeneidade ($g = 2$), principalmente se for considerado um número menor de variáveis ($p = 3$) e tamanhos amostrais pequenos $n_i = 20$. Nessas condições, para a distribuição normal multivariada e com a forma original do teste, a diferença entre os valores de poder do teste centrado na média é de aproximadamente oito pontos percentuais, em relação ao teste de Levene centrado na mediana. Na versão *bootstrap* esta diferença é aproximadamente dez pontos percentuais.

Ao comparar a distribuição uniforme (0;1) o ganho de poder do teste centrado na média em relação ao teste centrado na mediana foi aproximadamente de 15 pontos percentuais, isto, para ambas as versões, original e *bootstrap*. Aumentando o número de variáveis para $p = 5$, notou-se uma redução no ganho de poder, embora a superioridade do teste de Levene centrado na média continuou presente.

O aumento do tamanho amostral de $n_i = 20$ para $n_i = 50$ (Tabela 3), essencialmente não afetou o poder do teste de Levene. Esse fato foi comprovado ao comparar os valores de poder do teste de Levene multivariado em ambas as versões definidas sobre os dois parâmetros de locação avaliados, isto é, mediana (Tabela 2) e média (Tabela 3). Observaram-se valores de poder bastante próximos.

A superioridade do poder no teste de Levene multivariado em ambas as versões (original e *bootstrap*) centrado na média também é confirmada para a distribuição log-normal (0,7;1). No entanto, não se pode recomendar o uso deste teste em ambas as versões, considerando os

desvios centrados na média para esta distribuição, em virtude dos resultados referentes ao controle do erro tipo I (Tabela 1) não terem sido verificados. Esta observação é válida para todas as configurações avaliadas nesse trabalho.

4. Conclusões

Em distribuições multivariadas, geradas a partir de transformações lineares de distribuições univariadas simétricas, o teste de Levene centrado na média foi robusto em ambas as versões (original e *bootstrap*).

Em distribuições não-normais, geradas a partir de transformações lineares de distribuições univariadas assimétricas à direita, o teste de Levene centrado na mediana é robusto em ambas as versões (original e *bootstrap*).

Em distribuições não-normais, geradas a partir de transformações lineares de distribuições univariadas assimétricas à esquerda, o teste de Levene em ambas as versões (original e *bootstrap*) não foi robusto para os dois parâmetros de escala avaliado (média e mediana).

Referências bibliográficas

- O'BRIEN, C.O.P. (1992). Robust Procedures for Testing Equality of Covariance Matrices, *Biometrics*, London, v.48, p.819-827.
- BOOS, D.D., BROWNE, C. (1989). Bootstrap methods for testing homogeneity of variances. *Technometrics*, Alexandria, v.31, n.1, p.69-82.
- BROWN, M.B., FORSYTHE, A.B. (1974). Robust tests for the equality of variances. *Journal of the American Statistical Association*, v.69, p.364-367.
- CIRILLO, M.A., FERREIRA, D.F. (2004). Avaliação do problema Behrens-Fisher para p-dimensões via simulação Monte Carlo e *bootstrap*, *Revista Matemática e Estatística*, São Paulo, v.22, n.1, p.71-94.
- CARROLL, J.R., SCHNEIDER, H.A. (1985). Note on Levene's Tests for Equality of Variances, *Statistics & Probability Letters*, North-Holland, v.3, p.191-194.
- JOHNSON, R.A., WICHERN, D.W. (1998). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. 4.ed. New Jersey: Prentice Hall.
- LEVENE, H. (1960). In *Contributions to Probability and Statistics: Essays in Honor of Harold Hotelling*, I. Olkin et al. eds., Stanford University Press, p. 278-292.
- LOH, W.Y., LIM, T.S. (1996). A comparison of tests of equality of variances. *Computational Statistics & Data Analysis*, v.22, p.287-301.

- MANLY,B.F.J. (1988). *Randomization bootstrap and Monte Carlo methods in biology*. 2th ed. London: Chapman-Hall, p.399.
- MANLY,B.F.J. (2004). *Multivariate Statistical Methods*, A primer, Chapman & Hall/CRC, New York.
- SAS INSTITUTE. (2000). *SAS for Windows*, Release 8. Cary, N.C.
- TIKU,M.L., BALAKRISHNAN,N. (2001). Testing The Equality of Variance-Covariance Matrices The Robust Way, *Communication Statistics Theory Method*, v.14, p.3033-3051.
- ZANG,J.I., BOOS,D.D. (1993). Testing hypothesis about covariance matrices using bootstrap methods. *Communications in Statistics – Theory Methods*, New York, v.22, n.3, p.723-739.

Abstract

In general the multivariate tests used to compare covariance matrices are sensitive to the non-normality, therefore, in many practical situations are limited. For this reason some tests maintain the control of the type I error rates at the nominal level, even in the non-normality case. Among those the multivariate Levene's test is based on calculations of deviations from an estimator of the scale parameter (mean or median). However, depending on the choice of the scale parameter, the power of the test is affected. Aiming to evaluate the performance of Levene's test by Monte Carlo simulation and bootstrap, with different scale parameters, the following factors were considered: sample size; number of variables and non-normal multivariate distributions. We conclude that the Levene's tests (original and bootstrap) centered in the mean or median were not robust to normality assumption violation, mainly in negative skewness distributions, as Beta (1, 0.2).

Keywords: Levene, covariance matrices, robustness, power.

Inference of the interactions between two tree species from their spatial distribution

Avner Bar-Hen*
Nicolas Picard**

Abstract

The spatial distributions of two species result in a bivariate pattern. This bivariate pattern can be quickly characterized using distance measurements and dissimilarity indices. As an outcome, one may infer whether the observed pattern is more likely to result from direct interactions between the two species, or from a similar reaction of each species to an external factor. Using three selected indices, we assess: 1. whether the two distributions of a bivariate pattern are correlated or not, 2. in case of correlation, at which scale it occurs. The behavior of the indices is studied by simulation, using a benchmark of thirteen reference bivariate point processes that mimic ecological situations. The method is used to investigate the relationships between two groups of species from their spatial patterns in two plots of a savanna of Mali, West Africa. In one plot, there is long-range repulsion between the two groups of species due to different soil conditions. On the other one, the two groups of species are independently distributed.

Keywords: Community interactions, independence of marginal processes, Mali, point process, random labelling, savanna.

* Endereços para correspondência: Université Aix-Marseille III FST, Case 451 13397, Marseille cedex 20.

