

Presidente da República
Fernando Henrique Cardoso

Ministro do Planejamento, Orçamento e Gestão
Martus Antônio Rodrigues Tavares

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA - IBGE

Presidente
Sérgio Besserman Vianna

Diretor-Executivo
Nuno Duarte da Costa Bittencourt

ÓRGÃOS ESPECÍFICOS SINGULARES

Diretoria de Pesquisas
Maria Martha Malard Mayer

Diretoria de Geociências
Guido Gelli

Diretoria de Informática
Paulo Roberto Ribeiro da Cunha

Centro de Documentação e Disseminação de Informações
David Wu Tai

Escola Nacional de Ciências Estatísticas
Kaizô Iwakami Beltrão

Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão
Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

REVISTA BRASILEIRA DE ESTATÍSTICA

volume 60 número 214 julho/dezembro 1999

ISSN 0034-7175

R. bras. Estat., Rio de Janeiro, v. 60, n. 2134 p. 1-86, jul/dez. 1999

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE

Av. Franklin Roosevelt, 166 - Centro - 20021-120 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil

© IBGE. 2001

Revista Brasileira de Estatística, ISSN 0034-7175

Órgão oficial do IBGE e da Associação Brasileira de Estatística – ABE.

Publicação semestral que se destina a promover e ampliar o uso de métodos estatísticos (quantitativos) na área das ciências econômicas e sociais, através de divulgação de artigos inéditos.

Temas abordando aspectos do desenvolvimento metodológico serão aceitos, desde que relevantes para os órgãos produtores de estatísticas.

Os originais para publicação deverão ser submetidos em três vias (que não serão devolvidas) para:

Pedro Luís do Nascimento Silva
Editor responsável – RBEs – IBGE.
Av. República do Chile, 500 – Centro
20031-170 – Rio de Janeiro, RJ.

Os artigos submetidos às RBEs não devem ter sido publicados ou estar sendo considerados para publicação em outros periódicos.

A Revista não se responsabiliza pelos conceitos emitidos em matéria assinada.

Editor Responsável

Pedro Luís do Nascimento Silva (IBGE)

Editor de Estatísticas Oficiais

Djalma Galvão Carneiro Pessoa (IBGE)

Editor de Metodologia

Hélio dos Santos Migon (UFRJ)

Editores Associados

Gilberto Alvarenga Paula (USP)

Kaizô Iwakami Beltrão (IBGE)

Lisbeth Kaiselian Cordani (USP)

Renato Martins Assunção (UFMG)

Wilton de Oliveira Bussab (FGV-SP)

Impressão

Gráfica Digital/Centro de Documentação e Disseminação de Informações - CDDI/IBGE, em 2001

Capa

Renato J. Aguiar – Divisão de Criação – CDDI

Ilustração da Capa

Marcos Balster – Divisão de Criação – CDDI

Revista brasileira de estatística/IBGE, - v.1, n.1 (jan/mar.1940), - Rio de Janeiro:IBGE, 1940-

v.

Trimestral (1940-1986), semestral (1987-).

Continuação de: Revista de economia e estatística.

Índices acumulados de autor e assunto publicados no v.43 (1940-1979) e v. 50 (1980-1989).

Co-edição com a Associação Brasileira de Estatística a partir do v.58.

ISSN 0034-7175 = Revista brasileira de estatística.

I. Estatística – Periódicos. I. IBGE. II. Associação Brasileira de Estatística.

IBGE. CDDI. Div. de Biblioteca e Acervos Especiais

CDU 31 (05)

RJ-IBGE/88-05 (rev.98)

PERIÓDICO

Impresso no Brasil/Printed in Brazil

Sumário

Nota do Editor 5

Artigos

Construção de uma escala sócio-ocupacional: Notas metodológicas e resultados..... 7
Paulo de Martino Jannuzzi

Modelos de regressão não-linear com diferentes estruturas para a matriz de covariâncias: Uma aplicação a um ensaio com medidas repetidas no tempo..... 25
*Paulo José Ogliari
Dalton Francisco de Andrade
Roseli A. Leandro*

Ajustamento de modelos de longa memória a uma série real..... 41
*Cristina Baptista Moura
Clélia M. C. Tolo*

Um sistema de avaliação de desempenho acadêmico baseado no ajustamento de um modelo hierárquico dinâmico 67
Annibal Parracho Sant'Anna

Política Editorial 85

NOTA DO EDITOR

Apresentamos mais um número da RBEs, com quatro artigos de diferentes especialidades e tratando de aplicações em áreas distintas. Abrindo o número, Jannuzzi discute a construção de escalas sócio-ocupacionais com aplicação à realização de pesquisas sobre o mercado de trabalho, tema atual e de grande relevância, particularmente em vista das transformações rápidas por que tem passado esse mercado e as próprias ocupações. Em seguida, Ogliari, Andrade e Leandro tratam do emprego de diferentes estruturas de covariância para modelos de regressão não-linear aplicados a dados longitudinais sobre crescimento de árvores de eucalipto em plantações para produção de papel e celulose. Moura e Toloí apresentam métodos para ajustamento de modelos de longa memória a uma série temporal de vazão de um rio. Finalmente, Sant'Anna desenvolve uma abordagem para avaliação de desempenho acadêmico empregando um modelo hierárquico dinâmico, com aplicação a dados de um departamento numa universidade federal localizada no Estado do Rio de Janeiro.

Esta variedade de métodos e aplicações atesta a riqueza de temas e problemas em que a Estatística pode ser útil, bem como a contribuição de nossa disciplina para o enfrentamento e solução de problemas relevantes e atuais (compreensão e acompanhamento do mercado de trabalho; planejamento econômico em engenharia florestal; monitoramento ambiental; e avaliação acadêmica).

Aproveito esta oportunidade para agradecer aos revisores que tem colaborado de forma anônima, porém dedicada, com a avaliação de artigos submetidos à RBEs. Aos autores em potencial, pedimos que considerem a RBEs como veículo para disseminação de seus trabalhos, e que submetam contribuições que serão avaliadas com base na política editorial em vigor.

Saudações,

Pedro Luis do Nascimento Silva

Editor Responsável

Construção de uma escala sócio-ocupacional: notas metodológicas e resultados¹

Paulo de Martino Jannuzzi *

RESUMO

O objetivo do artigo é apresentar uma metodologia para construção de escalas sócio-ocupacionais, para agrupamento hierárquico das ocupações levantadas em pesquisas sobre mercado de trabalho. Além dessa contribuição metodológica específica, este texto também tem o propósito de ilustrar a complexidade operacional do emprego de técnicas estatísticas multivariadas na Pesquisa Social. Inicialmente faz-se uma breve discussão sobre os aspectos teórico-metodológicos inerentes à construção de uma escala sócio-ocupacional. Na seção seguinte exemplifica-se a montagem de uma escala a partir de dados empíricos, discutindo-se passo a passo as decisões técnicas adotadas. Por fim discute-se aspectos relacionados à validação, confiabilidade e consistência interna da escala sócio-ocupacional construída. Com o artigo espera-se estar contribuindo para discussão e proposição de métodos para elaboração de classificações ocupacionais agregadas, para uso em estudos em Economia e Sociologia do Trabalho.

1. Introdução

As escalas sócio-ocupacionais têm diversas aplicações nos Estudos de Economia e Sociologia do Trabalho. São particularmente importantes para os estudos de Mobilidade Social, já que com a hierarquização

¹ Este trabalho corresponde a uma versão modificada do texto "Aspectos metodológicos da construção de uma escala sócio-ocupacional", desenvolvido no âmbito do Cuarto ciclo de capacitación de docentes, coordenado pelo Prof.Dr. Eduardo Crivisqui e realizado em 1997 na Universidad de Concepcion, Chile, sob os auspícios do PRESTA/Universite Libre de Bruxelles. Agradeço aos pareceristas anônimos da RBEs pelas sugestões apresentadas para aprimoramento do trabalho e adequação à linha editorial da revista.

* Endereço para correspondência: Departamento de Estatística IME - USP - Caixa Postal 66281, CEP 05315-970 - E-mail: clelia@ime.usp.br.

das ocupações e profissões em uma escala – e a identificação da posição na escala como *proxy* da inserção dos indivíduos na estrutura social - se pode avaliar se os mesmos ascenderam, descenderam ou permaneceram imóveis na pirâmide social, em relação a uma situação passada vivenciada pelos próprios indivíduos (mobilidade intra-geracional) ou pelos seus pais (mobilidade inter-geracional). Outra função destas escalas é possibilitar o manejo estatístico dos grupos ocupacionais em pesquisas amostrais, agregando-os em conjuntos menos suscetíveis à variabilidade amostral. Com isso, pode-se empreender análises comparativas de estruturas ocupacionais de diferentes grupos sociais ou regiões, questão recorrentemente tratada nos estudos da área.

Mas, em que pesem a qualidade e o volume da produção acadêmica dos Estudos do Trabalho no Brasil nas últimas décadas, esta temática - construção de classificações ocupacionais agrupadas e elaboração de escalas hierarquizadas de ocupações - tem sido tratada de forma um tanto descontínua na literatura. O caráter restrito da produção acadêmica na área decorreria, em grande medida, da complexidade metodológica de criação de tipologias ocupacionais e da ausência de discussões mais periódicas sobre estas questões no país. Como observa Médici (1989), o caráter dinâmico das transformações na estrutura ocupacional, que implica surgimento de novos ofícios, modificação do conteúdo de conhecimentos, habilidades e destrezas das profissões existentes ou mesmo o desaparecimento de ocupações específicas - acabaria por dificultar a criação de hierarquias ocupacionais que pudessem ser empregadas em análises longitudinais de longo período ou mesmo de análises comparativo-regionais de estruturas ocupacionais. Além disso, os estudos para construção de classificações ocupacionais requerem a disponibilidade de bases de dados que expressem a diversidade de ocupações existentes e garantam um nível razoável de confiabilidade em sua desagregação, requisitos atendidos de forma plena apenas pelos Censos Demográficos, fontes até pouco tempo não facilmente manipuláveis – em termos dos recursos computacionais exigidos - para a maioria da comunidade de pesquisadores. Por fim, a complexidade da criação de tipologias ocupacionais decorreria também da própria dificuldade da coleta da informação sobre a ocupação exercida nas pesquisas de campo. Como observa Pastore (1973), mesmo em levantamentos realizados com empregadores, agentes que, em tese, deveriam apresentar melhor ou maior uniformidade na declaração desta informação, há uma grande diversidade e sobreposição nos títulos ocupacionais informados.

Ainda assim, a bibliografia brasileira da área tem recebido importantes contribuições, sobretudo após a publicação do trabalho “Posição social das ocupações” de Valle Silva (1978), um dos estudos clássicos para a construção de categorias sócio-ocupacionais no país. A partir dos anos 80, viriam outros estudos como os de Chahad (1981), Jorge et alli (1984), Médici (1989), SEADE (1992), Matos (1994), Barros et alli. (1997), além de novas atualizações do trabalho original de Valle Silva (Valle Silva 1985, Scalon 1999).

É com o objetivo de contribuir para esta temática – construção de escalas sócio-ocupacionais - que se apresenta esse texto. Secundariamente, além dessa contribuição metodológica específica, este texto também tem o propósito de ilustrar a complexidade operacional do emprego de técnicas estatísticas multivariadas na Pesquisa Social. Para isso, o texto foi estruturado em três seções principais. Inicialmente faz-se uma breve discussão sobre os aspectos teórico-metodológicos inerentes à construção de uma escala sócio-ocupacional. Esta discussão é necessária para o entendimento geral da problemática e das decisões operacionais adotadas na seção seguinte, na exemplificação da montagem de uma escala a partir de dados empíricos. Por fim discute-se

aspectos relacionados à validação, confiabilidade e consistência interna da escala sócio-ocupacional construída.

2. Uma breve discussão conceitual sobre a construção da escala sócio-ocupacional

A primeira e mais crucial questão metodológica a enfrentar na construção de um indicador da posição ou forma de inserção individual ou familiar na estrutura social, aplicável na análise da mobilidade social baseada em dados retrospectivos, é a escolha das variáveis que poderiam traduzir operacionalmente este constructo teórico, tão idealizado quanto elástico, de “posição na estrutura social”.

Em geral, em estudos de mobilidade social com delineamento retrospectivo, se utiliza uma escala hierarquizada das ocupações e profissões- escala sócio-ocupacional- para classificar a posição do indivíduo ou família nos degraus da pirâmide social (Pastore 1979, Weiss 1986, Hout 1983, Merllié & Prévot 1997). Desta maneira, a partir da comparação das ocupações exercidas em dois momentos no passado, se pode avaliar se houve mobilidade social ascendente, descendente ou imobilidade social no período².

A escolha da ocupação como *proxy* da inserção social do indivíduo (e sua família) nos estudos de mobilidade se assenta, em bases substantivas, na tradição teórico-metodológica das análises de estratificação social, sejam elas de orientação weberiana ou marxista. Como discutem amplamente Jorrot & Acosta (1992) e Scalón (1999), a ocupação exercida seria a melhor variável-resumo ou indicador da classe social, no qual estariam combinados os diferentes critérios teóricos propugnados por uma ou outra escola sociológica para a estratificação social da sociedade capitalista (propriedade dos meios de produção, grau de autonomia no trabalho, qualificação, rendimentos auferidos, etc.).

Ainda que se possa levantar uma série de objeções com relação à validade, confiabilidade e consistência interna das escalas sócio-ocupacionais para lidar com questões tão delicadas e relevantes da Pesquisa Social, não parece haver alternativas muito melhores para lidar com este tipo de informação levantada retrospectivamente. Outros *proxies* da inserção social do indivíduo poderiam, em tese, ser considerados como a escolaridade, rendimento ou algum indicador subjetivo de autoclassificação. Na prática, estes indicadores parecem apresentar deficiências metodológicas intransponíveis para análise da mobilidade ao longo do tempo como o descolamento progressivo entre medida e conceito (no caso da escolaridade), problemas de lembrança e erros de declaração (rendimento) e racionalizações *post-fact* (status autoconferido). A ocupação acaba sendo, pois, a variável mais adequada para acompanhar a mobilidade social ao longo de um período.

Depois de definida a forma de operacionalizar a posição do indivíduo na estrutura social através da posição da sua ocupação em uma escala sócio-ocupacional, impõe-se duas outras questões metodológicas muito importantes: a escolha das variáveis/critérios e o método para hierarquização das ocupações na dita

² Vale observar que tal decisão metodológica, de tomar a categoria sócio-ocupacional como *proxy* da sua posição na estrutura social, impõe uma limitação importante no universo de análise: afinal só os ocupados podem ser assim assinalados. Inativos aposentados e desempregados só podem ser incorporados na análise se for coletada a informação sobre a última ocupação exercida.

escala. Existem várias alternativas com relação aos critérios e aos métodos a adotar, como já demonstravam algumas das escalas disponíveis nos EUA nos anos 70 (Miller 1977): escalas baseadas em atributos socioeconômicos intrínsecos às ocupações ou em pontuações de prestígio atribuído por especialistas; escalas construídas “artesanalmente” ou com emprego de métodos estatísticos sofisticados³. Há também as escalas construídas no “fervor da história”, como a categorização em 6 níveis da PCS francesa de 1982 - “*Professions et Catégories Socioprofessionnelles*” - resultante de longo processo de diversificação e aprimoramento (Desrosières & Thévenot 1996).

As escalas sócio-ocupacionais mais simples- e talvez mais populares na literatura de modo geral- separam as ocupações em quatro ou cinco níveis de status, de acordo com o caráter manual/não-manual da ocupação e o nível médio de qualificação requerido (Hout 1983). Escalas sócio-ocupacionais mais sofisticadas, em especial, as desenvolvidas por autores de países anglo-saxões (Desrosières & Thévenot 1996), procuram combinar o nível educacional formal dos indivíduos e o nível médio de renda proporcionado por suas ocupações, retirando-se tanto quanto possível os efeitos composicionais da idade e sexo dos indivíduos sobre estas dimensões. No Brasil, uma das mais referidas e validadas escalas construídas desta forma é a já citada escala de Valle Silva, construída com base no Censo Demográfico 1970 (Pastore 1979).

A escolha da escolaridade e rendimento das ocupações na construção da escala sócio-ocupacional não é uma decisão metodologicamente isenta ou objetiva, se é que se pode usar estes termos na prática da Pesquisa Social. Tal decisão – ainda que certamente justificada em uma perspectiva pragmática - revela um critério de valoração de mercado na hierarquização ocupacional. Ocupações de maior status sócio-ocupacional seriam, neste sentido, aquelas para as quais o mercado contratante estaria exigindo maiores níveis de qualificação e remunerando acima da média. Ocupações mal remuneradas ou exercidas por indivíduos de baixa escolaridade teriam, ao contrário, um status sócio-ocupacional mais baixo. Ocupações do comércio ou da indústria, exercidas com contrato formal de trabalho ou não, na condição de proprietário, empregados ou autônomos, em grandes ou pequenos estabelecimentos teriam status sócio-ocupacional diferenciados em função dos rendimentos médios e escolaridade “típica” .

Naturalmente, há que se fazer algumas considerações metodológicas sobre a validade e confiabilidade do uso destas duas variáveis na “simulação” dos mecanismos de valoração das ocupações no mercado de trabalho. De fato, constitui uma primeira limitação o uso da escolaridade formal adquirida pelos indivíduos como um indicador do nível de qualificação requerido para o exercício da ocupação. Qualificação requerida não se limita à escolaridade formal; por outro lado, o perfil médio de escolaridade dos indivíduos que exercem uma dada ocupação pode ser superior ao que, de fato, seria necessário para pleno desempenho das funções. Com relação à renda, as limitações metodológicas estão mais vinculadas à confiabilidade do indicador de que sua validade no mecanismo de “valoração das ocupações pelo mercado”. Informações sobre rendimentos estão sempre sujeitos a problemas de omissão ou subdeclaração em pesquisas domiciliares; referindo-se a um período específico do ano que pode não ser o mais representativo do poder aquisitivo médio do indivíduo em função das diferentes datas-

³ Não necessariamente melhores, vale registrar.

base das categorias profissionais, nível de inflação, sistemática de correção de salários, etc. Contudo, ao que parece, a aparente robustez do indicador de escolaridade com a “conjunturalidade” do indicador de rendimentos acaba garantindo certa consistência na hierarquização das ocupações, como mostrado mais adiante.

3. Etapas metodológicas na construção de uma escala sócio-ocupacional: o caso da PRAD

Esta seção tem o objetivo de mostrar as etapas metodológicas do processo de construção de uma escala sócio-ocupacional, isto é, do processo de agregação de ocupações em categorias que possam ser tomadas como *proxies* da posição do indivíduo na estrutura social. A escala sócio-ocupacional aqui apresentada – cujos passos metodológicos estão resumidos esquematicamente no **Quadro 1**- foi usada em Jannuzzi (2000) para análise da mobilidade social de migrantes no mercado de trabalho paulista.

A fonte de dados empregada para a exemplificação aqui demonstrada é a Pesquisa Regional por Amostra Domiciliar - PRAD -, levantamento este realizado em 1993, sob auspícios da FAPESP, em mais de 12 mil domicílios no Estado de São Paulo (Patarra et alli. 1997). Na PRAD, as ocupações foram coletadas em quesitos abertos no questionário, sendo posteriormente classificadas, nas fases de conferência, digitação e preparação da base de dados, em 29 grupos ocupacionais. A tipologia ocupacional adotada na pesquisa segue, em linhas gerais, os princípios básicos elencados por Jorge et alli (1984) para constituição de um sistema de classificação de ocupações - similaridade interna destas ocupações quanto ao tipo de controle da atividade produtiva, à propriedade dos meios de produção, às formas de inserção produtiva no processo de trabalho, ao nível de qualificação técnica exigido e ao setor de atividade. Como se pode verificar na **Tabela 1**, de início, há uma clara separação entre as ocupações da indústria, do comércio, da agricultura e de serviços, especialmente entre aquelas de baixa qualificação. Entre as ocupações de um mesmo setor de atividade há também categorias distintas segundo a posição na ocupação, forma de inserção no processo produtivo ou na hierarquia funcional e nível de qualificação requerido. As ocupações do setor serviços, dada a sua própria heterogeneidade, são classificadas em um conjunto mais amplo de categorias, diferenciadas segundo o ramo de atividade, qualificação, relação de trabalho ou posição na ocupação.

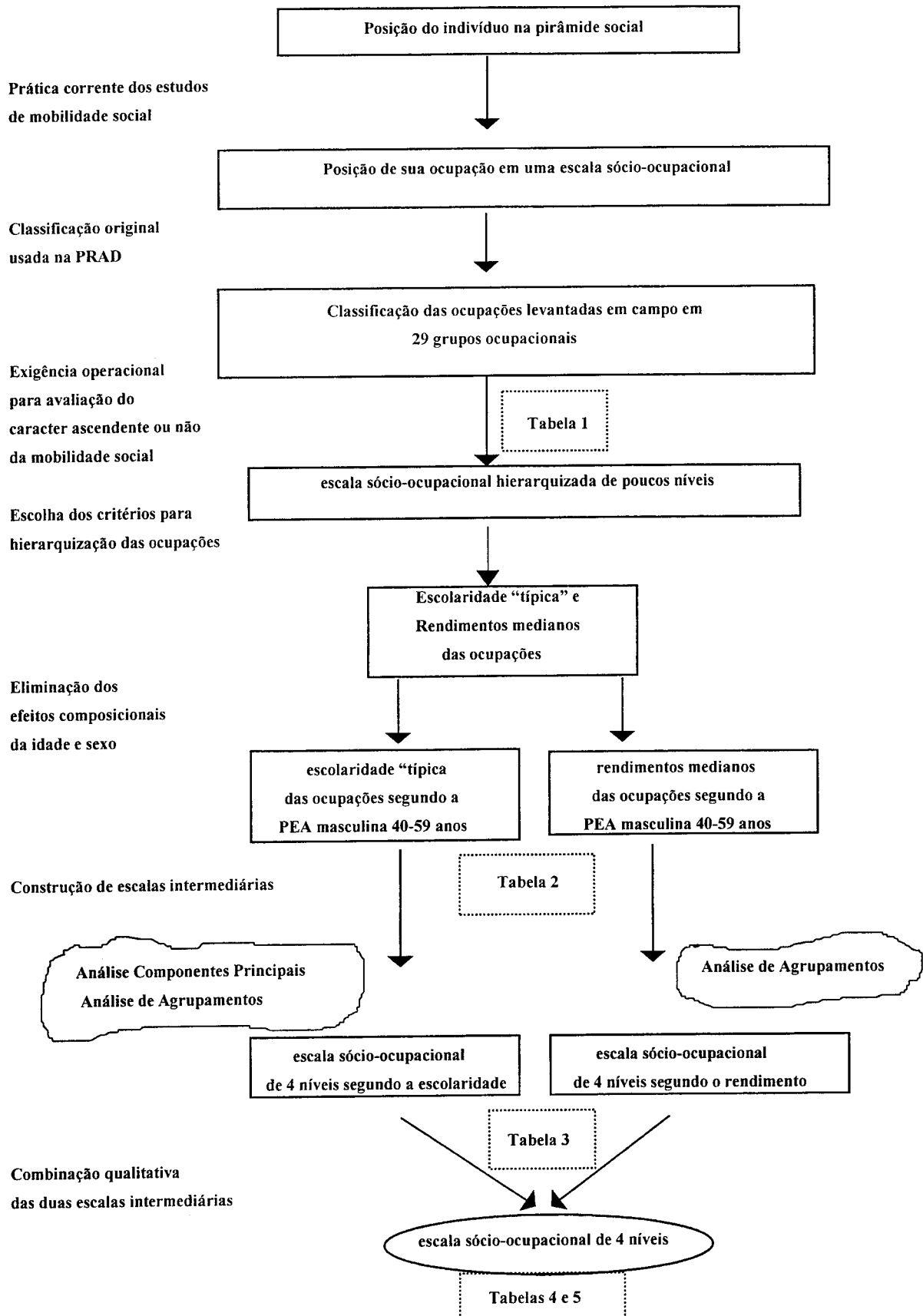
Seguindo uma das abordagens metodológicas relatadas na seção anterior para a construção de uma escala sócio-ocupacional, decidiu-se empregar as informações sobre rendimento do trabalho principal e escolaridade formal dos indivíduos na pesquisa como critérios de hierarquização dos 29 grupos ocupacionais da PRAD, como ilustra o **Quadro 1**. Assim, para cada grupo ocupacional identificou-se o perfil médio de escolaridade e a mediana do rendimento do trabalho, com base nos registros individuais da população masculina ocupada com idade entre 40 e 49 anos, sem uso do fator de ponderação, já que se tratava de privilegiar os resultados empíricos da amostra.

Tabela 1 - Perfil "típico" de escolaridade e de rendimento mediano dos grupos ocupacionais
população ocupada masculina com 40 a 49 anos na amostra PRAD

Código	Grupos Ocupacionais	Distribuição % classes escolaridade					Rendimento mediano (s.m.)
		Analf.	1º Grau incompl.	1º Grau compl.	2º Grau compl.	3º Grau compl.	
03	Ocupações ligadas à agropecuária na condição de conta-própria ou pequeno proprietário	7,14	64,29	17,86	7,14	3,57	2,50
07	Ocupações de supervisão e chefia na indústria e const. civil	4,60	45,98	24,14	16,09	9,20	6,65
08	Ocupações manuais de maior qualificação ligadas à construção civil e prestação de serviços	4,42	65,75	16,57	12,71	0,55	4,16
09	Ocupações manuais de baixa qualificação ligadas à construção civil e prestação de serviços	7,99	78,91	9,69	2,72	0,68	2,66
10	Proprietários de negócios ligados ao comércio	2,58	55,15	16,49	19,07	6,70	5,82
11	Ocupações do comércio na condição de empregado	0,00	43,75	22,92	27,08	6,25	5,10
12	Ocupações do alto comércio em cargos de gerência	0,00	38,10	9,52	33,33	19,05	9,98
13	Ocupações ligadas a atividades de ensino básico público e privado	0,00	9,09	0,00	18,18	72,73	5,21
14	Ocupações de maior qualificação ligadas à segurança pública	0,00	5,00	30,00	45,00	20,00	5,39
15	Ocupações de baixa qualificação ligadas à segurança	0,00	63,22	16,09	14,94	5,75	3,33
16	Ocupações ligadas a serviços pessoais prestados como conta-própria	0,00	71,43	14,29	14,29	0,00	3,74
17	Profissional Universitário Autônomo	0,00	0,00	0,00	8,33	91,67	10,20
18	Ocupações de natureza gerencial	1,39	8,33	12,50	40,28	37,50	8,74
19	Ocupações de natureza técnico-administrativa	0,00	2,94	5,88	64,71	26,47	8,32
20	Ocupações de apoio administrativo	0,00	29,31	25,86	25,86	18,97	4,99
21	Ocupações técnicas de nível médio ligadas à produção	0,00	27,66	23,40	34,04	14,89	8,32
22	Ocupações ligadas a prestação de serviços comunitários	0,00	25,00	0,00	25,00	50,00	6,38
23	Ocupações técnicas ligadas à saúde	0,00	18,18	36,36	36,36	9,09	3,16
24	Proprietários de negócios ligados a atividades de produção	0,00	29,17	37,50	16,67	16,67	8,01
25	Proprietários de negócios de grande porte	0,00	23,40	8,51	34,04	34,04	12,48
26	Proprietários de pequenos negócios no setor serviços	0,00	62,22	24,44	13,33	0,00	4,16
27	Ocupações ligadas à agropecuária, na condição de trabalhador braçal	17,36	80,99	0,83	0,83	0,00	1,50
28	Ocupações técnicas de nível superior	0,00	0,00	0,00	7,81	92,19	16,63
29	Ocupações ligadas a artes e serviços de diversão e lazer	0,00	0,00	0,00	50,00	50,00	6,03
30	Ocupações do comércio na condição de conta-própria	1,98	50,50	13,86	24,75	8,91	4,66
32	Ocupações manuais de baixa qualificação na indústria	5,75	81,61	10,34	2,30	0,00	3,33
33	Ocupações manuais de maior qualificação na indústria tradicional	4,76	69,84	17,46	6,35	1,59	3,99
34	Ocupações manuais de maior qualificação na indústria met/elét/química/farmacêutica	2,58	57,73	27,84	10,82	1,03	5,82
35	Proprietários de fazendas	0,00	60,00	13,33	20,00	6,67	5,51

Obs.: s.m.: salário mínimo de set. 1993.

