

REVISTA BRASILEIRA DE ESTATÍSTICA

Órgão oficial do IBGE
e Sociedade Brasileira de Estatística

Endereço:

Av Augusto Severo, 8 — 2º andar — ZC-06 — Lapa
Rio de Janeiro, RJ — Brasil — Tel: 242-4466

A Revista não se responsabiliza
pelos conceitos emitidos
em artigos assinados

Preço:

assinatura anual: Cr\$ 50,00
número avulso: Cr\$ 15,00

SUMÁRIO

Artigos

- Brasil: Tábua de Vida Ativa — 1970
— Celso Cardoso da Silva Simões e Vera
Regina de Souza Dias 131
- Econometria Distributiva
— Prof. Alde Sampaio e Prof. Oscar Porto
Carreiro 167

Transcrição

- Utilização do Método das Componentes por
Coorte nas projeções para pequenas áreas
— Richard Irwin 215

Bibliografia

- Resenha Bibliográfica 239
— Anuário Estatístico do Brasil — 1975 .. . 245
— Censo Comercial — Brasil 246
— Inquéritos especiais do Censo Comercial
— Brasil 247
— Censo Agropecuário — Brasil 248
— Boletim Estatístico do IBGE 249
— Censo Agropecuário — Amazonas, Pará,
Ceará e Paraíba 250
— Publicações editadas pelos órgãos de es-
tatística do IBGE no período de janeiro-
março de 1976 250

Noticiário

- Censo Econômico de 1975 254
— Projeto Mesorregiões Homogêneas 255
— O IBGE terá acesso às informações dos
órgãos da administração civil 255

Revista brasileira de estatística. Ano 1- (n. 1-) jan /mar
1940- Rio de Janeiro, IBGE, Centro Editorial.
v. 27cm Trimestral

Substitui a "Revista de Economia e Estatística" editada pelo Serviço de Estatística da Produção do Ministério da Agricultura, v. 1-4, jul. 1936-abr. 1939 Mensal.

Órgão oficial do IBGE e Sociedade Brasileira de Estatística.

Denominações anteriores do órgão editor: 1936-1967, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Conselho Nacional de Estatística, Diretoria de Documentação e Divulgação. — 1967-1969, Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Instituto Brasileiro de Estatística, Diretoria de Documentação e Divulgação — 1969-1973, Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Instituto Brasileiro de Estatística, Departamento de Divulgação Estatística — 1973-1976, Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Departamento de Divulgação Estatística

Índices: v 22-24, 1961-1963 em v. 25
v. 25-26, 1964-1965 em v 27.
v. 27-28, 1966-1967 em v. 29.

Apresenta índices anuais.

1 Estatística — Periódicos. I IBGE. Centro Editorial, ed.

CDU 31:05(81)
CDD 310.5



Biblioteca Central

BRASIL: TÁBUA DE VIDA ATIVA 1970*

Celso Cardoso da Silva Simões
Estatístico

6

Vera Regina de Souza Dias
Analista Especializada

SUMÁRIO

- 1 *Considerações iniciais*
- 2 *Construção da Tábua de Vida Ativa para o Brasil*
- 3 *Aplicação da Tábua de Vida*
- 4 *Resultados*
- 5 *Bibliografia*

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Os censos de população ao investigarem determinados aspectos da mão-de-obra, incluem na população economicamente ativa aquela parte da população que está em condições de participar do processo de produção social.

Assim, dedicamo-nos na primeira etapa deste trabalho a assinalar os principais traços estruturais da PEA no Brasil comparando-a com a

* Elaborado no Centro Brasileiro de Estudos Demográficos do IBGE

de outros países em diferentes estágios de desenvolvimento econômico e social. É sabido que o grau de organização econômica e social de uma população traz implícito um certo tipo de divisão social do trabalho, mais ou menos especializada, dependendo do estágio de desenvolvimento das forças produtivas, o que poderá implicar numa distinta composição, por sexo, da PEA.

Procurou-se, também, analisar a PEA pelos ramos de atividade, ocupação e categoria de trabalhador, isto porque o estudo dessas categorias econômicas da população está intimamente relacionado com o grau de desenvolvimento econômico e social alcançado pelo país.

Num segundo estágio, construiu-se uma tábua de vida ativa para o Brasil (1970), a partir da qual tornou-se possível determinar os movimentos da força-de-trabalho, por sexo, caracterizando-os em entradas e saídas, bem como outros elementos da tábua.

A importância deste estudo é o de servir como subsídio para planejadores na área econômica, de forma a melhor elaborar políticas de emprego dentro de um contexto global do planejamento racional.

1.2 Problemas inerentes ao conceito da população economicamente ativa

O analista, ao realizar estudos da PEA, defronta-se com certos problemas ligados ao seu próprio conceito.

Como é sabido, a força-de-trabalho reflete a potencialidade produtiva de uma população, a qual pode ser medida comparando-a com a parcela da população efetivamente ocupada.

Teoricamente, todos os indivíduos que não estão incapacitados, quer por circunstâncias de idade (crianças e velhos), de saúde (os doentes e/ou inválidos), ou sociais (presos), estão em condições de participar da divisão social do trabalho.

Ao grupo dos que se encontram fora da força-de-trabalho são acrescentados aqueles indivíduos que possuem meios de subsistência não derivados de sua atividade produtiva e que, ao mesmo tempo, não desejam exercer uma atividade.

Este grupo é de difícil determinação pois, dependendo do critério de participação da FT, poderá ser superestimado. Pelo critério usado no censo de 1970, "compõem a população economicamente ativa as pessoas que trabalharam nos doze meses anteriores à data do Censo, mesmo que na referida data estivessem desempregadas, em gozo de licença ou férias, ou presas aguardando julgamento. Também foram consideradas nesta condição as pessoas de 10 anos e mais que, na data do censo, estivessem procurando trabalho pela primeira vez".

Todavia, não se pode concluir do critério adotado pelo Censo de que uma pessoa, pelo simples fato de não estar procurando trabalho, não deseje participar das atividades produtivas. Não erraremos muito se afirmarmos que uma proporção elevada dessas pessoas desistiu de procurar trabalho pela dificuldade de obtê-lo, e que aceitaria participar

de qualquer atividade, se tivesse oportunidade de conseguir um emprego. É bom lembrar, como disse Singer, “a busca de trabalho pressupõe uma perspectiva de obtê-lo e que ninguém se entregará a uma procura fútil só para participar da FT”¹.

Vemos que o critério utilizado pelo Censo leva a uma subestimação da FT e, obviamente, a taxas de desocupação bem mais baixas do que na realidade seriam.

Um outro grupo que não participa da FT, estando ocupado em outras atividades, é constituído principalmente pelas *donas-de-casa*. É preciso notar que, embora exista um grande número de donas-de-casa que se dedicam a cuidar dos afazeres domésticos e dos filhos, motivos pelos quais não querem se engajar nas atividades produtivas, existe também uma proporção elevada de mulheres que têm condições de participar da FT, mas que não o fazem por falta de emprego, acabando por se dedicarem às atividades domésticas.

A conseqüência deste procedimento, da exclusão de todas as mulheres ocupadas em afazeres domésticos, leva também à subestimação da FT e do nível de desocupação da população.

Assim, a melhor maneira de se determinar a FT de uma população seria a de incluir “todos aqueles que não estão incapacitados, voluntariamente ociosos ou ocupados em atividades individuais, ou seja, todos aqueles que não estão circunstancialmente impedidos de nela participar. Esta maneira de determinar a FT dá resultados substancialmente diferentes da que define a FT como sendo a soma dos ocupados e dos desocupados involuntariamente, cuja condição é provada pela busca ativa de trabalho”².

Uma outra observação, que se faz necessária, refere-se ao critério que determina o número de pessoas ocupadas.

No censo de 1970 investigou-se a ocupação habitual, levando-se em conta aquela exercida durante a maior parte do ano anterior à data do censo, sendo o informante classificado segundo a resposta. Há situações em que este modo de proceder pode dar lugar a divergências. No caso de mulheres que se dedicam simultaneamente a atividades agrícolas e aos afazeres domésticos, haverá dificuldade em definir qual destas atividades é a principal e, em conseqüência, a sua inclusão ou não na FT.

Também existem dificuldades ao tentarmos fazer uma distinção entre *ocupação* e *subocupação*. O subocupado não seria apenas aquela pessoa que trabalha uma jornada incompleta mas todo aquele que, embora esteja nesta situação, teria condições de trabalhar por um período maior do que realmente o faz se tivesse oportunidade para tal.

O problema se torna mais grave no caso da subocupação na agricultura. Muitos trabalhadores, desprovidos de recursos naturais (terra) e de capital, para desenvolver sua produção, ocupam plenamente ape-

¹ SINGER, Paul Isiael. *Força de Trabalho no Brasil: 1920-1969*. São Paulo, CEBRAP, 1971, 106 p tab (Cadernos CEBRAP, 3)

² Idem

nas parte do ano e, no restante do período, ficam desocupados, parcial ou totalmente. Este é um caso de subocupação, conhecido como sazonal, muito comum nos países de escasso desenvolvimento econômico.

Já na parcela de desocupados da FT podemos distinguir dois grupos: os *desempregados visíveis* formados por aqueles que estão de fato em busca de emprego e os *desempregados ocultos* que participam do processo produtivo sem, no entanto, gerar produto.

Este último grupo deveria ser incluído no número de desocupados, o que não ocorreu no Censo de 1970, possibilitando retratar a verdadeira dimensão da desocupação da população brasileira.

Nota-se, em todo desenvolvimento precedente, a impossibilidade de desagregar as informações ora comentadas, devido, em parte, ao critério de definição da PEA no Censo de 1970.

É verdade que um tal detalhamento destas informações enriqueceria qualquer trabalho que procurasse estudar problemas de emprego. Assim, optou-se por estudar, neste trabalho, a oferta de mão-de-obra e não a oferta de emprego, procurando, na medida da disponibilidade de dados, comparações com outros países em estágios diferentes de desenvolvimento econômico.

1.3 Alguns aspectos econômicos da população

1.3.1 Crescimento da população total economicamente ativa

Enquanto a população total do Brasil, na última década, teve um aumento de 31,70% em comparação com a de 1960, a população economicamente ativa cresceu em cerca de 29,40%.

Se supusermos que este incremento foi geométrico, verificaremos que, enquanto a população total cresceu a uma taxa média anual de 2,80%, para a população economicamente ativa esta taxa foi de 2,70%.

TABELA 1

BRASIL: GRUPOS POPULACIONAIS E CRESCIMENTO GEOMÉTRICO ENTRE 1960/1970

GRUPOS POPULACIONAIS	1960	1970	TAXA GEOMÉTRICA DE CRESCIMENTO
Total do País.	70 119 071	93 139 037	2,80%
10 anos e mais	48 761 467	65 862 329	3,10%
Economicamente ativos	22 651 263	29 557 224	2,70%
Não economicamente ativos de 10 anos e mais	26 110 204	36 256 441	3,40%
Não economicamente ativos ¹	47 467 808	63 581 813	3,00%

FONTE - Censos Demográficos de 1960 (amostra de 1,27%) e de 1970

¹ Pescas com menos de 10 anos e as não economicamente ativas de 10 anos e mais

Esta diferença entre o crescimento das duas populações traz como conseqüência um aumento do número de dependentes por pessoas ativas.

Na Tabela 1 constam as taxas de crescimento geométrico dos diversos grupos populacionais. Pode-se verificar, por comparação, que os inativos tiveram, na década, um crescimento superior aos ativos (3,00% contra 2,70%).

Uma outra maneira de se medir o grau de dependência de uma população é relacionar a população inativa com a população economicamente ativa. No Brasil, para 1960, este valor era de 209,60% contra 215,10%, verificado em 1970. Esta relação expressa a carga que, em média, cada pessoa economicamente ativa tem de suportar para a produção de bens e serviços. Ou seja, em 1960, cada 100 trabalhadores teriam que manter 210 pessoas inativas. Já em 1970, essa dependência aumentou, passando a 100 trabalhadores para 215 pessoas inativas.

Há que atentar-se para o fato de que, no cálculo desse índice, tanto os desocupados como os subempregados estão incluídos na PEA. Caso tivessem sido retirados, notar-se-ia que a dependência "real" seria bem maior.

O que se pode depreender destes resultados, mesmo sem levarmos em consideração os desocupados e subempregados, conforme referência acima, é que durante a última década o desempenho da economia brasileira não se mostrou capaz de absorver a oferta demográfica de mão-de-obra. Isto pode ser perceptível no aumento dos contingentes de pessoas não economicamente ativas de 10 anos e mais que, em 1970, perfaziam 39,00% do total de pessoas, enquanto em 1960, era de 37,20% (Ver Tabela 1).

Estudando-se, agora, a evolução dos contingentes economicamente ativos, por sexo, no período 1960/1970, observam-se modificações.

TABELA 2

BRASIL: CRESCIMENTO RELATIVO DA PEA, SEGUNDO O SEXO, PARA O PERÍODO 1960/1970, EM PERCENTAGENS

SEXO	POPULAÇÃO ECONOMICAMENTE ATIVA		CRESCIMENTO DA PEA %
	1960	1970	
Masculino .	18 597 163	23 391 777	25,80
Feminino .	4 054 100	6 165 447	52,10

FONTE — Censos Demográficos de 1960 (amostra de 1,27%) e de 1970

Pelos dados da Tabela 2, nota-se que o incremento relativo de mulheres economicamente ativas foi bem superior ao verificado para os homens, 52,10% contra 25,80%. Estes dados refletem uma mudança nos padrões culturais da sociedade brasileira, bem como na própria estrutura das atividades econômicas, propiciando uma melhoria das oportunidades de emprego para a população feminina, até então marginalizada do mercado de trabalho.

1.3.2 Aspectos estruturais da PEA

1.3.2.1 Estrutura por sexo e idade

Segundo o Censo Demográfico de 1970, 79,10% da PEA era constituído por homens, sendo o contingente feminino de apenas 20,90%. Podemos dizer que, dependendo do grau de desenvolvimento econômico alcançado por um país, a composição por sexo da PEA será distinta.