** Cirad, BP 1813, Bamako, Mali.

1. Introduction

The spatial pattern of a tree species reflects the ecological factors that have influenced the growth of its individuals (Greig-Smith 1979). When considering two species, the question is raised whether the spatial pattern of one species is influenced by the other species (Greig-Smith 1964, Kershaw 1960, Moeur 1993, Tilman and Kareiva 1997). If the spatial patterns of the two species are not independent, there may be two interpretations that are not mutually exclusive:

1. This association or repulsion is the outcome of direct interactions between both species, such as competition (repulsion) or mutualism (association), which is referred to in ecological literature as direct interaction (Diggle and Cox 1983, Kershaw 1959).
2. This association or repulsion is the outcome of independent reactions of each species to an external factor, such as, say, site heterogeneity in nutrient supply. This case is referred to as ecological coincidence (Dale and Blundon 1991). Converging species (association) react in a similar way to the external factor; diverging species (repulsion) react in opposite ways.

From a statistical point of view, the case is identical to the interpretation of a significant correlation between two variables: is it the outcome of direct interaction, or of a similar response to an external factor.

It is not possible to infer the biological process that drive the spatial distribution of a species from its spatial pattern only. For instance, an aggregated pattern may be the result of limited seed dispersion, so that offspring are clustered around parent trees. It may also be the result of site differentiation in a heterogeneous environment. The former process may be modeled by a Neyman-Scott process; the latter may be modeled by a Cox process. We refer to the appendix for a short description of point processes. However it is always possible to define a Cox process that is identical to any Neyman-Scott process (Møller and Waagepetersen 2004, p.61). Then the realizations of the two processes cannot be distinguished from a mathematical point of view.

Ditto, when considering two species, it is not possible to infer the biological interactions between them from the observation of the tree positions only. The same spatial pattern may be the result of two different biological processes. For instance, short-ranged repulsion between two species may be the result of competition (direct interaction) or it may be the result of microsite differentiation in ecological niches (ecological coincidence).

Nevertheless, several pieces of information concerning species interaction may be inferred from their spatial pattern. Firstly, we can test whether their spatial pattern are dependent or not. If they are independent, then interactions are null. If they are dependent, then we can further characterize the range of interactions. Short-ranged interactions are more likely to result from direct interaction, unless microsite heterogeneities exist. Long-ranged interactions are more likely to result from ecological coincidence, unless direct interactions are able to create long-ranged correlations like in critical states in physics.

This study aims at characterizing in a quick manner the interactions between two species from their spatial pattern. Hence, using data that can be quickly acquired on the field, one may get a first idea on (i) whether the two species are independent, (ii) the range of their interactions, if there is some interaction. The only data to acquire are point-to-tree and tree-to-tree distances. The methodology is defined in section 2 then simulations are presented in section 3. Finally an example is presented in section 4. A short discussion will conclude this article.

2. Methodology

If we consider simultaneously two species, the main question is not to describe the marginal distribution of each species but to describe the relationship between the repartitions of the two species under study. The locations of two tree species in a stand are considered as a realization of a bivariate point process (Upton and Fingleton 1985, Cressie 1991, Penttinen et al. 1992). There is no unique way to characterize a bivariate point process, and three non-equivalent hypotheses are mostly encountered:

1. A geometric approach try to quantify the mixing proportion between two clouds of points. This approach has a natural link with the agglomeration methods in hierarchical cluster analysis, and computing a dissimilarity between clouds of points from a dissimilarity between points has been widely discussed in cluster analysis.
2. Another approach is the random labelling approach. The idea is to quantify the dissimilarity between the observed repartition of the two clouds and the repartition obtained by keeping the same localization for the points but a random affectation of the species to any of the two clouds. This point of view is natural when the mark is recorded independently of the localization of the points. A typical example is contamination by a disease that leads to infected or sane individuals.

3. A third point of view is to look at a possible independence of the marginal processes. If the probability to observe a tree of one specie at (x, y) increases (resp. decreases) the probability to observe a tree from the second specie at the neighborhood of (x, y) and reciprocally, then there is attraction (resp. repulsion). The main difference with the two previous approaches is that the relationships between the two clouds are not related to the nature of the clouds. In particular independence of the marginal processes should not be confused with random labelling (Goreaud and P'elissier 2003, Møller and Waagepetersen 2004, p.28).

Dissimilarity indices have been defined to test each of these hypotheses. A dissimilarity index can be defined as a statistic based on the bivariate point process. One may keep in mind that the relationships between two repartitions are strongly dependent on the scale of observations. We first define dissimilarity indices, and then select three of them. The theoretical distribution of these statistics is untractable and their distribution is thus estimated through simulations. Simulations imply a model, so we also defined reference point processes. Finally, an exhaustive list of the trees is rarely possible in the field, so we only consider a sample of trees in simulations and field study. The sampling scheme will be defined.

2.1. Selection of indices

Many dissimilarity indices have been proposed in the literature. Nine of them are reviewed hereafter. They do not answer the same question. The first five indices test for independence. The following three indices test for association. The last one tests for random labelling. The aim of this section is not to give a rigorous statistical definition of the indices but mostly to give the necessary information (point 1) and the main idea (point 2).

2.1.1 Independence index

Quadrat index. (Greig-Smith 1964, Pielou 1969, Upton and Fingleton 1985)

1. Presence / absence of points within the quadrat.
2. Contingency table for the presence / absence of the two species within the quadrats.
Index is the correlation coefficient and independence implies a null coefficient.

Kershaw index. (Kershaw 1960)

1. Number of individuals for each type on a grid of continuous quadrats.

2. Estimation of $\text{Cov}[N_1(Q), N_2(Q)]$, where $N_i(Q)$ is the number of individual of type i observed in quadrat Q . Independence implies a null coefficient.

Diggle & Cox index. (Diggle and Cox 1983, Upton and Fingleton 1985, p.250)

1. Distance $X_i^{(k)}$ of a given point to the k^{th} closest point of type i .
2. Rank correlation (Kendall τ) between $X_1^{(k)}$ and $X_2^{(k)}$. Independence implies a null coefficient.

Goodall index. (Cressie 1991, Diggle and Cox 1983, Goodall 1965, Upton and Fingleton 1985)

1. Distance X_i of a given point to the closest point of type i and distance Y_{ji} of a given point of type j to the closest point of type i .
2. Comparison of the distribution of X_i and Y_{ji} with statistic U of Wilcoxon. Independence implies that X_i and Y_{ji} have the same distribution.

Index of Ripley (method 1). Diggle and Chetwynd (1991), Diggle and Milne (1983), Moeur (1993), Penttinen et al. (1992)

1. Mapping of the clouds.
2. Computation of the function K of Ripley. The K function is computed theoretically under the null hypothesis of independence.

2.1.2 Association index

Nearest neighbor index.

1. Distance Y_{ij} of a point of type i to the closest point of type j .
2. Strong association implies a low Y_{ij} . The index is the mean of Y_{ij} .

Index of Sup of Inf. (Cailliez and Pagès 1976)

1. Distance Y_{ij} of a point of type i to the closest point of type j .
2. Strong association implies a low Y_{ij} . The index is the max of Y_{ij} .