Quadro 1: Do constructo ao indicador para análise da mobilidade social



A delimitação de tal segmento populacional para definição do perfil de escolaridade e rendimento justifica-se pela necessidade de minorar os efeitos composicionais do sexo e idade sobre estas dimensões. Como tem sido fartamente demonstrado na literatura sobre diferenciais de gênero no mercado de trabalho brasileiro, os rendimentos de homens são mais elevados que os de mulheres, mesmo controlando-se escolaridade, tempo de serviço ou outras variáveis (Kon 1995). Com relação à idade, vale observar que os rendimentos do trabalho são crescentes com a idade, atingindo o máximo entre 40 e 49 anos, decrescendo a partir de então. Com relação ao perfil médio de escolaridade o comportamento tende a ser inverso, já que a escolaridade formal das gerações mais novas tende a ser superior às das mais velhas. Desta forma, se não se mantivesse controle sobre a faixa etária e sexo, as diferenças no perfil de escolaridade e rendimento mediano dos grupos ocupacionais estariam influenciados pelas diferenças de composições demográficas destes grupos. Vale observar que o tamanho da amostra com que se lidava não comportava a adoção da metodologia proposta de Valle Silva (1978), de retirada dos efeitos composicionais através da aplicação da análise de regressão, nem restringir-se a uma idade exata como adotado por Barros, Mendonça e Machado (1997). Por fim, a adoção da mediana em lugar da média como medida do valor “típico” do rendimento dos grupos ocupacionais respaldou-se na necessidade de se tomar um indicador mais robusto aos pontos destoantes que afetam, em particular, este tipo de informação.

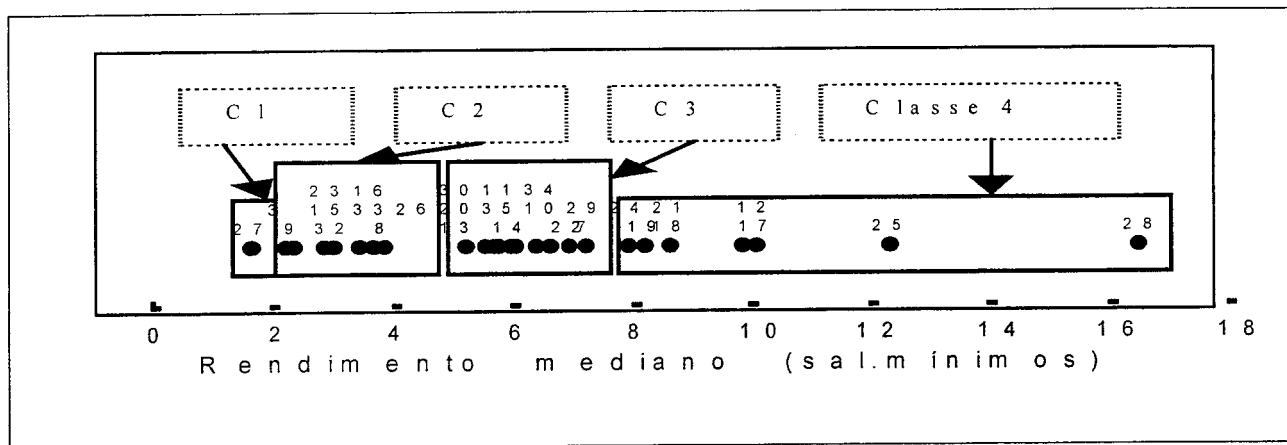
Como ilustrado no **Quadro 1**, a hierarquização dos grupos ocupacionais foi obtida a partir do cruzamento e combinação de categorias previamente construídas com auxílio da Análise de Agrupamentos Hierárquica. Assim, os 29 grupos ocupacionais foram classificados em quatro níveis de rendimento mediano e em quatro agrupamentos homogêneos segundo o nível de escolaridade “típico”. Descartou-se, por convicção de natureza metodológica, a utilização da Análise de Agrupamentos para se definir a escala a partir de critérios de homogeneidade simultânea de escolaridade e rendimento. Não parece apropriado se utilizar destes procedimentos multivariados com variáveis medidas em diferentes escalas de mensuração, ainda que isso pareça se constituir em uma prática corrente na pesquisa social quantitativa⁴. Afinal todo esforço empreendido no desenvolvimento de escalas de mensuração mais sensíveis e apropriadas na Pesquisa Social se faz perder com tal decisão. Também não se “padronizou” as variáveis - outro procedimento corrente - já que, ao contrário do que se imagina, tal medida não elimina o efeito implícito de ponderação que as variáveis exercem na determinação dos agrupamentos (Lucas 1982).

Vale observar que para constituição dos *cluster* relativos ao rendimento mediano aplicou-se, previamente, uma transformação logarítmica, de modo a reduzir a amplitude de variação do conjunto de dados e evitar que valores extremos tivessem importância muito grande na determinação das partições. De fato, como se pode notar pelo **Gráfico 1**, tal procedimento garantiu a formação de três classes de ocupações com pequena dispersão interna quanto ao rendimento mediano e outra (a quarta classe), com ocupações de rendimento mais elevado, em que a heterogeneidade é maior (contudo, onde a transformação logarítmica tem efeito mais intenso). A aplicação prévia da transformação logarítmica sobre o rendimento mediano dos grupos ocupacionais garantiu não apenas que o elevado rendimento médio das Ocupações de nível superior (grupo ocupacional 28) e dos Proprietários de grandes negócios (grupo ocupacional 25) não influenciasse demais o processo de

⁴ Vide, neste sentido, Kageyama e Troncoso Leone (1990), Curi (1993), Seade (1992), Bussab e Ho (1983).

aglutinação dos demais grupos ocupacionais em classes homogêneas, como também colocou-os (os dois grupos ocupacionais) em uma classe juntamente com Profissionais Liberais, Gerentes e Administradores, entre outros grupos. Como era de se esperar, as Ocupações braçais na agropecuária (grupo ocupacional 27), com rendimento mediano de 1,5 salário mínimo, constitui sozinha uma classe (classe 1).

Gráfico 1: Rendimento mediano das ocupações e as classes homogêneas de ocupações



Como especificado no Quadro 1, a formação das classes homogêneas de ocupações segundo escolaridade foi antecedida pela aplicação de uma Análise de Componentes Principais. Esse passo metodológico foi necessário a fim de sintetizar em um ou mais indicadores (componentes) a informação aportada pelas categorias de escolaridade. Os resultados da técnica apontaram que as duas componentes explicavam cerca de 90% da variabilidade dos dados⁵.

Como se pode verificar pelos escores fatoriais **Quadro 2** e pela distribuição das ocupações no Plano fatorial **Gráfico 2**, a primeira componente principal (comp-1), que explica mais da metade da variabilidade do conjunto de dados, opõe verticalmente as ocupações de escolaridade muito baixa daquelas com escolaridade mais elevada. Na parte superior do gráfico, com valores positivos de fator 1, situam-se, entre outras, as Ocupações da Agropecuária (grupo ocupacional 27) e as da Construção Civil ou Serviços Domésticos (grupo 9). Na faixa intermediária e inferior do gráfico, estão dispostas as ocupações de maior escolaridade, como as de Nível Superior (grupo ocupacional 28) e as de nível médio (Técnico-administrativa e Gerencial, grupos 19 e 18, respectivamente). A segunda componente (comp-2) contrapõe horizontalmente as ocupações técnicas, com escolaridade de 1º Grau completo, das demais. Assim, mostram-se destacadas à direita do gráfico as ocupações técnicas ou de maior qualificação na área da Saúde (grupo ocupacional 23), na Indústria (grupo 34), na Segurança Pública (grupo 14).

⁵ Dada a alta correlação existente entre as classes de escolaridade, considerou-se apenas as proporções relativas às categorias: 1º Grau incompleto, 1º Grau completo e 2º Grau completo para definição das componentes.

Quadro 2: Análise de componentes principais do perfil de escolaridade

Coeficientes das componentes						
Comp-1	Comp-2					
PRIGC	0,13321			0,98467		
PRIGI	0,92126			0,07378		
SEGC	-0,90071			0,22110		

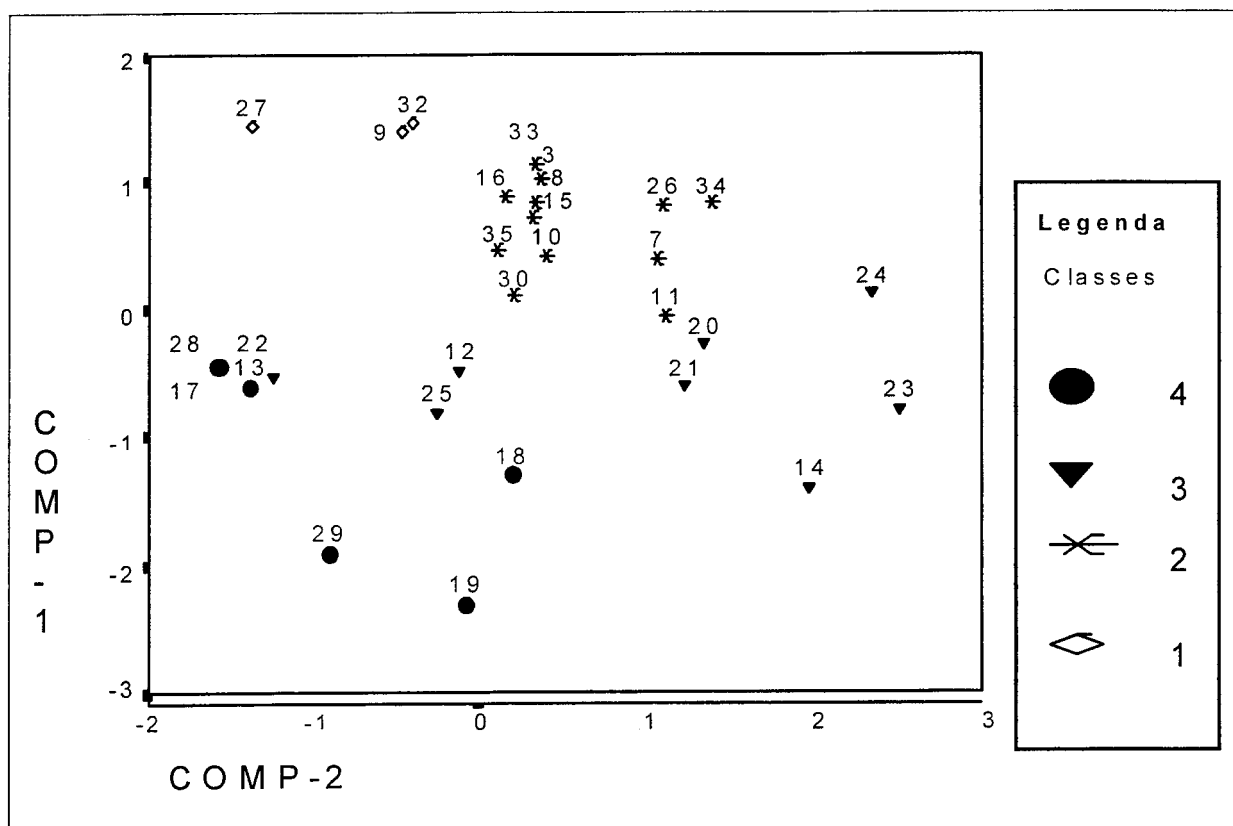
Variável	Comunalidade	*	Fator	Autovalor	Var. exp. (%)	% Acumulado
PRIGC	0,98733	*	1	1,67774	55,9	55,9
PRIGI	0,85416	*	2	1,02391	34,1	90,1
SEGC	0,86016	*				

Observe-se também que no **Gráfico 2** estão representadas as classes homogêneas segundo as duas componentes mencionadas. Como era de se esperar, há uma clivagem muito clara entre Ocupações rurais, da Construção Civil e Prestação de Serviços, agrupadas na classe 1, e aquelas de melhor perfil educacional (Ocupações de Nível Superior, Profissionais Liberais, etc.), agrupadas na classe 4. Entre as classes de perfil educacional intermediário, o fator discriminante parece ser o grau de especialização técnica da ocupação. Uma ilustração neste sentido é o grupo de Vendedores empregados (grupo 11), pertencente à classe 2, e o grupo de Técnicos de nível médio na indústria (grupo 21), alocado na classe homogênea 3.

Para se definir a escala sócio-ocupacional foi-se combinando “qualitativamente” as classes de ocupações hierarquizadas, segundo o nível de rendimento e aquelas segundo o perfil “típico” de escolaridade **Tabela 2**, criando-se categorias sócio-ocupacionais de diferentes níveis. Assim, por exemplo, definiu-se a categoria-piso da escala pela reunião das ocupações de nível mais baixo de remuneração e escolaridade “típica”. Construíram-se escalas com diferentes números de categorias e agregações de ocupações, elegendo-se, ao final, a que é apresentada na **Tabela 3**, com quatro níveis de status. Tal decisão pautou-se por considerações sobre os limites de desagregação da amostra em análise e pelos resultados obtidos na validação das outras escalas empiricamente construídas e testadas ⁶.

⁶ Já se sabia de antemão que a escala deveria ter um número restrito de níveis, em função do tamanho da amostra disponível, e do tipo de análise de tabelas cruzadas empregadas na análise da mobilidade social.

Gráfico 2: Plano fatorial do perfil de escolaridade com representação das classes homogêneas



Assim, no nível sócio-ocupacional mais baixo da escala estão classificadas as ocupações da agropecuária e as de baixa qualificação na Prestação de Serviços, como empregada doméstica, porteiro e no setor da Construção Civil como pedreiro e servente de pedreiro. No nível “médio-baixo” da escala classificam-se as ocupações de natureza manual na Indústria Tradicional, as ocupações típicas do comércio, assim como ocupações de certo nível de comando na Prestação de Serviços e Construção Civil. As ocupações com status sócio-ocupacional “médio-alto” envolvem a de professores de 1º e 2º Graus, profissões de nível técnico, técnicos na área da Saúde, etc. No estrato sócio-ocupacional mais alto estão classificadas as ocupações de nível superior exercidas, tais com profissional liberal, empregador (proprietário) ou empregado no setor privado ou público.

Tabela 2 : Classificação das ocupações em grupos homogêneos segundo rendimento mediano e perfil de escolaridade

Grupos Homogêneos	Classe Rendim. 1	Classe Rendim. 2	Classe Rendim. 3	Classe Rendim. 4
Gr. Hom. Perfil Escolar 1	27	9,32		
Gr. Hom. Perfil Escolar 2		3,8,15,16,33,26	11,30,35,7,10,34	
Gr. Hom. Perfil Escolar 3		23	14,20,22	12,21,24,25
Gr. Hom. Perfil Escolar 4			29,13	17,18,19,28

Tabela 3: Classificação dos grupos ocupacionais da PRAD na escala sócio-ocupacional

Categoria	Sócio-ocupacional	Código	Característica geral das ocupações	Grupos Ocupacionais
Baixo		03		Ocupações ligadas à agropecuária na condição de conta-própria ou pequeno proprietário.
		09	Ocupações rurais e urbanas de qualificação muito baixa	Ocupações manuais de baixa qualificação ligadas à construção civil e prestação de serviços
		27		Ocupações ligadas à agropecuária, na condição de trabalhador braçal
Médio-baixo		08		Ocupações manuais de maior qualificação ligadas à construção civil e prestação de serviços
		11		Ocupações do comércio na condição de empregado
		15		Ocupações de baixa qualificação ligadas à segurança
		16	Ocupações urbanas de baixa qualificação	Ocupações ligadas a serviços pessoais prestados como conta-própria
		30		Ocupações do comércio na condição de conta-própria
		32		Ocupações manuais de baixa qualificação na indústria
		33		Ocupações manuais de maior qualificação na indústria tradicional
Médio-alto		35		Proprietários de fazendas
		07		Ocupações de supervisão e chefia na indústria e const. civil
		10		Proprietários de negócios ligados ao comércio
		13		Ocupações ligadas à atividades de ensino básico público e privado
		14	Ocupações técnicas de média qualificação nos serviços e indústria	Ocupações de maior qualificação ligadas à segurança pública
		20		Ocupações de apoio administrativo
		22		Ocupações ligadas à prestação de serviços comunitários
		23		Ocupações técnicas ligadas à saúde
		26		Proprietários de pequenos negócios no setor serviços
		29		Ocupações ligadas a artes e serviços de diversão e lazer
	34		Ocupações manuais de maior qualificação na indústria metalúrgica/elétrica/química/farmacêutica	
Alto		12		Ocupações do alto comércio em cargos de gerência
		17		Profissional Universitário Autônomo
		18		Ocupações de natureza gerencial
		19		Ocupações de natureza técnico-administrativa
		21	Ocupações de nível superior, direção e proprietários	Ocupações técnicas de nível médio ligadas à produção
		24		Proprietários de negócios ligados a atividades de produção
		25		Proprietários de negócios de grande porte
		28		Ocupações técnicas de nível superior

4. A validação da escala sócio-ocupacional desenvolvida

Ensinam os manuais de Metodologia da Pesquisa Social que todo indicador deve gozar de três propriedades básicas para garantir a qualidade metodológica do trabalho de análise de dados e sustentabilidade empírica dos resultados substantivos da pesquisa. São elas: validade de constructo, confiabilidade e consistência interna (Havens, Rogers & Lipman 1965, Kidder 1987).

A primeira propriedade de um indicador - validade de constructo - corresponde ao grau de proximidade entre o conceito e a medida, isto é, a sua capacidade de refletir, de fato, o conceito abstrato a que o indicador se propõe a “substituir” ou “operacionalizar”. A confiabilidade corresponde ao grau em que o indicador reproduz, de forma consistente, os mesmos resultados para a mesma população estudada em momentos diferentes, supondo que não houvesse qualquer modificação da mesma no período. Diz respeito, pois, a replicabilidade do indicador. A última propriedade - consistência interna - corresponde ao grau de inter-relação existente entre suas dimensões e variáveis constitutivas, isto é, diz respeito ao grau de concordância existente entre as medidas mais básicas usadas em sua construção.

De todas as escalas construídas e testadas, aquela com quatro níveis, na forma especificada na **Tabela 3**, pareceu ser a que contemplava mais apropriadamente as três propriedades acima, além de garantir factibilidade estatística no manejo dos dados.

A consistência interna da escala pode ser atestada pela **Tabela 4**, onde se apresenta o perfil médio de cada estrato sócio-ocupacional em relação às variáveis classificadoras. Assim, as ocupações de baixo status sócio-ocupacional são predominantemente de baixa escolaridade (81 % são analfabetos ou com apenas primeiro grau incompleto) e de menor rendimento mediano (1,80 salário mínimo de setembro de 1993). Desse nível sócio-ocupacional para os demais melhora o perfil educacional, assim como o rendimento mediano. No estrato mais elevado, de maior renda (10,3 salários mínimos), 90 % têm nível superior completo. Os valores do coeficiente Eta e da estatística F (e seus respectivos níveis de significância) para maioria das variáveis indica claramente a associação das mesmas com a escala construída.

Tabela 4 : Perfil médio das categorias sócio-ocupacionais segundo rendimento mediano e escolaridade

Categoria		Rendimento		Distribuição % do perfil médio de escolaridade				Total
Sócio-ocupacional	Estatística	Mediano	Analfa- beto	1º Grau incompl.	1º Grau compl.	2º Grau compl.	3º Grau compl.	
Baixo	Média	2,2	10,8	74,7	9,5	3,6	1,4	100,0
	Desvio Padrão	0,6	5,7	9,1	8,5	3,2	1,9	-
Médio-baixo	Média	4,2	2,1	63,3	15,6	15,3	3,7	100,0
	Desvio Padrão	0,8	2,5	12,0	3,7	8,5	3,6	-
Médio-alto	Média	5,4	1,0	30,8	18,5	26,0	23,8	100,0
	Desvio Padrão	1,1	1,7	23,1	13,7	13,5	25,0	-
Alto	Média	10,3	0,2	16,2	12,2	29,9	41,6	100,0
	Desvio Padrão	2,9	0,5	15,1	12,7	18,9	32,1	-
Total	Média	6,1	2,1	40,3	15,0	21,8	20,8	100,0
	Desvio Padrão	3,3	3,8	27,3	10,9	15,5	26,7	-
	F	24,4	16,8	14,6	0,8	3,6	4,5	
	Significância	<<1%	<<1%	<<1%	52%	3%	1%	
	Eta	0,75	0,82	0,80	0,29	0,55	0,59	

Nota: Dados não ponderados, referentes à totalidade da PEA ocupada.

A confiabilidade da escala sócio-ocupacional não pode ser exaustivamente demonstrada em uma pesquisa *cross-sectional* isolada. Somente com a aplicação da escala em outras pesquisas correlatas, por outros pesquisadores, que se conseguiria uma avaliação mais objetiva de que a escala é replicável e não sujeita a vieses sistemáticos e imprevisíveis. A aplicação da técnica de Análise Discriminante pode, contudo, ajudar nesta avaliação. De fato, quase 90% das ocupações foram corretamente classificadas na categorias da escala sócio-ocupacional a partir das variáveis originais. Destas variáveis, como já se podia antever pelos valores da estatística F e do coeficiente Eta, o rendimento mediano e a incidência de ocupados de baixa escolaridade (analfabetos e com primeiro grau incompleto) parecem se constituir nas variáveis com maior poder de discriminação entre os níveis da escala.

Quadro 3: Resultados da classificação pelas funções discriminantes

Coeficientes padronizados das funções discriminantes

	Função 1	Função 2	Função 3
MED	0,94784	0,36119	0,62146
ANALF	-0,18211	1,07045	-0,13368
PRIGI	-0,25183	-0,44936	1,14868
PRIGC	0,45400	0,16800	-0,40388
SEGC	0,35817	0,07367	0,40488

Grupo efetivo	Nº. de casos	Grupo previsto pelas funções			
		1	2	3	4
Grupo 1	3	3	0	0	0
		100,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Grupo 2	8	0	7	1	0
		0,0%	87,5%	12,5%	0,0%
Grupo 3	10	0	2	8	0
		0,0%	20,0%	80,0%	0,0%
Grupo 4	8	0	0	0	8
		0,0%	0,0%	0,0%	100,0%

Percentual de casos classificados corretamente 89,66%

A validade é a propriedade mais difícil de se demonstrar, mas talvez a de maior importância metodológica. Uma das formas de testar a validade da escala é verificar se a escala se comporta com alguma coerência quando submetida a situações empíricas previamente antecipáveis e conhecidas. Os resultados da tabela anterior- correlação entre rendimento e escala e entre perfil de escolaridade e a escala - são os primeiros

elementos neste sentido, da “proximidade” entre inserção social e o indicador usado em sua operacionalização - a escala sócio-ocupacional desenvolvida. As **Tabelas 5 e 6** somam outras evidências neste sentido, ao mostrar a coerência do comportamento das escalas frente às categorias de posição na ocupação e setor de atividade. A escala reproduz resultados já bem conhecidos acerca da estrutura ocupacional no País.

Mais da metade dos empregados sem carteira e dos autônomos da amostra levantada empiricamente na PRAD estão inseridos na categoria mais baixa da escala sócio-ocupacional. Se considerar os dois primeiros níveis da escala, pode-se verificar que 82% dos empregados sem carteira e 88% dos autônomos aí se enquadram. Já entre os empregados do setor público, dois terços estão nos dois níveis mais elevados da escala. Entre os empregadores, como era de se esperar, essa participação é mais elevada: cerca de 90% deles estão nos dois níveis mais elevados.

Tabela 5 - Caracterização básica da escala sócio-ocupacional baseada na forma de inserção no processo produtivo

Categ. sócio-ocup.	empr. c/ cart.	empr./ cart.	empr. púb.	empregador	autônomo	outros
Baixo	26,5	54,6	18,6	0,1	52,6	46,4
Médio-baixo	31,4	27,3	15,0	8,4	35,8	29,6
Médio-alto	31,2	14,1	52,0	69,0	4,5	16,8
Alto	10,9	4,0	14,4	22,5	7,2	7,2
Total	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Nota: Dados não ponderados, referentes à totalidade da PEA ocupada.

Como era de se esperar pela forma de construção da escala, os indivíduos que na amostra são ocupados na Agropecuária estão inseridos, em sua larga maioria, no nível sócio-ocupacional mais baixo, assim como os alocados na Construção Civil e Transporte e Comunicações. Já entre os ocupados da Prestação de Serviços, 78 % se classificam nas categorias “Baixo” e “Médio-baixo” status sócio-ocupacional. Os ocupados da Indústria se concentram nos dois níveis intermediários. Ocupados dos Serviços auxiliares da atividade econômica e Serviços Sociais estão fortemente concentrados nos dois níveis mais elevados da escala.

Tabela 6: Caracterização básica da escala sócio-ocupacional baseada no setor de atividade

Categ. sócio-ocup.	Agropecuária	Indúst. de transf.	Constr. civil	Comércio	Prest. de serv.	Serv. aux.	Serv. soc.	Transp./ Comun.	Adm. públ.	Outras atividades
Baixo	81,3	0,3	76,6	16,1	57,4	5,1	14,0	66,4	21,2	15,7
Médio-baixo	14,3	46,8	9,0	49,0	21,3	5,4	3,2	11,3	24,7	36,7
Médio-alto	3,0	38,6	7,5	28,7	17,4	50,6	69,1	11,7	35,6	29,5
Alto	1,4	14,3	6,9	6,2	4,0	38,9	13,7	10,6	18,5	18,1
Total	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Nota: Dados não ponderados, referentes à totalidade da PEA ocupada.

Uma outra forma de avaliar a validade da escala é através de sua comparação com outras já desenvolvidas e validadas na literatura. Com as devidas ressalvas quanto às dificuldades metodológicas de comparação, a escala sócio-ocupacional desenvolvida mostra grande compatibilidade com a classificação agregada empregada por Martine e Peliano (1978) na análise da inserção ocupacional de migrantes nas regiões metropolitanas em 1970. Os autores agregaram as 259 ocupações disponíveis no Censo Demográfico 1970 em uma tipologia

ocupacional hierarquizada de seis classes, de acordo com o índice de “Posição Social das Ocupações” de Vale e Silva (1978), levando em conta também a homogeneidade das ocupações quanto ao setor e tipo de atividade. Com tal metodologia era de se esperar que as escalas apresentassem correspondência, como de fato se mostra na tabela seguinte.

Tabela 7 - Comparação entre a escala desenvolvida e a empregada por Martine e Peliano (1978)

Grupos de Martine e Peliano (1978)	Ocupações incluídas nos grupos	Categoria Sócio-ocupacional correspondente
6	Trabalhadores braçais do setor primário	Baixo
5	Trabalhadores ind. têxtil, vestuário, alimentação	
	Trab. não qual. indústria	Baixo/
	Serviços domésticos	Médio-baixo
	Vendedores ambulantes	
	Servente de pedreiro	
4	Ocupações indústria mecânica e metalúrgica	
	Ocupações qualificadas ou semi-qualificadas na indústria	Médio-baixo/
	Trab. ind. construção	Médio-alto
	Trab. ind. móveis	
	Ocupações transp. e comunicações	
3	Proprietários nível médio	
	Professores primários e afins	Médio-alto
	Ocupações de escritório	
	Mestres e contra-mestres	
2	Proprietários agrícolas	
	Administradores públicos	Alto
	Profissões técnicas	
1	Administradores	Alto
	Proprietários	
	Profissões técnicas de nível superior	

5. Considerações finais

Procurou-se demonstrar aqui a metodologia de construção de uma escala sócio-ocupacional, para uso em estudos de mobilidade social e ocupacional. Mediante procedimentos semelhantes aos aqui empregados é possível desenvolver escalas sócio-ocupacionais em outras bases de dados, como nos Censos Demográficos, PNADs e RAIS. Como se procurou ressaltar no início deste texto, estas escalas podem ser úteis para aprofundamento de temáticas específicas na Economia ou Sociologia do Trabalho, como os estudos de Mobilidade Social, de Trajetórias Profissionais ou análises comparativas da estrutura ocupacional de grupos sociais e regiões no País.

Além de considerações de natureza substantiva sobre o significado de uma escala hierarquizada de ocupações, discutiram-se aspectos metodológicos não triviais da aplicação de métodos multivariados na Pesquisa Social. Procurou-se mostrar que a decisão sobre a aplicação dos métodos exige não apenas decisões técnicas pontuais (aplicar ou não transformações de variáveis, padronizá-las ou não, resumir ou não o conjunto de dados em componentes principais, etc.), mas escolhas metodológicas orientadas pela Teoria ou Modelo Sociológico adotado (critérios de estratificação social, dimensões analíticas, etc.). Também procurou-se discutir a necessidade de comprovação das propriedades de validade de constructo, confiabilidade e consistência interna das medidas e indicadores sociais construídos, questão pouco tratada na Pesquisa Social Quantitativa da atualidade.