TABELA 3

PERCENTAGEM DE HOMENS E MULHERES DA PEA — 1970

PAÍS	% DE HOMENS	% DE MULHERES
Brasil(1)	79,1	20,9
México(2)	81,0	19,0
Chile(2)	76,9	23,1
Estados Unidos(3)	63,2	36,8

FONTE — Brasil: Censo Demográfico de 1970; Demographic Yearbook de 1973

(1) Investiga PEA a partir dos 10 anos (2) Investiga PEA a partir dos 12 anos (3) Investiga PEA a partir dos 14 anos

Isto pode ser visto quando examinamos a Tabela 3, onde se encontra a proporção, por sexo, na PEA, para alguns países.

Assim, enquanto encontramos uma porcentagem mais baixa de homens na PEA para os Estados Unidos, país altamente desenvolvido (63,20%), seguindo-se o Chile, país semi-desenvolvido (76,90%), o Brasil e o México com valores mais elevados, estariam em condições menos vantajosas que os anteriores, embora tenha havido uma diminuição da participação dos homens no período 1960/1970, nos dois últimos. Em 1960, no Brasil, esta porcentagem era de 82,10%, contra 82,00%, no México. Podemos, também, concluir, pelos dados da Tabela 3, que, à medida que um país se desenvolve, começa a haver uma diminuição da participação masculina e um conseqüente aumento da feminina.

É importante o conhecimento das características da estrutura por idade da PEA. Como se sabe, no caso dos homens, tal estrutura depende fundamentalmente da composição por idade da população, bem como das taxas de participação nas distintas idades.

Nos países onde o desenvolvimento é incipiente encontramos para a população, ao mesmo tempo, uma estrutura jovem, bem como a incidência de altas taxas de participação nas idades jovens, principalmente abaixo dos 15 anos.

Desta forma, temos para os países menos desenvolvidos uma PEA masculina jovem, sendo que a PEA feminina ainda é mais jovem, como podemos ver na Tabela 4, quando comparamos os quatro países ali mencionados.

TABELA 4

ESTRUTURA DA PEA, POR SEXO, PARA QUATRO PAÍSES
AMERICANOS — 1970

IDADE	HOMENS				MULHERES			
	Brasil	Chile	Mé- xico	Es- tados Unidos	Brasil	Chile	Mé- xico	Es- tados Unidos
Todas as idades	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
Menos de 30 anos	46,3	39,2	42,4	31,1	59,1	50,0	57,9	32,0
Menos de 15 anos(1)	4,9	0,7	2,3	—	6,1	1,0	3,8	—
15 a 19 anos	13,3	9,5	11,9	7,5	20,9	12,7	21,7	7,9
20 a 24 anos	15,3	14,9	14,6	11,7	19,8	20,9	20,5	13,0
25 a 29 anos	12,8	14,1	13,6	11,9	12,3	15,4	11,9	11,1
30 a 59 anos	47,9	53,4	48,1	59,2	37,7	45,8	35,3	58,4
60 anos e mais	5,8	7,4	9,5	9,7	3,2	4,2	6,8	9,6

FONTE — Brasil: Censo Demográfico de 1970 Outros países: Demographic Yearbook — 1973

(1) 14 anos para os Estados Unidos; 10-14 para o Brasil; 12-14 para Chile e México

Como claramente mostra a Tabela 4, no subtotal corresponde à PEA com menos de 30 anos de idade encontramos, para o Brasil, 46,30% de homens contra 59,10% de mulheres. O mesmo se verifica nos países de igual nível de desenvolvimento. Mesmo nos Estados Unidos, com uma estrutura por idade de população mais velha, bem como a da PEA, a porcentagem de trabalhadores com menos de 30 anos é mais alta na população feminina do que na masculina (31,10% de homens e 32,00% de mulheres). Esta maior juventude da PEA feminina pode ser explicada pelo fato, inclusive, da retirada mais cedo da atividade econômica, em razões de casamento ou para cuidar dos filhos.

1.3.2.2 Estrutura da PEA por Setor de Atividade

Como dissemos na introdução deste trabalho, a organização econômica e social de uma população implica numa certa divisão social do trabalho. Quanto mais desenvolvidas são as forças produtivas de uma nação, maior o grau de especialização e a divisão social do trabalho. Deste modo, para ter-se uma idéia do grau de desenvolvimento econômico e social de uma população, necessário se torna analisar as características econômicas, suas transformações ao longo do tempo, e comparar a situação atual com a de outros países em estágio de desenvolvimento econômico e social mais elevado.

A maneira como a população se distribui pelos diferentes setores da atividade nos dá uma idéia do grau de sofisticação tecnológica, bem como a forma como a economia de uma sociedade está organizada.

Assim, em sociedades pouco desenvolvidas, uma grande parte da população trabalhadora se dedica a atividades agrícolas, consumindo a maior parte de sua própria produção, restando pouco para ser comercia-

lizado no mercado. Neste tipo de sociedade existe uma dependência muito grande da população em relação aos recursos naturais. Sociedades com maior desenvolvimento econômico e social têm um nível elevado de divisão do trabalho e, como corolário, uma menor dependência de sua população em relação aos recursos naturais, ou seja, um menor número de trabalhadores que produz para seu próprio consumo, de modo que quase todas as atividades econômicas estão voltadas para o mercado.

Vemos, assim, a importância que tem a distribuição dos trabalhadores pelos diferentes setores de atividade e que tipo de bens são produzidos em cada setor, para entendermos o nível de desenvolvimento das forças produtivas de uma determinada sociedade.

Na Tabela 5 se apresenta a distribuição percentual da PEA, por sexo, segundo os setores de atividade econômica dos países que vimos comparando.

TABELA 5

ESTRUTURA DA PEA, POR SETORES DE ATIVIDADE, SEGUNDO O SEXO E QUATRO PAÍSES AMERICANOS — 1970

SETORES DE ATIVIDADE	HOMENS				MULHERES			
	Brasil	Chile	México	Estados Unidos	Brasil	Chile	México	Estados Unidos
TOTAL .. .	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
Primário... ..	50,6	26,7	46,1	5,2	20,4	2,9	10,8	1,1
Secundário	19,9	27,3	23,7	40,1	10,3	18,8	19,6	21,0
Terciário... ..	29,5	46,0	30,2	54,7	69,3	78,3	69,6	77,9

FONTE — Brasil: Censo Demográfico de 1970. Outros Países: Demographic Yearbook 1973

Diferenças acentuadas na distribuição da PEA, nos vários setores de atividade, podem ser verificadas na Tabela 5. Nos Estados Unidos, somente 5,20% da população masculina está ocupada no Setor Primário; já no Brasil esta porcentagem se eleva para 50,60%, seguida do México, com 46,10%. Nos Estados Unidos o Setor Secundário ocupa grande parte da mão-de-obra do País, 40,10% dos trabalhadores. No Brasil este Setor se revela como pouco absorvedor de mão-de-obra, com apenas 19,90%.

Verifica-se que nos países industrializados o Setor Secundário e o Terciário são grandes absorvedores de mão-de-obra. Temos para os Estados Unidos, só no Setor Terciário, 54,7% da PEA masculina, enquanto que, para o Brasil, este percentual é de 29,50%.

Já a população economicamente ativa feminina apresenta um quadro bastante diferenciado em relação à masculina.

Uma análise superficial da Tabela 5 permite verificar que o Setor Primário ocupa menos mão-de-obra feminina, quando comparado com a distribuição da PEA masculina, embora, para os países desenvolvidos, esta participação feminina nas atividades agrícolas seja ainda menos importante. Os Estados Unidos ocupam apenas 1,1% da PEA feminina no Setor Primário, contra 20,40% no Brasil. Outrossim, verificamos que o Setor tende a absorver o excedente que de mão-de-obra feminina não é o Secundário e, sim, o Terciário, conquanto para os Estados Unidos e demais países considerados aquele Setor absorva um percentual maior do que o verificado para o Brasil.

Há que se notar no entanto que, apesar da grande capacidade de absorção de mão-de-obra do Setor Terciário, devemos ter em mente ser este muito heterogêneo, englobando atividades quase industriais, como transportes, comunicações e atividades pseudo-produtivas (serviços domésticos remunerados). Para um melhor entendimento do verdadeiro sentido econômico e social deste Setor procederemos a uma subdivisão do mesmo, conforme metodologia empregada por SINGER³. Isto será feito apenas para o Brasil, devido à não disponibilidade de informações para os demais países aqui considerados.

Singer subdividiu o Terciário distinguindo, entre aquelas atividades complementares, a produção de bens materiais, tais como comércio, transporte e comunicação — Serviços de Produção —, e aquelas que atendem diretamente às necessidades do consumidor — Serviços de Consumo. Este item foi ainda subdividido em “Coletivos” — aqueles que atendem coletivamente às necessidades do consumidor e “Individual” — aqueles que atendem ao consumidor individual.

Singer agrupou as atividades do Terciário nas seguintes categorias:

- 1) Serviços de Produção (Comércio de Mercadorias, Comércio de Imóveis, Valores Imobiliários, Crédito etc. e Transportes, Comunicações e Armazenamento);
- 2) Serviços de Consumo Individual (Serviços Pessoais, Profissões Liberais);
- 3) Serviços de Consumo Coletivo (Administração Pública e Atividades Sociais: educação, saúde, previdência social etc.).

“Este procedimento com relação ao Terciário adquire relevância no estudo da força-de-trabalho feminina, porque permite conhecer o quanto de mulheres está nos setores produtivos e quantas se acham empregadas nos setores não produtivos”⁴.

Singer procede também a uma divisão do Setor Secundário em duas partes:

- a) Secundário I — Indústria (de Extração Mineral, Transformação, Construção e Serviços de Utilidade Pública);

³ SINGER, Paul Israel *Força de trabalho no Brasil: 1920-1969* São Paulo, CEBRAP, 1971, 106 p tab. (Cadernos CEBRAP, 3)

⁴ MADEIRA, Felícia R & SINGER, Paul Israel. *Estrutura do emprego e trabalho feminino no Brasil 1920-1970* São Paulo, CEBRAP, 1973 62 p tab (Cadernos CEBRAP, 13)

b) Secundário II — Serviços de Reparação, antes computado no Setor Terciário.

Levando em conta esta nova classificação organizou-se a Tabela 6 para o Brasil.

TABELA 6

BRASIL: ESTRUTURA DA PEA, POR SEXO E SETORES DE ATIVIDADE — 1970

SETORES DE ATIVIDADE	ESTRUTURA DA PEA			
	Homens		Mulheres	
	Total (1 000 Hab)	Porcenta- gem por Setores de Atividade	Total (1 000 Hab)	Porcenta- gem por Setores de Atividade
TOTAL	23 391,8	100,00	6 165,5	100,00
<i>Primário</i>	11 832,7	50,60	1 257,7	20,40
<i>Secundário</i>	5 179,5	22,10	1 142,7	18,50
Secundário I	4 659,5	19,90	635,9	10,30
Secundário II	520,0	2,20	506,8	8,20
<i>Terciário</i>	6 379,6	27,30	3 765,1	61,10
Serviços de Produção	3 432,2	14,70	509,8	8,30
Serviços de Consumo Coletivo	1 475,1	6,30	1 147,9	18,60
Serviços de Consumo Individual	1 472,3	6,30	2 107,4	34,20

FONTE — Brasil: Censo Demográfico de 1970

De uma maneira geral, os dados da Tabela 6, com a nova classificação dos setores de atividade, evidenciam a existência apenas de um pequeno número de mulheres trabalhando no Secundário I apenas 12% do total de ocupados neste setor e 10,30% do total de mulheres.

Já no Secundário II há quase que uma divisão entre os dois sexos, notando-se diferença em sua composição interna. Enquanto os Serviços de Confecções sob Medida, Conservação e Reparação de Artigo do Vestuário eram executados em grande parte pelas mulheres, o mesmo não ocorre com o item Conservação, Reparação e Instalação de Máquinas e Veículos, tarefas quase exclusivas dos homens.

Quando passamos para o Setor Terciário vemos ser ele o grande absorvedor de mão-de-obra feminina, 61,10%. Repetindo o que foi dito acima, é um setor muito heterogêneo, tornando-se assim necessária uma subdivisão para melhor compreendermos a distribuição da PEA.

Verifica-se, logo de saída, o baixo número de mulheres empregadas nos Serviços de Produção, 13% que representam 8,3% do total da PEA feminina. Pode-se observar no item Comércio de Mercadorias (Tabela 7), onde o trabalho da mulher é significativo, a participação de

TABELA 7

BRASIL: ESTRUTURA DA PEA, POR SEXO E PERCENTAGEM DENTRO DE CADA SETOR — 1970

SETORES DE ATIVIDADE	ESTRUTURA DA PEA			
	Homens		Mulheres	
	Total (1 000 Hab.)	Porcenta- gem Dentro de Cada Setor	Total (1 000 Hab.)	Porcenta- gem Dentro de Cada Setor
TOTAL	23 391,8	—	6 165,5	—
<i>Primário</i>	11 832,7	100,00	1 257,7	100,00
Agricultura, Pecuária e Silvicultura	11 436,4	96,60	1 141,7	90,80
Extração Vegetal	246,0	2,10	113,2	9,80
Caça e Pesca	150,3	1,30	2,8	0,20
<i>Secundário I</i>	4 659,5	100,00	635,9	100,00
Extração Mineral	172,3	3,70	3,1	0,50
Indústria de Transformação	2 633,0	56,50	608,8	95,70
Indústrias de Construção	1 704,6	36,60	15,1	2,40
Serviços Industriais de Utilidade Pública	149,6	3,20	8,9	1,40
<i>Secundário II</i>	520,0	100,00	506,8	100,00
Confeções sob medida, Conservação e Reparação de Artigos do Vestuário	148,8	28,60	504,3	99,50
Conservação, Reparação e Instalação de Máquinas e Veículos	371,2	71,40	2,5	0,50
<i>Serviços de Produção</i>	3 432,2	100,00	509,8	100,00
Comércio de Mercadorias	1 893,2	55,20	370,4	72,70
Comércio de Imóveis e Valores Imobiliários, Crédito, Seguros e Capitalização	356,3	10,40	77,7	15,20
Transportes, Comunicações e Armazenagem	1 182,7	34,40	61,7	12,10
<i>Serviços de Consumo Coletivo</i>	1 475,1	100,00	1 147,9	100,00
Atividades Sociais	482,9	32,70	987,7	86,10
Serviços Administrativos Governamentais, Legislativo, Justiça	483,8	32,80	149,7	13,00
Defesa Nacional e Segurança Pública	508,4	34,50	10,5	10,90
<i>Serviços de Consumo Individual</i>	1 472,3	100,00	2 167,4	100,00
Alojamento	44,4	3,00	34,2	1,60
Alimentação	263,4	17,90	76,3	3,60
Higiene Pessoal	79,9	5,40	59,8	2,90
Diversões, Rádio e Televisão	85,4	5,80	16,0	0,80
Serviços Domésticos Remunerados	68,0	4,60	1 680,1	79,70
Conservação de Edifícios	53,4	3,60	5,1	0,20
Profissões Liberais	204,1	13,90	62,8	3,00
Outras Classes e Classes mal definidas	122,5	8,30	11,2	0,50
Atividades não compreendidas nos demais ramos, mal definidas ou não declaradas	551,2	37,90	161,9	7,70

72,70% do total de mulheres ocupadas no Setor. Isto pode ser explicado pelo significativo aumento no número de grandes estabelecimentos comerciais nos últimos tempos, onde o elemento feminino predomina entre os balconistas.