Index of Pielou. (Dixon 1994, Meagher and Burdick 1980, Pielou 1961, Upton and Fingleton 1985, p.242)

1. Type of closest point of a given point.
2. Contingency table between the type of given point and the type of the closest point. Index is the correlation coefficient of this table. A strong association implies a correlation coefficient close to -1 .

thirteen reference bivariate point processes as benchmarks. Each reference point process models a typical biological situation. The three selected indices then enable to assess which, if any, of the reference point processes can be identified to the observed pattern. Thus our approach differs from the traditional one that would rely on second moment estimation and point process modeling. The advantage of our approach is that only point-to-tree and tree-to-tree distances are necessary to calculate the indices. For the usual estimation of second moments, a stem map of the whole stand is required.

The properties of point processes are bound to the ecological factors that drive species dynamics in the following way: direct interactions between individuals lead to a deviation from independence, either towards repulsion in case of competition, or towards attraction in case of facilitation. Ecological coincidence may be rendered in two ways. Consider for example two diverging species that react independently to the same environmental factor. The environmental factor may either be included in the point process, or it may be eluded and the negative correlation that results from it modeled in the point process. In the former case the bivariate point process will be inhomogeneous and the marginal point processes independent. In the latter case it will be homogeneous and there will be repulsion between the marginal point processes.

Table 1 lists the thirteen reference bivariate point processes and their ecological interpretation. The specific mathematical choices are given in appendix. Six of them consist of independent marginal point processes, with either random (Poisson process), clustered (Neyman-Scott process) or regular (S.S.I process) marginal patterns. They model situations where the two species do not interact, either directly or indirectly. Two processes model direct interaction between species: the linked pairs process shows attraction between the marginal processes and models commensalism or mutualism, whereas the mutual inhibition process shows repulsion and models competition. Five bivariate point processes were defined in order to model situations where the two species react independently to the same environmental factor: to model converging species, a linked Cox process and a degenerate linked Cox process were constructed; to model diverging species, a balanced Cox process and a degenerate balanced Cox process were selected. Thus the linked Cox processes show attraction, whereas the balanced Cox processes show repulsion between species. Eventually, a composed Cox process that shows attraction at long distances and repulsion at short distances was also defined.

All the marginal processes are homogeneous, except the marginal processes of degenerate linked and the marginal processes of balanced Cox processes. The specific choices for the processes are given in appendix.

Table 1 - Description of the thirteen reference bivariate point processes.

Name	Symbol	Biological situation modeled
Poisson – Poisson	PP	No interaction: random patterns
Poisson – Neyman Scott	PN	No interaction: random + cluster pattern
Poisson – S.S.I	PI	No interaction: random + regular pattern
Neyman Scott – Neyman Scott	NN	No interaction: clustered patterns
Neyman Scott – S.S.I	NI	No interaction: clustered + regular pattern
S.S.I – S.S.I	II	No interaction: regular patterns
Linked pairs	LP	Direct interaction: commensalism or mutualism
Mutual inhibition	MI	Direct interaction: competition
Linked Cox	LC	Ecological coincidence: converging at medium distances
Degenerate linked Cox	DLC	Ecological coincidence: converging at long distances
Balanced Cox	BC	Ecological coincidence: diverging at medium distances
Degenerate balanced Cox	DBC	Ecological coincidence: diverging at long distances
Composed Cox	CC	Ecological coincidence: converging at long distances + diverging at medium distances

2.3 Sampling design

To sample the distance from a random point to the k^{th} nearest tree of species i , denoted $X_i^{(k)}$, and the distance from a random tree of species $3-i$ ($i=1, 2$) to the nearest tree of species i , denoted Y_i , the same procedure was applied on the field and in simulations: M sampling points were located on the plot, with a distance between them big enough so that they could be considered as independent. The size of the sample thus depends on the total density $\lambda_1 + \lambda_2$ of events: based on empirical information, we decided that it had to be less than 5% of the total number of events. Hence we used $M = 100$ with at least 2 000 events in the study area for simulations. Let O_m be the m^{th} sampling point and E_{im} the nearest tree of species i from O_m . Then $X_i^{(k)}$ is measured from O_m and Y_i is measured from $E_{3-i,m}$. Edge effects are to be considered because 1) if a sampling point O_m is too close to a boundary, the nearest tree E_{im} inside the plot may not be the true nearest tree, thus yielding a bias; 2) from a biological point of

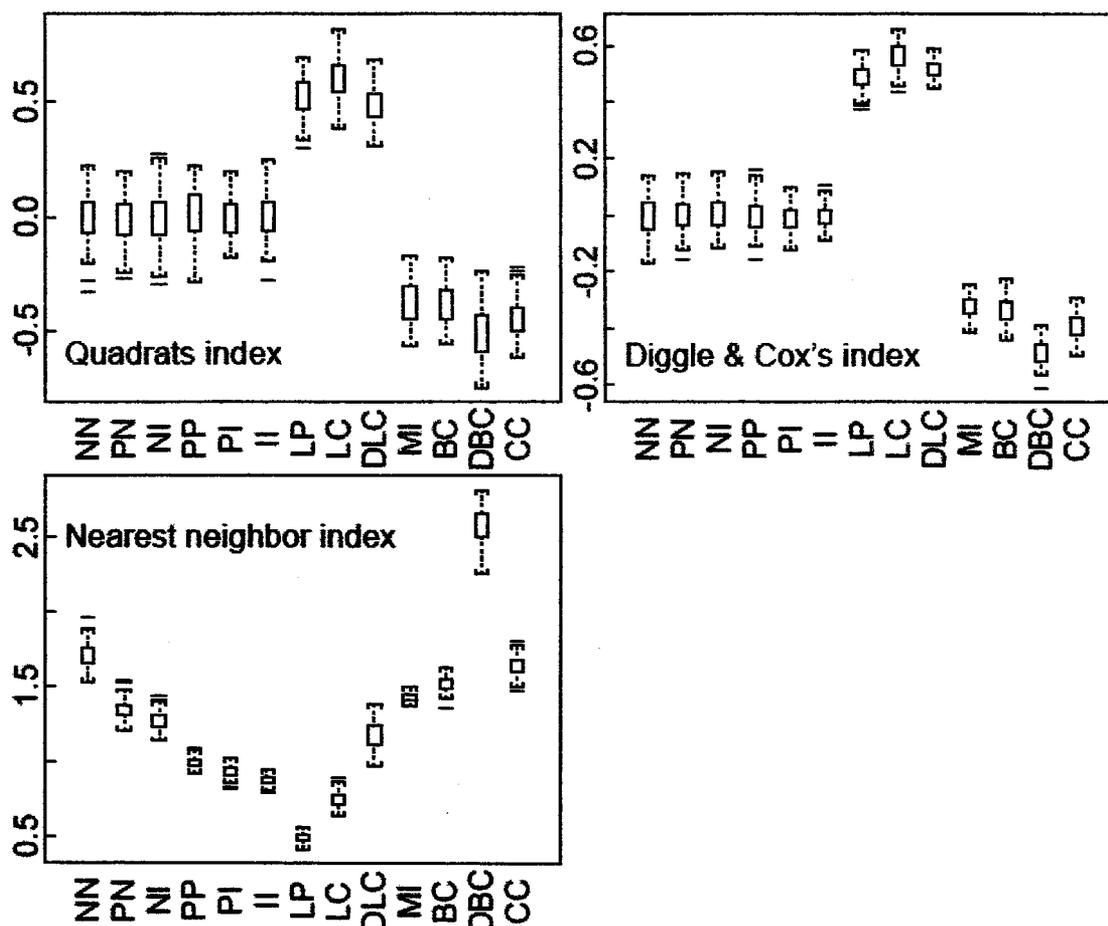
view, if the area outside the plot is very different from the stand, then the edge may not be representative of the stand. A guard area was thus respected so that distances $X_i^{(k)}$ and Y_i be larger than the distances from O_m or E_{im} to the nearest edge.