Por fim, vale observar que tão importante quanto à metodologia - estatística ou não - empregada na construção das escalas sócio-ocupacionais ou de outro indicador social qualquer é a explicitação das premissas teóricas que os fundamentam. Não existem procedimentos metodológicos puramente objetivos, isentos da subjetividade do pesquisador ou da Teoria ou Modelo Sociológico adotado. Existem práticas mais consistentes, menos vulneráveis a questionamentos teóricos ou metodológicos. Os procedimentos estatísticos são certamente úteis na Pesquisa Social pela possibilidade de síntese e descrição que lhes são característicos. Mas nunca se deve esquecer que a validação final de todo resultado na Pesquisa Social advém do confronto dos resultados empíricos obtidos com a teoria substantiva a eles afeita, seja para confirmá-la, refutá-la ou aprimorá-la. É esse embate entre o “quantitativo” e o “qualitativo” que pode garantir as bases para o desenvolvimento das Ciências Sociais e, quiçá, também da Estatística Social.

Referências Bibliográficas

- BARROS, R.P. *et alli*. A desigualdade da pobreza: estratégias ocupacionais e diferenciais por gênero. (Texto para discussão n. 453). Rio de Janeiro: IPEA, 1997, 25p.
- BUSSAB, W. O. & HO, L.L. Características regionais de saúde no Estado de São Paulo: análise estatística dos dados. São Paulo, FUNDAP, 1983.
- CHAHAD, José Paulo Z. Oferta de trabalho e estrutura ocupacional. São Paulo: FIPE, 1981.
- CRIVISQUI, E. Metodología de la encuesta. Cuarto ciclo de capacitacion de docentes - Programa PRESTA. Concepcion, Universidad de Concepcion/Universite Libre de Bruxelles, 1997.
- CURI, P.R. Agrupamento de países segundo indicadores de padrão de vida. Revista de Saúde Pública, 27(2): 127-134, 1993.
- DESROSIÈRES, A. & THÉVENOT, L. Les catégories socioprofessionnelles. Paris: La Decouverte, 1996.
- HAVENS, A.E., ROGERS, E.M. & LIPMAN, A. Medición en sociología: conceptos y métodos. Bogotá, Universidade Nacional de Colômbia, 1965.
- HOUT, M. Mobility tables. Beverly Hills: Sage, 1983.
- JANNUZZI, PAULO M. Migração e Mobilidade Social: migrantes no mercado de trabalho paulista. Campinas: Autores associados/FAPESP, 2000, 240p.
- JORGE, Angela F.; IZHAKI, F.G.; OLIVEIRA, L.E.G.; PORCARO, R.M. e COSTA, T.C.N.A. Categorias sócio-ocupacionais: uma perspectiva para análise da força de trabalho e da distribuição de rendimentos no Brasil. Anais do IV Encontro Nacional de Estudos Populacionais, São Paulo, ABEP, vol. I, p. 77-110, 1984.
- JORRAT, J.R. & ACOSTA, L.R. Aproximaciones a la medición del status socioeconómico de las ocupaciones en Argentina. Estudios del Trabajo, Buenos Aires, 4: 79-106, 1992.
- KAGEYAMA, A. & TRONCOSO LEONE, E. Regionalização da agricultura segundo indicadores sociais. Revista Brasileira de Estatística, RJ, 51(196):5-22: 1990.

- KIDDER, L.H. Métodos de pesquisa nas relações sociais - Sellitz, Wrightsman e Cook. São Paulo, EPU, 1987.
- KON, A. Trabalho e gênero no Brasil: aspectos estruturais. . Anais do IV Encontro Nacional de Estudos do Trabalho, São Paulo: ABET, p.1424-1440, 1995.
- LUCAS, LUIS C.S. Análise de grupamento. Revista Brasileira de Estatística, RJ, 43(172):589-723, 1982.
- MATOS, R.E.S. Distribuição espacial da população de Minas Gerais e tendências de desconcentração nas áreas de influência de Belo Horizonte. Belo Horizonte, CEDEPLAR/FACE/UFMG, 1994 (Tese de Doutorado).
- MARTINE, GEORGE & PELIANO, J.C. Migrantes no mercado de trabalho metropolitano. Rio de Janeiro: IPEA, 1978 (Série Estudos para o Planejamento n.19).
- MÉDICI, ANDRÉ C. Urbanização e estrutura ocupacional: alternativas metodológicas para uma investigação. Rio de Janeiro: IEI/UFRJ, 1989 (Texto para discussão IEI/UFRJ n.202).
- MERLLIÉ, D. & PRÉVOT, J. La mobilité sociale. Paris: La Découverte, 1997.
- MILLER, Handbook of research design and social measurement. New York, Longman, 1977.
- PADUA, J. Técnicas de investigación aplicadas a las ciencias sociales. México D.F.: Fondo de Cultura/Colegio del Mexico, 1987.
- PASTORE, JOSÉ Profissionais especializados do mercado de trabalho. São Paulo: FIPE/USP, 1973.
- PASTORE, JOSÉ Desigualdade e mobilidade social no Brasil. São Paulo: T.A. Queiroz/EDUSP,1979.
- PATARRA, NEIDE *et alli*. Migração, Condições de Vida e Dinâmica urbana. Campinas: Ed.IE/UNICAMP-FAPESP, 1997.
- SCALON, M.C. Mobilidade social no Brasil: padrões e tendências. Rio de Janeiro: IUPERJ/Revan, 1999.
- SEADE. Pesquisa de Condições de Vida: Abordagem multi-setorial. São Paulo, 1992.
- VALLE SILVA, N. Posição social das ocupações. Rio de Janeiro: IBGE, 1978 (mimeo).
- _____. Atualização da escala socioeconômica de ocupações para 1980. Rio de Janeiro: LNCC, 1985 (Relatório de pesquisa e desenvolvimento).
- WEISS, Pierre. La mobilité sociale. Paris: PUF, 1986.

ABSTRACT

This paper aims to present a methodological framework for construction of occupational scales, for hierarchic grouping of the occupations collected in labor market surveys. Beyond this specific contribution, this text also intends to illustrate the operational complexity of the application of multivariate statistical techniques in the Social Research. The text begins by discussing the theoretical and methodological aspects concerning the construction of a occupational scale. In the following section it is shown the decisions and techniques used to build a scale from empirical data. Finally it is discussed aspects related to the validity, reliability and internal consistency of the occupational scale. The article aims to contribute for the methodology of tailoring synthetic systems of occupational classification, for application in Economy and Sociology of the Work.

Modelos de regressão não-linear com diferentes estruturas para a matriz de covariâncias: uma aplicação a um ensaio com medidas repetidas no tempo

Paulo José Ogliari*
Dalton Francisco de Andrade**
Roseli A. Leandro***

RESUMO

Freqüentemente os dados de uma pesquisa são oriundos de um planejamento longitudinal, isto é, uma variável resposta é mensurada repetidamente sobre uma mesma unidade experimental. Nesta situação espera-se que os dados sejam correlacionados no tempo e que possivelmente apresentem heterocedasticidade, portanto, as pressuposições básicas da análise de regressão não são válidas. Neste trabalho utilizou-se cinco diferentes estruturas para a matriz de covariâncias, sendo que as estruturas: 3-geral, 4-induzida pelos modelos de efeitos mistos e 5-covariâncias iguais e variâncias proporcionais às idades mostraram-se mais apropriadas.

Palavras-chave: modelos de regressão, curvas de crescimento, estruturas de matrizes de covariâncias, dados longitudinais.

1. Introdução

É bastante corriqueiro encontrar experimentos na área florestal em que as medidas são tomadas repetidamente sobre as mesmas árvores ou as mesmas parcelas. Consideram-se dados longitudinais quando o

* Endereço para correspondência: Deptº de Informática e Estatística - CTC/UFSC. CP. 476, 88040-900 – Florianópolis-SC .

** Endereço para correspondência: DEMA/UFC, Campus do Pici, Bloco 910. 60455-760 – Fortaleza – Ceará.

*** Endereço para correspondência: Deptº de Matemática e Estatística - ESALQ/USP - Av. Pádua Dias, 11 CP.9, 13.418-900 – Piracicaba-SP.

interesse é estudar o comportamento de uma ou mais variáveis respostas ao longo de uma dimensão específica, geralmente o tempo, mas pode ser, por exemplo, diferentes dosagens de um nutriente.

As variáveis respostas de interesse nos estudos de crescimento podem ser, por exemplo, volume sólido com casca (c/c) de madeira e diâmetro à altura do peito (DAP), em m^3/ha e cm , respectivamente, de árvores de eucalipto. As unidades experimentais (parcelas ou árvores) podem estar classificadas em diferentes grupos, segundo um ou mais fatores (tratamentos) como, por exemplo, espécies, épocas e espaçamentos.

A modelagem deste tipo de dado comumente envolve a relação entre a variável resposta e o fator que caracteriza a medida repetida, geralmente o tempo. Em muitas aplicações este relacionamento é não linear nos parâmetros desconhecidos de interesse. O modelo não linear em muitos casos se ajusta melhor aos dados do que o modelo linear e na maioria das vezes os parâmetros possuem uma interpretação biológica, o que é muito importante do ponto de vista da aplicação. O objetivo desta análise é comparar os efeitos de tratamentos, isto é, verificar se existe efeito dos fatores em estudo tais como: espécies, espaçamentos e épocas. Esta comparação é feita através de testes de hipóteses sobre os parâmetros das respectivas curvas. O ajuste de curvas também permite fazer-se previsões da variável resposta ao longo do tempo com poucos parâmetros do modelo não linear e possibilita a aquisição de um maior conhecimento sobre a variabilidade da resposta ao longo do tempo.

A presença de observações repetidas sobre uma unidade experimental requer um particular cuidado na caracterização da variação aleatória dos dados. É importante reconhecer duas fontes de variação explicitamente: a variação aleatória entre medidas tomadas em uma mesma unidade experimental e a variação aleatória entre unidades experimentais (Davidian & Giltinan, 1995).

Uma característica importante dos dados longitudinais é que, como as medidas são tomadas numa mesma unidade experimental, espera-se que haja correlação entre as mesmas, além disso, espera-se que as variâncias não sejam constantes ao longo do tempo. Apesar deste fato, é comum pesquisadores fazerem o ajuste de modelos não-lineares supondo resíduos independentes, normalmente distribuídos e com variâncias homogêneas. No presente trabalho, são apresentadas cinco formas para a estrutura da matriz de covariâncias, quais sejam: 1) independência; 2) independência ponderada pelas variâncias nas idades; 3) matriz de covariância não estruturada; 4) estrutura induzida pelos modelos de efeitos aleatórios; e 5) covariâncias iguais e variâncias proporcionais às idades.

Para exemplificar a situação descrita no parágrafo anterior, considere os valores de volume sólido com casca (c/c) para fazer-se o estudo de crescimento. As medidas de volume foram feitas aos 3, 4, 5 e 9 anos de idade das árvores. Os dados são apresentados na **Tabela 1**, e os diagramas de dispersão na **Figura 1**. Na **Tabela 2** apresenta-se a matriz de covariâncias e correlações amostrais entre as ocasiões de avaliação.

Tabela 1- Volume sólido com casca (m^3 / ha) de árvores de eucalipto da espécie *e. grandis* em diversos anos. Telemaco Borba – Paraná.

Unidade	Idades em anos			
	3	4	5	9
1	81,97	150,37	189,73	367,77
2	103,68	178,28	245,99	374,06
3	99,82	186,98	24864	424,32
4	91,64	195,67	263,58	486,04
5	52,72	85,31	107,70	354,35
6	87,43	144,61	169,92	315,41
7	102,14	163,80	202,46	354,04
8	61,12	112,07	132,12	310,63

Fonte : Klabin Fabricadora de Papel e Celulose S. A.

Figura 1 – Diagramas paralelos de dispersão por unidade experimental e para a média de volume sólido com casca para a espécie *e. grandis*.

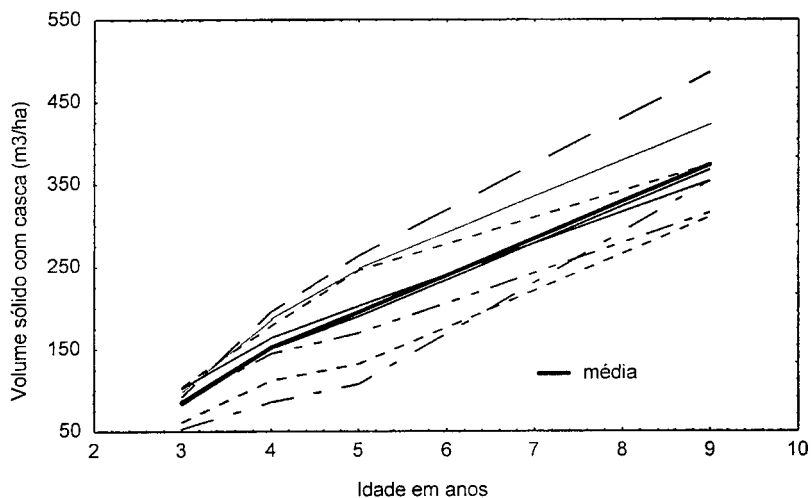


Tabela 2 – Matriz de covariâncias-correlações amostral para os dados da Tabela 1

Variável	3 anos	4 anos	5 anos	9 anos
3 anos	361,96	656,39	943,62	453,30
4 anos	0,91	1437,09	2118,00	1529,10
5 anos	0,88	0,99	3209,72	2491,36
9 anos	0,41	0,70	0,76	3336,19

Nota: Na diagonal têm-se as variâncias, acima as covariâncias e abaixo as correlações.

A **Tabela 2**, da matriz de covariâncias-correlações amostral, calculada considerando todos os pares de tempos, indica que as observações estão correlacionadas e as variâncias são heterogêneas. Na **Figura 1** também pode-se observar este fato. Os perfis estão mais próximos para 3 anos do que para 9 anos; de modo geral, um perfil com maior volume sólido no início do experimento mantém-se nessa situação até o final do mesmo. Assim, é importante utilizar uma estrutura mais próxima da real para a matriz de covariâncias, obtendo-se estimativas e intervalos de confiança mais precisos.

Neste trabalho, as análises estatísticas foram realizadas com o uso do PROC IML e PROC NLIN do sistema SAS, além disso, foi utilizada uma macro específica para modelos não-lineares mistos, denominada MIXNLIN, a qual foi desenvolvida por Vonesh (1995) para ser utilizada no ambiente SAS. Esta macro acompanha o livro de Vonesh e Chinchilli (1997) e alguns de seus comandos serão apresentados neste trabalho. Salienta-se que o sistema SAS já possui a sua própria macro para modelos não-lineares mistos, a qual usa o PROC NLIN e o PROC MIXED, denominada de NLINMIX para a versão 6.12 ou superior.

2. Metodologia

Um modelo não linear conhecido pela sua possibilidade em descrever curvas de crescimento é o modelo de Gompertz. A expressão matemática do modelo de Gompertz é dada por:

$$v = \alpha \exp\{-\exp[-\gamma(\text{idade} - (\beta/\gamma))]\}.$$

Em particular, esse modelo já foi usado com sucesso no ajuste de dados de volume de madeira com idade (Nokoe, 1980). Ele possui uma forma de “S”, assim como o modelo logístico, e tem assíntotas em $v = 0$ e $v = \alpha$, onde v é o volume e α é o volume máximo. O modelo não é simétrico em relação ao seu ponto de inflexão, que, assim como no modelo logístico, ocorre no ponto β/γ , onde β corresponde ao intercepto, ou seja, é o valor do volume que corresponde a idade igual a zero e γ corresponde a taxa na qual o volume muda seu valor inicial (determinada pela grandeza de β) para seu valor final (determinado pela grandeza de α). Biologicamente, quando a idade é zero implica que o volume das árvores também é nulo, portanto, este modelo não é bom para valores bem baixos de idade.

Várias estruturas para as matrizes de covariâncias podem ser utilizadas dependendo do conhecimento que se tem do fenômeno que gera os dados. A partir desse conhecimento é possível propor estruturas de covariâncias mais restritivas (com um menor número de parâmetros) ou, também, chamadas de especiais, no lugar da

estrutura geral, pois, neste caso, é necessário estimar um número muito grande de parâmetros. Neste trabalho, são usadas cinco estruturas de matriz de covariâncias, para os dados da **Tabela 1**. A seguir, apresentam-se os modelos estatísticos, os procedimentos de estimação e as cinco estruturas de covariâncias em estudo. Maiores detalhes, inclusive os programas computacionais, podem ser encontrados em Ogliari (1998).

De acordo com Vonesh e Chinchilli (1997), em geral, modelos não-lineares para medidas repetidas podem ser dados na forma

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{f}(\mathbf{X}_i, \mathbf{a}_i, \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

onde $\mathbf{y}_i = [y_{i1}, \dots, y_{ip_i}]'$ é um vetor $(p_i \times 1)$ de medidas repetidas; \mathbf{X}_i é uma matriz de delineamento $(p_i \times w)$ de variáveis dentro de unidades experimentais; \mathbf{a}_i é um vetor $(M \times 1)$ de covariáveis entre unidades experimentais; $\boldsymbol{\theta}$ é um vetor $(r \times 1)$ de parâmetros de locação; \mathbf{f} é uma função conhecida de $(\mathbf{X}_i, \mathbf{a}_i, \boldsymbol{\theta})$; e $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ é um vetor $(p_i \times 1)$ de erros aleatórios com média zero e matriz de covariância, $\boldsymbol{\Sigma}_i$. No modelo (1) tem-se um vetor $\boldsymbol{\theta}$, $(r \times 1)$ de parâmetros de locação desconhecidos e que devem ser estimados por algum método. Um dos métodos mais comumente utilizados em regressão não-linear é o método dos mínimos quadrados generalizados. Esse método exige que a matriz $\boldsymbol{\Sigma}_i$ seja conhecida ou estimada por algum método de estimação de matriz de covariância. A incorporação desta matriz na análise é de fundamental importância, pois ela contém toda a informação sobre as covariâncias existentes entre as observações feitas sobre uma mesma unidade experimental. Estas covariâncias juntamente com as variâncias das observações em cada tempo influenciam na precisão dos estimadores dos parâmetros de locação.

2.1 Estruturas da matriz de covariâncias

1. Matriz de covariância com estrutura de independência

A estrutura $\boldsymbol{\Sigma}_i = \sigma^2 \mathbf{I}_{p_i}$ para os erros, $\boldsymbol{\varepsilon}_i$, onde \mathbf{I}_{p_i} é uma matriz identidade, de dimensão $(p_i \times p_i)$, supõe que as observações não são correlacionadas e que as variâncias são constantes ao longo das condições de avaliação. Essas suposições nem sempre são válidas para dados longitudinais, como pode ser observado na **Tabela 2**. Esta estrutura poderia ser empregada em estudos onde a matriz de covariância amostral apresenta mesmos valores na diagonal principal e valores próximos de zero fora da diagonal.

A estimação do modelo de regressão não-linear é, em princípio, análoga ao caso linear. A diferença fundamental é que, em geral, não é possível se resolver as equações normais explicitamente para $\hat{\boldsymbol{\theta}}$. Então, métodos numéricos devem ser empregados para obter a solução, como, por exemplo, o método de Gauss-Newton modificado. Para a análise, pode-se usar o PROC NLIN do SAS, com o método de mínimos quadrados ordinários não-linear. Ele só deve ser usado quando a estrutura for de independência.

2. Estrutura de independência ponderada pelas variâncias amostrais nas diferentes ocasiões de avaliação

Quando existe heterogeneidade de variância, a estimação pelo método de mínimos quadrados ordinários não é a mais adequada. Neste caso, deve-se utilizar o método de mínimos quadrados ponderados onde às unidades experimentais com menor variação são dados pesos maiores. A estimativa de mínimos quadrados ponderados de θ é obtida minimizando-se a soma de quadrados residual

$$S(\theta) = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x, \alpha)]' \hat{\Sigma}_i^{-1} [y_i - f(x, \alpha)],$$

onde $\hat{\Sigma}_i$ é dada por

$$\hat{\Sigma}_i = \begin{bmatrix} s_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s_2^2 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & s_{p_i}^2 \end{bmatrix}$$

onde p_i é o número de tempos do i -ésimo indivíduo e s_j^2 , estimativa de σ_j^2 , é a variância amostral no j -ésimo tempo. O fato de serem nulos os elementos fora da diagonal principal de $\hat{\Sigma}_i$ significa que as observações são consideradas não correlacionadas. A maneira mais simples de realizar esta análise é fazer uma transformação nos dados e na função e utilizar o PROC NLIN dos SAS. A transformação é feita a partir de $\hat{\Sigma}_i^{-1/2}$.

3. Matriz de covariância não estruturada

Vamos considerar a situação em que os dados são balanceados e completos. Os dados são balanceados quando todos os indivíduos são observados no mesmo tempo. A estrutura desta matriz é dada por

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2p} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \sigma_{1p} & \sigma_{2p} & \dots & \sigma_p^2 \end{bmatrix}.$$

Considerando-se o modelo (1) o estimador de mínimos quadrados generalizados de θ , denotado por $\hat{\theta}$, minimiza a função objetivo de mínimos quadrados ponderados

$$S(\theta) = \sum_{i=1}^n [y_i - f_i(x, \theta)]' \Sigma^{-1} [y_i - f_i(x, \theta)],$$

onde Σ é a matriz de covariâncias, $p \times p$ das observações. Como não se conhece Σ , utiliza-se uma estimativa dela, obtida a partir dos dados da amostra. Um estimador consistente de Σ , é dada por (ver por exemplo, Malinvaud, 1970)

$$\hat{\Sigma} = (1/n) \sum_{i=1}^n [y_i - f_i(\mathbf{x}, \tilde{\theta})][y_i - f_i(\mathbf{x}, \tilde{\theta})]'$$

onde $\tilde{\theta}$ é o estimador de mínimos quadrados ordinários, que é obtido minimizando-se a soma de quadrados residual

$$S(\theta) = \sum_{i=1}^n [y_i - f_i(\mathbf{x}, \theta)]' \Sigma^{-1} [y_i - f_i(\mathbf{x}, \theta)].$$

Seja $\hat{\Sigma}^{-1} = \mathbf{L}'\mathbf{L}$ a decomposição de Cholesky de $\hat{\Sigma}^{-1}$, onde \mathbf{L} é uma matriz triangular superior ($p \times p$). A partir da matriz \mathbf{L} transforma-se os dados e a função, passando-se a tratar o problema como sendo de mínimos quadrados ordinários, e o vetor de estimativas $\hat{\theta}$, de mínimos quadrados generalizados, passa a ser um vetor de estimativas de mínimos quadrados ordinários para os dados transformados. A transformação dos dados através da decomposição de Cholesky permite tratar os dados como no caso de variâncias homogêneas e observações independentes ($\Sigma = \mathbf{I}$). Assim, deve-se minimizar a soma de quadrados residual dada por:

$$S(\theta) = \sum_{i=1}^n [\mathbf{L}y_i - \mathbf{L}f_i(\mathbf{x}, \theta)]' [\mathbf{L}y_i - \mathbf{L}f_i(\mathbf{x}, \theta)].$$

4. Estrutura de modelos de efeitos mistos

Dados longitudinais, tais como dados de crescimento, são geralmente não-lineares com relação a uma dada função de resposta, e freqüentemente são incompletos e/ou desbalanceados. Os modelos não-lineares de efeitos mistos ou também conhecidos como modelos de efeitos aleatórios têm sido utilizados nestas situações, e em estudos de crescimento descrevem a função de resposta média, como também a variabilidade dentro e entre unidades experimentais. Esta estrutura também tem a vantagem de reduzir o número de parâmetros da matriz de covariâncias. Geralmente, nos experimentos, o número de repetições dos tratamentos é baixo, ou seja, o número de observações é pequeno, o que praticamente inviabiliza, por exemplo, a utilização de uma matriz não estruturada.

Considerando que em grande parte dos trabalhos que tratam dos modelos de crescimento há o interesse no ajuste de curvas individuais, a estrutura de modelos de efeitos aleatórios oferece um atrativo especial. Ela parte da idéia de que as respostas individuais seguem uma mesma forma funcional com parâmetros que variam entre as unidades experimentais.

Vonesh e Carter (1992) e Vonesh (1992) apresentaram um modelo de regressão não-linear de efeitos mistos geral. O modelo permite trabalhar com dados incompletos ou desbalanceados, com erros não gaussianos e uma estrutura de variância-covariância similar àquela do modelo de curva de crescimento com coeficientes

aleatórios. Também propuseram um procedimento de estimação dos parâmetros populacionais desconhecidos e teste da hipótese não linear geral.

De acordo com estes autores, assume-se que existam n unidades experimentais ($i = 1, 2, \dots, n$) cujas respostas no tempo podem ser expressas em termos do modelo (1) com

$$\varepsilon_i = \mathbf{Z}_i(\boldsymbol{\theta})\mathbf{b}_i + \mathbf{e}_i \quad \text{para } i=1,2,\dots,n, \quad (2)$$

onde:

\mathbf{Z}_i é uma matriz de rank completo ($p_i \times v$) de funções conhecidas de $\boldsymbol{\theta}$; \mathbf{b}_i é um vetor ($v \times 1$) de efeitos aleatórios da i -ésima unidade; \mathbf{e}_i é um vetor ($p_i \times 1$) de erros aleatórios dentro de unidades experimentais.

Assume-se que os \mathbf{e}_i são independentemente distribuídos com média $\mathbf{0}$ e variância-covariância $\sigma^2 \mathbf{I}_{p_i}$. Supõe-se que os \mathbf{b}_i são independentes e identicamente distribuídos com média $\mathbf{0}$ e matriz de covariâncias \mathbf{D} , onde \mathbf{D} é uma matriz ($v \times v$) definida positiva, desconhecida, e também que \mathbf{e}_i e \mathbf{b}_i são mutuamente independentes. Assim, a variância de \mathbf{y}_i é dada por

$$\mathbf{V}(\mathbf{y}_i) = \boldsymbol{\Sigma}_i = \mathbf{Z}_i(\boldsymbol{\theta})\mathbf{D}\mathbf{Z}_i(\boldsymbol{\theta})' + \sigma^2 \mathbf{I}_{p_i}.$$

Verifica-se a dependência dessa estrutura de covariância no vetor de parâmetros $\boldsymbol{\theta}$. Em geral, substitui-se $\boldsymbol{\theta}$ pelo seu estimador de mínimos quadrados ordinários, $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$, e considera-se $\mathbf{Z}_i(\tilde{\boldsymbol{\theta}})$ uma matriz conhecida fixa. É importante notar que na estrutura de efeitos aleatórios, a matriz $\boldsymbol{\Sigma}_i$ é parcialmente definida pelos efeitos aleatórios. Aplicando-se o método dos momentos (ver Reinsel (1985) e Vonesh e Carter (1987)), obtêm-se uma estimativa para \mathbf{D} e σ^2 , conseqüentemente para $\boldsymbol{\Sigma}_i$, e procede-se como nos casos anteriores para obter-se uma estimativa de $\boldsymbol{\theta}$. Este procedimento é chamado pelos autores de mínimos quadrados generalizados em 4 estágios.

O estimador resultante, $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MQG}$ terá como estimador da matriz de variância-covariância

$$\hat{\boldsymbol{\Omega}} = \left[\sum_{i=1}^n \mathbf{J}_i(\hat{\boldsymbol{\theta}})' \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_i^{-1} \mathbf{J}_i(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \right]^{-1}$$

onde $\mathbf{J}_i(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ é o jacobiano avaliado em $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MQG}$.