Já nos Serviços de Consumo Coletivo, em oposição aos Serviços de Produção, é importante a participação feminina, 43,80%. Este setor ocupa tantas mulheres quanto o Setor Secundário I e os Serviços de Produção juntos. É importante destacar que o trabalho nos Serviços de Consumo Coletivo exige uma qualificação já elevada e um afastamento das atividades domésticas por parte das mulheres que são, em geral, enfermeiras, professoras, médicas, assistentes sociais e funcionárias burocráticas. "A evolução do emprego feminino nos Serviços de Consumo Coletivo representa, portanto, a medida, se não a única, a mais importante, da integração da mulher na atividade produtiva social com todas suas conseqüências econômicas e sociais"⁵.

Passando agora para os Serviços de Consumo Individual, destaca-se a predominância do elemento feminino neste Setor. Isto se deve ao elevado número de mulheres que trabalham como empregadas domésticas, constituindo a maioria das ocupadas no Setor, 79,70%. Esta alta percentagem indica o grau em que a mulher está marginalizada da atividade produtiva, pois seu trabalho não constitui uma atividade produtiva propriamente dita, não contribuindo para o trabalho social. Mostra a incapacidade do sistema em aproveitar produtivamente esta mão-de-obra disponível

Assim, o número elevado de mulheres nos Serviços de Consumo Individual nos leva a crer que a mulher, não encontrando ocupação nas atividades produtivas, tenha como opção o emprego de doméstica remunerada, onde a demanda por Serviços de Consumo Individual vem aumentando, em função de uma classe média urbana em fase de grande expansão e prosperidade econômica.

1.4 Taxas de Participação

Nesta parte do trabalho veremos em que medida no Brasil o potencial de trabalho masculino e feminino está sendo aproveitado, comparando-o com o de outros países. É sabido que o modo de como a população por sexo e idade participa nas atividades econômicas está relacionado com aspectos econômicos, sociais e demográficos de diferentes países. A participação de grupos de idades marginais, na população ativa, está estreitamente ligada à organização econômica da sociedade.

Logo, países onde a proporção da população que faz parte do setor primário é ainda elevada, utilizam uma grande proporção de mão-de-obra infantil (menos de 15 anos) e de pessoas de mais de 65 anos. A

⁵ MADEIRA, Felícia R. & SINGER, Paul Israel. *Estrutura do emprego e trabalho feminino no Brasil 1920-1970*. São Paulo, CEBRAP, 1973 62 p tab (Cadernos CEBRAP, 13)

medida que estes países avançam no processo de modernização, esta mão-de-obra tende a diminuir progressivamente, ou seja, através do prolongamento da escolaridade (no caso das crianças), ou no estabelecimento de uma legislação de trabalho e de sistemas de previdência social mais satisfatórios.

Do mesmo modo, a participação da mulher nas atividades produtivas depende, igualmente, de fatores estruturais. "De uma maneira geral, em um país em desenvolvimento, espera-se que a evolução do nível de participação da mulher na força-de-trabalho atravesse três fases. Num primeiro momento, na abertura da industrialização, quando o número de pessoas empregadas na agricultura é ainda elevado e o número de empresas manufatureiras e comerciais limitadas à esfera doméstica ainda bastante significativa, o nível de integração da mulher na força-de-trabalho é elevado. Em um segundo momento, quando o desenvolvimento econômico induz um grande número de pessoas a sair do pequeno comércio e da fabricação caseira e há paralelamente, uma migração de áreas rurais para áreas urbanas, a taxa de participação da mulher em atividades produtivas tende a cair.

Em geral, concomitantemente aos mecanismos descritos, há um crescimento contínuo de emprego feminino no setor de serviços. Enquanto este setor não for suficientemente grande para cobrir a saída de mulheres dos outros setores, no entanto, a taxa de participação feminina na força-de-trabalho continuará a cair. A taxa de participação feminina em trabalhos fora da esfera doméstica voltará a crescer, em um estágio bem mais avançado de desenvolvimento, exatamente pelo crescimento do emprego no setor de serviços"⁶. Vê-se, assim, que o nível de participação da mulher na PEA está vinculado à possibilidade de conciliar afazeres domésticos e trabalho produtivo. Na primeira fase, o grau de participação da mulher é importante devido a que grande parte de seu trabalho se realiza num quadro de vida familiar; na segunda fase, o desenvolvimento das forças produtivas atinge um certo nível que permite a liberação da mulher dos afazeres domésticos.

O estudo do processo da incorporação da mulher nas atividades produtivas foge ao objetivo traçado no presente trabalho, e pode ser visto no estudo já citado de Singer e F. Madeira. Ocupar-nos-emos apenas em estudar os níveis de participação da população por sexo e idade, para o Brasil (1970), comparando-os com os dos demais países tomados como referência.

1.4.1 Taxa Bruta de Atividade

A taxa bruta de atividade é obtida relacionando-se o tamanho da força-de-trabalho com o volume da população total. Se calcularmos a taxa bruta de atividade, por sexo, teremos uma idéia do distinto grau de participação dos homens e mulheres na atividade produtiva.

⁶ MADEIRA, Felícia R & SINGER, Paul Israel. *Estrutura do emprego e trabalho feminino no Brasil 1920-1970* São Paulo, CEBRAP, 1973. 62 p. tab. (Cadernos CEBRAP, 13)

Embora existam limitações quanto ao uso desta taxa, limitações advindas das diferentes conceituações da PEA e das diferentes estruturas por idade da população nos diversos países comparados, mesmo assim podemos considerar baixa a participação das mulheres na força-de-trabalho, tanto no Brasil como no México e Chile, quando comparados com os Estados Unidos (Tabela 8) que possui nível de desenvolvimento econômico e social mais elevado, propiciando uma maior integração da mulher nas atividades econômicas.

TABELA 8

TAXAS BRUTAS DE ATIVIDADE, POR SEXO, SEGUNDO OS CENSOS DE POPULAÇÃO EM ALGUNS PAÍSES AMERICANOS — 1970

PAÍS	TAXAS BRUTAS DE ATIVIDADE (%)		
	Ambos os Sexos	Homens	Mulheres
Brasil	31,73	50,49	13,17
Estados Unidos	39,03	50,66	28,06
Chile	29,12	45,96	13,05
México	26,86	43,58	10,21

FONTE — Brasil: Censo Demográfico de 1970 Outros Países: Demographic Yearbook 1972 e 1973

Quanto à participação masculina, encontramos para o Brasil um valor quase semelhante ao dos Estados Unidos, o que indicaria, à primeira vista, uma situação econômica boa para nosso País, pois em condições de pleno emprego, quanto mais elevada a taxa bruta de atividade maior seria a renda *per capita* de um país. Isto talvez fosse verdade em países onde não existissem problemas de desemprego e subemprego, fatores estes muito presentes nos subdesenvolvidos, no qual se inclui o Brasil, alternando, assim, o significado econômico desta taxa. Portanto, o fato de o Brasil ter uma taxa bruta de atividade masculina semelhante à dos Estados Unidos não nos permite concluir pela existência de uma situação econômica e social no mesmo nível. A vantagem de uma taxa bruta elevada seria ilusória, tendo-se presentes aqueles fenômenos mencionados.

1.4.2 Taxa Refinada de Atividade

A taxa refinada de atividade, diferentemente da taxa bruta, mede a participação da população efetivamente exposta ao risco nas atividades econômicas. É definida como a relação entre a população economicamente ativa e a população total, considerada a partir da mesma idade inferior utilizada na investigação da PEA (10 anos, no caso do Brasil).

Se bem que esta taxa não elimina de todo as limitações provenientes do uso da taxa bruta, o fato é que atenua as distorções originadas

das diferentes estruturas por idade das populações, cujos níveis de participação nas atividades econômicas se desejam comparar. Assim, para dar uma melhor idéia do grau de desenvolvimento econômico dos países que estamos considerando, determinamos as taxas refinadas de atividade a partir de um limite inferior comum, ou seja a idade de 15 anos.

Examinando a Tabela 9, observamos que, quanto mais elevada a participação da população masculina nas atividades produtivas, menor é a participação da população feminina, o que se configura como uma situação típica dos países em vias de desenvolvimento.

TABELA 9

TAXAS REFINADAS DE ATIVIDADE, POR SEXO, SEGUNDO OS CENSOS DE POPULAÇÃO, EM ALGUNS PAÍSES AMERICANOS - 1970

PAÍS	TAXAS REFINADAS DE ATIVIDADE (%)		
	Ambos os Sexos	Homens	Mulheres
Brasil	51,8	83,7	20,9
Estados Unidos	56,8	74,7	40,5
Chile	47,9	77,0	21,2
México	48,1	78,4	19,0

FONTE -- Brasil: Censo Demográfico de 1970 Outros Países: Demographic Yearbook 1972 e 1973

1.4.3 Taxas específicas de participação por sexo e grupos de idade

O uso das taxas específicas de participação por grupos de idade tem a vantagem de limitar os efeitos distorsivos das diferentes estruturas por idade a variações ocorridas dentro do próprio grupo de idade. Desta forma, tendo taxas de atividade por grupos quinquenais ou decenais, minimizar-se-á a influência do fator estrutura por idade da população, sendo, assim, as taxas específicas, um bom indicador do nível de participação.

Ora, a participação na atividade econômica não é uniforme nos distintos setores da população, variando segundo o sexo e a idade. Estas variações podem ser reveladas quando se calculam as taxas de atividade, por sexo e idade, relacionando-se a população ativa de idades ($x, x + n$) com a população total no mesmo grupo de idade.

Na Tabela 10 temos as taxas de atividade, por sexo e grupos de idade, para os países que vimos estudando.

Analisando-se a estrutura das taxas de atividade por idade para o sexo masculino, vemos que elas diferem segundo o tipo de economia considerado (veja-se Tabela 10 e Gráfico 1-A), assinalando-se as maiores diferenças nas idades marginais, ou seja, abaixo dos 20 anos e acima dos 65 anos.

TABELA 10

TAXAS DE ATIVIDADE, POR SEXO E GRUPOS DE IDADE, OBSERVADAS NO BRASIL, ESTADOS UNIDOS, CHILE E MÉXICO — 1970

GRUPOS DE IDADE	TAXAS DE ATIVIDADE (%)							
	Homens				Mulheres			
	Brasil	Chile	México	Estados Unidos	Brasil	Chile	México	Estados Unidos
10 — 14 anos	19,2	(1) 4,4	(2) 15,5	(2) 12,1	6,4	1,8	7,6	5,8
15 — 19 anos	62,2	42,3	52,2	40,7	24,5	16,4	23,1	29,3
20 — 24 anos	88,7	83,0	78,3	79,2	28,7	32,0	25,0	55,4
25 — 29 anos	94,3	95,1	87,6	92,2	22,8	28,6	18,6	45,2
30 — 34 anos	96,9	96,3	89,6	95,0	21,2	25,0	16,8	44,4
35 — 39 anos	95,4	96,4	90,2	95,6	20,4	23,6	16,6	48,4
40 — 44 anos	94,0	95,0	89,3	94,7	20,3	23,1	16,7	52,0
45 — 49 anos	92,3	92,8	89,6	93,2	18,7	21,1	16,8	52,9
50 — 54 anos	87,8	87,2	88,1	91,3	16,5	18,5	16,2	51,8
55 — 59 anos	82,6	80,7	86,2	87,0	14,2	14,8	15,4	47,6
60 — 64 anos	73,5	71,2	81,5	73,3	11,4	10,5	14,4	36,2
65 — 69 anos	62,7	54,1	76,7	38,9	8,8	8,0	13,5	17,2
70 — 74 anos	(3) 40,0	36,8	67,9	22,5	(3) 4,7	4,8	12,2	9,1
75 anos e mais	—	24,9	54,2	12,1	—	3,4	9,6	4,7

FONTES — Brasil: Censo Demográfico de 1970 Outros Países: Demographic Yearbook 1971

(1) 12 a 14 anos (2) só 14 anos (3) 70 e mais

A explicação que geralmente é fornecida para estas diferenças reside, principalmente, no grau de organização das atividades produtivas, o nível de renda, a escolaridade, bem como melhoramentos no sistema previdenciário.