Sampling points were located on a square grid.

3. Simulation results: index benchmark

Figure 1 shows the distributions of the three selected indices for the thirteen reference point processes: horizontally are the thirteen processes; vertically are the values of the indices. Each boxplot represents the distribution of one index for 100 realizations of one reference point process.

Figure 1 - Distributions of the three selected indices for the 13 reference point processes. Each plot corresponds to an index; horizontally are the 13 reference point processes; vertically is the value of the index.



The global positioning of the boxplots characterizes the behavior of the indices. The quadrat index and Diggle & Cox's index have a similar spectrum. They discriminate three blocks of point processes: processes with independent marginal processes (NN to II), processes with attractive marginal processes (LP, LC, DLC), and processes with repulsive marginal processes (MI, BC, DBC). They do not however discriminate the three processes within the last two blocks, which means that they are hardly sensitive to the scale of interactions. Furthermore, these indices behave badly for complex patterns with different scales of interaction: the index values for the cc process are similar to the index values of the processes showing repulsion between their marginal processes. The nearest neighbor index exhibits a spectrum which is completely different. This index do not discriminate independence from dependence of the marginal processes, but it is sensitive to the scale at which interactions occur. It increases regularly from the processes showing attraction at short distances (LP) to the processes showing repulsion at long distances (DBC).

Indices differ too in their stability. For instance, the ranges of values for any process are wider with the quadrat index than with Diggle & Cox's index. This can be related to the size of the sample of distances, as Diggle & Cox's index rely on four times more distances than the quadrat index. Given one index, the more distances are measured, the less extended are its variations. A sample size of 100 sampling points appeared to be a good trade-off between the quantity of sampling work and the required precision.

4. Application to a case study

4.1 Study site

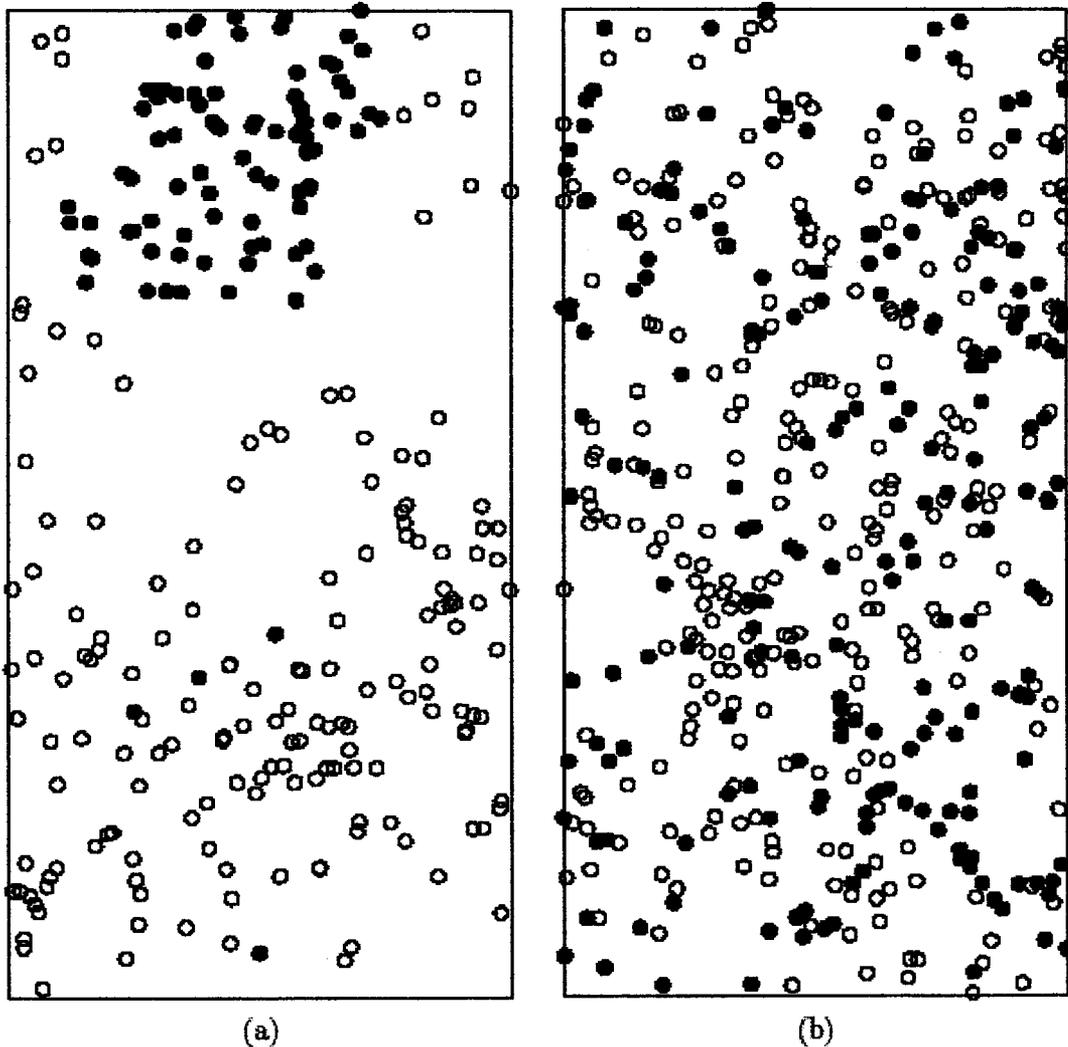
The indices were used to analyse tree species interactions in a tropical dry savanna in the Zan Coulibaly district, 90 km north east of Bamako, Mali, West Africa. The savanna is a tree savanna according to the Yangambi classification. The study area is within the Southern-Sudanese bioclimatic range, with an average rainfall of 790 mm yr⁻¹. The relief consists of flat plateaus about 50 m high, separated by plains. Two 50 m × 100 m permanent plots were installed in 2001, one near the village of Sokouna (12°52'N, 7°18'W) and the other near the village of Korokoro (12°45'N, 7°24'W). The plot at Sokouna was located on a rocky plateau whereas the plot at Korokoro was located in the plain. All trees with a girth at ground level greater than 10 cm were inventoried. Their spatial coordinates and their species were noted.