Para o exemplo dado, considere que um pesquisador decidiu ajustar a curva de Gompertz, dada por

$$f = \alpha \exp\{-\exp[-\gamma(x - \beta/\gamma)]\}.$$

Em termos dos parâmetros, pode-se notar, a partir da **Figura 1**, que existem maiores diferenças individuais na assíntota, sugerindo a inclusão de características individuais no parâmetro α . Desta forma o modelo pode ser escrito como

$$y_{ij} = (\alpha + b_{i1}) \exp\{-\gamma(x_j - \beta/\gamma)\} + e_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, 8 \text{ e } j = 1, 2, 3, 4$$

e através de expansão em série de Taylor de primeira ordem sobre $b_{i1} = 0$, chega-se ao modelo da forma (2)

$$y_{ij} = \alpha \exp\{-\exp[-\gamma(x_j - \beta/\gamma)]\} + z_j(\boldsymbol{\theta})b_{i1} + e_{ij} \quad i=1,2,\dots,8 \text{ e } j=1,2,3,4$$

onde z_j é o j -ésimo elemento de $\mathbf{Z}_i = \left[\frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{X}_i, \boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i'} \right] \times \left[\frac{\partial \boldsymbol{\theta}_i}{\partial \mathbf{b}_i'} \right]$. Os resultados apresentados na Tabela 3 para o

modelo de efeito misto foram obtidos através da execução da macro MIXNLIN¹, a qual foi escrita com os seguintes comandos:

```
proc mixnlin data=grandis2 method=egls best=5 expand=average;
  subject unidade;
  vars 'anos';
  parms b1='480, 520'
        b2='1.5, 2.0'
        b3='0.40, 0.50';
  design all='_class_';
  random 'b1';
  model 'y=b1*exp(-exp(-b3*(anos-b2/b3)))';
  deriv
    der_b1='exp(-exp(-b3*(anos-b2/b3)))'
    der_b2='-b1*exp(-b3*(anos-b2/b3))*
            exp(-exp(-b3*(anos-b2/b3)))'
    der_b3='b1*anos*exp(-b3*(anos-b2/b3))
            *exp(-exp(-b3*(anos-b2/b3)))';
  execute mixnlin;
run;
```

A seguir apresenta-se uma descrição de alguns dos principais comandos relacionados acima. O método de estimação é escolhido através do comando METHOD. Nesta análise o método selecionado foi o de mínimos quadrados generalizados (Estimated Generalized Least Square). Quando o interesse é comparar perfis médios populacionais, como, por exemplo, quando se deseja comparar uma nova espécie com um padrão, usa-se o comando EXPAND=AVERAGE; às vezes o interesse está nos perfis médios individuais (de cada unidade experimental), neste caso usa-se o comando EXPAND=CURRENT. O comando SUBJECT serve para indicar a variável que identifica a unidade experimental sob a qual foram feitas as medidas repetidas. No comando VARS devem ser listadas todas as variáveis independentes que aparecem no modelo. Nesta análise, devem ser listadas as variáveis independentes que aparecem no comando MODEL e DESIGN, ou seja, a variável anos. No comando PARMS devem ser listados os valores iniciais dos parâmetros do modelo. Nesta análise foram dados dois valores iniciais para cada parâmetro. O comando DESIGN define a matriz de delineamento entre unidades experimentais e deve incluir qualquer variável entre unidades. O comando DESIGN é exatamente igual ao comando MODEL do PROC GLM do SAS. Nesta análise não foi utilizado o comando CLASS, porque os

¹ Vonesh & Chinchilli (1997) descrevem o procedimento de instalação da macro MIXNLIN.

dados são oriundos de uma única população (um único tratamento) e neste caso é criada uma variável denominada CLASS, cujos valores são todos iguais a 1. O comando RANDOM especifica os efeitos aleatórios os quais vão formar o vetor \mathbf{b}_i . Nesta análise solicitou-se que fosse colocado um efeito aleatório na assíntota (parâmetro b1). O comando MODEL define a equação de predição dentro da unidade experimental especificando a variável dependente e a parte funcional. A sintaxe do comando MODEL é exatamente a mesma do comando MODEL do PROC NLIN do SAS. No comando DERIV devem ser listadas as derivadas da parte funcional do modelo para os parâmetros que aparecem no comando PARMS.

5. Estrutura de variância-covariância com covariâncias iguais e variâncias proporcionais à idade das árvores

No modelo (2) assume-se que os \mathbf{e}_i são independentemente distribuídos com média $\mathbf{0}$ e matriz de covariâncias $\sigma^2 \mathbf{I}_{pi}$. Esta suposição nem sempre é a mais adequada, por exemplo, pode-se pensar que a variabilidade dos erros aumenta com a idade das árvores. Um modelo mais flexível para a estrutura de covariância dentro da unidade experimental é dado por $\sigma^2 \Lambda_i$, com Λ_i sendo uma matriz conhecida. (Por exemplo: $\Lambda_i = \text{diag}(3,4,5,9)$). Além disso, supondo-se que $\mathbf{Z}_i = \mathbf{1}$, um vetor cujos elementos são todos iguais a 1, tem-se a estrutura

$$\Sigma = \sigma_e^2 \mathbf{1}\mathbf{1}' + \sigma_d^2 \text{diag}(3,4,5,9)$$

com σ_e^2 e σ_d^2 sendo as variâncias entre e dentro das unidades experimentais, respectivamente. Assim a matriz de covariâncias fica dada por

$$\Sigma = \begin{bmatrix} (\sigma_e^2 + 3\sigma_d^2) & \sigma_e^2 & \sigma_e^2 & \sigma_e^2 \\ \sigma_e^2 & (\sigma_e^2 + 4\sigma_d^2) & \sigma_e^2 & \sigma_e^2 \\ \sigma_e^2 & \sigma_e^2 & (\sigma_e^2 + 5\sigma_d^2) & \sigma_e^2 \\ \sigma_e^2 & \sigma_e^2 & \sigma_e^2 & (\sigma_e^2 + 9\sigma_d^2) \end{bmatrix}$$

Da matriz acima pode-se obter a matrix de correlações, dada por

$$\rho = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sigma_e^2}{\sqrt{(\sigma_e^2 + 3\sigma_d^2)(\sigma_e^2 + 4\sigma_d^2)}} & \frac{\sigma_e^2}{\sqrt{(\sigma_e^2 + 3\sigma_d^2)(\sigma_e^2 + 5\sigma_d^2)}} & \frac{\sigma_e^2}{\sqrt{(\sigma_e^2 + 3\sigma_d^2)(\sigma_e^2 + 9\sigma_d^2)}} \\ & 1 & \frac{\sigma_e^2}{\sqrt{(\sigma_e^2 + 4\sigma_d^2)(\sigma_e^2 + 5\sigma_d^2)}} & \frac{\sigma_e^2}{\sqrt{(\sigma_e^2 + 4\sigma_d^2)(\sigma_e^2 + 9\sigma_d^2)}} \\ & & 1 & \frac{\sigma_e^2}{\sqrt{(\sigma_e^2 + 5\sigma_d^2)(\sigma_e^2 + 9\sigma_d^2)}} \\ (sim.) & & & 1 \end{bmatrix}$$

Portanto, as correlações são decrescentes e as variâncias são crescentes ao longo do tempo.

2.2 Estimação por intervalo de confiança

Um intervalo de confiança para um dos componentes α_i do vetor de parâmetros θ é dado por

$$\hat{\alpha}_i - t_{(\phi/2)} [\hat{\Omega}_{ii}]^{1/2} \leq \alpha_i \leq \hat{\alpha}_i + t_{(\phi/2)} [\hat{\Omega}_{ii}]^{1/2}$$

onde, $\hat{\Omega}_{ii}$ é o i -ésimo elemento da diagonal de

$$\left[\sum_{i=1}^n \mathbf{J}'_i(\hat{\theta}) \hat{\Sigma}_i^{-1} \mathbf{J}_i(\hat{\theta}) \right]^{-1},$$

e $t_{(\phi/2)}$ é o ponto crítico ao nível de significância de $\phi/2$ da distribuição t de Student com $(np - r)$ graus de liberdade.

2.3 Uma medida do ajuste da função resposta

Vonesh et al. (1996) definem um coeficiente de correlação de concordância do modelo dado por

$$r_c = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\gamma_i - \hat{\gamma}_i)' (\gamma_i - \hat{\gamma}_i)}{\sum_{i=1}^n (\gamma_i - \bar{\gamma} \mathbf{1}_i)' (\gamma_i - \bar{\gamma} \mathbf{1}_i)' + \sum_{i=1}^n (\hat{\gamma}_i - \hat{\gamma} \mathbf{1}_i)' (\hat{\gamma}_i - \hat{\gamma} \mathbf{1}_i) + N(\bar{\gamma} - \hat{\gamma})^2}$$

onde $\mathbf{1}_i$ é um vetor $(p_i \times 1)$ de 1's, $N = \sum p_i$ é o número total de observações, $\bar{\gamma} = \sum \gamma_{ij} / N$ e $\hat{\gamma} = \sum \hat{\gamma}_{ij} / N$.

O coeficiente r_c é diretamente interpretado como um coeficiente de correlação de concordância entre os valores observados e preditos, ou seja, mede o nível de concordância entre \mathbf{y}_i e $\hat{\mathbf{y}}_i$. Os valores possíveis de r_c

estão na faixa $-1 \leq r_c \leq 1$ com um ajuste perfeito correspondendo ao valor 1 e a falta de ajuste correspondendo a valores ≤ 0 .

3. Resultados e discussão

Sabe-se que a primeira estrutura supõe variâncias constantes e observações não correlacionadas. De acordo com os resultados experimentais, essa estrutura não é adequada. Os intervalos de confiança resultantes foram bastante amplos comparando-se com as outras estruturas. A estrutura ponderada somente altera as variâncias, porém, continua considerando as correlações como sendo nulas, portanto, também não é a situação adequada. Além disso, apresenta baixo coeficiente de correlação de concordância do modelo e intervalos de confiança muito amplos.

Tabela 3 - Principais resultados obtidos com cada uma das estruturas consideradas

Estrutura	Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	Limites do intervalo de 95% de confiança		r_c (1)
				Inferior	Superior	
1. Independência	α	465,87	87,07	387,78	643,96	0,92
	β	1,50	0,34	0,80	2,20	
	γ	0,33	0,12	0,08	0,58	
2. Ponderada	α	439,98	60,12	317,01	562,94	0,74
	β	1,63	0,25	1,13	2,13	
	γ	0,38	0,10	0,18	0,58	
3. Geral	α	453,22	27,00	398,01	508,44	0,99
	β	1,51	0,10	1,30	1,72	
	γ	0,35	0,05	0,24	0,45	
4. Efeitos mistos	α	465,87	53,54	356,37	575,37	0,92
	β	1,50	0,18	1,13	1,87	
	γ	0,33	0,06	0,20	0,46	
5. $\sigma_e^2 \mathbf{11}' + \sigma_d^2 \text{diag}(3,4,5,9)$	α	456,18	48,77	358,40	557,91	0,92
	β	1,53	0,20	1,13	1,93	
	γ	0,35	0,06	0,22	0,48	

(1) Coeficiente de correlação de concordância do modelo.

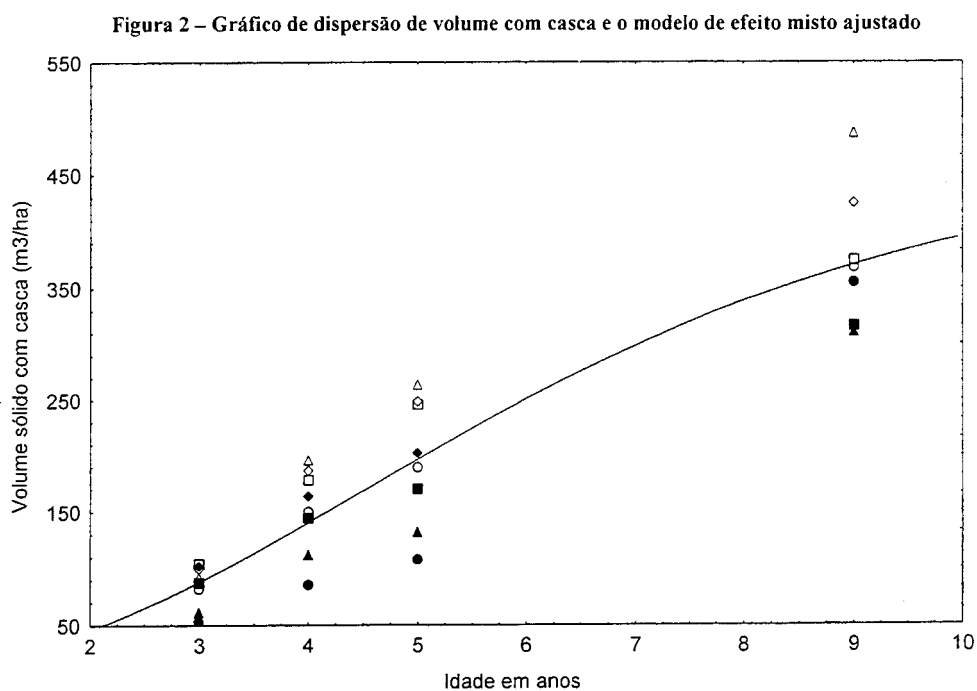
Comparando com as demais estruturas, a estrutura geral ou não estruturada foi a que apresentou menores erros padrões das estimativas dos parâmetros, conseqüentemente, também os intervalos de confiança são mais precisos. A função está bem ajustada aos dados $r_c = 0,99$. No entanto, apresenta o inconveniente de envolver muitos parâmetros para sua estimação, isto é, $4(4+1)/2=10$ parâmetros.

A estrutura induzida pelos modelos de efeitos mistos não impõe que as variâncias e as correlações sejam constantes ao longo do tempo, além disso, permite separar a variabilidade dentro e entre unidades experimentais. Observa-se que as estimativas dos parâmetros são praticamente as mesmas obtidas pela estrutura de independência. Porém, os erros padrões foram bem menores, o que implica maior precisão das estimativas.

Como $\Lambda_j = \mathbf{I}_{pi}$, o número de parâmetros a estimar é igual a 1 (referente ao parâmetro de \mathbf{D} mais um (referente a σ^2), ou seja, apenas dois parâmetros, o que representa uma grande vantagem em relação à matriz não estruturada ou geral. Pode-se observar que as variâncias aumentam com a idade, portanto, coincide com o que foi verificado na amostra. A função não linear apresenta-se bem ajustada, $r_c = 0,92$.

A estrutura 5, na qual as variâncias dentro de unidades são proporcionais ao tempo, não melhorou a precisão das estimativas dos parâmetros quando comparada ao modelo de efeitos misto. A vantagem desta estrutura é que necessita a estimação de apenas dois parâmetros. O coeficiente de correlação de concordância do modelo tem um valor igual a 0,92.

A **Figura 2** apresenta os valores observados e a curva ajustada através do modelo de efeitos aleatórios (Modelo não-linear de efeito misto).



Os métodos usados para fazer inferências para a população em modelos não-lineares para medidas repetidas são válidos para grandes amostras, isto significa que o número de unidades deve ser grande. Quando o tamanho é moderado, as inferências são aproximadas. Além disso, os métodos já são aproximados para facilitar as inferências. As estimativas dos parâmetros da matriz de covariâncias podem ser propícias a sofrer a influência de um tamanho de amostra pequeno. Neste trabalho, foram utilizadas oito repetições, o que é um número baixo, no contexto de teoria assintótica. Portanto, medidas de diagnóstico seriam necessárias para verificação da correta aplicação do modelo não-linear. Porém, este é um campo em aberto, há a necessidade de desenvolvimento de técnicas de diagnóstico para o caso multivariado.

4. Conclusões

Como era de se esperar, as estruturas 1 e 2 apresentaram resultados menos precisos do que as demais. A estrutura geral só deve ser usada quando não se tem alguma informação *a priori* sobre a verdadeira matriz de correlação. Além disso, para sua estimação é necessária uma amostra bastante grande, dado o grande número de parâmetros a serem estimados. A estrutura 5 apresentou um coeficiente de correlação ($r_c = 0,92$) igual ao modelo de efeitos misto. Também os intervalos de confiança para os parâmetros foram próximos ao do modelo misto. Portanto, pode-se concluir que o modelo de efeitos misto e a estrutura 5 são boas escolhas para a estrutura de covariância.

Referências Bibliográficas

- DAVIDIAN,M.; GILTINAN,D.M. *Nonlinear models for repeated measurement data*. London: Chapman and Hall. 1995. 359p.
- MALINVAUD,E. The consistency of nonlinear regressions. *Ann. Math Stat.* v.41, p.856-969, 1970.
- NOKOE,S. Nonlinear models fitted to stand volume-age data compare favourably with British Columbia Forest Service hand-drawn volume-age curves. *Canadian Journal of Forestry Research*, v.10, p.304-307, 1980.
- OGLIARI,P.J. Modelos não lineares para dados longitudinais provenientes de experimentos em blocos casualizados. Tese de Doutorado. Departamento de Ciências Exatas/Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz/Universidade de São Paulo. Piracicaba, São Paulo, 1998.
- REINSEL,G Mean squared-error properties of empirical Bayes estimators in a multivariate random-effects general linear model. *Journal of the American Statistical Association*, v. 80,p.642-650, 1985.
- VONESH,E.F.; CHINCHILLI,V.M. *Linear and nonlinear models for the analysis of repeated measurements*. New York: Marcel Dekker, Inc., 560p. 1997.
- VONESH,E.F.; CHINCHILLI,V.M.; PU,K. Goodness-of-fit in generalized nonlinear mixed-effects models. *Biometrics*. v.52, p.572-587, 1996.
- VONESH,E.F.; CARTER,R.L. Efficient inference for a random coefficient growth curve model with unbalanced data. *Biometrics*, v.43, p.617-628, 1987.

VONESH,E.F.; CARTER,R.L. Mixed-effects nonlinear regression for unbalanced repeated measures. *Biometrics*, v.48: p.1-17, 1992.

VONESH,E.F. Non-linear models for the analysis of longitudinal data. *Statistics in Medicine*, v.11: p.1929-1954, 1992.

VONESH,E.F. MIXNLIN: *a SAS procedure for nonlinear mixed-effects models. Version 3.1.* Applied Statistics Center - Baxter Healthcare Corporation. Illinois, USA. 1995.

AGRADECIMENTOS

Aos revisores do trabalho, pelas valiosas sugestões apresentadas e comentários feitos.

Ao Prof. Ph.D. John Paul McTague pela ajuda na definição do modelo estatístico e pelo espírito de colaboração.

Ao Prof. Ph.D. Hilton Thadeu Z. do Couto pelo fornecimento e discussão sobre os dados.

ABSTRACT

Frequently the data of an experiment are longitudinal in nature, that is, a response variable is measured repeatedly on the same experimental unit. In this situation are expected data to be correlated through time and possibly show heteroscedasticity, so the basic assumptions of regression analysis don't hold. In this work five different structures for the covariance matrix were considered and the structures general: induced by the nonlinear mixed-effects models, and same covariances and variances proportional were found to be more adequate.

Keywords: nonlinear regression models, growth curves, structures of covariance matrix, longitudinal data.

Ajustamento de modelos de longa memória a uma série real

Cristina Baptista Moura*

Clélia M.C. Toloï*

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo comparar seis métodos de estimação do parâmetro de longa memória do modelo ARFIMA(p,d,q), onde essa comparação é feita através do ajuste desse modelo a uma série hidrológica. Os métodos utilizados foram: método da autocorrelação de ordem 1 (Gupta & Kumar, 1991), método da autocorrelação generalizado (Gupta Ji, 1992), método do periodograma (Geweke & Porter-Hudak, 1983), método do periodograma suavizado (Reisen, 1994), método de máxima verossimilhança (Fox & Taqqu, 1986) e o método das ondaletas (Jensen, 1996). Comparamos os estimadores através do ajuste de modelos ARFIMA(p,d,q) à série, utilizando os seis métodos de estimação. Também foi feita a previsão das doze últimas observações da série para comparar os estimadores através do poder de previsão dos mesmos. Além disso, ajustamos outros modelos mais tradicionais a essa série para compará-los ao modelo de longa memória.

1. Introdução

Estudos empíricos, principalmente em Economia e Hidrologia, revelam séries temporais que apresentam uma dependência significativa entre observações distanciadas por um longo intervalo de tempo. Essas séries são denominadas de séries de longa memória e não são bem ajustadas por modelos que têm como suposição a não significância das correlações entre observações distantes, ou seja, que têm como suposição a independência assintótica. Com a constatação desse problema, iniciou-se um estudo das características dessas séries para que se pudesse encontrar uma ou mais famílias de modelos capazes de representar adequadamente esse comportamento

* Endereço para correspondência: Departamento de Estatística IME - USP - CP. 66281, CEP 05315-970 - E-mail: clelia@ime.usp.br.

de longa memória. Verificou-se que uma das principais características desse tipo de série é que sua densidade espectral é não limitada na frequência zero, o que equivale dizer que sua função de autocorrelação não é absolutamente domável. Outra característica é o decaimento hiperbólico da função de autocorrelação desse tipo de série.

Procurando respeitar as características de uma série de longa memória, citadas acima, foram definidos dois modelos importantes, nos quais a função densidade espectral, $f(\lambda)$, é proporcional a λ^{-r} , $1 < r < 2$, para λ próximo de zero e o decaimento da função de autocorrelação, ρ_j , hiperbólico, isto é, proporcional a j^{2d-1} , $j \rightarrow \infty$ e $0 < d < 0,5$. Primeiro foi introduzido o modelo de ruído Gaussiano fracionário por Mandelbrot & Ness (1968). Mais tarde Granger & Joyeux (1980) e Hosking (1981) introduziram o modelo ARIMA fracionário (ou ARFIMA) que é uma generalização do modelo ARIMA. Geweke & Porter-Hudak (1983) mostraram a equivalência desses dois modelos.

2. Modelo ARIMA fracionário (ARFIMA)

Seja X_t um processo $ARIMA(0,1,0)$, isto é, $X_t = X_{t-1} + a_t$, onde a_t são variáveis aleatórias não correlacionadas e identicamente distribuídas. Neste caso, a primeira diferença de $\{X_t\}$ é o processo *ruído branco* no tempo discreto, $\{a_t\}$.

Observação: A partir deste momento assumiremos que $E(X_t) = 0$.

Definição 1 O operador de diferença fracionária é dado por

$$\Delta^d = (1 - B)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-B)^k = 1 - dB - \frac{1}{2!}d(1-d)B^2 - \frac{1}{3!}d(1-d)(2-d)B^3 - \dots \quad (1)$$

Definição 2 O processo *ruído branco de diferença fracionária*, X_t , com parâmetro H , $0 < H < 1$, é a $(\frac{1}{2} - H)$ -ésima diferença fracionária do processo ruído branco no tempo discreto, isto é, $X_t = \Delta^{-d} a_t$ ou $\Delta^d X_t = a_t$, com $d = H - \frac{1}{2}$, onde a_t é um processo ruído branco de média zero e variância σ_a^2 .

O processo X_t , dado pela Definição 2, é equivalente ao processo $ARIMA(0, d, 0)$ com $|d| < 1/2$, que será denominado processo $ARFIMA(0, d, 0)$. O teorema abaixo enuncia algumas propriedades do processo $\{X_t\}$.

Teorema 1 Seja $\{X_t\}$ um processo $ARFIMA(0, d, 0)$.

- (a) Quando $d < \frac{1}{2}$, $\{X_t\}$ é um processo estacionário e tem representação de médias móveis infinita

$$X_t \psi(B) a_t = \sum_{k=0}^{\infty} \psi_k a_{t-k}, \quad (2)$$

onde

$$\psi_k = \frac{d(1+d)\dots(k-1+d)}{k!} = \frac{(k+d-1)!}{k!(d-1)!}, \quad (3)$$

com $\psi_k \sim k^{d-1}/(d-1)!$ quando $k \rightarrow \infty$.

(b) Quando $d > -\frac{1}{2}$, $\{X_t\}$ é invertível e tem representação auto-regressiva infinita

$$\pi(B)X_t = \sum_{k=0}^{\infty} \pi_k X_{t-k} = a_t, \quad (4)$$

onde

$$\pi_k = \frac{-d(1-d)\dots(k-1-d)}{k!} = \frac{(k-d-1)!}{k!(-d-1)!}, \quad (5)$$

com $\pi_k \sim k^{-d-1}/(-d-1)!$ quando $k \rightarrow \infty$.

Nos próximos itens assumiremos que $-\frac{1}{2} < d < \frac{1}{2}$.

(c) A densidade espectral de $\{X_t\}$ é dada por

$$f(\lambda) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} \left(2 \operatorname{sen} \frac{\lambda}{2}\right)^{-2d} \quad (6)$$

para $0 < \lambda \leq \pi$ e $f(\lambda) \sim \lambda^{2d}$ quando $\lambda \rightarrow 0$.

(d) A função de autocovariância de $\{X_t\}$ é dada por

$$\gamma_k = E(X_t X_{t-k}) = \frac{(-1)^k (-2d)!}{(k-d)!(-k-d)!} \sigma_a^2 \quad (7)$$

e a função de autocorrelação de $\{X_t\}$ é dada por

$$\rho_k = \gamma_k / \gamma_0 = \frac{(-d)!(k+d-1)!}{(d-1)!(k-d)!} \quad (k=0, \pm 1, \dots) \quad (8)$$

$$= \frac{(d)(1+d)\dots(k-1+d)!}{(1-d)(2-d)\dots(k-d)} \quad (k=1, 2, \dots). \quad (9)$$

Em particular, $\gamma_0 = (-2d)!/(-d)!^2$ e $\rho_1 = d/(1-d)$. Quando $k \rightarrow \infty$,

$$\rho_k \sim \frac{(-d)!}{(d-1)} k^{2d-1}. \quad (10)$$

(e) A função de autocorrelação inversa de $\{X_t\}$, quando $k \rightarrow \infty$, é dada por

$$\rho_{inv,k} = \frac{d!(k-d-1)!}{(-d-1)!(k+d)!} \sim \frac{d!}{(-d-1)!} k^{-1-2d}. \quad (11)$$

(f) As autocorrelações parciais de $\{X_t\}$ são dadas por

$$\phi_{kk} = d/(k-d) \quad (k=1, 2, \dots). \quad (12)$$

Demonstração: Para maiores detalhes ver Hosking (1981).

Pelo Teorema 1 sabemos que se $-\frac{1}{2} < d < \frac{1}{2}$ o processo $\{X_t\}$ é estacionário e invertível, além disso, ψ_k e π_k decaem hiperbolicamente em vez de exponencialmente, o que caracterizaria o comportamento dos pesos ψ_k e π_k de um processo $ARIMA(0, d, 0)$. As funções de autocorrelação parcial e inversa, também apresentam um decaimento hiperbólico, sendo que a primeira com taxa de decaimento igual a k^{-1} , independentemente do valor de k .

Algumas vezes, utilizar o modelo $ARFIMA(0, d, 0)$ em séries com comportamento de longa memória pode não ser satisfatório, pois algumas destas séries também podem apresentar um comportamento de curta memória. Então, o ideal é encontrar um modelo que seja capaz de explicar o comportamento de curta memória e que mantenha o decaimento hiperbólico da função de autocorrelação, característico do processo de longa

memória. Uma extensão natural do processo $ARFIMA(0, d, 0)$ que possui estas propriedades é o processo que combina diferença fracionária com a família de modelos de Box & Jenkins. Tal processo é definido a seguir.

Definição 3 $\{Y_t\}$ é um processo $ARFIMA(p, d, q)$ com $d \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ se $\{Y_t\}$ é estacionário e satisfaz a equação

$$\phi(B)\nabla^d Y_t = \theta(B)a_t, \quad (13)$$

onde $\{a_t\}$ é ruído branco e ϕ e θ são polinômios em B de graus p e q , respectivamente.

A razão da escolha dessa família de processos, para fins de modelagem das séries com comportamento de longa memória, é que o efeito do parâmetro d em observações distantes decai hiperbolicamente conforme a distância aumenta, enquanto os efeitos dos parâmetros ϕ e θ decaem exponencialmente. Então, d deve ser escolhido com o objetivo de explicar a estrutura de correlação de ordens altas da série, enquanto os parâmetros ϕ e θ explicam a estrutura de correlação de ordens baixas.

Teorema 2 Seja $\{Y_t\}$ um processo $ARFIMA(p, d, q)$. Então,

(a) $\{Y_t\}$ é estacionário se $d < \frac{1}{2}$ e todas as raízes da equação $\phi(z) = 0$ estão fora do círculo unitário;

(b) $\{Y_t\}$ é invertível se $d < -\frac{1}{2}$ e todas as raízes da equação $\theta(z) = 0$ estão fora do círculo unitário.

Se $\{Y_t\}$ é estacionário e invertível, com função de densidade espectral $f(\lambda)$ e função de autocorrelação ρ_k , então

(c) $\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \lambda^{2d} f(\lambda)$ existe e é finito; e

(d) $\lim_{k \rightarrow \infty} k^{1-2d} \rho_k$ existe e é finito.

Para maiores detalhes, ver Hosking (1981).

Na prática, os processos mais utilizados para modelar séries de longa memória são aqueles com valores pequenos de p e q . Em particular, os processos $ARFIMA(1, d, 0)$ e $ARFIMA(0, d, 1)$ são bastante úteis e suas principais características podem ser encontradas na literatura, ver Hosking (1981). O que se espera é que o comportamento de longa memória de um processo $ARFIMA(p, d, q)$ seja semelhante ao do processo $ARFIMA(0, d, 0)$ com o mesmo valor de d , uma vez que, para observações muito distantes o efeito dos parâmetros ϕ e θ é desprezível.

3. Métodos de estimação do parâmetro de longa memória

Listamos, a seguir, alguns métodos de estimação:

1. Estimador da autocorrelação de ordem 1 (Gupta & Kumar, 1991))

$$\hat{d}_c = \frac{\hat{\rho}_1}{1 + \hat{\rho}_1},$$

onde $\hat{\rho}_1$ é a autocorrelação amostral de ordem um.