Em sociedades de escasso desenvolvimento econômico, a população começa a trabalhar mais cedo do que em outras e, também, permanece na atividade até uma idade mais avançada, como pode ser visto na Tabela 10. Considerando a idade limite inferior de 20 anos, para maior comparabilidade, devido às diferentes idades com que cada país estuda a PEA, acarretando distorções nas comparações, tem-se o seguinte:

TABELA 11

TAXAS DE ATIVIDADE POR IDADE, OBSERVADAS NO BRASIL, CHILE, MÉXICO E ESTADOS UNIDOS — 1970

IDADE	TAXA DE ATIVIDADE (%)			
	Brasil	Chile	México	Estados Unidos
Menos de 20 anos	38,82	26,17	30,83	24,66
65 anos e mais	49,87	40,15	67,10	24,34

FONTES — Brasil: Censo Demográfico de 1970 Outros Países: Demographic Yearbook 1971

POPULAÇÃO MASCULINA: TAXAS DE ATIVIDADE POR IDADE
OBSERVADAS NO BRASIL, CHILE, MÉXICO E ESTADOS UNIDOS
(POR 100 HABITANTES) — 1970

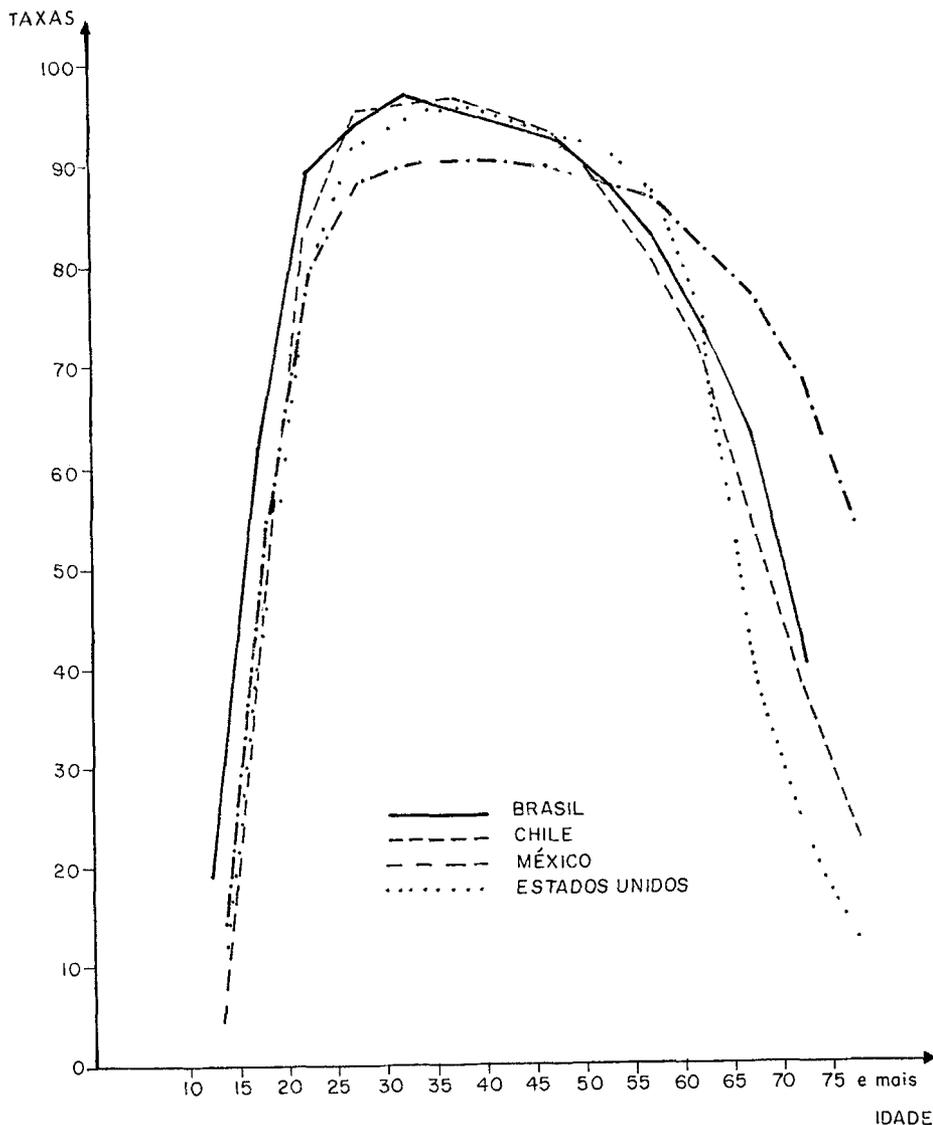


Gráfico 1-A

Observa-se claramente, pela Tabela 11, a existência de uma relação inversa entre desenvolvimento econômico e taxas de participação nas idades extremas. Enquanto o Brasil apresenta uma taxa de participação de 38,80% abaixo dos 20 anos, os Estados Unidos apresentam nesta mesma faixa 24,70%. O mesmo acontece a partir dos 65 anos, 49,90% contra 24,30%.

Relação idêntica se verifica com o México e, em menor escala, com o Chile, quando comparados com os Estados Unidos.

É de se supor que as taxas de atividade masculinas em idades marginais tendam a diminuir à medida em que se eleva o nível de desenvolvimento econômico dos países.

Outro fato importante a se destacar é a pequena variação existente nas taxas entre os 25 e 55 anos, qualquer que seja o país. Isto indica que em todas as sociedades modernas as distintas gerações alcançam um nível de atividade máximo, comparável durante uma parte importante da vida ativa. As diferenças existentes entre as primeiras e as últimas idades ativas indicam que, dependendo do grau de desenvolvimento da sociedade, sua população começa a trabalhar mais cedo que em outras e se retira da força-de-trabalho também em idade mais avançada.

Agora, analisando-se a estrutura de taxas de atividade por idade da população feminina (Tabela 13 e Gráfico 1-B), verifica-se seguirem um comportamento bem distinto da dos homens.

Viu-se, ao analisar a Tabela 4, que a PEA feminina era mais jovem do que a masculina. Pela Tabela 10 observa-se para o Brasil, Chile e México, que as taxas de atividade feminina alcançam um máximo a uma idade baixa (20 a 24 anos), começando a descer, logo em seguida.

Já nos Estados Unidos as taxas apresentam uma distribuição bimodal (como se pode melhor visualizar no Gráfico 1-B), sendo o primeiro ponto máximo da distribuição no grupo 20 a 24 anos e o segundo no grupo 45 a 49 anos.

Este descenso das taxas de atividade da população feminina, a partir de uma idade bastante jovem, está vinculado ao papel que ela desempenha na sociedade como donas-de-casa e como mães, podendo ser explicado por uma certa proporção de mulheres que se retiram da força-de-trabalho pelo casamento e para cuidar dos filhos.

É de se supor que estes fatores tenham mais influência nos países mais desenvolvidos, onde o trabalho assalariado feminino é mais importante, do que naqueles onde o trabalho feminino é, ainda, preponderantemente, trabalho familiar e por conta própria. Esta hipótese pode ser corroborada quando comparamos os dados da Tabela 10, para os diversos países. No Brasil, a taxa de atividade é de 24,50% no grupo 15 a 19 anos, e de 18,70% no grupo 45 a 49 anos; no Chile, estes valores são 16,40% e 21,10%; no México 23,10% e 16,80% já nos Estados Unidos as variações são bem maiores, 29,30% no grupo 15 a 19 e 52,90% no grupo 45 a 49 anos. Permite-nos concluir que nos países mais desenvolvidos, com taxas de participação mais elevadas que a dos subdesenvolvidos, há um retorno destas mulheres à força-de-trabalho, conciliando, desta forma, as tarefas do lar com o trabalho fora de casa. Nos demais países onde a oportunidade de emprego assalariado para a mulher é limitada, isto não acontece. As mulheres, em sua maioria, só se dedicam às tarefas caseiras.

TABELA 12

BRASIL: POPULAÇÃO ECONOMICAMENTE ATIVA, TAXAS DE PARTICIPAÇÃO E POPULAÇÃO NÃO ECONOMICAMENTE ATIVA, SEGUNDO GRUPOS DE IDADE — 1970

a) Homens

GRUPOS DE IDADE	POPULAÇÃO				TAXAS DE PARTICIPAÇÃO (%) nAz (5)	TAXAS DE PARTICIPAÇÃO AJUSTADAS (%) nAz (6)	POPULAÇÃO NÃO ECONOMICAMENTE ATIVA
	Total (1)	Economicamente Ativa (2)	Total (3)	Economicamente Ativa (4)			
10 — 15 anos	5 934 189	1 135 959	5 946 099	1 139 067	19,16	19,16	4 807 032
15 — 20 anos	4 995 432	3 104 352	5 005 458	3 112 848	62,19	62,19	1 892 610
20 — 25 anos	4 037 136	3 576 454	4 045 238	3 586 243	88,65	89,00	458 995
25 — 30 anos	3 173 285	2 989 509	3 179 654	2 997 691	94,28	94,50	181 963
30 — 35 anos	2 800 657	2 712 015	2 806 278	2 719 438	96,91	97,00	86 840
35 — 40 anos	2 502 123	2 384 822	2 507 145	2 391 349	95,38	96,00	115 796
40 — 45 anos	2 288 260	2 149 098	2 292 853	2 154 980	93,99	94,50	137 873
45 — 50 anos	1 795 031	1 656 202	1 798 634	1 660 735	92,33	92,50	137 899
50 — 55 anos	1 486 365	1 304 052	1 489 348	1 307 621	87,80	88,50	181 727
55 — 60 anos	1 160 154	957 718	1 162 482	960 339	82,61	83,00	202 143
60 — 65 anos	903 253	663 758	905 066	665 575	73,54	74,50	239 491
65 — 70 anos	604 750	378 963	605 964	380 000	62,71	64,00	225 964
70 anos e mais	787 988	315 029	789 506	315 891	40,01	47,50	472 615
Idade Ignorada	92 804	63 846	—	—	—	—	—
TOTAL	32 533 725	23 391 777	32 533 725	23 391 777	71,90	—	9 141 948

FONTE — Censo Demográfico do Brasil — 1970

NOTA: Colunas (1): O valor da idade ignorada se refere a todos os grupos de população, inclusive os abaixo dos 10 anos. Por esse motivo, o valor encontrado para o total não é o resultado da soma dos dados apresentados da Coluna; (3) e (4): Pessoas de idade ignorada distribuídas proporcionalmente segundo a distribuição de pessoas na idade conhecida; — Coluna (5): Divisão entre as colunas (4) e (3); — Coluna (6): Taxas obtidas por leitura no gráfico dos valores da coluna (5), após ser ajustado

TABELA 13

BRASIL: POPULAÇÃO ECONOMICAMENTE ATIVA, TAXAS DE PARTICIPAÇÃO E POPULAÇÃO NÃO ECONOMICAMENTE ATIVA, SEGUNDO GRUPOS DE IDADE — 1970

b) Mulheres

GRUPOS DE IDADE	POPULAÇÃO				TAXAS DE PARTICIPAÇÃO (%) nAz (5)	TAXAS DE PARTICIPAÇÃO AJUSTADAS (%) nAz (6)	POPULAÇÃO NÃO ECONOMICAMENTE ATIVA
	Total (1)	Economicamente Ativa (2)	Total (3)	Economicamente Ativa (4)			
10 — 15 anos	5 924 930	376 914	5 936 493	377 847	6,36	6,50	5 558 646
15 — 20 anos	5 257 851	1 284 616	5 268 112	1 287 798	24,45	23,50	3 980 314
20 — 25 anos	4 248 870	1 217 267	4 256 062	1 220 282	28,67	27,00	3 036 680
25 — 30 anos	3 330 784	758 607	3 337 284	760 486	22,77	24,00	2 576 798
30 — 35 anos	2 864 253	605 878	2 869 873	607 373	21,16	21,50	2 262 500
35 — 40 anos	2 587 189	527 245	2 592 238	528 546	20,39	20,50	2 063 692
40 — 45 anos	2 247 332	455 599	2 251 718	456 727	20,28	20,28	1 794 991
45 — 50 anos	1 751 654	326 624	1 755 073	327 433	18,67	19,25	1 427 640
50 — 55 anos	1 453 992	240 039	1 456 830	240 631	16,52	17,00	1 216 199
55 — 60 anos	1 128 221	159 957	1 130 423	160 352	14,19	14,50	970 071
60 — 65 anos	887 874	100 780	889 607	101 029	11,37	11,75	788 578
65 — 70 anos	611 760	53 643	612 954	53 775	8,77	7,75	559 179
70 anos e mais	920 583	43 062	922 380	43 168	4,68	3,00	879 212
Idade Ignorada	91 174	15 216	—	—	—	—	—
TOTAL	33 279 947	6 165 447	33 279 947	6 165 447	18,53	—	27 114 500

FONTE — IBGE — Censo Demográfico do Brasil — 1970.

NOTA: Coluna (1): O valor da idade ignorada se refere a todos os grupos de população, inclusive os abaixo dos 10 anos. Por esse motivo, o valor encontrado para o total não é o resultado da soma dos dados apresentados na Coluna; (3) e (4): Pessoas de idade ignorada distribuídas proporcionalmente segundo a distribuição de pessoas de idade conhecida; — Coluna (5): Divisão entre as colunas (4) e (3); — Coluna (6): Taxas obtidas por leitura no gráfico dos valores da coluna (5), após ser ajustado

POPULAÇÃO FEMININA: TAXAS DE ATIVIDADE POR IDADE
OBSERVADAS NO BRASIL, CHILE, MÉXICO E ESTADOS UNIDOS
1970

(Por 100 habitantes)

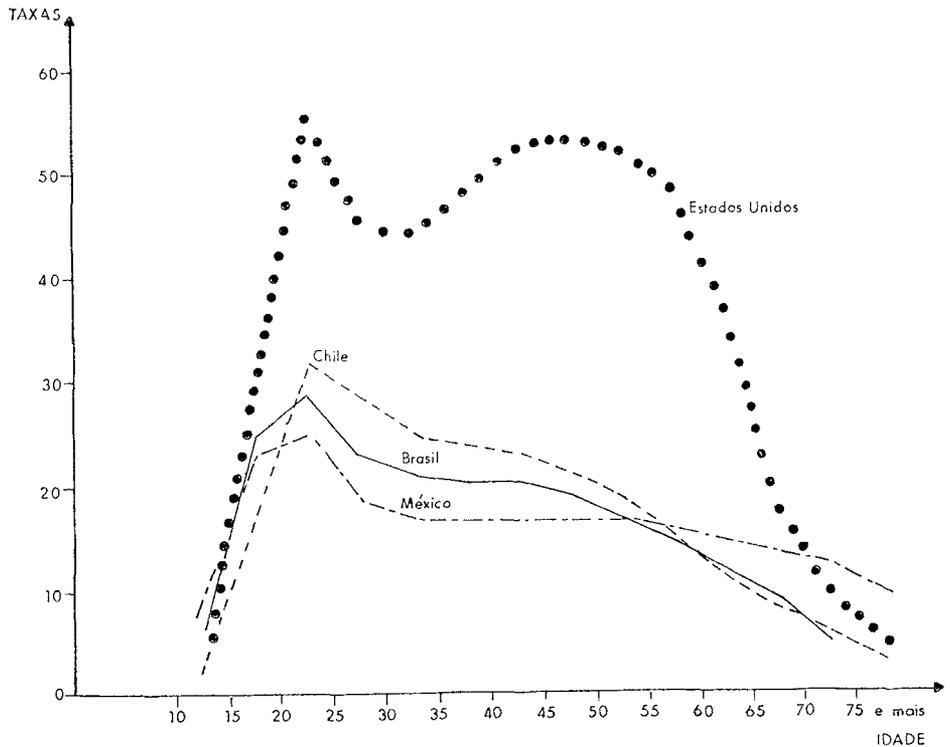


Gráfico 1-B

2. CONSTRUÇÃO DA TÁBUA DE VIDA ATIVA PARA O BRASIL

2.1 — A tábua de vida ativa é um método que nos vai permitir descrever numericamente o processo — ao longo de idades sucessivas — de entradas e saídas que a população economicamente ativa experimenta, provenientes de uma coorte inicial de 100.000 nascimentos, mantidas certas condições de participação na atividade e de mortalidade.