Tree density at Sokouna equalled 790 ha⁻¹. Basal area was 12.5 m² ha⁻¹, and 31 species were found on the plot. Tree density at Korokoro equalled 1 348 ha⁻¹. Basal area was 8.4 m² ha⁻¹, and 29 species were found on the plot. Thus, the two plots have a similar species richness, but the tree average size is lower at Korokoro than at Sokouna. This can be explained by fuel logging that is present in the whole area but is more intensive at Korokoro than at Sokouna.

At each site, we analysed the spatial interaction between two groups of species. At Sokouna, one group was composed of *Combretum micranthum* and *Acacia ataxacantha*, and the other one was composed of *Strychnos spinosa*, *Acacia macrostachya* and *Combretum glutinosum*. Figure 2a shows the spatial patterns of the two groups of species. *C. micranthum* and *A. araxacantha* often growth together in dense thickets that are bounded to a type of soil. *S. spinosa*, *A. macrostachya* and *C. combretum* are common species of the bulk tree savanna. The two groups of species are thus indicative of different soil conditions.

At Korokoro, one group of species was composed of *Entada africana* and *C. glutinosum*, and the other one was composed of *A. macrostachya* and *Guiera senegalensis*. Figure 2b show their spatial patterns. *E. africana* and *C. glutinosum* are species that are often logged, whereas *A. macrostachya* is a species that is not appreciated by loggers. *G. senegalensis* is a pioneer species that is indicative of over-logging. The two groups of species are thus indicative of logging intensity.

Figure 2 - Spatial patterns of the two groups of species at (a) Sokouna (black dots: *C. micranthum* and *A. ataxacantha*; white dots: *S. spinosa*, *A. macrostachya* and *C. glutinosum*), (b) Korokoro (black dots: *E. africana* and *C. glutinosum*; white dots: *A. macrostachya* and *G. senegalensis*).



4.2. Values of the indices

Table 2 show the values of the indices at Sokouna and Korokoro. The quadrat index and Diggle & Cox index can be complemented with a test of the independence of the marginal processes. Under the null hypothesis of independence of the marginal processes, the χ^2 -statistic based on the contingency table giving the presence and absence of the groups of species is approximately distributed as a χ^2 with one degree of freedom (Upton and Fingleton 1985).

Under the same null hypothesis, $X_1^{(k)}$ and $X_2^{(k)}$ are independent random variables, which can be tested via Kendall's rank correlation coefficient τ (Diggle and Cox 1983). At Sokouna, the quadrat index and Diggle & Cox index have a negative value and the nearest neighbour index has a high value, which indicate repulsion between the marginal processes. The tests show that this repulsion is significant at the 5% level. At Korokoro, the test of independence is not significant: the marginal processes may thus be considered as independent.

Given the value v_i of an index i for an observed bivariate pattern O , and the cumulative distribution function F_P^i of the values of i for a given bivariate point process P , the dissimilarity between O and P according to index i may be defined as: $d_i(O, P) = 2 \times |0.5 - F_P^i(v_i)|$. So d_i varies between 0 and 1: $d_i = 0$ if v_i is equal to the median of the index i for the point process P ; $d_i = 1$ if v_i is completely outside the range of values of i for P , that is to say if O is incompatible with P . The dissimilarities between the thirteen reference bivariate point processes and the observed patterns are shown in Figure 3.

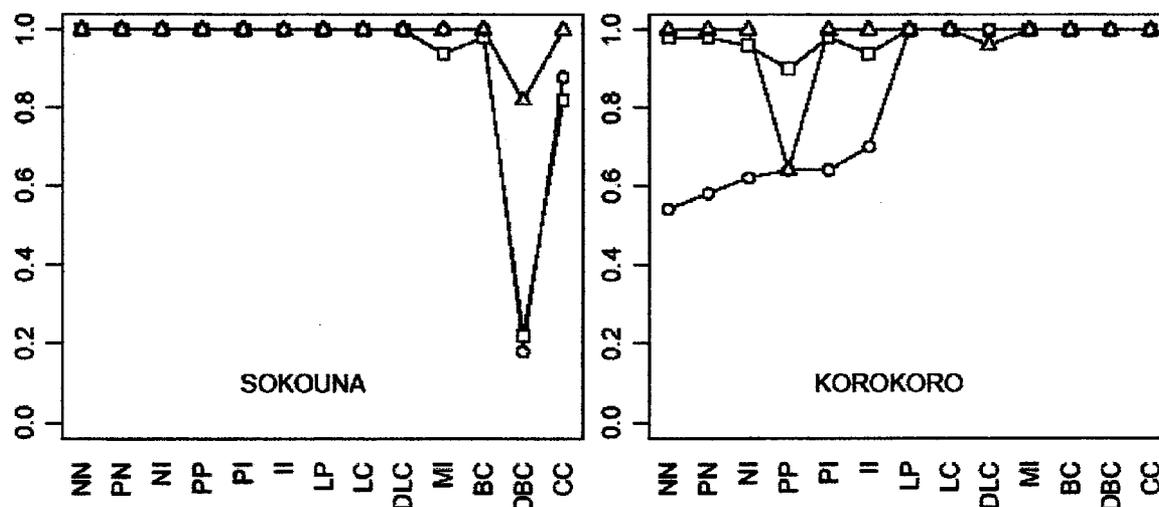
At Sokouna, all three indices designate the inhomogeneous balanced Cox process (DBC) as the most likely. The situation is less clear at Korokoro, although all three indices reach their minimum value for bivariate processes with independent marginal processes. Diggle & Cox index designates the superposition of two independent clustered processes (NN) as the most likely, whereas the quadrat index and the nearest neighbour index designate the superposition of two independent Poisson processes (PP) as the most likely. These results are consistent with the tests previously done. Moreover, they clarify the scale of interaction at Sokouna.

Table 2 - Values of the quadrat index (ρ), of Diggle & Cox's index (t) and of the nearest neighbor index (d), and tests of independence of the marginal processes. In the test related to t , k indicates the order of the nearest neighbor.