2. Estimador da autocorrelação generalizado (Gupta & Ji, 1992)

$$\hat{d}_{cg} = \sum_{i=1}^N a_i \hat{d}(i),$$

onde

$$a_i = \frac{\frac{1}{\text{Var}(\hat{d}(i))}}{\sum_{j=1}^N \frac{1}{\text{Var}(\hat{d}(j))}}, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

e

$$\hat{d}(k) = \frac{k\hat{\rho}_k - (k-1)\hat{\rho}_{k-1}}{\hat{\rho}_k + \hat{\rho}_{k-1}},$$

onde $\hat{\rho}_k$ é a autocorrelação amostral de ordem k . Escolhemos $N = 30$, com base nos resultados das simulações feitas por Gupta & Ji (1992).

3. Estimador do periodograma, \hat{d}_p (Geweke & Porter-Hudak, 1983), é obtido utilizando o estimador de mínimos quadrados aplicado à equação

$$\ln(I_x(\lambda_{j,T})) = a - d \ln \left[4 \text{sen}^2 \left(\frac{\lambda_{j,T}}{2} \right) \right] + \varepsilon_j, \quad j = 1, 2, \dots, g(T),$$

onde $I_x(\lambda_{j,T})$ é o periodograma, a função $g(T) = T^\alpha$, onde $\alpha = 0,5$ e T é o tamanho da amostra.

4. Estimador do periodograma suavizado, \hat{d}_{ps} (Reisent, 1994), é obtido através do estimador de mínimos quadrados aplicado à equação

$$\ln(f_x^T(\lambda_{j,T})) = \alpha - d \ln \left[4 \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\lambda_{j,T}}{2} \right) \right] + \varepsilon_j, \quad j = 1, 2, \dots, g(T),$$

onde $f_x^T(\lambda_{j,T})$ é o periodograma suavizado, a função $g(T) = T^\alpha$, onde $\alpha = 0,5$ e T é o tamanho da amostra. Utilizamos a janela espectral de Parzen, dada por

$$k(u) = \begin{cases} 1 - 6u^2 + 6|u|^3, & |u| \leq \frac{1}{2}, \\ 2(1 - |u|)^3, & \frac{1}{2} \leq |u| \leq 1 \\ 0, & |u| > 1. \end{cases}$$

Quanto ao ponto de truncamento da janela espectral, escolhemos $m = T^\beta$, com $\beta = 0,9$. Tal decisão foi tomada com base no estudo de Reisen (1994), que após simulações sugere esse ponto de truncamento.

5. Estimador de máxima verossimilhança, \hat{d}_{mv} , é um estimador de máxima verossimilhança aproximado que é obtido através da minimização da quantidade

$$\ln \frac{1}{T} \sum_j \frac{I_x(\lambda_{j,T})}{2\pi f_x(\lambda_{j,T})}$$

em que $I_x(\lambda_{j,T})$ é o periodograma e $f_x(\lambda_{j,T})$ é a função densidade espectral de um processo *ARFIMA*(p, d, q) e \sum_j é a soma sobre todas as frequências de Fourier, $\lambda_{j,T} = \frac{2\pi j}{T} \in (-\pi, \pi)$.

Para mais detalhes, ver Brockwell e Davis (1987).

6. Estimador das ondaletas, \hat{d}_w (Jensen, 1996), é obtido através do critério de mínimos quadrados, utilizando a equação

$$\ln \hat{R}(a) = \ln \sigma^2 + d \ln |2^{-a}|^2 + o_p(1), \quad a = 2, 3, \dots, \log_2(T),$$

onde $\hat{R}(a)$ é o estimador da variância dos coeficientes de ondaletas, $d_{j,k}^{(\psi)}$.

Para obter os coeficientes das ondaletas, $d_{j,k}^{(\psi)}$, utilizamos a transformada discreta de ondaletas, calculada utilizando um programa para a linguagem S-Plus, elaborado por Nason & Silvermann (1994), denominado

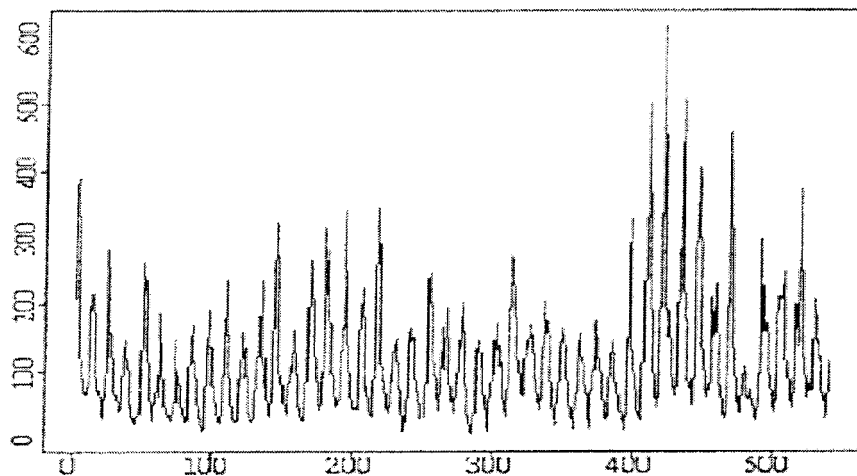
“wavethresh”, que está disponível na Internet, ver Nason & Silvermann (1994). Esse pacote utiliza duas famílias de ondaletas ortonormais com suporte compacto, cujos nomes são: DaubExPhase e DaubLsymm, definidas em Daubechies (1992). Em nossos estudos utilizamos a família de ondaletas DaubExPhase (N), onde N é o número do filtro da ondaleta e quanto maior for o N mais suave será a ondaleta. Foram feitas simulações para vários valores de N e foi escolhido para a apresentação dos resultados o valor $N = 2$.

Observação: Os estimadores \hat{d}_c , \hat{d}_{cg} e \hat{d}_w foram elaborados para ajustar modelos $ARFIMA(0, d, 0)$. Para podermos ajustar modelos $ARFIMA(p, d, q)$, utilizamos um método recursivo. Este método primeiro estima o parâmetro d e com essa estimativa filtra a série retirando o comportamento de longa memória e com a série resultante estimamos os parâmetros de curta memória, ou seja, parâmetros do modelo $ARFIMA(p, 0, q)$. Essas estimativas são usadas para filtrar a série, onde a série resultante possui somente o comportamento de longa memória. Este processo é repetido até que as estimativas dos parâmetros converjam. Para maiores detalhes ver Geweke & Porter-Hudak (1983) e Hosking (1981).

4 . Aplicação a uma série real

Neste capítulo ajustaremos o modelo $ARFIMA(p, d, q)$ a uma série de vazão do Rio São Marcos (fonte: CESP - Companhia Furnas), utilizando todos os métodos de estimação do parâmetro de longa memória, d , apresentados no capítulo anterior. Além disso, ajustaremos os modelos auto-regressivo $AR(p)$ e $SARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_{12}$ a essa série hidrológica, com o objetivo de comparar os modelos $ARFIMA(p, d, q)$ a esses modelos mais tradicionais.

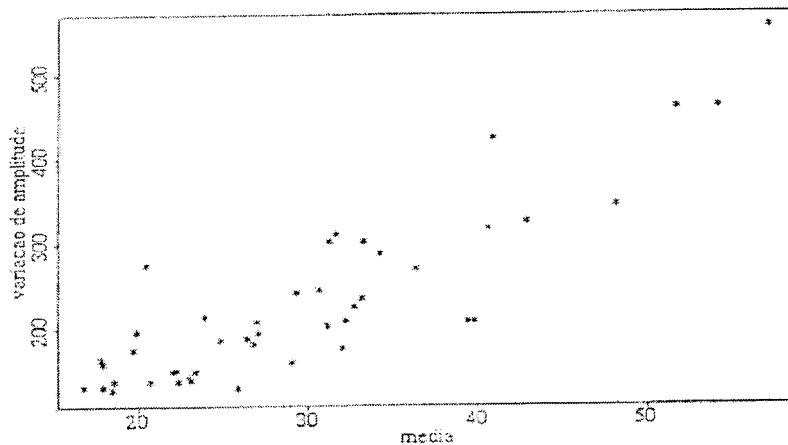
Figura 1 – Série de vazão do Rio São Marcos - CESP



A série hidrológica de vazão do Rio São Marcos é apresentada na **Figura 1**, onde podemos perceber que a variância desta série não é constante em relação ao tempo, podemos ver também que as últimas observações

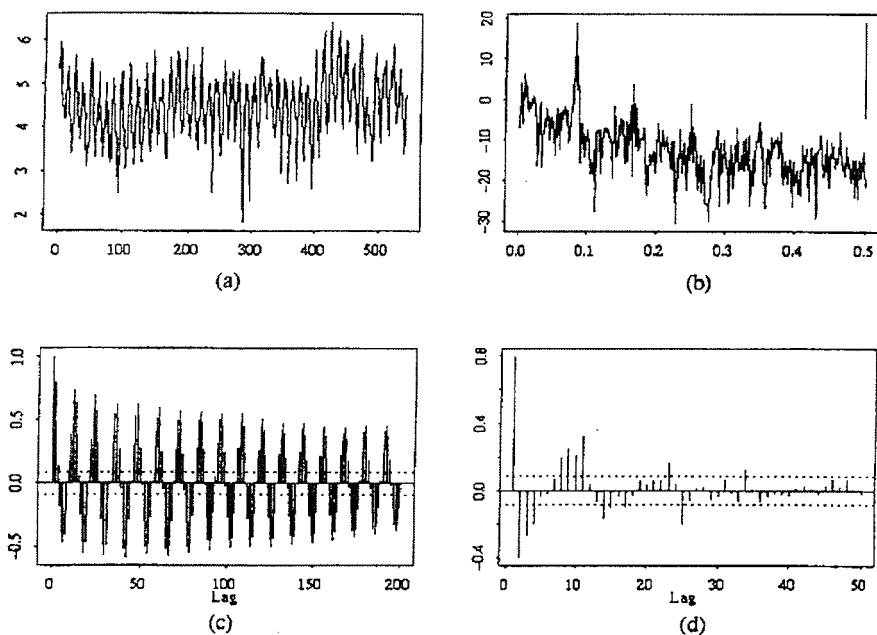
possuem uma variação maior que as demais. A necessidade de uma transformação pode ser constatada através da **Figura 2**, onde as 540 observações da série foram divididas em 45 subséries de 12 elementos cada e foram calculadas as médias e variações de amplitude de cada segmento.

Figura 2 – Gráfico da média x variação de amplitude das 45 subséries



Com base neste gráfico, podemos constatar o aumento da variação dos dados conforme a média das subséries aumenta. Sendo assim, aplicamos o logaritmo na série de vazão com o objetivo de melhorar esse comportamento. O gráfico da série transformada, bem como suas funções de autocorrelação e autocorrelação parcial amostrais e o seu periodograma são apresentados na **Figura 3**. A adequação da aplicação do logaritmo nos dados pode ser confirmada pelo gráfico da série transformada, no qual o comportamento verificado na série original não se apresenta. O gráfico da função de autocorrelação amostral apresenta um evidente comportamento de longa memória da série de vazão, ou seja, mostra a forte correlação entre observações da série distanciadas por um grande intervalo no tempo, este gráfico também mostra o forte comportamento sazonal da série. A partir da série transformada, iremos ajustar os modelos já citados no início deste capítulo.

Figura – 3 (a) Série transformada, (b) Periodograma, (c) Função de autocorrelação amostral e (d) Função de autocorrelação parcial amostral



4.1 - Ajustamento dos modelos

a) Modelo auto-regressivo (AR(p))

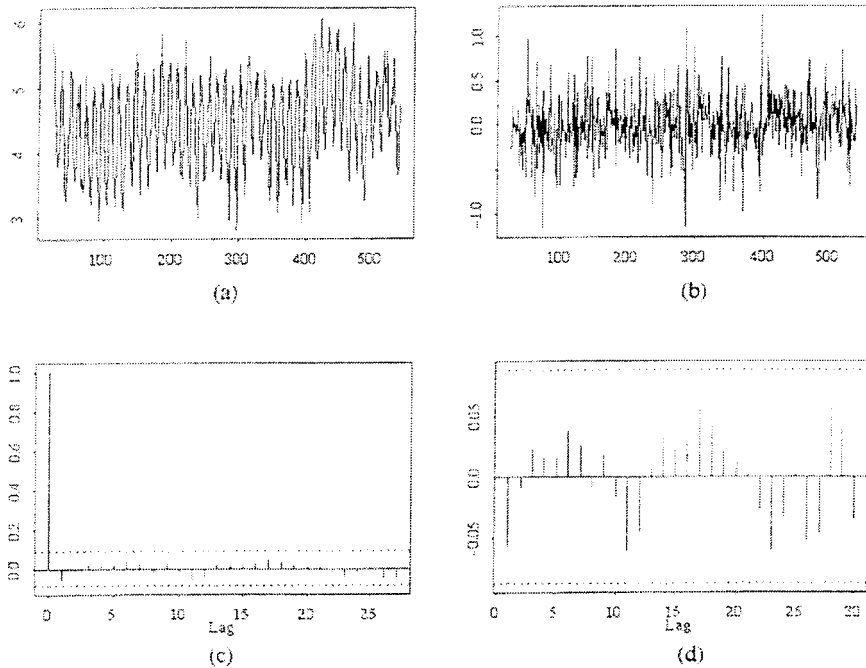
Para a série de vazão, ajustamos um modelo auto-regressivo de ordem 25 (AR(25)). As estimativas dos parâmetros e seus desvios padrões são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Resultados para o ajuste do modelo AR(25) à série de vazão

Parâmetro	Estimativas	Desvio Padrão	T-valor
$\hat{\phi}_1$	0,7128	0,0422	16,89
$\hat{\phi}_2$	-0,0324	0,0516	-0,62
$\hat{\phi}_3$	0,0031	0,0514	0,06
$\hat{\phi}_4$	-0,0536	0,0513	-1,04
$\hat{\phi}_5$	0,0800	0,0513	1,56
$\hat{\phi}_6$	0,0297	0,0514	0,58
$\hat{\phi}_7$	-0,0630	0,0514	-1,23
$\hat{\phi}_8$	-0,0328	0,0513	-0,64
$\hat{\phi}_9$	0,1003	0,0513	1,95
$\hat{\phi}_{10}$	-0,1201	0,0514	-2,34
$\hat{\phi}_{11}$	0,2229	0,0515	4,33
$\hat{\phi}_{12}$	0,0477	0,0523	0,91
$\hat{\phi}_{13}$	0,0646	0,0523	1,23
$\hat{\phi}_{14}$	-0,0478	0,0523	-0,91
$\hat{\phi}_{15}$	-0,0951	0,0515	-1,85
$\hat{\phi}_{16}$	0,0567	0,0514	1,10
$\hat{\phi}_{17}$	-0,0743	0,0513	-1,45
$\hat{\phi}_{18}$	0,0894	0,0513	-1,74
$\hat{\phi}_{19}$	0,0484	0,0514	0,93
$\hat{\phi}_{20}$	0,0130	0,0514	0,25
$\hat{\phi}_{21}$	-0,0141	0,0513	0,27
$\hat{\phi}_{22}$	-0,0521	0,0513	-1,02
$\hat{\phi}_{23}$	0,1239	0,0513	2,41
$\hat{\phi}_{24}$	0,1756	0,0516	3,40
$\hat{\phi}_{25}$	-0,2014	0,0422	-4,77
$\hat{\phi}_\sigma^2$	0,1033		

Pela **Tabela 1**, apenas as estimativas dos parâmetros $\phi_1, \phi_9, \phi_{11}, \phi_{23}, \phi_{24}$ e ϕ_{25} são significativamente diferentes de zero no nível de significância de 0,05. Entretanto, os gráficos das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial residuais, dados na **Figura 4**, não apresentam nenhum valor significativamente diferente de zero, o que indica um ótimo comportamento dos resíduos.

Figura 4 – (a) Série ajustada, (b) Resíduos, (c) Função de autocorrelação amostral residual e (d) Função de autocorrelação parcial amostral residual



b) Modelo $SARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_{12}$

No caso deste modelo, inicialmente ajustamos o modelo $SARIMA(1,0,0) \times (0,1,1)_{12}$, cujos resultados da estimação dos parâmetros são apresentados na **Tabela 2**.

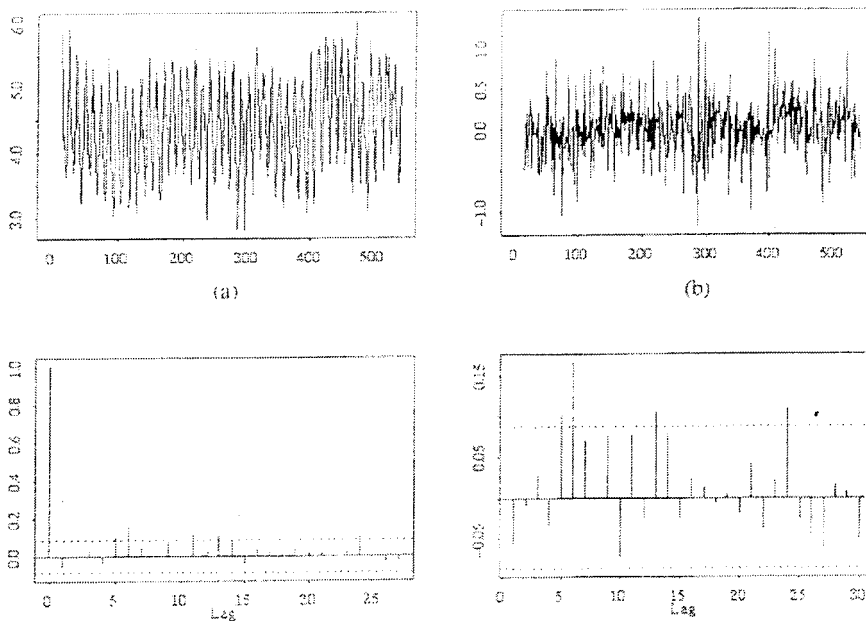
Tabela 2 – Resultados do ajuste do modelo $SARIMA(1,0,0) \times (0,1,1)_{12}$ à série de vazão

Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	T-valor
$\hat{\phi}_1$	0,6859	0,0317	21,64
$\hat{\theta}_{12}$	0,9279	0,0162	52,28
$\hat{\sigma}_a^2$	0,1032		

Com base nesta tabela, podemos ver que as estimativas dos parâmetros são significativamente diferentes de zero, entretanto, os gráficos das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial amostrais dos resíduos, dados na **Figura 5**, mostram que, para o “lag” 6, essas funções apresentam valores altos. Também podemos

perceber que a função de autocorrelação parcial apresenta valores significativamente diferentes de zero para os “lags” 12 e 24. Com isso, vamos inserir os parâmetros auto-regressivos de ordem 6 e 12 ajustando o modelo $SARIMA(6,0,0) \times (1,1,1)_{12}$ onde $\phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = \phi_5 = 0$.

Figura 5 - (a) Série ajustada, (b) Resíduos, (c) Função de autocorrelação amostral e (d) Função de autocorrelação parcial amostral



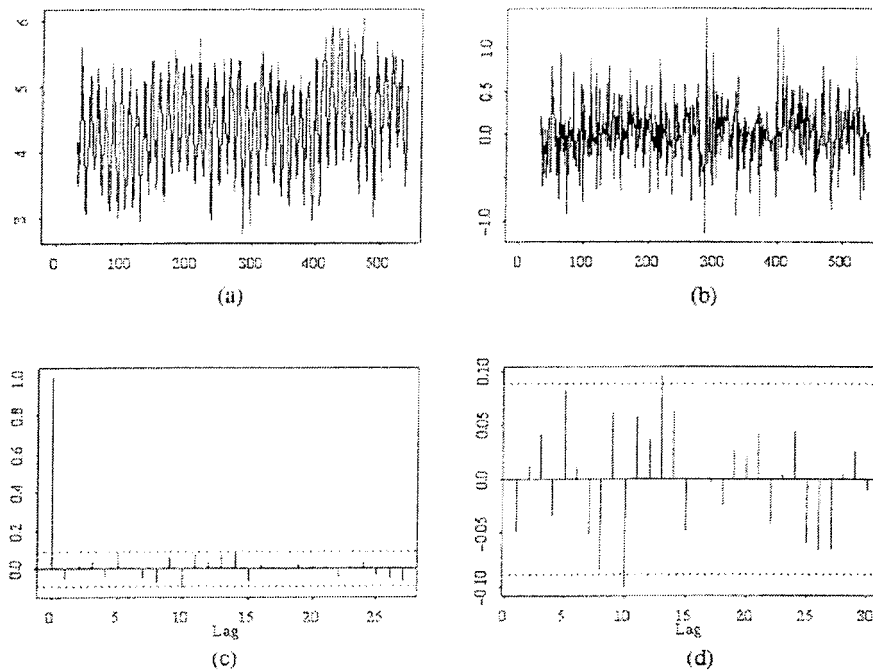
Os resultados das estimativas dos parâmetros desse modelo e seus respectivos desvios padrões são dados na Tabela 3, onde todas as estimativas dos parâmetros do modelo são significativamente diferentes de zero no nível de significância de 0,05.

Tabela 3 – Resultados do ajuste do modelo $SARIMA(6,0,0) \times (1,1,1)_{12}$ à série de vazão

Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	T-valor
$\hat{\phi}_1$	0,6447	0,0438	14,72
$\hat{\phi}_6$	0,1434	0,0447	3,21
$\hat{\phi}_{12}$	0,1228	0,0501	2,41
$\hat{\theta}_{12}$	0,8470	0,0287	2,95
$\hat{\sigma}_a^2$	0,1037		

Os gráficos de ajuste e das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial são apresentados na **Figura 6**, onde percebemos que a inserção dos parâmetros ϕ_{12} e ϕ_6 melhoraram o ajuste da série, pois as funções de autocorrelação amostral e de autocorrelação parcial amostral dos resíduos indicam um bom comportamento dos resíduos, ou seja, não apresentam valores que justifiquem a inadequação do modelo ajustado.

Figura 6 - (a) Série ajustada, (b) Resíduos, (c) Função de autocorrelação amostral e (d) Função de autocorrelação parcial amostral



c) Modelo $ARFIMA(p, d, q)$

A princípio, ajustamos o modelo $ARFIMA(0, d, 0)$ para todos os seis métodos de estimação do parâmetro d . Os gráficos da função de autocorrelação amostral dos resíduos desse ajuste, para os seis estimadores de d , são apresentados na **Figura 7**. Da mesma forma, temos os gráficos da função de autocorrelação parcial amostral na **Figura 8**.

Figura 7 – Função de autocorrelação amostral dos resíduos: (a) Estimador \hat{d}_c , (b) Estimador \hat{d}_{cg} ,
 (c) Estimador \hat{d}_p , (d) Estimador \hat{d}_{ps} , (e) Estimador \hat{d}_{mv} , e (f) Estimador \hat{d}_w

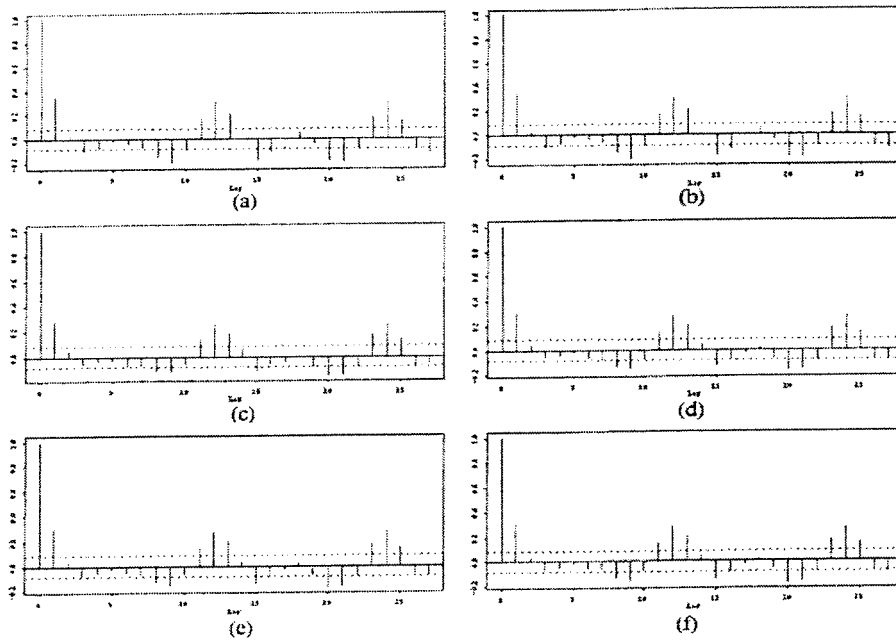
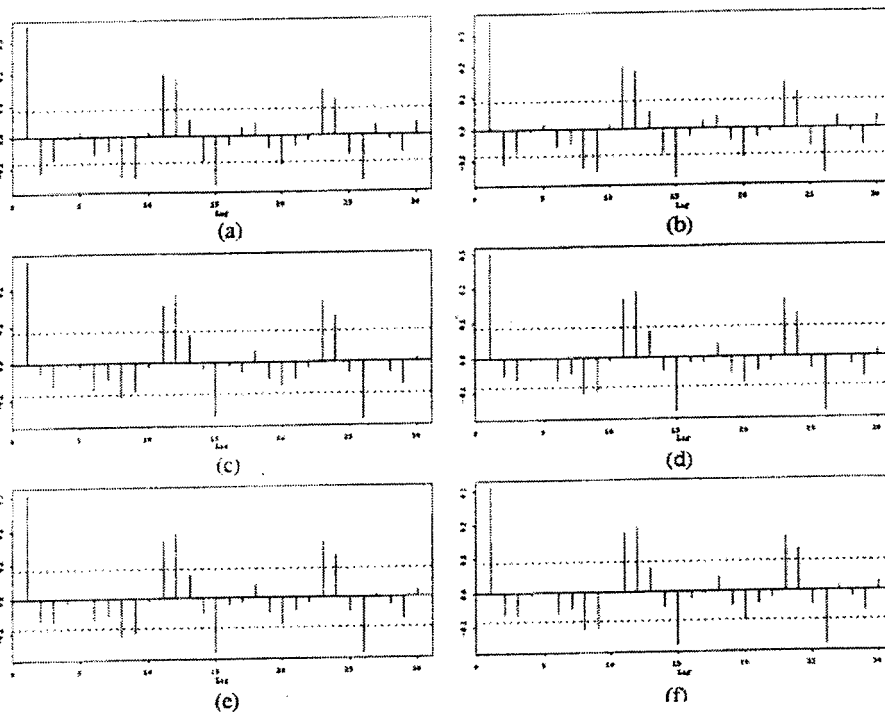


Figura 8 – Função de autocorrelação parcial amostral dos resíduos: (a) Estimador \hat{d}_c , (b) Estimador \hat{d}_{cg} ,
 (c) Estimador \hat{d}_p , (d) Estimador \hat{d}_{ps} , (e) Estimador \hat{d}_{mv} , e (f) Estimador \hat{d}_w



Podemos perceber pelas **Figuras 7 e 8** que o comportamento sazonal permanece nos resíduos do modelo $ARFIMA(0, d, 0)$, além disso, esse comportamento é bastante parecido para todos os seis métodos de estimação de d . Com base nesses gráficos, ajustaremos o modelo $SARFIMA(1, d, 0) \times (0, 1, 1)_{12}$ à série de vazão, onde serão utilizados os seis estimadores de d . Desta forma, teremos seis modelos $SARFIMA(1, d, 0) \times (0, 1, 1)_{12}$ ajustados. A **Tabela 4** apresenta os resultados das estimativas e desvios padrões dos parâmetros desses modelos. Com base nessa tabela, temos todas as estimativas dos parâmetros significativamente diferentes de zero no nível de significância de 0,05.

Tabela 4 – Resultados do ajuste do modelo $ARFIMA(1, d, 0) \times (0, 1, 1)_{12}$ à série de vazão

Estimadores de d	Estimativa		Desvio Padrão		T-valor		$\hat{\sigma}_a^2$
	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\theta}_{12}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\theta}_{12}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\theta}_{12}$	
$\hat{d}_c = 0,3415$	0,2685	0,9581	0,0420	0,0125	6,39	76,65	0,0711
$\hat{d}_{cg} = 0,3199$	0,2736	0,9580	0,0419	0,0125	6,52	76,64	0,0714
$\hat{d}_p = 0,4610$	0,2141	0,9490	0,0425	0,0137	2,38	69,27	0,0679
$\hat{d}_{ps} = 0,4172$	0,2367	0,9534	0,0423	0,0131	5,59	72,79	0,0690
$\hat{d}_{mv} = 0,3895$	0,2446	0,9554	0,0422	0,0129	5,79	74,06	0,0740
$\hat{d}_w = 0,3911$	0,2441	0,9553	0,0422	0,0129	5,78	70,05	0,0694

A seguir, são apresentas na **Figura 9** a função de autocorrelação amostral dos resíduos do modelo $SARFIMA(1, d, 0) \times (0, 1, 1)_{12}$ para cada um dos seis estimadores do parâmetro d . Da mesma forma, temos as funções de autocorrelação parcial amostral dos resíduos na **Figura 10**.