Se aplicamos determinadas taxas de atividade aos sobreviventes l_x de uma tábua de vida, obtemos os “sobreviventes ativos na idade exata x (l_x^a) a partir dos quais torna-se possível determinar a população estacionária ativa” L_x^a . Esta função, por sua vez, experimenta um crescimento pela incorporação de novos trabalhadores, no decorrer da idade ou, ainda, pelo reingresso de outros que se haviam afastado da atividade.

Este crescimento da função, no entanto, atinge uma idade máxima, a partir da qual começa a decrescer, aí já devido à morte que vai atingindo os trabalhadores e a afastamentos, motivados pelo envelhecimen-

to, por invalidez e outras incapacidades físicas ou mentais prematuras. Ressalte-se que, no caso das mulheres, além das causas acima assinaladas, elas saem temporária ou definitivamente da atividade econômica por outros motivos, como o afastamento provocado pelo casamento, pela maternidade ou pelos afazeres domésticos.

2.2 — A Tábua de Vida Ativa pode ser considerada como uma combinação da tábua de vida e as condições de atividade prevalentes numa população em uma determinada época, reproduzindo as condições teóricas a que estaria submetida uma geração se o nível de mortalidade e as condições de participação no trabalho não sofressem alterações futuras.

2.3 Supostos básicos na construção de uma Tábua de Vida Ativa

Além daqueles inerentes à Tábua de Mortalidade, outros existem na construção de uma Tábua de Vida Ativa:

a) as entradas na atividade ocorrem a partir de uma idade A (no nosso caso, 10 anos), até uma certa idade m onde a taxa de atividade alcança seu valor máximo (aproximadamente 35 anos);

b) as saídas da atividade, por causas distintas de morte, têm lugar a partir da mesma idade m e todas estas saídas se dão antes de alcançar uma idade B , onde deixaria de haver sobreviventes que fossem economicamente ativos;

c) a população economicamente ativa está submetida à mesma lei de mortalidade da população inativa, isto é, a mortalidade por idade não é diferencial segundo a condição de ativa ou inativa; e

d) a atividade econômica é uma função contínua da idade

Conquanto estes supostos básicos sejam razoavelmente aceitáveis no caso dos homens, não introduzindo erros consideráveis nas estimativas, o mesmo não se pode dizer para as mulheres. Torna-se difícil aceitar as duas primeiras hipóteses, dado que:

1) a participação feminina está bastante influenciada por condições de fecundidade e nupcialidade⁷. Assim, a partir dos 20 anos as taxas de atividade feminina diminuem como consequência de afastamentos temporários ou permanentes, motivados pelo casamento ou para cuidar dos filhos;

2) as entradas e as saídas da atividade são funções, entre outras, destas duas variáveis

⁷ NAÇÕES UNIDAS Departamento de Assuntos Econômicos e Sociais *Sex and age patterns of participation in economic activities; report 1, demographic aspects of manpower* New York, 1962 81 p tab gráf (Population Studies, 33)

2.4 Dados Básicos Necessários

2.4.1 Taxas de atividades na idade exata $x(a_x)$

Estas taxas são obtidas a partir das taxas centrais de atividade por idade ${}_nA_x$, relacionando-se a PEA do grupo $(x; x + n)$ com a população total desse mesmo grupo (Tabelas 12 e 13).

A etapa seguinte foi a de representar graficamente as taxas de atividade. Dado que as taxas nem sempre são regulares, apresentando por vezes certas distorções, devem ser suavizadas por um método de ajuste qualquer.

Por motivos de ordem prática, procedeu-se a este ajuste suavizando o gráfico à mão livre, obtendo-se, assim, novas taxas centrais corrigidas (ver Gráfico 1-C e 1-D).

A partir da leitura do Gráfico (já suavizado), obtiveram-se as taxas de atividade a_x , estimadas na idade x , lidas em cada ponto representado (por exemplo, 10, 15, 20 etc.)

2.4.2 Sobreviventes na idade exata $x(l_x)$

Estes sobreviventes l_x advêm de uma coorte teórica inicial de 100.000 nascimentos, informação esta obtida a partir de uma Tábua de Vida que reproduza as condições de mortalidade da população estudada e referida ao ano do censo considerado.

Como não dispúnhamos, para o Brasil, de uma tábua de vida referente ao ano do censo mas dispúnhamos de uma estimativa da vida média por sexo até o ano 2000⁸, obtivemos as funções da tábua de mortalidade para o Brasil (1970), interpolando a vida média, utilizando-se a estrutura de mortalidade das tábuas das Nações Unidas modelo "Oeste".

2.4.3 População estacionária (${}_nL_x$). Tempo vivido pelos componentes da coorte l , entre as idades exatas x e $x + n$, da Tábua de Vida

A partir destas funções deduziram-se as distintas funções da Tábua de Vida Ativa:

- (I) $l_x^a = l_x \cdot a_x$, sobreviventes ativos na idade exata x . É obtida pelo produto dos sobreviventes e as taxas de atividade, ambos na idade exata x .
- (II) ${}_nL_x^a = \frac{n}{2} (l_x^a + l_{x+n}^a)$, população estacionária ativa do grupo de idade $(x, x + n)$, ou tempo vivido em atividade pelos compo-

⁸ SPIELMAN, Evelyn Projeção da vida média, Brasil: 1970-2000 *Revista Brasileira de Estatística*, Rio de Janeiro, 34 (135): 425-34, jul/set 1973

POPULAÇÃO MASCULINA: TAXAS DE ATIVIDADE OBSERVADAS
NO BRASIL — 1970

(Por 100 habitantes)

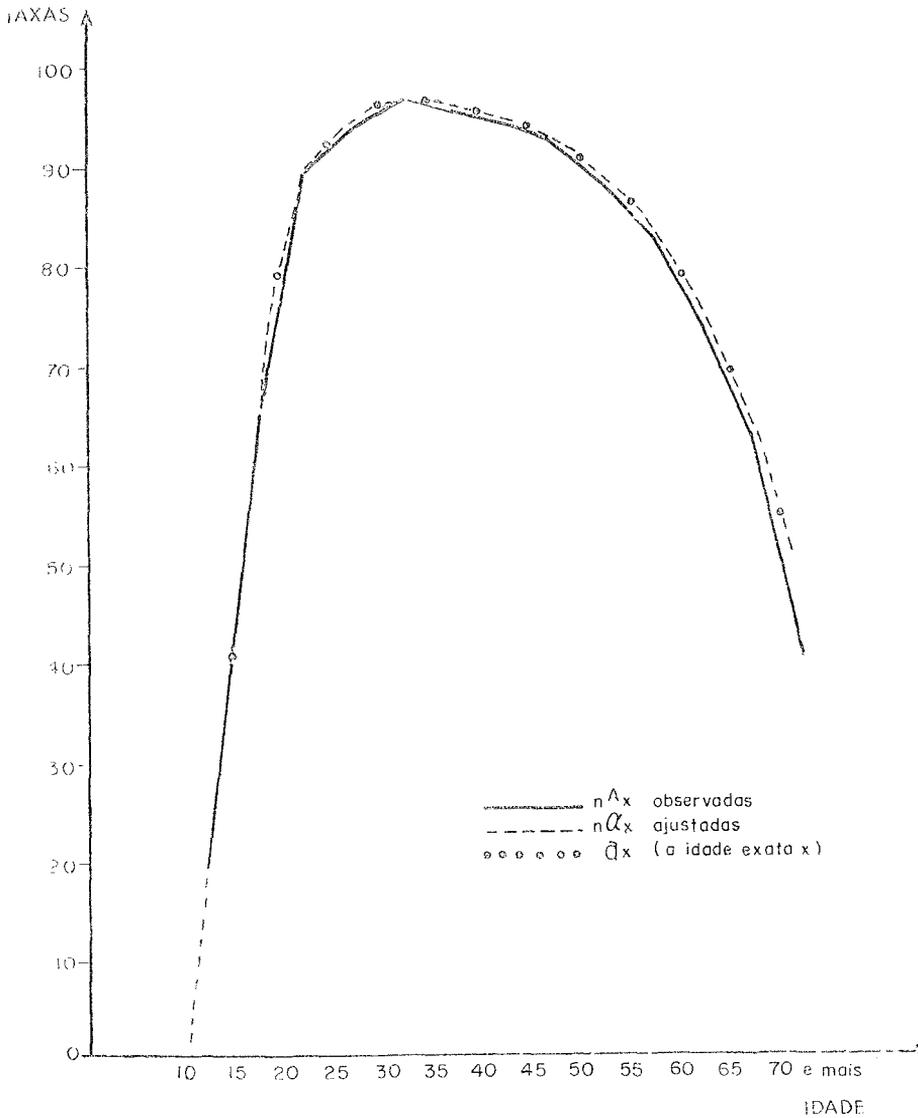


Gráfico 1-C

mentos da coorte l_0 no intervalo de idade $(x, x + n)$. É praticamente igual a n vezes a semi-soma dos sobreviventes ativos, nas idades exatas $(x, x + n)$

(13) ${}_nL_x^i = {}_nL_x - {}_nL_x^a$, população estacionária inativa

POPULAÇÃO FEMININA: TAXAS DE ATIVIDADE POR IDADE
OBSERVADAS NO BRASIL — 1970

(Por 100 habitantes)

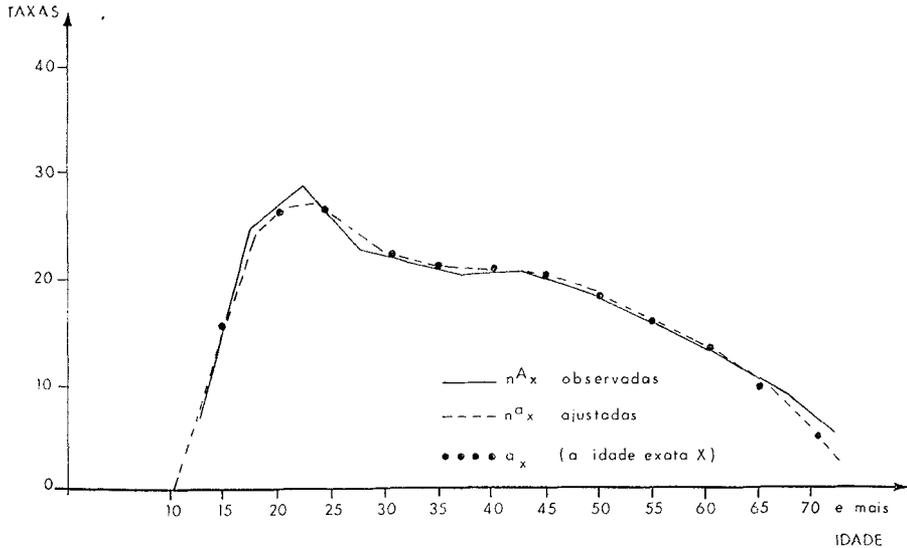


Gráfico 1-D

(III) $T_x =$ população estacionária de x e mais anos ou ainda, tempo vivido pela coorte inicial l_0 a partir da idade x .

(IV) $T_x^a = \sum_x^{\omega} nL_x^a$, população estacionária ativa de x anos e mais ou tempo vivido em atividade por uma geração hipotética, a partir da idade x .

(V) $(e^o a)_x = \frac{T_x^a}{l_x}$ vida potencialmente ativa. Número de anos esperados que um sobrevivente viva em atividade, a partir da idade x , proveniente de uma coorte inicial l_0 , independentemente de sua condição de ativo ou inativo

(VI) $e^o a_x =$ Esperança de vida ativa, ou vida média ativa de um trabalhador, a partir da idade exata x , é dada por:

$$e^o a_x = \frac{T_x - T_m}{l_x} + \frac{l_m}{l_x} \cdot \frac{T_m^a}{l_m^a}, \text{ se } x < m$$

$$e^o a_x = \frac{T_x^a}{l_x^a} \text{ se } x \geq m$$

Tendo como base esta elaboração determinaram-se, a seguir, as “entradas” ou “ingressos” e as saídas de atividade, por morte e afastamento profissional, na população estacionária, bem como as respectivas taxas médias.

(VII) ${}_nI_x = \frac{l_x + l_{x+n}}{2} \cdot (a_{x+n} - a_x)$ para $x < m$, número médio

anual de entradas em atividade, na população estacionária de pessoas com idade $(x, x + n)$. Por hipótese: as entradas na atividade ocorrem antes da idade m , onde a taxa de atividade alcança seu valor máximo, entre as idades exatas separadas por um intervalo n .