Site	ρ	p-value	d	t	p-values			
					$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$
Sokouna	-0.553	0.010*	2.437	-0.469	0.026*	0.014*	0.003*	0.001*
Korokoro	0.189	0.602	1.035	-0.050	0.226	0.987	0.962	0.785

* Significant (5% level) rejection of independence towards repulsion.

Figure 3 - Dissimilarity between the observed bivariate patterns at Sokouna and Korokoro and the simulated point processes. Horizontally are the thirteen reference point processes. Vertically are the values of the dissimilarity using Diggle & Cox's index (circle), the quadrat index (square), and the nearest neighbor index (triangle).



4.3. Interpretation

As we have the complete mapping of trees in the 50 m × 100 m plots, it is quite straightforward to interpret the results in the present case. Of course, when the complete mapping of trees is available, more powerful tools than the indices may be used, such as the intertype K_{12} -function (Goreaud and Pélissier 2003) or the intertype J_{12} -functions (van Lieshout and Baddeley 1999, Møller and Waagepetersen 2004). Here, the mapping of trees is simply used to validate the conclusions of the indices. The intertype K_{12} -function was computed at each site, and it confirmed the results given by the indices: there is repulsion between marginal processes for long distances at Sokouna, and the marginal processes are independent at Korokoro. The conclusion is actually quite evident at Sokouna by visual inspection (Fig.2a).

Ripley's K -function was also computed for each marginal pattern at Korokoro, to see if the marginal processes are clustered, random or regular. It turned out that the group composed of *E. africana* and *C. glutinosum* (black dots in Fig.2b) had a clustered distribution for short distances, whereas the group composed of *A. macrostachya* and *G. senegalensis* (white dots in Fig.2b) had a clustered distribution for long distances. So the bivariate pattern at Korokoro corresponds to the superposition of two independent clustered patterns, which was the conclusion drawn by Diggle & Cox index.

From a biological point of view, the long-range repulsion between marginal processes at

Sokouna may be explained by the heterogeneity of soil conditions. The patch of *C. micranthum* and *A. ataxacantha* that do not mix with the bulk tree savanna result from locally favourable soil conditions. At Korokoro, the independence of marginal processes would mean that the location of trees that are preferentially logged is independent of the location of trees that benefit from logging, at least at the scale of the plot.

5. Conclusion

Although the true cause and effect relationships might be too complex and inferring processes from patterns remains an unsatisfactory although often inevitable approach, the indices provide a quick method for describing species distribution patterns and can be valuable tools for modeling the development of mixed-species stands. They deliver reliable information about the dependence and independence between the two species, and proved to be valuable tools in developing hypotheses about species interaction. However, testing these hypotheses needs additional stand and site information.

If it were possible to relate dependence and independence patterns to stand or site characteristics, the development of the species distribution of such stands could be modeled using marginal point processes. To provide the necessary information for that purpose, a further study should be carried out that examines these relationships on a larger area and a variety of sites.

References bibliography

- CAILLIEZ, F. and J.P. PAGÈS. (1976). *Introduction à l'analyse de données*. SMASH. 615 p.
- CRESSIE, N. (1991). *Statistics for spatial data*. John Wiley & Sons, New York. 900 p.
- DALE, M.R.T. and D.J. BLUNDON. (1991). Quadrat covariance analysis and the scales of interspecific association during primary succession. *Journal of Vegetation Science*, 2:103–112.
- DIGGLE, P.J. and A.G. CHETWYND. (1991). Second-order analysis of spatial clustering for inhomogeneous populations. *Biometrics*, 47:1155–1163.
- DIGGLE, P.J. and T.F. COX. (1983). Some distance-based tests of independence for sparsely-sampled multivariate spatial point patterns. *International Statistical Review*, 51:11–23.
- DIGGLE, P.J. and R.K. MILNE. (1983). Bivariate Cox processes: some models for bivariate spatial point patterns. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 45:11–21.

- DIXON, P. (1994). Testing spatial segregation using a nearest-neighbor contingency table. *Ecology*, 75:1940-1948.
- GOODALL, D.W. (1965). Plot-less tests of interspecific association. *Journal of Ecology*, 53:197-210.
- GOREAUD, F. and R. PÉLISSIER. (2003). Avoiding misinterpretation of biotic interactions with the intertype K12-function: population independence vs. random labelling hypotheses. *Journal of Vegetation Science*, 14:681-692.
- GREIG-SMITH, P. (1964). Quantitative plant ecology. Ed. 2. Butterworths, London. 255 p.
- GREIG-SMITH, P. (1979). Pattern in vegetation. *Journal of Ecology*, 67:755- 779.
- KERSHAW, K.A. 1959. An investigation of the structure of a grassland community. *Journal of Ecology*, 47:31-53.
- KERSHAW, K.A. (1960). The detection of pattern and association. *Journal of Ecology*, 48:233-242.
- MEAGHER, T.R. and D.S. BURDICK. (1980). The use of nearest neighbor frequency analyses in studies of association. *Ecology*, 61:1253-1255.
- MOEUR, M. (1993). Characterizing spatial patterns of trees using stemmapped data. *Forest Science*, 39:756-775.
- MOLLER, J. and R.P. WAAGEPETERSEN. (2004). Statistical inference and simulation for spatial point processes. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton. 300 p.
- PENTTINEN, A., D. STOYAN, and H.M. HENTTONEN. (1992). Marked point processes in forest statistics. *Forest Science*, 38:806-824.
- PIELOU, E.C. (1961). Segregation and symmetry in two-species populations as studied by nearest-neighbour relationships. *Journal of Ecology*, 49:255- 269.
- PIELOU, E.C. (1969). An introduction to mathematical ecology. John Wiley & Sons, New York. 290 p.
- R. Development Core Team. (2003). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, ISBN 3-900051-00-3.
- STOYAN, D. and H. STOYAN. (1994). Fractals, random shapes and point fields. John Wiley & Sons, Chichester. 390 p.
- TILMAN, D. and P. KAREIVA, eds. (1997). Spatial ecology - the role of space in population dynamics and interspecific interactions, Monographs in Population Biology 30, Princeton, New Jersey, Princeton University Press.
- UPTON, G. and B. FINGLETON. (1985). Spatial data analysis by example - vol.i: Point pattern and quantitative data. JohnWiley & Sons, Chichester. 410 p.
- VAN LIESHOUT, M.N.M. and A.J. BADDELEY. (1999). Indices of dependence between types in multivariate point patterns. *Scandinavian Journal of Statistics*, 26:511-532.

Appendix: definition of the reference bivariate point processes

In this section we define the thirteen simulated point processes. The link with biological situation is summarized in Table 1. All processes are generated on a square $[0,1] \times [0,1]$ in \mathbb{R}^2 . All computations are done with R software (R Development Core Team 2003).

PP process: Superposition of two independent homogeneous Poisson processes.