Figura 9 – Função de autocorrelação amostral dos resíduos: (a) Estimador \hat{d}_c , (b) Estimador \hat{d}_{cg} ,
 (c) Estimador \hat{d}_p , (d) Estimador \hat{d}_{ps} , (e) Estimador \hat{d}_{mv} , e (f) Estimador \hat{d}_w

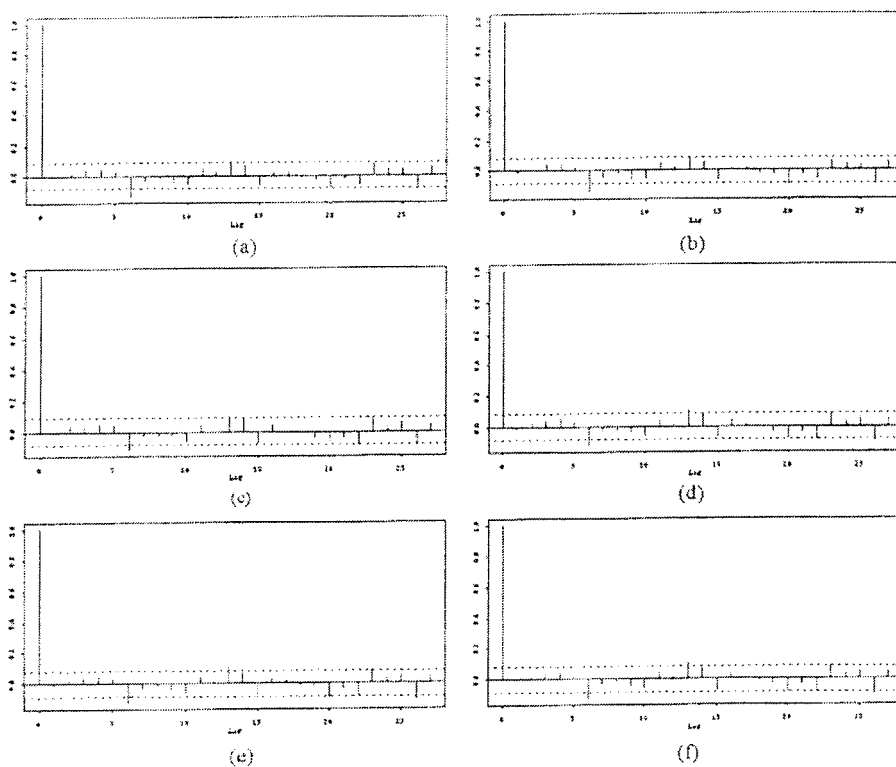
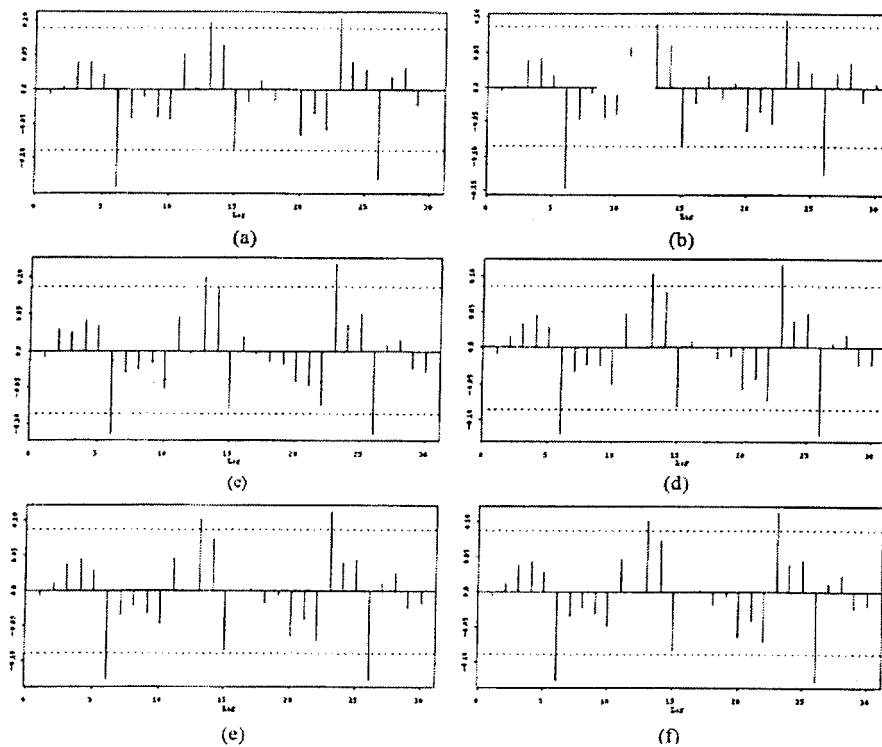


Figura 10 – Função de autocorrelação parcial amostral dos resíduos: (a) Estimador \hat{d}_c , (b) Estimador \hat{d}_{cg} ,
 (c) Estimador \hat{d}_p , (d) Estimador \hat{d}_{ps} , (e) Estimador \hat{d}_{mv} , e (f) Estimador \hat{d}_w



Os gráficos da **Figura 9** mostram que a função de autocorrelação amostral dos resíduos de ordem 6 é considerada significativamente diferente de zero para todos os métodos de estimação do parâmetro d . A função de autocorrelação parcial, **Figura 10**, apresenta valores altos nos “lags” 6, 13, 23 e 26 para todos os estimadores de d . Esse comportamento deve ser melhorado com a inclusão de um parâmetro auto-regressivo de ordem seis nesse modelo. Com isso, ajustamos o modelo $SARFIMA(6, d, 0) \times (0, 1, 1)_{12}$, onde $\phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = \phi_5 = 0$. Os resultados das estimativas desse modelo são apresentados na **Tabela 5**, onde podemos perceber que os parâmetros do modelo $SARFIMA(6, d, 0) \times (0, 1, 1)_{12}$ são significativamente diferentes de zero, no nível de significância de 0,05, para todos os métodos de estimação do parâmetro d . As funções de autocorrelação e autocorrelação parcial amostrais dos resíduos desse modelo são dadas nas **Figuras 11 e 12**, respectivamente, para todos os estimadores de d .

Tabela 5 – Resultados do ajuste do modelo $SARFIMA(6, d, 0) \times (0, 1, 1)_{12}$ à série de vazão

Estimadores de d	Estimativa			Desvio Padrão			T-valor			$\hat{\sigma}_a^2$
	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_6$	$\hat{\theta}_{12}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_6$	$\hat{\theta}_{12}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_6$	$\hat{\theta}_{12}$	
$\hat{d}_c = 0,3162$	0,2465	-0,1419	0,9043	0,0415	0,0412	0,0132	6,70	-3,46	74,72	0,0729
$\hat{d}_{cg} = 0,3198$	0,2736	-0,1613	0,9156	0,0416	0,0413	0,0132	6,63	-3,43	74,74	0,0709
$\hat{d}_p = 0,461$	0,2141	-0,1169	0,9051	0,0425	0,0423	0,0131	5,04	-2,51	74,33	0,0682
$\hat{d}_{ps} = 0,4172$	0,2367	-0,0993	0,8846	0,0423	0,0421	0,0131	5,47	-2,68	74,82	0,0708
$\hat{d}_{mv} = 0,4001$	0,2446	-0,1055	0,8961	0,0422	0,0420	0,0131	5,65	-2,79	75,03	0,0707
$\hat{d}_w = 0,4419$	0,2441	-0,0812	0,9119	0,0424	0,0422	0,0131	5,23	-2,60	74,54	0,0693

Figura 11 – Função de autocorrelação amostral dos resíduos: (a) Estimador \hat{d}_c , (b) Estimador \hat{d}_{cg} ,
 (c) Estimador \hat{d}_p , (d) Estimador \hat{d}_{ps} , (e) Estimador \hat{d}_{mv} , e (f) Estimador \hat{d}_w

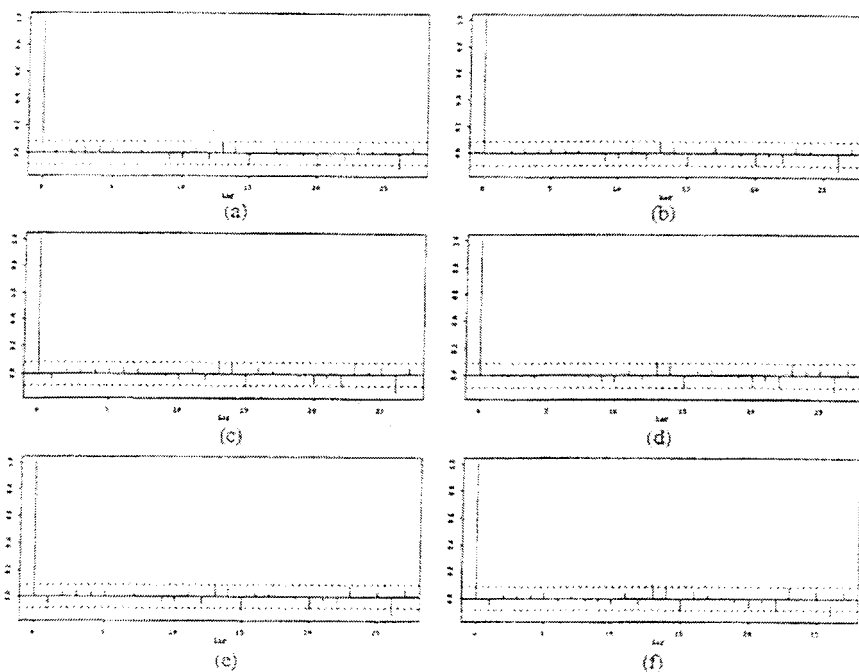
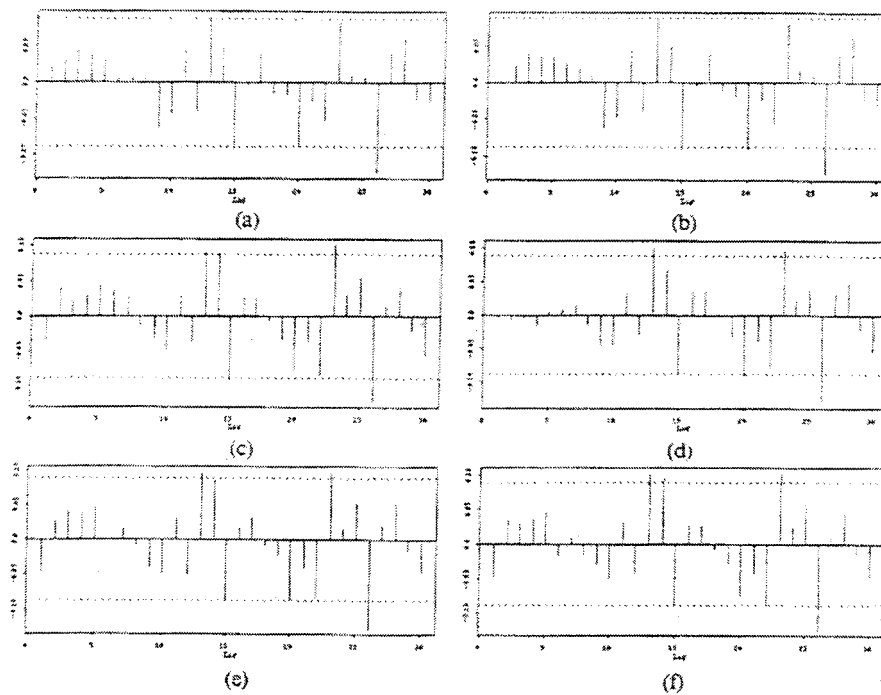


Figura 12 – Função de autocorrelação parcial amostral dos resíduos: (a) Estimador \hat{d}_c , (b) Estimador \hat{d}_{cg} ,
 (c) Estimador \hat{d}_p , (d) Estimador \hat{d}_{ps} , (e) Estimador \hat{d}_{mv} , e (f) Estimador \hat{d}_w



Os gráficos das funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial amostrais dos resíduos apresentam formas parecidas para todos os estimadores de d e essas duas funções apresentam valores significativamente diferentes de zero no “lag” 26, mas por este “lag” ser de ordem elevada não consideraremos a inclusão de mais um parâmetro no modelo.

4.2 - Comparação dos modelos

Para comparar os modelos ajustados à série de vazão do rio São Marcos, vamos utilizar uma medida de ajustamento e o potencial de previsão desse modelo.

(i) Ajustamento

Para mensurar o ajustamento dos modelos, usaremos a medida $AIC = -2 \log(L(\Theta)) + 2n$, onde $L(\Theta)$ verossimilhança do modelo e n é o número de parâmetros estimados. Essa é uma medida comparativa do ajustamento dos modelos, quanto menor for o valor do AIC melhor será o ajuste do modelo. A **Tabela 6** apresenta essa medida para todos os modelos ajustados à série de vazão.

Tabela 6 – comparação dos modelos através do AIC

(continua)

Modelos ajustados	AIC	$\hat{\sigma}_a^2$
$AR(25)$	1.400,00	0,1033
$SARIMA(1,0,0) \times (0,1,1)_{12}$	326,60	0,1032
$SARIMA(6,0,0) \times (1,1,1)_{12}$	322,81	0,1037
$SARFIMA(1, d, 0) \times (0,1,1)_{12}$		
\hat{d}_c	136,13	0,0711
\hat{d}_{cg}	139,09	0,0714
\hat{d}_p	109,85	0,0679
\hat{d}_{ps}	119,01	0,0690
\hat{d}_{mv}	123,22	0,0740
\hat{d}_w	118,79	0,694

Tabela 6 – comparação dos modelos através do AIC

(conclusão)

Modelos ajustados	AIC	$\hat{\sigma}_a^2$
$SARFIMA(6, d, 0) \times (0, 1, 1)_{12}$		
\hat{d}_c	136,88	0,0729
\hat{d}_{cg}	133,97	0,0709
\hat{d}_p	108,48	0,0682
\hat{d}_{ps}	120,99	0,0708
\hat{d}_{mv}	121,68	0,0707
\hat{d}_w	113,29	0,0693

Através da Tabela 6 podemos notar que o modelo $AR(25)$ foi o que obteve o maior AIC, o que se justifica pela não significância das estimativas de seus parâmetros. Os modelos $SARIMA(1,0,0) \times (0,1,1)_{12}$ e $SARIMA(6, d, 0) \times (0,1,1)_{12}$ obtiveram valores de AIC muito próximos, indicando que a inclusão do parâmetro ϕ_6 no modelo não alterou muito o ajuste. Além disso, esses valores são cerca de três vezes os valores dos modelos de longa memória. Com isso, de acordo com o AIC, os modelos que melhor ajustaram a série foram os $SARFIMA(1, d, 0) \times (0,1,1)_{12}$ e $SARFIMA(6, d, 0) \times (0,1,1)_{12}$. Entretanto, para esses modelos, a inclusão do parâmetro d nem sempre implicou numa diminuição do AIC. A variância estimada do modelo sofreu uma redução de cerca de trinta por cento da variância quando utilizamos os modelos de longa memória. Com relação aos estimadores do parâmetro d , os modelos que utilizaram os estimadores \hat{d}_p e \hat{d}_w foram os que obtiveram melhores resultados para o AIC e para a variância estimada e os modelos que utilizaram os estimadores \hat{d}_c e \hat{d}_{cg} foram os que obtiveram os piores resultados. Entretanto, essas diferenças são pequenas principalmente com relação à variância estimada.

(ii) Previsão

Para verificar o poder de previsão dos modelos ajustados utilizamos a série de vazão sem as doze últimas observações para fazer a previsão de doze meses. Com isso, iremos comparar os valores previstos com os valores reais e utilizaremos o erro quadrático médio (EQM) dessas previsões para comparar os modelos. A seguir, apresentamos a Tabela 7 com os valores previstos juntamente com os valores reais e a Tabela 8 com os erros de previsão dados pela diferença entre o valor real e o valor previsto pelos modelos.

Tabela 7 – Previsão dos modelos ajustados

Modelos ajustados	Valores Previstos											
	\hat{Y}_{t+1}	\hat{Y}_{t+2}	\hat{Y}_{t+3}	\hat{Y}_{t+4}	\hat{Y}_{t+5}	\hat{Y}_{t+6}	\hat{Y}_{t+7}	\hat{Y}_{t+8}	\hat{Y}_{t+9}	\hat{Y}_{t+10}	\hat{Y}_{t+11}	\hat{Y}_{t+12}
AR(25)	54,3	38,3	33,5	25,7	15,9	-9,9	7,9	5,6	4,9	5,8	8,2	8,6
SARIMA												
(1,0,0) × (0,1,1) ₁₂	175,1	100,7	58,9	34,0	26,0	18,2	17,2	12,8	13,4	19,3	2,8	5,4
(6,0,0) × (1,1,1) ₁₂	48,0	89,0	66,8	32,5	36,0	24,9	21,8	19,7	32,0	35,6	63,1	68,1
SARFIMA												
(1,d,0) × (0,1,1) ₁₂												
\hat{d}_c	371,5	333,0	170,8	108,0	88,8	66,8	62,6	42,6	50,7	67,1	8,7	22,4
\hat{d}_{cg}	352,9	312,4	159,9	101,0	82,9	62,3	58,4	39,8	47,3	62,6	8,1	20,1
\hat{d}_p	394,8	363,1	212,0	141,6	118,3	89,1	85,0	60,4	69,1	95,0	12,2	25,2
\hat{d}_{ps}	393,2	361,2	199,1	129,9	107,9	82,3	76,9	53,6	62,4	84,4	11,0	26,8
\hat{d}_{mv}	386,9	353,3	189,3	122,0	101,0	76,0	71,6	49,5	58,1	77,8	10,1	25,3
\hat{d}_w	387,4	353,9	-189,9	122,5	101,4	76,3	72,0	49,7	58,4	78,2	10,2	25,4
(6,d,0) × (0,1,1) ₁₂												
\hat{d}_c	227,4	159,2	131,6	84,8	87,0	60,7	58,0	46,3	43,6	62,0	10,0	13,0
\hat{d}_{cg}	245,2	177,5	131,7	82,7	88,5	61,6	59,0	46,1	45,4	65,7	9,7	12,7
\hat{d}_p	280,7	-9,4	192,0	130,4	132,7	93,6	88,5	69,98	65,9	93,5	15,2	19,7
\hat{d}_{ps}	235,3	39,2	173,5	119,5	114,3	81,8	77,1	62,8	55,8	75,7	14,5	19,7
\hat{d}_{mv}	248,4	27,3	168,7	114,4	111,0	79,3	75,0	60,2	55,0	76,6	13,3	19,1
\hat{d}_w	292,3	-21,0	189,8	129,9	123,6	88,5	84,1	65,8	63,4	90,5	14,1	22,4
Valores Reais	185,0	210,0	114,0	142,0	101,0	73,0	61,0	43,0	30,0	41,0	97,0	114,0

Tabela 8 – Erros de previsão dos modelos ajustados

Modelos ajustados	Erros de previsão (Valor Real – Valor previsto)											
	\hat{Y}_{t+1}	\hat{Y}_{t+2}	\hat{Y}_{t+3}	\hat{Y}_{t+4}	\hat{Y}_{t+5}	\hat{Y}_{t+6}	\hat{Y}_{t+7}	\hat{Y}_{t+8}	\hat{Y}_{t+9}	\hat{Y}_{t+10}	\hat{Y}_{t+11}	\hat{Y}_{t+12}
<i>AR(25)</i>	130,6	171,7	80,5	116,3	85,1	63,0	53,1	37,4	25,1	35,2	88,8	105,4
<i>SARIMA</i>												
$(1,0,0) \times (0,1,1)_{12}$	9,8	109,2	55,1	108,0	75,0	54,7	43,8	30,2	16,6	21,7	94,1	108,6
$(6,0,0) \times (1,1,1)_{12}$	137,0	121,0	47,2	109,5	65,0	48,1	39,2	23,3	-2,0	5,4	33,9	45,9
<i>SARFIMA</i>												
$(1,d,0) \times (0,1,1)_{12}$												
\hat{d}_c	-186,5	-123,0	-56,8	34,0	12,2	6,2	-1,6	0,34	-20,7	-26,1	88,3	91,6
\hat{d}_{cg}	-167,9	-102,4	-45,9	41,0	18,1	10,7	2,6	3,2	-17,3	-21,6	88,9	93,1
\hat{d}_p	-209,8	-153,1	-98,0	0,4	-17,3	-16,1	-24,0	-17,4	-39,1	-54,0	84,4	85,0
\hat{d}_{ps}	-208,2	-151,2	-85,1	12,1	-6,9	-8,2	-15,9	-10,6	-32,4	-43,4	86,0	87,1
\hat{d}_{mv}	-202,0	-143,3	-75,3	20,0	0,03	-3,0	-10,6	-6,4	-28,1	-36,8	86,9	88,7
\hat{d}_w	-202,4	-143,9	-75,9	19,5	-0,04	-3,3	-11,0	-6,7	-28,4	-37,2	86,8	88,6
$(6,d,0) \times (0,1,1)_{12}$												
\hat{d}_c	-42,4	50,7	-17,6	57,2	14,0	12,3	2,9	-3,3	-13,6	-21,0	87,0	99,0
\hat{d}_{cg}	-60,3	32,5	-17,7	59,3	12,5	11,4	2,0	-3,1	-15,4	-24,7	87,3	98,3
\hat{d}_p	-96,0	-9,4	-78,0	11,6	-31,2	-20,6	-27,5	-27,0	-35,9	-52,5	81,8	91,0
\hat{d}_{ps}	-50,3	39,2	-59,5	22,5	-13,3	-8,8	-16,1	-19,8	-25,8	-34,7	82,5	94,3
\hat{d}_{mv}	-63,3	27,3	-54,7	27,6	-10,0	-6,3	-14,0	-17,2	-25,0	-35,6	83,7	94,9
\hat{d}_w	-107,3	-21,0	-75,8	12,1	-22,6	-15,5	-23,1	-22,8	-33,4	-49,4	82,9	91,6

Com base nas Tabela 7 e 8, podemos dizer que os modelos AR e SARIMA ajustados oferecem previsões, em geral, abaixo dos valores reais. Ou seja, esses modelos subestimam as previsões. Também podemos perceber que os valores previstos pelos modelos $SARFIMA(6, d, 0) \times (0, 1, 1)_{12}$ estão bem mais próximos dos valores reais que os previstos pelos modelos $SARFIMA(1, d, 0) \times (0, 1, 1)_{12}$. Para comparar o poder de previsão desses modelos, utilizamos a média dos erros ao quadrado (erro quadrático médio das previsões), dados na Tabela 9.

Tabela 9 – Erro quadrático médio das previsões

Modelos ajustados	EQM
<i>AR</i> (25)	8573,323
<i>SARIMA</i>	
$(1,0,0) \times (0,1,1)_{12}$	4965,775
$(6,0,0) \times (1,1,1)_{12}$	4961,309
<i>SARFIMA</i>	
$(1, d, 0) \times (0,1,1)_{12}$	
\hat{d}_c	5981,006
\hat{d}_{cg}	5022,499
\hat{d}_p	8108,092
\hat{d}_{ps}	7666,891
\hat{d}_{mv}	7095,606
\hat{d}_w	7132,336
$(6, d, 0) \times (0,1,1)_{12}$	
\hat{d}_c	2193,812
\hat{d}_{cg}	2245,251
\hat{d}_p	3114,370
\hat{d}_{ps}	2216,286
\hat{d}_{mv}	2253,999
\hat{d}_w	3204,861

Comparando os modelos ajustados através da Tabela 9, podemos dizer que segundo o erro quadrático médio das previsões o pior modelo é o *AR*(25), seguido dos modelos *SARFIMA* $(1, d, 0) \times (0,1,1)_{12}$. Os modelos *SARIMA* $(1,0,0) \times (0,1,1)_{12}$ e *SARIMA* $(6,0,0) \times (1,1,1)_{12}$ são melhores que estes últimos, porém piores que os modelos *SARFIMA* $(6, d, 0) \times (1,1,1)_{12}$. Com relação aos modelos *SARIMA* $(1,0,0) \times (0,1,1)_{12}$ e *SARIMA* $(6,0,0) \times (1,1,1)_{12}$, podemos perceber que a inclusão do parâmetro ϕ_6 não melhora o poder de previsão do modelo *SARIMA*, ao contrário, dos modelos de longa memória, onde a inclusão deste parâmetro diminui cerca de 50 por cento o erro quadrático médio das previsões. Com isso os melhores modelos, segundo a

previsão, são os modelos $SARFIMA(6, d, 0) \times (0, 1, 1)_{12}$ e dentre estes modelos os que apresentaram menor erro quadrático médio foram os que utilizaram $\hat{d}_c, \hat{d}_{cg}, \hat{d}_{ps}$ e \hat{d}_{mv} como estimadores de d .

5. Conclusão

- De uma forma geral, os modelos $SARFIMA(6, d, 0) \times (0, 1, 1)_{12}$ são os que fornecem melhor ajustamento e previsão. Entretanto, o método utilizado na estimação do parâmetro d não influenciou de forma marcante na qualidade do ajustamento e da previsão. Com base nesse resultado, podemos sugerir a utilização dos estimadores \hat{d}_c e \hat{d}_p , devido à simplicidade de cálculo.
- O ajustamento do modelo $AR(25)$ fornece um modelo super parametrizado que foi péssimo tanto para o ajustamento quanto para obter previsões.
- A utilização de modelos de Box & Jenkins clássicos, $SARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_{12}$, não conseguiu captar o comportamento de longa memória da série.

Referências Bibliográficas

- BROCKWELL, P.J. AND DAVIS, R.A. (1987). *Time series theory and methods*. Springer-Verlag, New York.
- DAUBECHIES, I. (1992). Ten lectures on wavelets. Philadelphia: SIAM.
- GEWEKE, J. AND PORTER-HUDAK, S. (1983). The estimation and application of long memory time series models. *Journal of Time Series Analysis*, 4:221-238.
- GRANGER, C.M.G. AND JOYEUX, R. (1980). An introduction to long memory time series models and fractional differencing. *Journal of Time Series Analysis*, 1:15-29.
- GUPTA, S.N. AND JI, X. (1992). Modeling persistence in time series data. *Estadística*.
- HOSKING, J.R.M. (1981). Fractional differencing. *Biometrika*, 68:165-176.
- JENSEN, M.J. (1996). Ordinary least squares estimate of the fractional differencing parameter using wavelets. Department of Economics, Southern Illinois University. *Preprint*.
- MANDELBROT, B. B. AND NESS, V. (1968). Fractional Brownian motion, fractional noises and applications. SIAM, Rev.
- NASON, G.P. AND SILVERMANN, B.W. (1994). The discrete wavelet transform in S. *Journal of Computational and Graphical Statistics*.
- REISEN, V.A. (1994). Estimation of the fractional differenced parameter in the $ARFIMA(p, d, q)$ model using the smoothed periodogram. *Journal of Time Series Analysis*, 85:338-344.

ABSTRACT

The objective of this work is to compare six estimation methods of the long memory parameter of the $ARFIMA(p, d, q)$ model. This comparison is done by the adjustment of this model to a hydrological series. The methods used in this comparison were: method of auto-correlation at lag one (Gupta & Kumar (1991)), method of generalized auto-correlation (Gupta & Ji (1992)), method of the periodogram (Geweke & Porter-Hudak (1983)), method of the smoothed periodogram (Reisen (1994)), method of the maximum likelihood (Fox & Taqqu (1986)) and the method of the wavelet (Jensen (1996)). The hydrological series was used in the adjustment of the $ARFIMA(p, d, q)$ models, to the six estimation methods mentioned before, with the objective to compare these estimators. We also made the forecasting to the last twelve observations of the series to compare the estimators by the forecasting power of them. The adjustment of traditional models like $ARIMA(p, d, q)$ and $AR(p)$ was made to compare them to the long memory model.