VIII) ${}_nR_x = \frac{l_x + l_{x+n}}{2} \cdot (a_x - a_{x+n})$, para $x \geq m$, número médio

anual de afastamentos profissionais na população estacionária de pessoas com idade $(x, x + n)$

(IX) ${}_nD_x = l_x + {}_nI_x - l_{x+n}$ se $x < m$

${}_nD_x = l_x - {}_nR_x - l_{x+n}$ se $x \geq m$

Número médio anual de saídas da atividade, por morte, na população estacionária ativa de pessoas com idade $(x, x + n)$.

(X) ${}_ni_x = \frac{{}_nI_x}{{}_nL_x^i} \cdot 100$, taxa anual de ingressos na atividade, de

pessoas com idades entre $(x, x + n)$. A população exposta ao risco de ingressar na atividade é logicamente formada pelos inativos da população estacionária, ${}_nL_x^i$.

(XI) ${}_nr_x = \frac{{}_nR_x}{{}_nL_x^a} \cdot 100$, taxa média anual de saída por afastamento

da atividade, de pessoas entre as idades $(x, x + n)$. Conceitualmente as saídas são referidas à população estacionária ativa.

(XII) ${}_nd_x = \frac{{}_nD_x}{{}_nL_x^a} \cdot 100$, taxa média anual de saída da atividade, por

por morte, de pessoas ativas com idades $(x, x + n)$.

TABELA 14

BRASIL: TÁBUA ABREVIADA DE VIDA ATIVA PARA O SEXO MASCULINO, SEGUNDO GRUPOS DE IDADE — 1970

GRUPOS DE IDADE	a_x	l_x	${}_nL_x$	l_x^a	${}_nL_x^a$	T_x	T_x^a	e_x^*	$(e^o a)_x$	$e^o a_x$
10 — 15 anos	0,000	88 090	438 653	00 000	89 555	4 863 660	3 636 546	55,21	41,28	49,29
15 — 20 anos	0,410	87 371	434 043	35 822	258 813	4 425 507	3 546 991	50,65	40,60	44,68
20 — 25 anos	0,785	86 246	427 300	67 703	364 008	3 990 964	3 288 178	46,27	38,13	40,23
25 — 30 anos	0,920	84 674	419 260	77 900	394 023	3 563 664	2 924 170	42,09	34,53	35,93
30 — 35 anos	0,960	83 030	410 563	79 709	395 155	3 144 404	2 530 147	37,87	30,47	31,59
35 — 40 anos	0,965	81 195	400 506	78 353	383 525	2 733 841	2 134 992	33,67	26,29	27,25
40 — 45 anos	0,950	79 007	388 082	75 057	364 868	2 333 335	1 751 467	29,53	22,17	23,34
45 — 50 anos	0,930	76 226	372 048	70 890	340 560	1 945 253	1 386 599	25,52	18,19	19,56
50 — 55 anos	0,900	72 593	350 711	65 334	308 025	1 573 205	1 046 039	21,67	14,41	16,01
55 — 60 anos	0,855	67 691	322 173	57 876	264 753	1 222 494	738 014	18,06	10,90	12,75
60 — 65 anos	0,785	61 178	284 421	48 025	210 123	900 321	473 261	14,72	7,74	9,85
65 — 70 anos	0,685	52 590	236 370	36 024	147 753	615 900	263 138	11,71	5,00	7,30
70 — 80 anos(1)	0,550	41 958	379 530	23 077	(2) 115 385	379 530	115 385	9,05	2,75	5,00
TOTAL	—	—	—	—	3 636 546	—	—	—	—	—

(1) Supôs-se que a atividade econômica finaliza aos 79 anos (2) l_{80}^a , conforme se supôs em (1), é igual a zero

TABELA 15

BRASIL: MÉDIA ANUAL DE ENTRADAS NA ATIVIDADE, SAÍDAS POR AFASTAMENTO PROFISSIONAL E POR MORTE, E TAXA MÉDIA ANUAL DE ENTRADA NA ATIVIDADE, SAÍDA POR AFASTAMENTO PROFISSIONAL E MORTE, SEGUNDO GRUPOS DE IDADE — 1970

GRUPOS DE IDADE	ENTRADAS NA ATIVIDADE ${}_nI_x$	SAÍDAS DA ATIVIDADE		TAXAS DE ENTRADA n^i_x	TAXAS DE SAÍDA	
		Por "Afastamento" ${}_nR_x$	Por "Morte" ${}_nD_x$		Por "Afastamento" n^r_x	Por "Morte" n^d_x
10 — 15 anos	35 970	—	148	0,103037	—	0,001653
15 — 20 anos	32 553	—	672	0,185773	—	0,002596
20 — 25 anos	11 537	—	1 340	0,182282	—	0,003681
25 — 30 anos	3 354	—	1 545	0,132900	—	0,003921
30 — 35 anos	411	—	1 767	0,026674	—	0,004472
35 — 40 anos	—	1 202	2 094	—	0,003134	0,005460
40 — 45 anos	—	1 552	2 615	—	0,004254	0,007167
45 — 50 anos	—	2 232	3 324	—	0,006554	0,009760
50 — 55 anos	—	3 156	4 302	—	0,010246	0,013966
55 — 60 anos	—	4 510	5 341	—	0,017035	0,020174
60 — 65 anos	—	5 688	6 313	—	0,027070	0,030044
65 — 70 anos	—	6 382	6 565	—	0,043194	0,044432
70 — 80 anos(1)	—	11 538	11 539	—	0,099996	0,100004
TOTAL	83 825	36 260	47 565	—	—	—

(1) Supôs-se que a atividade econômica finaliza aos 79 anos

TABELA 16

BRASIL: TÁBUA ABREVIADA DE VIDA ATIVA PARA O SEXO FEMININO, SEGUNDO GRUPOS DE IDADE — 1970

GRUPOS DE IDADE	a_x	l_x	${}_nL_x$	l_x^a	${}_nL_x^a$	T_x	T_x^a	e_x^o	$(e^o a)_x$	$e^o a_x$
10 15 anos	0,000	90 337	450 048	00 000	35 873	5 276 543	863 578	58,41	9,56	40,29
15 20 anos	0,160	89 682	445 999	14 349	95 093	4 826 495	827 705	53,82	9,23	35,57
20 25 anos	0,267	88 718	440 413	23 688	115 623	4 380 496	732 612	49,38	8,26	30,93
25 30 anos	0,258	87 447	433 604	22 561	103 700	3 940 083	616 989	45,06	7,06	27,35
30 35 anos	0,220	85 995	425 839	18 919	91 155	3 506 479	513 289	40,78	5,97	27,13
35 40 anos	0,208	84 341	416 948	17 543	85 900	3 080 640	422 134	36,53	5,01	24,06
40 45 anos	0,204	82 438	406 568	16 817	81 135	2 663 692	336 234	32,31	4,08	19,99
45 50 anos	0,195	80 189	393 957	15 637	73 533	2 257 124	255 099	28,15	3,18	16,31
50 55 anos	0,178	77 391	377 553	13 776	62 970	1 863 167	181 566	24,07	2,35	13,18
55 60 anos	0,155	73 627	355 572	11 412	50 655	1 485 614	118 596	20,18	1,61	10,39
60 65 anos	0,129	68 602	325 288	8 850	36 273	1 130 042	67 941	16,47	0,99	7,68
65 70 anos	0,092	61 513	283 534	5 659	19 988	804 754	31 668	13,08	0,51	5,60
70 80 anos(1)	0,045	51 901	521 220	2 336	(2) 11 680	521 220	11 680	10,04	0,23	5,00
TOTAL	--	--	--	--	863 578	--	--	--	--	--

(1) Supõe-se que a atividade econômica finaliza aos 79 anos (2) l_{80}^a , conforme se supôs em (1) é igual a zero

TABELA 17

BRASIL: MÉDIA ANUAL DE ENTRADAS NA ATIVIDADE, SAÍDAS POR AFASTAMENTO PROFISSIONAL E POR MORTE, E TAXA MÉDIA ANUAL DE ENTRADA NA ATIVIDADE, SAÍDA POR AFASTAMENTO PROFISSIONAL E MORTE, SEGUNDO GRUPOS DE IDADE — 1970

Mulheres

GRUPOS DE IDADE	ENTRADAS NA ATIVIDADE ${}_nI_x$	SAÍDAS DA ATIVIDADE		TAXAS DE ENTRADA n^i_x	TAXAS DE SAÍDA	
		Por "Afastamento" ${}_nR_x$	Por "Morte" ${}_nD_x$		Por "Afastamento" n^r_x	Por "Morte" n^d_x
10 15 anos	14 402	--	53	0,034773	--	0,001477
15 20 anos	9 544	--	205	0,027198	--	0,002156
20 25 anos	--	793	334	--	0,006858	0,002889
25 30 anos	--	3 295	347	--	0,031774	0,003346
30 35 anos	--	1 022	354	--	0,011212	0,003883
35 40 anos	--	334	392	--	0,003888	0,004563
40 45 anos	--	732	488	--	0,009022	0,006015
45 50 anos	--	1 339	522	--	0,018210	0,007099
50 55 anos	--	1 737	627	--	0,027585	0,009957
55 60 anos	--	1 849	713	--	0,036502	0,014076
60 65 anos	--	2 407	734	--	0,066358	0,021614
65 70 anos	--	2 665	658	--	0,133330	0,032920
70 80 anos(1)	--	1 168	1 168	--	0,100000	0,100000
TOTAL	23 946	17 341	6 645	--	--	--

(1) Supôs-se que a atividade econômica finaliza aos 79 anos

TABELA 18

BRASIL: NÚMERO MÉDIO ANUAL DE ENTRADAS E SAÍDAS DA
PEA, SEGUNDO GRUPOS DE IDADE — 1970a) Uma aplicação da tábua abreviada de vida ativa masculina à
população real

GRUPOS DE IDADE	POPULAÇÃO ECONOMICAMENTE		NÚMERO DE:		
	“Ativa” ${}_nN_x^a$	“Inativa” ${}_nN_x^i$	Entradas <i>I</i>	Afastamentos <i>R</i>	Mortes <i>D</i>
10 † 15 anos	1 139 067	4 807 032	495 302	—	1 883
15 † 20 anos	3 112 848	1 892 610	351 596	—	8 081
20 † 25 anos	3 586 243	458 995	83 667	—	13 201
25 † 30 anos	2 997 691	181 963	24 183	—	11 754
30 † 35 anos	2 719 438	86 840	2 316	—	12 161
35 † 40 anos	2 391 349	(1)	—	7 494	13 057
40 † 45 anos	2 154 980		—	9 167	15 445
45 † 50 anos	1 660 735		—	10 884	16 209
50 † 55 anos	1 307 621		—	13 398	18 262
55 † 60 anos	960 339		—	16 359	19 374
60 † 65 anos	665 575		—	18 017	19 997
65 † 70 anos	380 000		—	16 417	16 884
70 anos e mais	315 891		—	31 587	31 590
TOTAL	23 391 777		957 064	123 323	197 898

FONTE — Tabela 15 e Censo Demográfico de 1970

(1) A partir do grupo 35 † 40 existe informação disponível, mas não necessária para os cálculos da Tabela

TABELA 19

BRASIL: NÚMERO MÉDIO ANUAL DE ENTRADAS E SAÍDAS DA
PEA, SEGUNDO GRUPOS DE IDADE — 1970b) Uma aplicação da tábua abreviada de vida ativa feminina à
população real

GRUPOS DE IDADE	POPULAÇÃO ECONOMICAMENTE		NÚMERO DE:		
	“Ativa” ${}_nN_x^a$	“Inativa” ${}_nN_x^i$	Entradas <i>I</i>	Afastamentos <i>R</i>	Mortes <i>D</i>
10 † 15 anos	377 847	5 558 646	193 291	—	558
15 † 20 anos	1 287 798	3 980 314	108 257	—	2 776
20 † 25 anos..	1 220 282		—	8 368	3 525
25 † 30 anos	760 486		—	24 164	2 545
30 † 35 anos	607 373		—	6 810	2 358
35 † 40 anos.	528 546		—	2 055	2 412
40 † 45 anos..	456 727		—	4 121	2 747
45 † 50 anos	327 433		—	5 962	2 324
50 † 55 anos	240 631		—	6 638	2 396
55 † 60 anos	160 352		—	5 853	2 257
60 † 65 anos	101 029		—	6 704	2 184
65 † 70 anos.	53 775		—	7 170	1 770
70 anos e mais	43 168		—	4 317	4 317
TOTAL ..	6 165 447		301 548	82 163	32 169

FONTE — Tabela 17 e Censo Demográfico de 1970

(1) A partir do grupo 20 † 25 existe informação disponível, mas não necessária para os cálculos da Tabela

3. APLICAÇÃO DA TABUA DE VIDA ATIVA

Tendo em vista as condições teóricas já referidas no item anterior, ou seja, se o nível de mortalidade e as condições de participação na atividade econômica (por idade) não sofram alteração no futuro, é possível estimar, durante um certo período de tempo relativamente curto (1 ano, 5 anos), os totais de entradas na atividade e de saídas da mesma.

Para o cálculo das entradas, aplicam-se as taxas de entrada (${}_n i_x$) à estrutura por idade da população economicamente inativa ${}_n N_x^i$, obtendo-se, assim, as entradas médias anuais na PEA. Já no caso das saídas da atividade, por afastamento e por morte, aplicam-se as taxas respectivas à população economicamente ativa ${}_n N_x^a$.

Desta forma, temos:

- a) $I = \sum {}_n N_x^i \cdot {}_n i_x$ — entradas médias anuais referidas aos inativos.
- b) $R = \sum {}_n N_x^a \cdot {}_n r_x$ — saídas médias anuais por afastamento profissional.
- c) $D = \sum {}_n N_x^a \cdot {}_n d_x$ — saídas médias anuais por morte.

A partir destes valores é possível estimar, com respeito à população ativa real, a taxa bruta média anual de entrada na atividade e as taxas médias anuais de saída da mesma, mediante as relações:

$$i = I/N^a \text{ taxa média anual de entrada}$$

$$r = R/N^a \text{ taxa média anual de saída por afastamento profissional}$$

$$d = D/N^a \text{ taxa média anual de saída por morte.}$$

A partir destas medidas torna-se possível ainda determinar para PEA:

- a) a taxa de substituição

$TS = i - (r + d)$, indica a percentagem de aumento de mão-de-obra disponível ao final de um período dado, com respeito à existente no início do mesmo. Sua interpretação é semelhante à da taxa de crescimento natural da população;

- b) a razão de substituição

$$RS = \frac{i}{r + d} = \frac{i}{R + D}$$

Já este índice traduz a medida em que se repõem, mediante novas entradas, as perdas de mão-de-obra pelo efeito de afastamentos e de mortalidade.