A homogeneous Poisson process is a point process such that for all k ($k \in \mathbb{N}$) disjoint sets of \mathbb{R}^2 the k random variables that count the number of events within the k sets are statistically independent Stoyan and Stoyan (1994). It implies that the random variable $N(B)$ counting the number of events within B follows a Poisson law with parameters: $\lambda \nu(B)$, where λ is the intensity of the process.

$$\forall B \in \mathcal{X}, \Pr[N(B) = n] = \frac{1}{n!} (\lambda \nu(B))^n e^{-\lambda \nu(B)}.$$

Moreover, conditionally on $N(B) = n$ these events are i.i.d. on B . Homogeneous Poisson process models random repartition. In our simulation, we have $(\lambda_1, \lambda_2) = (3\ 000, 2\ 000)$.

PN process: Superposition of a homogeneous Poisson process and an independent Neyman-Scott process.

The univariate Neyman-Scott process is defined as (Cressie 1991, p.661):

1. Parents points are generated as a homogeneous Poisson process with intensity λ .
2. The number of children of each parent follows a Poisson law of parameter f .
3. Polar coordinates (R, θ) of children points from parents points are independent random variables with $\theta \sim U[0, 2\pi[; R \sim N(0, \sigma)$.
4. The process only considers children points.

Intensity of Poisson process is $\lambda = 3\ 000$. Parameters of Neyman-Scott process are $\lambda = 286$, $f = 7$, $\sigma = 1.479 \times 10^{-2}$.

PI process: Superposition of a homogeneous Poisson process and a sequential inhibition process.

A sequential inhibition process Diggle and Cox (1983) is defined as: let i points be located, the next one is drawn at random. If the minimum distance between this new point and the i first points is greater than a threshold h , we keep the point. Otherwise the point is

withdrawn. We stop the process when n points are located. Intensity of Poisson process is $\lambda = 2000$. Parameters of sequential inhibition process are $n = 3000$, $h = 9.129 \times 10^3$.

NN Process: Superposition of two independent Neyman-Scott processes. Processes were already defined. Parameters of the first marginal process are $\lambda = 429$, $f = 7$, $\sigma = 1.208 \times 10^{-2}$. Parameters of the second marginal process as before.

NI process: Superposition of a Neyman-Scott process and an independent sequential inhibition process.

Processes were already defined. We consider the same parameter values.

II process: Superposition of two sequential inhibition processes.

Processes were already defined. Parameters of the first marginal process as before.

Parameters of the second marginal process are $n = 2000$, $h = 1.118 \times 10^{-2}$.

DBC process: Inhomogeneous balanced Cox process.

Events of type 1 and 2 are generated as homogeneous Poisson process of intensity λ_1 and λ_2 . An event of type 1 located at $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ has a survival probability $p_1(\mathbf{x})$ defined as:

$$f(x) = \sqrt{x} \quad p_1 = \begin{cases} 0 & , \text{if } x_2 \leq f(x_1) - \Delta/2 \\ \frac{x_2 - f(x_1) + \Delta/2}{\Delta} & , \text{if } f(x_1) - \Delta/2 < x_2 \leq f(x_1) + \Delta/2 \\ 1 & , \text{if } x_2 > f(x_1) + \Delta/2 \end{cases}$$

where Δ is a fixed distance. An event of type 2 located on \mathbf{x} has a survival probability $p_2(\mathbf{x}) = 1 - p_1(\mathbf{x})$. Parameter values are: $(\lambda_1, \lambda_2) = (3000, 2000)$, $\Delta = 0.2$.

BC process: Balanced Cox process.

The process Diggle and Milne (1983) is defined as: events of type 1 and 2 are generated as homogeneous Poisson process of intensity λ_1 and λ_2 . An event of type 1 located on $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ has a survival probability $p_{bal}(\mathbf{x})$ defined as:

$$r = \min_i (\|\mathbf{x} - \mathbf{X}_i\|) \quad p_{bal1} = \begin{cases} 1 - \beta, & \text{if } r \leq \delta \\ \beta, & \text{if } r > \delta \end{cases}$$

where Δ is a fixed distance, \mathbf{X}_i are events coming from a homogeneous Poisson process with intensity ω . An event of type 2 located on \mathbf{x} has a survival probability $p_{bal2}(\mathbf{x}) = 1 - p_{bal1}(\mathbf{x})$. Parameter values are: $(\lambda_1, \lambda_2) = (3000, 2000)$, $\omega = 333$, $\delta = 2.598 \times 10^{-2}$, $\beta = 0$.

DLC process: Inhomogeneous linked Cox process.

Events of type 1 and 2 are generated as homogeneous Poisson process of intensity λ_1 and λ_2 . An event (for both type) located on $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ has a survival probability $p(\mathbf{x})$ defined as:

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.65 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad r = \min(\|\mathbf{x} - \mathbf{a}\|, \|\mathbf{x} - \mathbf{b}\|)$$

$$p = \begin{cases} 1, & \text{if } 0 \leq r < R \\ 1 - \frac{r - R}{\Delta R}, & \text{if } R \leq r < R + \Delta R \\ 0, & \text{if } r \geq R + \Delta R \end{cases}$$

where R and ΔR are fixed radii. Parameter values are: $(\lambda_1, \lambda_2) = (3000, 2000)$, $R = 0.35$, $\Delta R = 0.2$.

LC process: Linked Cox process.

Events of type 1 and 2 are generated as homogeneous Poisson process of intensity λ_1 and λ_2 . An event (for both type) located on $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ has a survival probability $p_{lnk}(\mathbf{x})$ defined as:

$$r = \min_i (\|\mathbf{x} - \mathbf{X}_i\|) \quad p_{lnk} = \begin{cases} 1, & \text{if } 0 \leq r < R \\ 1 - \frac{r - R}{\Delta R}, & \text{if } R \leq r < R + \Delta R \\ 0, & \text{if } r \geq R + \Delta R \end{cases}$$

and X_i are the events of a homogeneous Poisson process with intensity μ . Parameter values are: $(\lambda_1, \lambda_2) = (3000, 2000)$, $\mu = 125$, $R = 3.464 \times 10^{-2}$, $\Delta R = 6.928 \times 10^{-2}$.

LP process: Linked pairs process.

It is a bivariate Poisson process with attraction between marginal process. It is defined as Diggle and Cox (1983):

1. Events of type 1 are coming from a homogeneous Poisson process with intensity λ .
2. For each event of type 1, an event of type 2 is simulated with polar coordinates (R, θ) , $\theta \sim U[0, 2\pi[$ and $R \sim N(0, \sigma)$.
3. To smooth the attraction process, the link between events of type 1 and events of type 2 is broken with probability $p \in]0, 1[$. For each broken link one point is drawn at random.

Parameter values are: $\lambda = 2500$, $\sigma = 4.480 \times 10^{-3}$, $p = 0.2$.

MI process: Mutual inhibition process.