Um sistema de avaliação de desempenho acadêmico baseado no ajustamento de um modelo hierárquico dinâmico

Annibal Parracho Sant'Anna*

RESUMO

Este artigo desenvolve uma abordagem para avaliação da eficiência baseada na comparação de três medidas de produção: produção potencial, derivada diretamente do volume de recursos empregado, produção ajustada, através de parâmetros de produtividade estimados estatisticamente, e produção média, calculada a partir de parâmetros de produtividade constantes ao longo de todas as unidades. A diferença entre estas duas últimas medidas é um indicador da eficiência da unidade no aproveitamento das variáveis presentes no modelo, dentro do qual são obtidas as estimativas dos parâmetros de produtividade. Por seu turno, a diferença entre a produção potencial e a produção ajustada é um indicador da necessidade de levar em conta outras variáveis não consideradas no modelo. Algoritmos de estimação iterativos para os parâmetros deste modelo são discutidos no texto e uma aplicação à avaliação do desempenho acadêmico é apresentada.

Palavras chave: Modelo Hierárquico Dinâmico – Função de Produção – Avaliação Acadêmica

1. Introdução

Muitas decisões sobre aplicação de recursos relacionam-se a uma avaliação de resultados anteriores. Isto induz uma adaptação aos indicadores usados na avaliação, que pode servir como orientação em busca de melhores resultados, mas pode, também, desestimular a crítica e a inovação. Estes efeitos nocivos são mais importantes quando a avaliação usa critérios arbitrários, sem vínculo efetivo com os resultados futuros que se possam esperar da aplicação dos recursos. De fato, a avaliação do desempenho anterior é usada, muitas vezes, apenas para revestir de legitimidade e formalidade as decisões que são tomadas com base em critérios mais subjetivos.

* Endereço para correspondência: Departamento de Engenharia de Produção Escola de Engenharia Centro Tecnológico – UFF.

Não se pode pretender eliminar o componente subjetivo das decisões. A realidade muda sem cessar, de modo que os dados usados na avaliação estão sempre defasados. Ao comparar unidades operando em diferentes circunstâncias, é preciso levar em conta condições ambientais que os dados numéricos não conseguem explicitar. Há variáveis de qualidade e satisfação que são muito difíceis de quantificar.

O que se persegue neste trabalho não é reduzir a importância do componente subjetivo. É, apenas, oferecer a possibilidade de vincular a avaliação do desempenho passado com as decisões sobre o futuro, de modo a tornar explícito até que ponto a análise dos dados disponíveis foi usada e em que sentido o registro dos desempenhos deve ser modificado para que possa ser mais bem aproveitado em tomadas de decisão posteriores.

Dentro da atual visão do Controle de Qualidade, como instrumento para chamar a atenção para os pontos críticos e aspectos relevantes e suscitar motivação para a mudança, propomos aqui uma abordagem para a avaliação baseada na modelagem do processo produtivo e na estimação de parâmetros de utilização dos recursos específicos para cada unidade. As aproximações assim obtidas para as funções de produção individuais podem orientar a aplicação dos recursos para aproveitar os parâmetros de utilização mais eficientes, ao mesmo tempo em que sugerem mudanças quantitativas, em taxas de intensidade e produtividade, que podem ser realizadas para elevar a eficiência. A análise dos resultados do ajustamento, por outro lado, permite buscar identificar, nos pontos de mau ajustamento do modelo aos dados, formas alternativas de utilização dos recursos disponíveis nesses pontos, que se deva procurar, no futuro, levar em conta na avaliação de desempenho.

Para atingir essas finalidades, a principal característica do sistema de avaliação aqui proposto é a flexibilidade da estrutura de modelagem do desempenho. O modelo que utilizamos é baseado em uma função de produção em sentido amplo, relacionando um recurso global com produtos de qualquer natureza, e os coeficientes de utilização do recurso em cada produto são modelados, no segundo nível de um Modelo Hierárquico Dinâmico - MHD - (ver Gamerman e Migon, 1993), como função de variáveis indicativas da qualidade do produto, do gerenciamento do processo e das condições do ambiente em que as diferentes unidades operam. Os parâmetros do modelo podem variar, não apenas entre as unidades observadas, mas, também, ao longo do tempo. Além disso, as próprias variáveis representativas da utilização do potencial produtivo, assim como as variáveis explicativas da produtividade, podem ser substituídas, através de um mecanismo de revisão sistemática.

Por esse mecanismo, a avaliação interage receptivamente com o planejamento e a execução. Através da proposição de valores iniciais para os parâmetros, que podem refletir tanto expectativas quanto aspirações, e da revisão das variáveis no modelo a cada iteração, se oferece espaço para que os envolvidos no processo produtivo manifestem e aprofundem sua percepção da qualidade do mesmo.

No sentido oposto, a avaliação baseada na estimação iterativa dos parâmetros de um modelo hierárquico, que vincula organicamente as variáveis observadas, oferece subsídios para a gestão da qualidade através de dois caminhos diferentes de comparação dos resultados observados. De um lado, permite comparar os coeficientes de produção de cada unidade com parâmetros de referência. De outro lado, permite comparar as utilizações de recursos ajustadas em função dos parâmetros de utilização estimados com as efetivamente observadas nas unidades, com o objetivo de detectar padrões de utilização não considerados na construção do modelo.

Na seção seguinte, apresentamos a estrutura do sistema de avaliação permanente proposto. Na Seção 3, chamamos a atenção para os aspectos novos da modelagem estatística desenvolvida, para que a intervenção do usuário possa modificar o modelo sem prejudicar a continuidade da utilização das medidas de desempenho produzidas. Na Seção 4, mostramos como o algoritmo de estimação iterativa empregado permite mudar as variáveis acompanhadas sem desprezar os dados resultantes das avaliações realizadas anteriormente. Na Seção 5, detalhamos as duas medidas de comparação integral das unidades. Na Seção 6, desenvolvemos um exemplo de aplicação à avaliação do desempenho docente, iniciada cotejando apenas a remuneração docente com dois agregados de produção, de aulas e orientações, respectivamente.

Aos interessados em uma visão mais ampla das possibilidades e dificuldades da avaliação, recomendamos, como leitura adicional, Smith (1980) Scriven (1987), Bretz, Mildovich e Read (1992), Nourayi e Daroca (1996). As idéias básicas para a modelagem estatística da atividade acadêmica utilizadas no exemplo final encontram-se em Aitkin e Longford (1986), Ellwein, Glass e Smith (1988), Kreft, e de Leeuw (1991) e Goldstein et alii (1993), entre outros.

2. O Sistema de avaliação

Nosso objeto de estudo é a comparação de desempenho de unidades operacionais agindo sob diferentes circunstâncias. O objetivo é fornecer elementos para decisões visando a estimular padrões de comportamento mais eficiente e identificar deficiências no registro das informações sobre o desempenho que dificultam a tomada dessas decisões. Para isso, a comparação não se baseia nos valores brutos das variáveis observáveis, mas, sim, nos resultados do ajustamento de um modelo econométrico para a função de produção, isto é, na estimação dos coeficientes de uma função que associa, a um conjunto de resultados quantificados obtidos pela unidade de produção, o volume de recursos utilizado na produção desses resultados. As diferenças entre os volumes utilizados e os preditos com base nos coeficientes estimados, são, por sua vez, usadas para aquilatar a adequação do modelo a cada situação.

Assim, o primeiro componente do sistema é um modelo baseado em uma aproximação para a utilização do volume global de recursos típicos apropriado à unidade nas diferentes funções que nela lhe podem ser atribuídas. Ao medir a produção em relação ao volume de recursos disponível na unidade, o sistema de avaliação estimula todos os envolvidos no processo produtivo a contribuir tanto para a elevação da produtividade e da qualidade do produto quanto para o aperfeiçoamento do próprio conhecimento da dinâmica da sua produção. A busca do modelo ideal provoca a busca de novas formas de identificar os produtos, de registrar a utilização dos recursos e de, em última instância, apreciar a qualidade.

Concluída a construção do modelo, passamos à coleta de dados, ao ajustamento dos dados ao modelo e à verificação do modelo. Esta última etapa é realizada integradamente com o uso dos resultados do ajustamento para subsidiar as ações corretivas, as revisões do planejamento e todas as decisões que se pretende apoiar com o sistema de avaliação.

Um forte obstáculo à precisão da avaliação vem da preocupação em tratar com equidade todas as unidades observadas. Quando não é possível aprofundar a avaliação de muitas unidades ao mesmo tempo e se

tenta examinar igualmente a todas, a nenhuma se consegue dedicar a atenção adequada. Com o ajustamento inicial do modelo, podemos selecionar apenas algumas poucas unidades para a análise em profundidade: aquelas cujo desempenho o modelo não consegue explicar e aquelas com valores extremos para os parâmetros de comportamento estimados. Limitando-nos a estas unidades, podemos realizar a análise com muito mais cuidado. Como a seleção dessas poucas unidades é feita por mecanismo que pode resultar, em princípio, na seleção de qualquer uma, a exigência de equidade de tratamento é também satisfeita.

Valiosos frutos da avaliação provêm da análise em profundidade do desempenho das unidades selecionadas pelo seu desempenho discrepante. Esta análise, a que são chamados a participar todos os envolvidos na produção e os usuários dos seus serviços, deverá propiciar a descoberta, não necessariamente de padrões de utilização ineficientes que devam ser corrigidos, mas, principalmente, de padrões de utilização novos que possam ser estendidos. Deverá apontar, também, possibilidades de aperfeiçoamento do modelo, através, por exemplo, da inclusão de novas medidas da produção ou de mudanças no agrupamento de unidades.

Periodicamente, deve ser realizada, instruída por análise dos resultados do mais recente ajustamento do modelo, uma revisão dos pesos das variáveis observadas utilizadas para compor o *input* e os *outputs* agregados e os demais indicadores que aparecem no modelo. A participação neste processo é importante instrumento de motivação para a elevação da qualidade. Para maior eficiência desta participação, deve ser precedida da aplicação de técnicas estatísticas para avaliar a conveniência de separação de variáveis primárias representativas de conceitos que se revelem distintos ou da fusão em uma única de duas ou mais variáveis explicativas. Os pesos das variáveis podem ser estabelecidos levando em conta não apenas a proximidade com que cada uma representaria isoladamente o conceito desejado ou aspectos relevantes do mesmo, mas, também, a confiança que o processo de coleta dos dados respectivos pode merecer. Podem refletir, também, a importância que se deseja atribuir a cada etapa da produção ou a cada componente do produto.

Junto com a revisão dos pesos para as variáveis primárias já incorporadas ao modelo, realiza-se a inclusão de novas variáveis. O modelo, cuja principal qualidade, no início, é a simplicidade, que facilita a coleta dos dados e a interpretação dos resultados, se irá tornando mais fiel através, por exemplo, da gradual substituição de variáveis iniciais que meçam simplesmente quantidades produzidas de certos itens por variáveis que considerem medidas subjetivas do valor desses itens para o usuário.

Durante os primeiros anos, não se devem esperar estimativas muito precisas, não só pelas deficiências dos registros que tendem a se aperfeiçoar com o tempo, mas, também, pelas reduzidas dimensões do conjunto de dados ajustado. A flexibilidade oferecida pela possibilidade de correção do modelo, incorporando novos valores sem interrupção da avaliação, permite que os benefícios do acúmulo de experiência sejam aproveitados.

3. O Modelo estatístico

A primeira etapa na construção do modelo consiste na identificação dos produtos e recursos e na busca da melhor forma de medi-los. Para facilitar a construção do modelo e a interpretação das medidas obtidas, convém trabalhar com apenas um recurso agregado, totalizando os valores monetários dos diferentes recursos envolvidos ou de apenas um recurso considerado crítico para a obtenção dos resultados, deixando outros fatores que

contribuem para o resultado final na condição de condicionantes dos coeficientes de produtividade na utilização desse recurso básico. Da mesma forma, a agregação dos valores da produção de *outputs* altamente correlacionados ajudará a interpretação, sendo desejável começar com um ou, no máximo, dois agregados de *output* independentes, aumentando a complexidade do modelo com o tempo, à medida em que se evidencie a conveniência de explicar melhor os coeficientes dessa função de produção inicial.

Uma vez escolhidas as variáveis que aparecem nessa primeira equação do modelo, é preciso definir a forma funcional. Na falta de indicação técnica que obrigue a usar forma mais complicada, a forma linear se impõe pela maior facilidade de interpretação. Os coeficientes dessa equação serão modelados, em um segundo nível hierárquico. É possível que na etapa de modelagem desses coeficientes se verifique a sua dependência do valor das variáveis de *input* e *output*. Nesse momento, pode-se utilizar tal informação para proceder à revisão da forma funcional escolhida inicialmente. De qualquer modo, mais importante que a correção da forma funcional da primeira equação é a presença das equações seguintes, explicando os coeficientes da função de produção em termos de variáveis indicadoras de características de qualidade do produto, gerenciamento do processo e condições ambientais próprias de cada unidade.

Com sucessivos níveis de aproximação, o modelo hierarquizado para a produção é flexível, de modo a incorporar as características próprias de cada unidade produtiva. Os resultados do processo produtivo são sempre, em algum sentido, diferentes. Para lidar com esta variabilidade, a estrutura de modelagem hierarquizada permite, através da inclusão de variáveis explicativas de nível superior, que os coeficientes técnicos da produção variem entre as unidades. Assim, ainda que os coeficientes técnicos que aparecem no primeiro nível meçam, resumidamente, apenas a produtividade, são explicados, nas equações do segundo nível, em termos das características mais interiores ao processo de geração de cada tipo de produto em cada unidade. Deste modo, a unidade que sacrifique a produtividade medida em termos finais em proveito do uso de processos de maior complexidade tem esse esforço reconhecido.

A hierarquização permite que, enquanto do ponto de vista das variáveis que aparecem no modelo, o princípio da parcimônia se imponha, de outro lado, quanto à decomposição do universo observado, se possa chegar sempre à informação mais individualizada. A indicação de características comuns e de interações entre unidades observadas isoladamente pode ser feita por variáveis explicativas de nível interno com valor constante ao longo de unidades que partilham recursos ou têm atividades em comum. Atribuindo-se, precisamente, a utilização dos recursos e a produção dos resultados à menor unidade a qual essa atribuição seja possível, o departamento, a equipe de trabalho, o ser humano, eventualmente, cada um será informado sobre o valor da sua participação individual nos resultados.

Simplificadamente, a estrutura do modelo é a seguinte:

a) Função de produção: $C_{it} = \beta_{i0t} + P_{it}\beta_{it} + \varepsilon_{it}$, C_{it} denotando o volume do recurso utilizado na unidade i no instante t , P_{it} denotando o vetor de valores observados dos produtos, β_{it} denotando o vetor de produtividades inversas, β_{i0t} denotando desvio sistemático do nível de utilização do recurso na unidade i do nível explicado pelas variáveis no modelo e ε_{it} denotando perturbações aleatórias.

b) Equações de estrutura: $\beta_{ijt} = F_{ijt}\gamma_{ijt} + \eta_{ijt}$, $\gamma_{ijt} = F_{ijit}\delta_{ijit} + v_{ijit}$, e assim por diante, onde F_{ijt} denota um vetor de variáveis explicativas de segundo nível, observáveis, γ_{ijt} denota o vetor de coeficientes técnicos de segundo

nível relativamente ao j -ésimo produto, η_{ijt} denota perturbação aleatória para equação do segundo nível e assim por diante.

Na falta de variáveis explicativas observáveis para as produtividades, as equações estruturais têm de ser omitidas. Mas, o índice i nos coeficientes deve permanecer para indicar que as funções de produção variam e que os coeficientes de cada unidade devem ter estimativas próprias. Neste caso, a estimação dos coeficientes da função de produção terá de parar logo que se obtenha o primeiro conjunto de coeficientes individualizados, não havendo como suavizá-los em função de outras variáveis. Na prática, pelo menos um primeiro passo na modelagem hierárquica pode sempre ser tentado, através da classificação das unidades de observação em grupos nos quais o coeficiente linear β_{i0t} possa ser considerado constante.

A presença do índice t em todos os coeficientes também é importante, significando o caráter dinâmico do modelo. Característica importante do sistema aqui proposto é a vinculação da evolução dos coeficientes a unidades selecionadas a cada instante. Não objetiva este artigo demonstrar que modelos hierárquicos dinâmicos podem ser usados para equacionar nosso problema, nem que determinados aplicativos computacionais são adequados ao seu tratamento; nossa modesta contribuição é no sentido de sugerir alternativas novas de aproveitamento dos resultados da inferência sobre dados do ano anterior como base, em uma perspectiva de realimentação e atualização, para o ajustamento do modelo aos dados atuais.

Estas alternativas exploram resultados sobre a regressão L^1 , estudados, também, em Sant'Anna (1998), que já não são novos e nem mesmo tornam essa abordagem preferível à de mínimos quadrados clássica. O mais importante destes resultados estabelece que um número de observações pelo menos igual à dimensão do hiperplano de regressão ajusta-se perfeitamente ao modelo quando o critério de ajustamento é o da minimização da soma dos valores absolutos dos resíduos. Aproveitamos esta propriedade em um mecanismo de atualização que permite, ao passar de cada instante para o seguinte, que as variáveis mudem livremente, mudando com elas os coeficientes de cada unidade. Assumimos, apenas, que não mudam as unidades de observação que são centrais, no sentido de que pertencem ao hiperplano que minimiza a soma dos valores absolutos dos resíduos.

A idéia é, ao passar de um instante t para o seguinte, aproveitar, como informação do passado, os valores efetivamente observados em um conjunto de unidades representativas, em vez das estimativas para os coeficientes das variáveis explicativas. Estas correspondem, de fato, a um conjunto de predições para a variável dependente associadas a hipotéticos vetores de observações das variáveis explicativas com todas as coordenadas nulas menos uma. Se, por um lado, informações sobre o comportamento em posições com esta característica de ortogonalidade são mais completas, sobretudo quando o modelo permanece o mesmo e as unidades de observação mudam amplamente, informações sobre quais vetores de observações efetivamente realizadas são centrais podem ser mais bem aproveitadas quando é a especificação do modelo que muda, enquanto as unidades de observação sofrem poucas alterações.

O mais importante é que, ao transferir de uma rodada de avaliação para a seguinte apenas a identidade das unidades mais representativas, caso venham a mudar os paradigmas de avaliação, podemos ter, no ano seguinte um sistema de equações muito diferente do anterior, sem perder a continuidade. Com isto, todas as propostas de aperfeiçoamento do modelo podem ser aceitas, sem implicar em interrupção da avaliação. As unidades centrais

iniciais constituem uma referência ao modelo anterior suficientemente clara para impedir que a experiência acumulada seja apagada da memória do processo de avaliação.

4. Estimação iterativa

O ajustamento se realiza iterativamente, com o aproveitamento, a cada ano, da informação passada. À medida que a informação se acumula, cada unidade desenvolve a sensibilidade para comparar o seu desempenho atual com o comportamento que a análise dos dados passados faz prever, mesmo que estes variem muito, ao longo do tempo.

Para aproveitar esta capacidade, a cada ano o ajustamento se inicia com o levantamento de estimativas globais para os parâmetros dos diversos níveis. Os resultados anteriores podem ser usados para sugerir onde buscar estas estimativas globais, apontando o conjunto de unidades de observação que apresentaram valores mais representativos. As estimativas iniciais são, então, calculadas ajustando o modelo aos dados atuais deste pequeno conjunto de unidades que no passado apresentaram valores para os parâmetros que podem ser considerados centrais no conjunto. Noutro contexto, aplicamos aqui o mesmo princípio adotado, por exemplo, por Bernardo (1984) na escolha de unidades de observação representativas do comportamento de um colégio eleitoral em possível evolução.

Alternativamente, as estimativas iniciais podem ser obtidas partindo dos valores observados em unidades que se considera, subjetivamente, mais representativas, ou de valores ideais que se gostaria de atingir, mesmo que ainda não sejam observados em nenhum ponto. No primeiro ano, quando não se pode extrair informação da análise de dados quantitativos anteriores, esta opção é a mais simples. Não obstante, pode-se, também, escolher como unidades de referência as que apresentem menores resíduos no ajustamento de um modelo de regressão linear aos primeiros dados. Uma propriedade do critério de minimização da soma dos valores absolutos dos resíduos é que o ajustamento do modelo de regressão fornecerá um número suficiente de unidades de observação com resíduo nulo.

Das estimativas iniciais globais para os coeficientes da função de produção, passamos para estimativas diferenciadas para as unidades de pior ajustamento a essas estimativas globais. Para isto, julgamos se os coeficientes locais são ou não os mesmos do conjunto de unidades de referência, comum para todos, inicialmente, e, se não são, substituímos, no conjunto de referência, os valores de uma dessas unidades pelos valores locais.

É uma noção muito difundida a de inferência estatística tem de realizar-se através de etapas estanques, primeiro a escolha do modelo e depois a aplicação das melhores regras de decisão entre aquelas pré-concebidas para extrair conclusões sobre os parâmetros desse modelo. Na prática, a inferência é iterativa. O que há inicialmente não é o modelo, mas as variáveis e os parâmetros de interesse. A escolha de que funções das variáveis aleatórias de interesse terão suas distribuições especificadas no modelo já depende de uma opção quanto às técnicas de inferência. Na Inferência Bayesiana, esta dependência está presente na escolha das distribuições conjugadas para parâmetros e variáveis observáveis. Nos modelos dinâmicos, é preciso modelar, ainda, a evolução dos parâmetros ao longo do tempo.

É preferível, conceitualmente, que as hipóteses de independência das perturbações que afetam equações de diferentes níveis hierárquicos ou diferentes instantes de tempo e as escalas das suas variâncias sejam avaliadas quando tais perturbações, em vez de referir-se a valores de parâmetros de outras equações, afetam variáveis observáveis. Além de permitir que estas hipóteses possam ser avaliadas objetivamente, esta opção oferece maior flexibilidade ao modelo, permitindo que se experimentem diferentes estimadores dos parâmetros que aparecem como variáveis dependentes.

Usamos a segunda propriedade da regressão L^1 referida na seção anterior para produzir estimadores locais dos coeficientes de produtividade. Esta propriedade permite escolher dentre k observações que determinam um hiperplano de dimensão k aquela mais próxima do hiperplano gerado por uma nova observação que a substitua e as $k-1$ restantes.

A referida propriedade consiste, precisamente, em que a razão entre o resíduo do ajustamento da nova observação, digamos (x, y) onde x é um vetor k -dimensional e y é um número, ao hiperplano de regressão inicial gerado por $(x_1, y_1), \dots, (x_k, y_k)$, e o resíduo do ajustamento da observação retirada, digamos (x_i, y_i) , ao novo hiperplano é dada pela i -ésima coordenada da representação do vetor x na base $\{x_1, \dots, x_k\}$. Usamos este fato para estabelecer um critério de aceitação, para cada unidade de observação local, das estimativas para os coeficientes do modelo de regressão determinadas por um conjunto de unidades centrais. Para as unidades que não satisfaçam o critério, novas estimativas são obtidas, substituindo uma das unidades de referência iniciais pela unidade examinada. O critério consiste em aceitar as estimativas iniciais, se for impossível ajustar melhor todo o conjunto com a substituição.

Algebricamente, este critério funciona da seguinte forma. Se, com a inclusão da nova observação em lugar de alguma das anteriores, o módulo da diferença entre o valor observado para a variável dependente na unidade substituída e sua predição a partir das que compõem o novo conjunto de referência é menor do que o módulo do erro de predição da nova unidade mantendo-se a base antiga, efetuamos a substituição que minimiza esse erro absoluto. Caso contrário, as estimativas iniciais são mantidas.

Na prática, isto equivale a manter as estimativas anteriores nas unidades que tenham todas as coordenadas do seu vetor de variáveis explicativas, na base formada pelos vetores de variáveis explicativas das observações de referência, com valor absoluto menor que 1, isto é, têm seu desempenho representado em termos de outras unidades, apenas, aquelas cujo vetor de coordenadas na base formada pelas observações de referência iniciais tenha esta propriedade. Deste modo, as unidades com produção mais elevada entram no seu conjunto de unidades de referência e são perfeitamente ajustadas ao modelo.

Este critério pode ser flexibilizado para permitir que mais unidades de observação sejam perfeitamente ajustadas. Basta eliminar a exigência de alguma coordenada maior que 1, isto é, substituímos a unidade de referência a que corresponde a menor coordenada, mesmo que esta seja menor que 1. Uma única limitação deve permanecer, a de que a substituição não resulte em estimativas que contrariem as hipóteses do modelo, no caso, estimativas maiores que 1 ou negativas para os coeficientes de correlação parcial entre volume de produto gerado e volume de recurso utilizado.

Concluída a obtenção de estimativas diferenciadas para os coeficientes da função da produção, passamos ao ajustamento das equações de segundo nível. Nossa hipótese básica para este segundo nível é que são lineares

as expressões dos valores esperados dos estimadores dos coeficientes do primeiro nível condicionais em variáveis explicativas próprias, relacionadas às condições em que se processa a produção do *output* respectivo. O modelo pode, ainda, incluir um terceiro nível em que os coeficientes do segundo são modelados, variando, por exemplo, ao longo de áreas em que se classificam as unidades de produção. E assim por diante.

Se há um terceiro nível, utilizamos na estimação dos coeficientes do segundo nível o mesmo algoritmo de estimação acima descrito, que se inicia com a obtenção de estimativas globais geradas, ajustando perfeitamente as unidades escolhidas inicialmente como de referência e se completa com a possível substituição de uma dessas unidades de referência, para determinar os coeficientes das outras unidades às quais se fará o modelo ajustar perfeitamente. E assim por diante, ao longo dos níveis intermediários.

Chegando ao último nível, iniciamos a etapa de suavização, estimando coeficientes globais para as equações deste nível. Para reduzir a influência de observações extremas, que desejamos separar para análise no final do processo de ajustamento, preferimos, também neste ponto, um critério L^1 , adotando as estimativas que minimizam a soma dos valores absolutos dos resíduos (ver Narula e Wellington, 1982).

A partir das estimativas para os coeficientes do último nível, obtemos, sucessivamente, as estimativas finais dos níveis anteriores, combinando os valores observados para as variáveis explicativas de cada equação com os coeficientes suavizados obtidos no nível imediatamente superior. Chegando ao primeiro nível, as estimativas finais para os coeficientes da função de produção são usadas para fornecer os valores ajustados para o volume de recursos utilizado. As diferenças entre os volumes de recursos de entrada e de saída são os erros de predição, com base nos quais serão selecionadas as unidades cujo desempenho o modelo pior explica. Estas serão analisadas em maior profundidade em busca de novos critérios para a qualidade e de novas variáveis para as próximas versões do modelo.

Formalmente, as 4 etapas do procedimento acima apresentado podem ser descritas pelas equações a seguir:

a) Inicialização

Denotemos com k o número de produtos considerados. Podemos ordenar cada ano as unidades de observação de modo que, sem perda de generalidade, sejam as k primeiras as unidades de referência. A primeira etapa consiste em representar os vetores de produção local $(P_{11t}, \dots, P_{1kt})$ como combinações lineares dos k vetores de referência, $(P_{11t}, \dots, P_{1kt}), \dots, (P_{k1t}, \dots, P_{kkt})$, identificar a coordenada de maior valor absoluto e, substituir o vetor de referência a que corresponde a coordenada de maior valor absoluto, se esta for maior que 1, pelo vetor local. Em caso de empate, assumindo como mais confiáveis os valores observados em unidades maiores, substituímos a de menor soma dos valores dos *outputs*, depois de reduzi-los a escala constante.

A padronização para média zero e variância 1 dos valores de cada variável do primeiro nível deve preceder, nesta abordagem, não apenas este desempate, mas, também, a comparação anterior. De fato, se as variáveis explicativas estiverem em escalas diferentes, a comparação das coordenadas será afetada pelas escalas. Mais ainda, o próprio critério de minimização da soma dos valores absolutos dá maior peso às variáveis em escalas maiores. A menos que se queira atribuir diferentes pesos aos diferentes produtos, impõe-se a padronização. A padronização da variável dependente, por seu turno, tem a vantagem de permitir interpretar os coeficientes técnicos como coeficientes de correlação parcial.

Finalmente, das novas unidades de referência derivam-se novos coeficientes, resolvendo o sistema de equações formado, relacionando o volume do recurso agregado, utilizado nessas unidades com os volumes de *outputs* respectivos, isto é, as estimativas locais para os coeficientes técnicos de produção da *i*-ésima unidade, supondo, para facilitar a notação, que a representação de $(P_{i1t}, \dots, P_{ikt})$ na base $(P_{11t}, \dots, P_{1kt}), \dots, (P_{k1t}, \dots, P_{kkt})$ apresenta na primeira coordenada o maior valor absoluto, são os b_{ijt} que satisfazem simultaneamente as equações $C_{it} = \sum b_{ijt} P_{ijt}, C_{2t} = \sum b_{2jt} P_{2jt}, \dots, C_{kt} = \sum b_{kjt} P_{kjt}$, cada somatório em *j*, que varia de 1 a *k*.