TABELA 20

BRASIL: TAXAS BRUTAS ANUAIS DE ENTRADA (*i*), AFASTAMENTO (*r*) E MORTE (*d*), TAXA DE SUBSTITUIÇÃO (*TS*) E RAZÃO DE SUBSTITUIÇÃO (*RS*) DA PEA, POR SEXO — 1970

TAXAS	HOMENS	MULHERES
<i>i</i>	0,040915	0,048909
<i>r</i>	0,005272	0,013326
<i>d</i>	0,008460	0,005218
<i>TS</i>	0,027183	0,030365
<i>RS</i>	2,979537	2,637457

FONTES — Tabelas 18 e 19

4. RESULTADOS

Observa-se, inicialmente, como era de se esperar, que a vida média potencialmente ativa de uma pessoa qualquer, seja ela ativa ou inativa, na idade x , é sempre inferior à vida média ativa de um trabalhador, observando-se as menores diferenças nos grupos onde a participação na atividade econômica é maior, ou seja, no intervalo 25 a 50 anos.

Com objetivo da planificação de recursos humanos, interessa conhecer o número médio de anos que, se espera, permanecerá cada trabalhador na atividade econômica

Para tanto, são consideradas duas medidas. o número bruto e o número líquido de anos de atividade econômica. O número bruto de vida ativa representa o número médio de anos economicamente ativos das pessoas de uma geração, que não morrem antes da idade de afastamento. Já o número líquido é o número médio de anos de atividade de uma geração, cuja vida ativa é interrompida pela morte antes de alcançar a idade do afastamento

Assim, o indicador “número bruto de anos de vida ativa” independe do nível de mortalidade da população, ou seja, depende somente da idade em que começam a trabalhar e a idade em que se retiram; já o número líquido considera o nível de mortalidade, bem como as entradas e a permanência efetiva dos contingentes humanos na força-de-trabalho.

A diferença entre os dois indicadores nos dá o quanto a mortalidade influi como fator na saída da população da atividade econômica. Assim, em áreas onde a mortalidade é mais elevada, esta diferença será maior.

TABELA 21

CÁLCULO DO NÚMERO DE "ANOS LÍQUIDOS" DE VIDA ATIVA DA POPULAÇÃO MASCULINA DO BRASIL — 1970

GRUPOS DE IDADE	SOBREVIVENTES		${}_nA_x$	NÚMERO DE ANOS DE VIDA		MÉDIA LÍQUIDA DE ANOS DE VIDA RESTANTE À IDADE EXATA
	l_x	${}_nL_x$		Para os sobreviventes entre as idades $x \vdash x + n$	Restantes à idade exata	
15 † 20 anos	87 371	434 043	62,19	269 931	3 615 472	41,38
20 † 25 anos	86 246	427 300	88,65	378 801	3 345 541	38,79
25 † 30 anos	84 674	419 260	94,28	395 278	2 966 740	35,04
30 † 35 anos	83 030	410 563	96,91	397 877	2 571 462	30,97
35 † 40 anos	81 195	400 506	95,38	382 003	2 173 585	26,77
40 † 45 anos	79 007	388 082	93,99	364 758	1 791 582	22,68
45 † 50 anos	76 226	372 048	92,33	343 512	1 426 824	18,72
50 † 55 anos	72 593	350 711	87,80	307 924	1 083 312	14,92
55 † 60 anos	67 691	322 173	82,61	266 147	775 388	11,45
60 † 65 anos	61 178	284 421	73,54	209 163	509 241	8,32
65 † 70 anos	52 590	236 370	62,71	148 228	300 078	5,71
70 anos e mais	41 958	379 530	40,01	151 850	151 850	3,62

FONTE — Tabelas 12 e 16

TABELA 22

CÁLCULO DO NÚMERO DE "ANOS LÍQUIDOS" DE VIDA ATIVA DA POPULAÇÃO FEMININA DO BRASIL — 1970

GRUPOS DE IDADE	SOBREVIVENTES		${}_nA_x$	NÚMERO DE ANOS DE VIDA		MÉDIA LÍQUIDA DE ANOS DE VIDA RESTANTE À IDADE EXATA
	l_x	${}_nL_x$		Para os sobreviventes entre as idades $x \vdash x + n$	Restantes à idade exata	
15 † 20 anos	89 682	445 999	24,45	109 047	864 245	9,64
20 † 25 anos	88 718	440 413	28,67	126 266	755 198	8,51
25 † 30 anos	87 447	433 604	22,77	98 732	628 932	7,19
30 † 35 anos	85 995	425 839	21,16	90 108	530 200	6,17
35 † 40 anos	84 341	416 948	20,39	85 016	440 092	5,22
40 † 45 anos	82 438	406 568	20,28	82 452	355 076	4,31
45 † 50 anos	80 189	393 957	18,67	73 552	272 624	3,40
50 † 55 anos	77 394	377 553	16,52	62 372	199 072	2,57
55 † 60 anos	73 627	355 572	14,19	50 456	136 700	1,86
60 † 65 anos	68 602	325 288	11,37	36 985	86 244	1,26
65 † 70 anos	61 513	283 534	8,77	24 866	49 259	0,80
70 anos e mais	51 901	521 220	4,68	24 393	24 393	0,47

FONTE — Tabelas 13 e 18

TABELA 23

BRASIL: NÚMEROS BRUTO E LÍQUIDO DE ANOS DE VIDA ATIVA,
POR SEXO — 1970

SEXO	NÚMERO BRUTO ea_{15} (1)	NÚMERO LÍQUIDO $(e^o a)_{15}$ (2)	e^o_{15} (3)	(1) - (2)	(3) - (2)
Homens	50,52	41,38	50,65	9,14	9,27
Mulheres	10,82	9,64	53,82	1,18	44,18

FONTE — Tabelas 21 e 22

Pelos resultados da Tabela 23 verificamos que, para os homens, a esperança de vida aos 15 anos (e^o_{15}) é quase igual ao número bruto de anos esperados de vida ativa (ea'_{15}), o que se deve basicamente ao nível ainda um pouco elevado da mortalidade, que não é considerado no cálculo da medição do número bruto de anos de atividade

Conquanto não exista relação entre ea'_x e e^o_x , posto que a mortalidade não interfere no seu cálculo, o mesmo não ocorre entre a vida média, a uma idade qualquer e^o_x e o número $(e^o a)_x$ de anos líquidos de vida ativa, onde existe uma estreita relação entre eles, já que o efeito da mortalidade se manifesta em ambos os casos. Desta maneira, a diferença observada para os homens entre e^o_{15} e $(e^o a)_{15}$ (9,27 anos) deve-se ao efeito das saídas da atividade por afastamento

Já no caso das mulheres, sua participação nas atividades econômicas é bem baixa, quando comparada com a masculina. Assim, enquanto a população masculina passaria na atividade econômica 50,52 anos, dos possíveis 50,65 anos (esperança de vida aos quinze anos), as mulheres passariam apenas 10,82 anos dos 53,82 anos (esperança de vida aos quinze anos). Em outras palavras, a participação da população masculina na força-de-trabalho, sem levar em conta os efeitos da mortalidade, compreenderia 99,70% da vida considerada potencialmente ativa, enquanto que as mulheres dedicariam apenas 20,10% do período às atividades produtivas. Se levarmos em consideração a mortalidade, pode-se observar que, enquanto os homens ativos permaneciam, em média, 41,38 anos em atividade econômica, as mulheres permaneciam apenas 9,64 anos.

Observa-se, ainda, que o efeito redutor da mortalidade na vida economicamente ativa diminui para ambos os sexos.

2.1 Movimentos da PEA

A população economicamente ativa experimenta um processo contínuo de evolução e renovação, ao longo do tempo. No decorrer de um intervalo de tempo, novas pessoas são incorporadas à força-de-trabalho e outro número de pessoas saem da mesma, quer por morte, abandono ou afastamento.

O resultado deste processo vai nos dar o incremento líquido da PEA. Observamos que esses movimentos da PEA não se dão igualmente em todas as idades, sexos e ocasiões. Deste modo a grande maioria dos que nela entram é de jovens, verificando-se a maior porcentagem de entradas nas idades abaixo dos 20 anos. Por outro lado, a maior parte dos que saem da atividade é de pessoas já com idade avançada, por motivos de morte, invalidez ou afastamento.

2.2 Entradas e saídas da atividade

Analisando-se as entradas na força-de-trabalho observa-se para o sexo masculino uma maior concentração nos grupos etários mais jovens. A maior taxa, para este sexo, ocorre no grupo 15 a 19 anos.

Durante o ano de 1970, ingressaram na atividade 957.064 novos trabalhadores, devendo haver, neste total, casos de pessoas que reingressaram na PEA. Do total de entradas, 88,50% ocorreram antes dos 20 anos, sendo que 51,60% entre 10 e 14 anos e o restante 12,50%, entre 0 e 35 anos.

Para o sexo feminino, verifica-se que as incorporações se dão no máximo até aos 20 anos, sendo que a maior taxa de entrada se encontra no grupo 10 a 15 anos. Este grupo corresponde a 64,10% do total de entradas verificadas para o sexo feminino.

A análise dos afastamentos da atividade econômica não deve ser entendida como movimento de saída da força-de-trabalho por motivos independentes da mortalidade mas, sim como decorrente de aposentadoria ou abandono para viver de rendas etc.

Esses afastamentos exprimem a proporção de pessoas economicamente ativas, de determinado grupo de idades, que se retira da PEA. Observando as taxas da Tabela 15, verifica-se para o sexo masculino tendência de aumento relativo de "abandonos", à medida em que avançam as idades. Essa taxa cresce continuamente até o grupo 60 a 64 anos, e acentuando-se ainda mais a partir do grupo seguinte.

Do total das saídas por abandono, 22,30% ocorreu entre os grupos 15 a 50 anos, 33,70% entre 50 e 64 anos e o restante, 28,00%, a partir desta idade. Nota-se que até ao grupo de idades 60 a 64 anos, 61,10% as pessoas se retiram da força-de-trabalho.

Para as mulheres (Tabela 17) o comportamento é diferente; observa-se haver um acentuado abandono nas idades jovens. Em seguida essas taxas diminuem com a idade, até atingirem um mínimo no grupo

de 35 a 39 anos, após o qual voltam a se elevar de forma quase que contínua, até os últimos grupos etários.

Uma explicação que pode ser procurada é a de que a estrutura das taxas femininas está relacionada com a idade ao casar. Os dados refletem o elevado abandono em idades próximas à idade média ao casar. Dentro da estrutura de valores da sociedade é comum a mulher casar e dedicar-se ao lar para tomar conta dos filhos, abandonando a atividade econômica remunerada que vinha exercendo

Analisando-se, para o sexo feminino, a distribuição das saídas ou abandono, verifica-se que cerca de 56,00% destas saídas ocorreu entre os grupos 20 a 45 anos, denotando um afastamento precoce devido aos motivos já explicados. No grupo 45 a 64 anos este percentual é de cerca de 30,00% das saídas. Assim, enquanto para os homens temos do total de saídas a proporção de 61,00% até o grupo 60 a 64 anos, para as mulheres este percentual atinge 87,00%, o que vem demonstrar ainda a sua baixa permanência da PEA

As saídas por morte constituem o principal motivo de saída de contingentes masculinos da força-de-trabalho em todas as idades, diminuindo a diferença entre as saídas por "afastamento" e "morte", à medida em que avança a idade.

Pelos dados da Tabela 18, as saídas por "morte" aumentam progressivamente, atingindo no grupo 60 a 64 anos o nível de 75,50% do total de mortes. Até aos 35 anos esta proporção já era bastante elevada, com um percentual de 30,00% do total.

No tocante às mulheres (Tabela 19), ocorre exatamente o inverso. As saídas por afastamento prevalecem em todos os grupos de idade (em que ocorrem) sobre as saídas por morte

É importante destacar estes aspectos porque mostram o caráter diferencial da participação da população na força-de-trabalho.

É bom salientar que, no caso da população feminina, sua dinâmica especial reflete as atitudes da sociedade em que está inserida, frente à sua participação nas atividades remuneradas

4.3 Reposição da PEA

Analisando os movimentos da população economicamente ativa masculina durante o ano 1970, em termos de reposição, nota-se um excedente de entradas com relação às saídas. Assim, pela Tabela 20, temos as taxas brutas anuais de entradas e saídas, dadas em percentagens, e que são as seguintes:

$$i = 4,09, r = 0,53\% \text{ e } d = 0,85\%$$

A partir destas taxas, tornou-se possível calcular o número de pessoas que entram na atividade por pessoa que sai; essa relação é dada pela razão de reposição (2,98), bem como pela taxa de reposição. Este

indicador revela um crescimento médio anual da mão-de-obra no Brasil de 2,72% e que, a cada 100 saídas da PEA (38,40% foram por afastamento profissional e 61,60% por "morte") correspondem, em média, 298 entradas.

No tocante ao sexo feminino, temos uma taxa de entrada de 4,89% superior à do sexo masculino (4,09%). Por outro lado, a taxa de abandono ultrapassa a taxa de saída por morte, 1,33% contra 0,52% e que, a cada 100 saídas da PEA, 71,89% foi por afastamento profissional e 28,11% por morte. Este resultado é inverso ao que se verificou no caso da população masculina, já estudado em parágrafos anteriores

Verifica-se, também, para este sexo, um crescimento médio anual da mão-de-obra, medido pela taxa de reposição, de 3,04% e uma razão de reposição de 2,64 pessoas.