This process generates point patterns with repulsion between marginal distributions Diggle and Cox (1983).

Events are generated with a uniform distribution alternatively for each process. If the distance from the candidate point to a previously generated point from the other process is greater than δ the point is kept otherwise a new point is generated. The process is stopped when a predefined number of points are generated or if no new point can be added.

This process can be generalized in various ways. At first it is possible to define different inhibition distances δ_1 and δ_2 for the two species. It is possible to smooth the inhibition with a survival function as:

$$p(r) = \begin{cases} \left(\frac{r}{\delta}\right)^\beta, & \text{if } r < \delta \\ 1, & \text{if } r \geq \delta \end{cases}$$

The $(m+1)$ th individual of specie 1 is kept with probability $\prod_{j=1}^m p(r_j)$, where r_j is the distance between this candidate point and the j th of m individuals of specie 2 already generated. Parameter values are: $n = 2500$, $\delta = 0.01$.

CC process: Composed Cox process.

This process is obtained as the composition of a balanced Cox process and of a linked Cox process previously defined. Parameter values are: $\lambda_1 = 5\,000$, $\lambda_2 = 3\,333$, $\mu = 125$, $R = 3.464 \times 10^{-2}$, $\Delta R = 6.928 \times 10^{-3}$, $\omega = 333$, $\sigma = 2.598 \times 10^{-2}$, $\beta = 0$.

POLÍTICA EDITORIAL

A Revista Brasileira de Estatística - RBEs publica trabalhos relevantes em Estatística Aplicada, não havendo limitação no assunto ou matéria em questão. Como exemplos de áreas de aplicação citamos as áreas de advocacia, ciências físicas e biomédicas, criminologia, demografia, economia, educação, estatísticas governamentais, finanças, indústria, medicina, meio ambiente, negócios, políticas públicas, psicologia e sociologia, entre outras. A RBEs publicará, também, artigos abordando os diversos aspectos de metodologias relevantes para usuários e produtores de estatísticas públicas, incluindo planejamento, avaliação e mensuração de erros em censos e pesquisas, novos desenvolvimentos em metodologia de pesquisa, amostragem e estimação, imputação de dados, disseminação e confiabilidade de dados, uso e combinação de fontes alternativas de informação e integração de dados, métodos e modelos demográficos e econométricos.

Os artigos submetidos devem ser inéditos e não devem ter sido submetidos simultaneamente a qualquer outro periódico.

O periódico tem como objetivo a apresentação de artigos que permitam fácil assimilação por membros da comunidade em geral. Os artigos devem incluir aplicações práticas como assunto central, com análises estatísticas exaustivas e apresentadas de forma didática. Entretanto, o emprego de métodos inovadores, apesar de ser incentivado, não é essencial para a publicação.

Artigos contendo exposição metodológica são também incentivados, desde que sejam relevantes para a área de aplicação pela qual os mesmos foram motivados, auxiliem na compreensão do problema e contenham interpretação clara das expressões algébricas apresentadas.

A RBEs tem periodicidade semestral e também publica artigos convidados e resenhas de livros, bem como incentiva a submissão de artigos voltados para a educação estatística.

Artigos em espanhol ou inglês só serão publicados caso nenhum dos autores seja brasileiro e nem resida no País.

Todos os artigos submetidos são avaliados quanto à qualidade e à relevância por dois especialistas indicados pelo Comitê Editorial da RBEs.

O processo de avaliação dos artigos submetidos é do tipo 'duplo cego', isto é, os artigos são avaliados sem identificação de autoria e os comentários dos avaliadores também são repassados aos autores sem identificação.

INSTRUÇÃO PARA SUBMISSÃO DE ARTIGOS À RBEs

O processo editorial da RBEs é eletrônico. Os artigos devem ser submetidos via e-mail para: hortega@ibge.gov.br

Após a submissão o autor correspondente receberá um código para acompanhar o processo de avaliação do artigo. Caso não receba um aviso com este número no prazo de uma semana, fazer contato com a secretaria da revista no endereço:

Revista Brasileira de Estatística

IBGE – Diretoria de Pesquisas - Coordenação de Métodos e Qualidade

Av. República do Chile, nº 500, 10º andar

Centro, Rio de Janeiro – RJ

CEP: 20031-170

Tel.: 55 21 2142-0472

55 21 2142-4549

Fax: 55 21 2142-4802

INSTRUÇÕES PARA PREPARO DOS ORIGINAIS

Os originais entregues para publicação devem obedecer às normas seguintes.

1. Originais processados pelo editor de textos Word for Windows são preferidos. Entretanto, serão aceitos também, originais processados em LaTeX desde que sejam encaminhados acompanhados de versões em pdf, conforme descrito no item 3 a seguir;
2. A primeira página do original (folha de rosto) deve conter o título do artigo, seguido do(s) nome(s) completo(s) do(s) autor(es), indicando-se, para cada um, a afiliação e endereço para correspondência. Agradecimentos a colaboradores e instituições, e auxílios recebidos, também, devem figurar nesta página;
3. No caso da submissão não ser em Word for Windows, três arquivos do original devem ser enviados. O primeiro deve conter os originais no processador de texto utilizado (por exemplo, Latex). O segundo e terceiro devem ser no formato pdf, sendo um com a primeira página, como descrito no item 2, e outro contendo apenas o título, sem identificação do(s) autor(es) ou outros elementos que possam permitir a identificação da autoria;
4. A segunda página do original deve conter resumos em português e inglês (abstract), destacando os pontos relevantes do artigo. Cada resumo deve ser digitado seguindo o mesmo padrão do restante do texto, em um único parágrafo, sem fórmulas, com, no máximo, 150 palavras;
5. O artigo deve ser dividido em seções, numeradas progressivamente, com títulos concisos e apropriados. Todas as seções e subseções devem ser numeradas e receber título apropriado;
6. Tratamentos algébricos exaustivos devem ser evitados ou alocados em apêndices;

7. A citação de referências no texto e a listagem final de referências devem ser feitas de acordo com as normas da ABNT;
8. As tabelas e gráficos devem ser precedidos de títulos que permitam perfeita identificação do conteúdo. Devem ser numeradas seqüencialmente (Tabela 1, Figura 3, etc.) e referidas nos locais de inserção pelos respectivos números. Quando houver tabelas e demonstrações extensas ou outros elementos de suporte, podem ser empregados apêndices. Os apêndices devem ter título e numeração, tais como as demais seções de trabalho; e
9. Gráficos e diagramas para publicação devem ser incluídos nos arquivos com os originais do artigo. Caso tenham que ser enviados em separado, devem ter nomes que facilitem a sua identificação e posicionamento correto no artigo (ex. Gráfico 1; Figura 3; etc.). É fundamental que não existam erros, quer no desenho, quer nas legendas ou títulos.