Se neste momento, chegamos a estimativas para coeficientes de correlação parcial entre recurso e produto maior que 1 ou negativo, a substituição será anulada. Enquanto a exigência de que a maior coordenada na base de unidades de referência seja maior que 1, em valor absoluto, pode ser relaxada, visto que se baseia apenas em uma indicação de melhor qualidade do ajustamento, estas últimas cotas devem ser sempre respeitadas, pois sua violação conduz a um ajustamento inaceitável.

b) Atualização dos níveis intermediários

Nesta etapa, se repete, quantas vezes seja necessário, o procedimento descrito acima, usando, no lugar do volume de recursos observado, os coeficientes preditos no passo anterior.

c) Atualização do último nível

Esta etapa se resume à obtenção dos coeficientes da regressão das estimativas dos coeficientes do penúltimo nível, obtidas no final da etapa anterior, sobre as variáveis explicativas do último nível. Nesta etapa, diferentes algoritmos de estimação podem ser aplicados. Se as mesmas variáveis explicativas aparecem em diferentes equações, há vantagem em usar um procedimento que admita a possibilidade de correlação entre as perturbações de diferentes equações (Zellner, 1963). Coerentemente com o emprego de um algoritmo associado à minimização da soma dos valores absolutos dos resíduos nas etapas anteriores, sugerimos aplicar um algoritmo de regressão L^1 também nesta etapa.

d) Suavização

As equações de estrutura são usadas, nesta etapa, para linearizar os coeficientes de cada nível, em função dos coeficientes do nível anterior e das variáveis explicativas respectivas. Para todas as unidades de observação, cada coeficiente final do penúltimo nível é determinado pela mesma combinação linear com os coeficientes obtidos na regressão do último nível, anulando-se apenas os coeficientes em que esta combinação linear resulte em sinal contrário ao esperado. Os coeficientes do penúltimo nível obtidos são, então, usados nas combinações lineares que dão os coeficientes do antepenúltimo, e assim por diante, até chegarmos aos coeficientes finais do primeiro nível.

Algebricamente, suponhamos que tenhamos chegado a vetores de estimativas J_{ij} , com *j* variando de 1 a *k* para os coeficientes γ_{ijt} das *k* equações do segundo nível. A estimativa para o coeficiente β_{ijt} será, então dada por $F_{ijt} J_{ijt}$.

Ao final de cada etapa de suavização, procede-se ao cálculo dos custos ajustados, isto é, dos valores preditos para a variável dependente do primeiro nível e dos resíduos do ajustamento. Resíduos altos aconselharão a seleção de unidades de observação para análise em profundidade e a posterior revisão do modelo, enquanto os custos ajustados serão usados para identificar as unidades de melhor e pior desempenho, em termos das variáveis explicativas incluídas no modelo.

Concluído o ajustamento, é preciso, também, escolher as unidades representativas. O critério de escolha consistirá em selecionar as unidades centrais, isto é, as que exibam menores valores absolutos para os resíduos do ajustamento das equações do modelo. Também aqui, no caso de empate, escolheremos para representativas as unidades de maior módulo do vetor de variáveis explicativas, a maior escala de produção devendo corresponder a valores mais estáveis. Salvo no caso de, entre as que empatam, haver alguma que já fora central no ano anterior. Mantê-la como central facilitará a interpretação dos resultados.

5. Seleção de pontos críticos e de desempenhos de referência

A obtenção de estimativas próprias para os coeficientes de utilização em cada unidade permite analisar o desempenho em termos desses coeficientes de utilização. Um resumo desse desempenho é dado pelo custo ajustado, obtido agregando os valores da produção dos diversos produtos com o peso de cada um dado pelo respectivo coeficiente estimado. Caso esta medida apresente valores afastados daqueles obtidos usando outros parâmetros, temos uma indicação de como, alterando os parâmetros de produção, se pode elevar a eficiência local.

Outra referência com a qual devemos comparar o custo ajustado local é o custo observado, isto é, o valor de entrada para a variável dependente no ponto. A diferença entre esses dois valores mede a incapacidade de explicar a utilização de recursos na unidade em termos das variáveis consideradas no modelo. Valores altos nesta diferença indicam a conveniência de analisar com maior atenção a unidade, em busca de outros componentes do custo ou outros fatores de elevação da produtividade ainda não considerados.

Enquanto o custo observado na unidade fornece um padrão de referência imediato em relação ao qual se mede a falta de explicação no modelo para o desempenho local, o padrão de referência para a eficiência explicada pelo modelo tem de ser uma medida externa à unidade. Uma alternativa é comparar com a produção média, a produção agregada que se pode atingir segundo parâmetros fixos, representativos no conjunto das estimativas obtidas para o conjunto de unidades observadas.

Adotando esta orientação, buscamos a utilização de recursos com a qual comparar uma unidade qualquer, construindo uma unidade de produção hipotética com coeficientes de produtividade iguais aos valores medianos no conjunto de unidades examinado no período. Como pretendemos, não apenas apontar eficiências aparentes, mas permitir explicar a eficiência eventualmente apurada em termos de coeficientes de produção específicos de cada unidade, comparamos com esta produção mediana, não os custos observados, mas, sim, os custos ajustados pelo modelo hierárquico, isto é, a produção agregada tomando como coeficientes as estimativas finais para os coeficientes do primeiro nível.

Para facilitar a comparação entre resultados produzidos em diferentes contextos, padronizamos as duas comparações acima referidas, usando em vez das distâncias absolutas as distâncias relativas obtidas, dividindo pelo custo ajustado da unidade. Formalmente, estas duas medidas relativas são dadas por:

Erro de predição relativo = $1 - \text{Custo observado} / \text{Custo ajustado}$ e

Eficiência relativa = $1 - \text{Custo mediano} / \text{Custo ajustado}$,

onde Custo observado é o valor C_{it} do volume do recurso utilizado, Custo ajustado é o valor de $P_{it}(F_{ijt}J_{ijt})$ da predição para o custo, usando as estimativas finais para os vetores de coeficientes β_{it} , dadas por $F_{ijt}J_{ijt}$, onde os J_{ijt} denotam os vetores de estimativas finais para os vetores de coeficientes γ_{ijt} do segundo nível, e Custo Mediano é o valor $P_{it}B_t$, obtido, substituindo na expressão do Custo ajustado as estimativas b_{it} por B_t , com B_t denotando o vetor dos valores medianos dos b_{it} .

6. Comparação de resultados

Sant'Anna (1997) desenvolve um modelo hierárquico para a atividade acadêmica com base no qual a comparação do desempenho dos professores se insere como um instrumento na gestão da qualidade na Universidade. Consideramos aqui uma versão simplificada desse modelo. O potencial de produção docente é medido por uma aproximação da remuneração respectiva, baseada na posição na carreira, titulação e regime de dedicação integral ou parcial à Universidade. Tomamos como produtos típicos da atividade docente a formação dada, de um lado, através do ensino em sala de aula e, de outro, através da orientação de trabalhos finais, nos cursos de graduação, e dissertações, nos de pós-graduação.

Os coeficientes da produtividade acadêmica variam em resposta a características do processo de produção que são às vezes comuns a diferentes áreas, às vezes próprias de diferentes grupos de professores. Para compor estas variáveis indicativas do processo, muitas medidas numéricas podem ser combinadas, com pesos obtidos de especialistas, mediante aplicação de técnicas de quantificação de preferências. Um importante elemento de motivação para a qualidade embutido no sistema é o permanente envolvimento dos professores no processo de revisão desses pesos.

Assumimos, como primeira aproximação, que o nível do componente do potencial produtivo de cada professor que não se aplica aos dois produtos principais depende da sua área de especialização. Quanto ao coeficiente de utilização desse potencial no ensino em sala de aula, assumimos que cresce proporcionalmente com a satisfação que os alunos manifestam no final do período e com o número de alunos submetidos à avaliação no mesmo momento. Finalmente, quanto ao coeficiente de utilização em orientação de trabalhos, assumimos que cresce com o número de artigos de pesquisa publicados e com o exercício de função de coordenação de projeto específico ou atividade permanente de extensão universitária.

Ajustamos este modelo a um conjunto de dados de duas maneiras: trazendo do passado apenas as unidades de observação representativas como indicado nas seções anteriores (abordagem L^1) e atualizando as estimativas do ano anterior, seguindo a etapa recursiva da obtenção do estimador de mínimos quadrados clássico dos coeficientes da equação de regressão linear, como no artigo supra referido (abordagem L^2).

A principal diferença entre as duas abordagens está na transmissão da experiência obtida no ajustamento do modelo em um dado ano para o ano seguinte. Na abordagem L^2 , para cada unidade, os valores iniciais são os valores finais do ano anterior. Já na abordagem L^1 , os valores iniciais para os coeficientes do primeiro nível são obtidos fazendo a função de produção ajustar perfeitamente os dados neste ano, observados em um número suficiente de unidades de observação que no ano anterior se mostraram mais representativas. O critério aqui adotado para a seleção destas unidades foi o de mínima soma dos valores absolutos das diferenças entre os

coeficientes da equação do primeiro nível da unidade e os valores medianos desses coeficientes, desempatando, quando necessário, pela maior soma dos valores das variáveis explicativas do primeiro nível.

A mesma diferença ocorre no ajustamento das equações de segundo nível. Na abordagem ora proposta, não aproveitamos as estimativas do ano anterior, fazendo, nesses níveis, o ajustamento pela simples minimização da soma dos valores absolutos dos resíduos da regressão, enquanto, em Sant'Anna (1997), optamos pela atualização, por mínimos quadrados, dos coeficientes do ano anterior.

Aplicamos o modelo a dados colhidos em dois anos consecutivos no Departamento de Engenharia de Produção da UFF. Dividimos o conjunto de professores do Departamento em quatro subconjuntos determinados pelas áreas de concentração da pesquisa, resumidamente: A) Finanças e Gestão de Investimentos, B) Estratégia e Competitividade, C) Sistemas e Apoio à Decisão e D) Gerência da Produção e Organização do Trabalho. O modelo foi ajustado, partindo de valores iniciais para os coeficientes do primeiro nível fixados em termos de coeficientes de correlação parcial, de 0,25, um pouco inferiores aos coeficientes de correlação amostrais observados no primeiro ano. A abordagem L^2 utiliza, também, valores iniciais para os coeficientes angulares das equações do segundo nível, que fixamos em zero.

O principal objetivo das mudanças aqui propostas é limitar a transferência de informação, de um período para o seguinte, à escolha das unidades de referência, para permitir plena substituição das variáveis do modelo a cada iteração. Mas, uma vantagem adicional é a simplificação dos procedimentos, que facilita sua aplicação, a interpretação dos resultados e a integração das etapas de modelagem e estimação. Além disso, a desvinculação dos resultados do ano anterior torna, também, o novo algoritmo mais flexível, respondendo mais rapidamente a mudanças na estrutura de produção. Por outro lado, do ponto de vista da precisão das estimativas, o uso apenas das unidades centrais, isto é, aquelas com coeficientes no ano anterior mais próximos dos medianos, e do critério L^1 no ajustamento das regressões de segundo nível torna o novo algoritmo mais resistente aos efeitos de desvios acidentais nos dados.

No caso presente, constatam-se os efeitos desta maior resistência a variações locais possivelmente acidentais em maiores valores tanto para os erros de ajustamento quanto para as medidas de eficiência explicada pelo modelo. A maior flexibilidade em responder a variações que afetem a maioria das unidades em um dado momento se reflete, por seu turno, na maior variabilidade das estimativas dos coeficientes angulares entre as áreas, muito maior, que a obtida pelo algoritmo que utiliza o procedimento de mínimos quadrados recursivos.

A **Tabela 1** apresenta os valores para as variáveis observadas relativos aos 29 professores no Departamento no segundo ano. A primeira letra no código do Professor identifica a área a que pertence. Na coluna Potencial, temos a variável de *input* do modelo, medindo a posição do professor na carreira, combinada com indicadores de titulação e tempo dedicado à Universidade. Na coluna Aulas, uma medida do número de horas em sala de aula por semana. Na coluna Orientações, o número de trabalhos finais de curso e dissertações concluídas no ano sob orientação do professor. Na coluna Notas, a mediana das avaliações do docente pelos alunos. Na coluna Provas, o número de alunos submetido a verificação suplementar pelo professor. Na coluna Artigos, o total de artigos publicados. Na coluna Extensão, um indicador de exercício de função de coordenação de atividade de extensão.

A **Tabela 2** apresenta os principais resultados do ajustamento do modelo, segundo a abordagem proposta neste artigo. Estes resultados podem ser facilmente reconstituídos, porque utilizam somente os dados de entrada, da **Tabela 1**, e a informação do ano anterior sobre as unidades centrais. As unidades selecionadas como de referência nesse ano, por apresentarem menores resíduos no anterior, foram os professores de códigos CD, CI e CR.

A **Tabela 3** apresenta, para fins de comparação, os resultados que seriam obtidos tomando-se como valores iniciais para o segundo ano as estimativas finais do primeiro ano e aplicando mínimos quadrados recursivos.

7. Comentários finais

O registro da produção acadêmica, baseado na modelagem de uma função de produção com coeficientes variáveis, facilita a orientação do sistema de avaliação para a promoção da qualidade, abrindo espaço, de um lado, para a busca de inovações e, de outro, para a participação dos envolvidos no processo produtivo na busca de melhores padrões de qualidade. Ao associar a revisão do modelo à análise das unidades selecionadas por mau ajustamento dos dados anteriores, atraímos os especialistas dentro de cada área, tanto para pensar sobre os fatores que afetam a qualidade quanto para agir sobre eles. A inicialização com os valores observados em unidades representativas e o uso de uma norma de soma dos valores absolutos facilitam esta participação.

A comparação dos resultados obtidos com o uso de algoritmos com características distintas a um pequeno conjunto de dados confirma esta vantagem. O algoritmo L^1 deixa mais claro quais as variáveis mais importantes para cada unidade no ajustamento produzido em cada ano. Os resultados finais obtidos pelas duas abordagens apresentam consideráveis diferenças, sobretudo entre os valores numéricos para os coeficientes. Isto decorre, certamente, da imprecisão dessas estimativas, baseadas em um conjunto de dados pequeno em relação ao número de parâmetros a estimar. Mas, em uma perspectiva de modelagem e estimação iterativa, devemos esperar que a precisão das estimativas aumente com o tempo.

Os resultados do primeiro ano são omitidos, pela sua reduzida significância, em decorrência do reduzido volume de dados relativamente ao número de parâmetros do modelo. A estratégia de colher dados de alguns anos anteriores deve ser empregada sempre que possível, para que as primeiras estimativas e predições efetivamente utilizadas já decorram de algumas iterações do processo de ajustamento. É o que fizemos neste caso, aplicando o modelo de uma vez a dois anos consecutivos.

É importante ressaltar, entretanto, que esta possibilidade de aproveitar dados antigos na estimação inicial, não elimina a necessidade de que o procedimento de estimação seja flexível para lidar com as mudanças de especificação do modelo que surgem, naturalmente, com o aumento de informação sobre o processo produtivo gerado pelo próprio acompanhamento e registro de dados do mesmo. Este aumento de informação e a própria evolução natural do processo e do ambiente em que se realiza implicam mudanças culturais que não precisam estar associadas a revoluções científicas ou tecnológicas, para provocar a necessidade de revisão dos paradigmas, segundo os quais a qualidade dos produtos e a eficiência dos desempenhos devem ser avaliadas.

Combinações das duas abordagens também podem ser exploradas. Por exemplo, considerando a importância de deixar mais aberta a articulação da revisão do modelo com os resultados da avaliação, podemos optar por obter os valores iniciais para os coeficientes do primeiro nível através da seleção das unidades mais representativas no ano anterior. A partir desse ponto, usaríamos o procedimento de mínimos quadrados recursivos, para evitar que oscilações acidentais nos dados afetem excessivamente os critérios de avaliação. Pode-se, também, optar pela abordagem L^1 no início, ou quando os paradigmas estejam mudando, e passar para a abordagem L^2 quando se percebe que, por algum tempo, não ocorrem mudanças nas relações entre as variáveis consideradas relevantes.

Referências Bibliográficas

- AITKIN, M. E LONGFORD, N. (1986). Statistical modelling issues in school effectiveness research, *Journal of the Royal Statistical Society, Series A (General)*, 149, 1-43.
- BERNARDO, J. M. (1984) – Monitoring the 1982 Spanish Socialist Victory: a Bayesian Analysis, *JASA*, 79, 387, 510-515.
- BRETZ, R., MILDOVICH, G. E READ, W. (1992) "The Current State of Performance Appraisal Research and Practice: Concerns, Directions and Implications". *Journal of Management* 18,2, pp. 321-352.
- ELLWEIN, M. C., GLASS, G. V. E SMITH, M.L. (1988). Standards of competence: Propositions on the nature of testing reforms. *Educational Researcher*, 168, 4-9.
- GAMERMAN, D. E MIGON, H. S. (1993) - Dynamic Hierarchical Models, *JRSS B*, 55, 629-642.
- GOLDSTEIN, H., RASBASH, J., YANG, M., WOODHOUSE, G., PAN, H., NUTTALL, D. E THOMAS, S. (1993). A Multilevel Analysis of School Examination Results. *Oxford Review of Education*, 19, 4, 425-433.
- KREFT, I. G. G. E DE LEEUW, J. (1991). Model-based Ranking of Schools. *International Journal of Education*, 15, 45-59.
- NARULA, S. C. E WELLINGTON, J. F. (1982) - The Minimum Sum of Absolute Errors Regression: A State of the Art Survey. *International Statistical Review*, 50, 3, 317-326.
- NOURAYI, M. M., E DAROCA, F. P. (1996) - Performance Evaluation and Measurement Issues, *Journal of Managerial Issues*. 8(2), 206-217.
- SANT'ANNA, A. P. (1997) - Modelagem da Produtividade Iterativa com a Avaliação do Desempenho, *Pesquisa Operacional*, 17, 1, 71-86.
- SANT'ANNA, A. P. (1998), Estimaco Iterativa de Parâmetros de Regresso L^1 , *Pesquisa Operacional*, 18,165-175.
- SMITH, M. L. (1980). Publication bias in meta-analysis. *Evaluation in Education*, 4, 22-25.
- SCRIVEN, M. (1987). Validity in personnel evaluation. *Journal of Personnel Evaluation in Education*, 1, 9-23.
- ZELLNER, A. (1963) - Estimators for Seemingly Unrelated Regression Equations: Some Exact Finite Sample Results, *Journal of the American Statistical Association*, 1963, 977-992.

Agradecimentos

Sou grato ao Editor e a um árbitro que chamaram a minha atenco para pontos insuficientemente desenvolvidos no texto inicial.

Tabela 1 - Dados de entrada

Professor	Potencial	Aulas	Orientações	Notas	Provas	Artigos	Extensão
AA	2,40	8	0	6,8	9	0	0
AC	3,00	14	1	9,8	1	0	0
AF	3,00	14	2	6,2	6	1	0
AJ	2,40	12	0	9,6	3	0	0
AL	2,80	6	3	6,6	1	0	0
AM	2,40	16	0	6,8	5	0	0
AP	1,65	12	0	7,2	37	0	0
BA	2,40	12	2	10,0	1	9	1
BE	3,00	12	1	7,8	46	0	0
BH	1,80	8	0	8,8	4	0	0
BR	2,80	6	2	8,4	0	0	0
BV	3,00	6	2	8,2	0	0	0
BW	3,00	14	2	9,2	0	5	0
CA	2,60	9	3	8,4	0	1	0
CD	3,00	6	12	8,4	0	0	0
CE	2,10	6	2	8,4	0	2	0
CG	2,80	19	2	8,8	23	0	0
CI	3,00	11	9	8,4	1	12	1
CK	2,80	13	2	8,4	0	0	0
CL	2,80	6	1	8,4	0	1	0
CM	1,95	6	2	8,4	0	0	1
CN	2,10	6	0	8,4	0	0	0
CR	2,40	18	3	8,8	0	1	0
CS	2,60	11	1	8,4	0	4	1
DA	2,25	8	0	7,4	0	0	0
DB	3,00	21	2	8,2	13	3	0
DC	3,00	8	0	8,4	2	0	0
DF	2,40	8	2	10,0	1	0	0
DV	3,00	21	1	9,2	1	1	0
Médias	2,60	10,93	1,97	8,34	5,31	1,38	0,14

Tabela 2 - Resultados – abordagem L¹

Professor	Coefficiente de Aulas	Coefficiente de Orientações	Erro de Predição	Eficiência
AA	0,20	0,11	-0,21	0,20
AC	0,02	0,11	0,01	0,13
AF	0,13	0,15	-0,04	0,16
AJ	0,07	0,11	-0,20	0,17
AL	0,02	0,11	-0,07	0,14
AM	0,11	0,11	-0,21	0,17
AP	0,83	0,11	-0,54	0,31
BA	0,02	0,27	-0,26	0,20
BE	1,03	0,00	-0,23	0,36
BH	0,09	0,00	-0,43	0,23
BR	0,00	0,00	-0,08	0,19
BV	0,00	0,00	-0,01	0,19
BW	0,00	0,00	-0,04	0,16
CA	0,26	0,41	0,17	-0,18
CD	0,26	0,37	0,07	-0,11
CE	0,26	0,45	0,00	-0,20
CG	0,78	0,37	-0,05	0,08
CI	0,29	1,00	-0,22	0,21
CK	0,26	0,37	0,28	-0,20
CL	0,26	0,41	0,40	-0,23
CM	0,26	0,53	-0,08	-0,19
CN	0,26	0,37	0,09	-0,26
CR	0,26	0,41	0,01	-0,16
CS	0,26	0,68	0,21	-0,18
DA	0,00	0,29	-0,03	-0,05
DB	0,29	0,41	0,03	0,06
DC	0,05	0,29	0,27	-0,04
DF	0,02	0,29	-0,02	-0,04
DV	0,02	0,33	0,24	-0,10

Tabela 3 - Resultados – abordagem L²

Professor	Coefficiente de Aulas	Coefficiente de Orientações	Erro de Predição	Eficiência
AA	0,25	0,25	-0,12	0,00
AC	0,32	0,31	0,00	0,03
AF	0,46	0,30	-0,06	0,08
AJ	0,25	0,25	-0,15	0,00
AL	0,25	0,24	0,00	0,00
AM	0,25	0,25	-0,18	0,00
AP	0,25	0,25	-0,42	0,00
BA	0,25	0,25	-0,18	0,00
BE	0,37	0,26	0,00	0,04
BH	0,25	0,25	-0,35	0,00
BR	0,27	0,26	0,00	0,01
BV	0,51	0,40	0,01	0,06
BW	0,29	0,30	-0,01	0,02
CA	0,25	0,13	-0,07	-0,03
CD	0,25	0,18	0,00	-0,05
CE	0,25	0,25	-0,24	-0,01
CG	0,25	0,22	-0,08	-0,01
CI	0,25	0,25	-0,04	-0,01
CK	0,26	0,22	-0,04	-0,01
CL	0,34	0,33	0,01	0,01
CM	0,25	0,25	-0,29	-0,01
CN	0,25	0,25	-0,22	-0,01
CR	0,25	0,25	-0,22	-0,01
CS	0,25	0,25	-0,08	-0,01
DA	0,25	0,25	-0,18	0,00
DB	0,25	0,25	-0,03	0,00
DC	0,56	0,25	0,01	0,07
DF	0,25	0,25	-0,15	0,00
DV	0,25	0,25	-0,02	0,00

ABSTRACT

This paper presents an approach to access efficiency, by comparing three different production measurements, one potential production directly based on the cost of the resources employed, another predicted from estimated individual productivity estimates and a third one derived from a hypothesis of identical productivity. The difference between these two last measures is a score of efficiency related to the variables in the model for productivity, while the difference between potential production and that predicted from the model points to the need to take into account variables out of the model. As that first difference measures possibilities of local improvements, this last comparison is meant to provoke global corrective action, including model revision able to preserve continuity in the evaluation process. An iterative algorithm for the estimation of the parameters of the dynamic hierarchical model thus generated is described here. Different approaches to fit the model and an example of application are also presented.

Key words - Dynamic Hierarchical Model – Production Function – Academic Evaluation

Política Editorial

A Revista Brasileira de Estatística - RBEs - objetiva promover a Estatística relevante para aplicação em questões sociais, interpretadas amplamente para incluir questões educacionais, de saúde, demográficas, econômicas, legais, de políticas públicas e de estatísticas oficiais, entre outras. A revista apresenta artigos num formato que permita fácil assimilação pelos membros da comunidade científica em geral. Os artigos devem incluir aplicações práticas como assunto central. Essas aplicações devem ter conteúdo estatístico substancial. As análises devem ser exaustivas e bem apresentadas, mas o emprego de métodos estatísticos inovadores não é essencial para publicação.

Artigos contendo exposição de métodos são aceitáveis, desde que estes sejam relevantes para as áreas cobertas pela revista, auxiliem na compreensão do problema e contenham interpretação clara das expressões matemáticas apresentadas. A apresentação de aplicações ilustrativas envolvendo dados adequados é requerida. Tratamentos algébricos extensos devem ser evitados.

A RBEs tem periodicidade semestral e publicará também artigos escritos a convite e resenhas de livros, bem como artigos abordando os diversos aspectos de metodologias relevantes para órgãos produtores de estatísticas, incluindo:

- a) planejamento de pesquisas;
- b) avaliação e mensuração de erros em pesquisas;
- c) uso e combinação de fontes alternativas de informação; integração de dados;
- d) novos desenvolvimentos em metodologia de pesquisa;
- e) crítica e imputação de dados;
- f) amostragem e estimação;
- g) disseminação e confiabilidade de dados;
- h) análise de dados;
- i) análise de séries temporais;
- j) modelos e métodos demográficos; e
- k) modelos e métodos econométricos.

Todos os artigos submetidos serão avaliados quanto à qualidade e relevância por dois especialistas indicados pelo Comitê Editorial da RBEs. Os artigos submetidos deverão ser inéditos e não deverão ter sido simultaneamente submetidos a qualquer outro periódico nacional. O processo de avaliação é do tipo duplo cego, isto é, os artigos são avaliados sem identificação da autoria, e os comentários dos avaliadores também são repassados aos autores sem identificação.

INSTRUÇÕES PARA SUBMISSÃO DE ARTIGOS À RBEs

Os artigos submetidos para publicação deverão ser remetidos em 3 vias (que não serão devolvidas) para:

Pedro Luis do Nascimento Silva
Editor Responsável
Revista Brasileira de Estatística - RBEs
Av. República do Chile 500, 10o. andar
Rio de Janeiro – RJ – 20031-170
Tel: +55 - 21 - 514 4548
Fax: +55 - 21 - 514 0039
E-mail: pedrosilva@ibge.gov.br

Os artigos submetidos à RBEs não devem ter sido publicados ou estar sendo considerados para publicação em outros periódicos.

Para cada artigo publicado, serão fornecidas gratuitamente 20 separatas.

Instruções para preparo de originais:

1. A primeira página do original (folha de rosto) deve conter o título do artigo, seguido do(s) nome(s) completo(s) do(s) autor(es), indicando-se para cada um a filiação e endereço para correspondência. Agradecimentos a colaboradores e instituições e auxílios recebidos devem figurar também nesta página.
2. A segunda página do original deve conter resumos em português e em inglês (*Abstract*), destacando os pontos relevantes do artigo. Cada resumo deve ser datilografado seguindo o mesmo padrão do restante do texto, em um único parágrafo, sem fórmulas, com no máximo 150 palavras.
3. O artigo deve ser dividido em seções numeradas progressivamente, com títulos concisos e apropriados. Todas as seções e subseções devem ser numeradas e receber título apropriado.
4. A citação de referências no texto e a listagem final das referências devem ser feitas de acordo com as normas da ABNT.
5. As tabelas e gráficos devem ser precedidas de títulos que permitam perfeita identificação do conteúdo. Devem ser numeradas seqüencialmente (Tabela 1, Figura 3, etc.) e referidas nos locais de inserção pelos respectivos números. Quando houver tabelas e demonstrações extensas ou outros elementos de suporte, podem ser empregados apêndices. Os apêndices devem ter título e numeração tais como as demais seções do trabalho.
6. Gráficos e diagramas para publicação devem ser incluídos nos arquivos com os originais do artigo, sempre que possível. Quando isto não ocorrer, devem ser traçados em papel branco, como nitidez e boa qualidade, para permitir que a redução seja feita mantendo qualidade. Fotocópias não serão aceitas. É fundamental que não existam erros quer no desenho quer nas legendas ou títulos.
7. Serão preferidos originais processados pelo editor de texto Word for Windows.

Se o assunto é Brasil,
procure o IBGE

<http://www.ibge.gov.br>

<http://www.ibge.net>

atendimento
0800 21 81 81