5 BIBLIOGRAFIA

- COSTA, Manoel Augusto. *População economicamente ativa da Guanabara (Estudo demográfico)*. Rio de Janeiro, IPEA/INPES, 1971 108 p. tab (Monografia, 1)
- ELIZAGA, Juan C & MELLON, Roger. *Aspectos demográficos de la mano de obra en América Latina*. Santiago, CELADE, 1971. 164 p. tab.
- MADEIRA, Felícia R. & SINGER, Paul Israel *Estrutura de emprego e trabalho feminino no Brasil 1920-1970*. São Paulo, CEBRAP 1973 62 p tab. (Cadernos CEBRAP, 13)
- SINGER, Paul Israel. *Força de trabalho e emprego no Brasil: 1920-1969*. São Paulo, CEBRAP, 1971. 106 p tab. (Cadernos CEBRAP, 3)
- SPIELMAN, Evelyn. Projeção da vida média, Brasil. 1970-2000. *Revista Brasileira de Estatística*, Rio de Janeiro, 34 (135) 425-434, jul/set. 1973
- TAVARES, Ricardo *Brasil. evolución de la población economicamente activa en el período 1940-1950* Santiago, CELADE, 1972. 30 p (Série C, 140)

ECONOMETRIA DISTRIBUTIVA

Prof. Alde Sampaio

e

Prof. Oscar Porto Carreiro

SUMÁRIO

Prefácio

Introdução

1ª PARTE

Quinhão do Trabalho e Quinhão do Capital na Produção

I — Nova equação de distribuição entre capital e trabalho

1 — Preliminares

2 — Curva representativa da equação

$$y = \alpha + \beta r = kr^b$$

II — Aplicações práticas da equação $\alpha + \beta r = kr^b$

1 — Produção por unidade de trabalho $\frac{Q}{T}$

2 — Ilacão doutrinária

III — Determinação quantitativa aproximada das quotas ou quinhões unitários α e β concernentes ao trabalho e ao capital

1 — Mesma determinação com correção

2 — Quadro do valor da produção física Q

3 — Ilacão doutrinária

4 — Quadro dos resultados numéricos dos quinhões

$$\alpha T \text{ e } \beta C$$

- 5 — *Ilação doutrinária*
- 6 — *2ª Ilação doutrinária*
- IV — *Determinação dos parâmetros α e β na equação*

$$\alpha + \beta r = kr^b, \text{ para } r = \frac{C}{T}$$
 - 1 — *Processo algébrico pelas equações das quotas de Trabalho e Capital e de Douglas/Cobb*
 - 2 — *Processo pela teoria da produtividade marginal*
 - 3 — *Processo dos mínimos quadrados*
 - 4 — *Determinação dos parâmetros α e β quando a relação $\frac{C}{T}$ é dada em forma de índices*
- V — *Relação, em produto, dos parâmetros α e β*
 - 1 — *Produto fixo da forma $\alpha^a/\beta^b = \text{constante}$*
 - 2 — *Formação de um sistema de equações para determinar α e β*
 - 3 — *Ilação doutrinária*
 - 4 — *Ajustamento dos valores calculados dos parâmetros α e β*

2ª PARTE

- VI — *A Produtividade e a Concentração de Capital das Empresas*
 - 1 — *Desenvolvimento da indústria americana em relação ao trabalho e ao capital*
 - 2 — *Período-modelo de 1899 a 1922*
 - 3 — *A produtividade e o tamanho da empresa*
 - 4 — *Empresas adaptadas à lei Douglas/Cobb*
 - 5 — *Empresas divergentes da lei Douglas/Cobb*
 - 6 — *Ilação doutrinária*
- VII — *A Produtividade como Instrumento de Análise da Estrutura das Empresas*
 - 1 — *Quadro da produtividade das empresas adaptadas à lei Douglas/Cobb*
 - 2 — *Ilação doutrinária*
 - 3 — *Coefficiente de elasticidade entre Produção e Capital*
 - 4 — *Ilação doutrinária*
 - 5 — *4ª empresa*
 - 6 — *Quadro da produtividade das 4 empresas*
 - 7 — *Quadro da produtividade das 4 empresas em relação ao logaritmo do produto capital \times trabalho*
 - 8 — *Ilação doutrinária*

3ª PARTE

- VIII — *Processo Geral de Determinação das Constantes da Equação Douglas/Cobb para Qualquer País*
 - 1 — *Adaptação da lei Douglas/Cobb aos países semi-capitalistas*
 - 2 — *Processo de cálculo do Prof Oscar Porto Carreiro*

IX — Confronto entre Empresas

1 — Preliminares

2 — Caracterização das empresas pela expressão

$$\alpha^a \beta^b$$

3 — Ilacão doutrinária

4ª PARTE

X — Tabelas Numéricas

Quadro 1

$$\begin{aligned} \text{Valores de } y &= k\alpha^b, \lim_{\alpha \rightarrow 0} \alpha^b = \\ &= (1-b)y, \lim_{\alpha \rightarrow 0} \beta^b = \frac{by}{\alpha} \end{aligned}$$

Quadro 2

Aplicação à experiência norte-americana

Quadro 3

Valores da produção Q — experiência norte-americana — 1899/1922 (Valores ajustados; $Q = 1,01 \cdot 1,4T$)

Quadro 4

Cálculo de $\lim_{h \rightarrow 0} \alpha^h$ e $\lim_{h \rightarrow 0} \beta^h$ a partir de i

Quadro 5

Cálculo de $\tilde{\alpha}$ e $\tilde{\beta}$ a partir dos valores reais de y/y_0

5ª PARTE

XI — Anexo

Trabalhos matemáticos do Prof Oscar Porto Carreiro

1 — Sobre o modo decrescente, nos tempos, da produtividade relativa à raiz quadrada do produto capital \times trabalho

2 — Cálculo algébrico da determinação dos parâmetros α e β pelo processo dos mínimos quadrados

PREFÁCIO

Este estudo é um adendo complementar ao livro de nossa lavra. “O Comportamento Humano na Organização Social” Seu fim precípua consistiu em mostrar, por processo matemático, a validade de asserções nele contidas, para que inspirassem elas mais confiança como instrumentos de ação política, na intervenção do poder público no processo de desenvolvimento evolutivo das nações

No cumprimento desse intento teve suma participação quer como estimulador quer mesmo como autor, o professor Oscar Porto Carreiro, que de tal modo colaborou na iniciativa de assuntos e na operação matemática, que verdadeiramente se pode dizer que esse trabalho, foi escrito a duas mãos, como se diz na execução das partituras musicais

A matemática tem sobre os outros conhecimentos humanos a superioridade de não necessitar de experimentação prática, para ter-se

certeza da veracidade de suas conclusões Entretanto é justo salientar que as ilações que dela se tiram por dedução mental estão sujeitas ao mesmo julgamento de veracidade da lógica nas concepções intelectuais.

Para exprimir a esse respeito o papel da matemática como instrumento de ação nas elaborações espirituais, reproduzimos a seguir, sob o título de Introdução, estudo que havíamos escrito sobre o raciocínio matemático como forma própria de lógica a que não causaria estranheza adotar-se a expressão de *dialética matemática* para o seu modo de competição na veracidade dos conhecimentos

Do desenvolvimento matemático foram inferidas importantes ilações que aparecem, em título, sob o próprio nome de — Ilações doutrinárias — as quais vêm mostrar, por análise científica, a forma errônea em que se está processando o crescimento produtivo das nações em cópia do sistema que se implantou nos Estados Unidos, sob os efeitos expansivos do capital sobranante.

Muitas dessas ilações provam contra a aplicação exagerada de capital, contra a redução do número de empresas da mesma categoria, contra o tamanho desmedido a que chegaram as empresas chamadas gigantes, as quais passam a dominar o mercado, sem que, na realidade, venha do seu tamanho maior rendimento produtivo para a coletividade Além de que, geram elas o maior problema social da atualidade o desemprego estrutural

Rio, março de 1975

A. S.

INTRODUÇÃO

Preâmbulo escrito em memória do meu amigo Luiz Freire que deixou grande renome em Pernambuco como professor de Física Matemática e que sustentou, em tese levada a um congresso internacional, que a matemática não é uma simples linguagem, em substituição à linguagem verbal.

A matemática como linguagem é meramente representativa: o quadrado da hipotenusa é igual a soma do quadrado dos catetos: $a^2 = b^2 + c^2$, o juro é igual ao capital multiplicado pela taxa, dividido por 100. $j = \frac{cit}{100}$. A matemática não se limita, porém, à representação abreviada da linguagem e atua como instrumento de raciocínio na elucidação da verdade científica

É a forma de ação desse instrumento que a seguir comentamos.

A matemática, como instrumento intelectual de análise, é uma linguagem em silogismos que se sucedem em encadeamento. Se a premissa expressa em forma algébrica constitui um postulado verdadeiro, se o termo médio tem perfeita implicação, a conclusão algébrica é fatalmente verdadeira e o significado em palavras que ela exprime não necessita de demonstração experimental, como exigem as verdades induzidas pela mente:

Se Pedro tem cinco anos e a idade de João é a de Pedro mais três anos, a idade de João é fatalmente de oito anos.

Se a lei da gravitação, de Newton, é verdadeira, se se armam termos médios matemáticos como silogismos sucessivos de forma algébrica, a conclusão verdadeira a que se chega é que a terra, no seu movimento, descreve uma elipse em torno do sol.

Não há que discutir a conclusão para se ter certeza da verdade. Somente cabe, para a segurança indubitável da afirmação, averiguar a veracidade, irrefragável ou não, da lei de Newton.

Keynes compôs o célebre silogismo econômico de possível apresentação algébrica.

- a) a poupança é igual à renda menos o consumo ($P = R - C$),
- b) porém a renda é igual ao consumo mais o investimento ($R = C + I$),

Se se substitui a renda pelo seu valor, ter-se-ia algebricamente ($P = C + I - C$), ou seja: ($P = I$) a que corresponde a conclusão verbal;

c) a poupança é igual ao investimento, proposição que constitui a conclusão do silogismo

A dedução como silogismo algébrico é perfeita, mas as premissas, em primeiro e médio termo, correspondendo a definições peremptórias, são duvidosas e o silogismo de Keynes tem sido grandemente discutido.

Assim, o encaminhamento matemático, na ligação de idéias que se implicam, não necessita, por si mesmo, de comprovação prática das conclusões a que chega. Por outro lado porém, as ilações que se tiram das equações algébricas não são medíveis ou espontâneas, e como no caso das premissas falsas estão sujeitas a interpretações errôneas.

Em última análise, é a razão, por todos os meios, que descobre ou elucida a verdade.

QUINHÃO DO TRABALHO E QUINHÃO DO CAPITAL NA PRODUÇÃO

I — Nova equação de distribuição entre capital e trabalho

1. Preliminares

Lendo o apêndice matemático do livro do Autor “O Comportamento Humano na Organização Social” o Professor Oscar Porto Carreiro chegou a uma equação representativa do problema da distribuição entre capital e trabalho na produção industrial

Para as suas deduções partiu das duas equações preliminares:

$$Q = \alpha T + \beta C, \text{ que é a equação das quotas de repartição e}$$
$$Q = k T^a C^b, \text{ que é a conhecida equação de Douglas/Cobb}$$

Trechos do citado livro que contém as equações:

Pág 189

“Equação de Douglas/Cobb

$$Q = k T^a C^b, \text{ para } a + b = 1$$

onde Q representa a produção física medida por índice, T , a força de trabalho medida por índice da média anual das pessoas empregadas, C , o capital que, na fórmula, foi medido por índice do capital fixo das empresas Para os Estados Unidos os dados estatísticos foram. $k = 1,01$, $a = 0,75$, $b = 0,25$ ”

Pág 194.

“c) A equação representativa da proporcionalidade entre a produção Q e as quotas de trabalho e capital será de modo geral

$$Q = \alpha T + \beta C$$

onde α e β representam, respectivamente, as quotas unitárias de cada um dos fatores”

Nesta equação $Q = \alpha T + \beta C$, a quantidade produzida Q exprime a quantidade física de produtos, a qual se obtém da igualdade

$$Q \cdot N = q_1 n_1 + q_2 n_2 + q_3 n_3 + \dots = \sum q_i n_i$$

onde N é o preço médio, ou a média dos preços, das várias mercadorias e os produtos q_n representam as parcelas da produção anual

As duas equações, a de Douglas/Cobb e a representativa das quotas de trabalho e capital, adotam assim a mesma base para Q e podem, portanto, ser igualadas:

$$Q = \alpha T + \beta C = k T^a C^b$$

donde se pode tirar a correlação entre T e C correspondente à função $Q = Q(T, C)$.

Eis a dedução do Prof. Porto Carreiro.

“Identificando-se as duas equações tem-se.

$$\begin{aligned} \alpha T + \beta C = k T^a C^b &\implies \alpha \frac{T^{1-a}}{C^b} + \beta \frac{C^{1-b}}{T^a} = k \implies \\ &\implies \alpha \left(\frac{T}{C}\right)^b + \beta \left(\frac{C}{T}\right)^a = k \end{aligned}$$

a igualdade é verificada para $T = C \iff \frac{C}{T} = 1$

Se $\frac{C}{T} = r$ a igualdade é verificada para o valor de r que é raiz da equação sendo $r \neq 0$:

$$\alpha \left(\frac{1}{r}\right)^b + \beta r^a = k \iff \alpha + \beta r^{a+b} = kr^b \iff \alpha + \beta r = kr^b$$

sendo $\alpha + \beta r = \frac{Q}{T}$, a produção por unidade de trabalho”

2 Curva representativa da equação

Com os valores numéricos de $k = 1,01$, $b = \frac{1}{4}$, o Professor Porto Carreiro construiu o gráfico representativo da função $y = 1,01 r^{1/4}$, nele figurando as retas referentes à equação $y = \alpha + \beta r$, para os casos especiais de $\beta = 0$ e $\alpha = 0$, que correspondem respectivamente à produção manual sem nenhum capital, como no caso do artesanato e à produção praticamente sem operário, como a produção de energia por uma queda-d'água.

Os valores de kr^b estão tabelados no Quadro 1, para os diversos valores da relação entre capital e trabalho, $\frac{C}{T} = r$, nas condições práticas do Trabalho T representado por milhares de trabalhadores e o Capital C , por milhões de dólares, a que se adaptam as constantes de Douglas de $k = 1,01$; $a = 3/4$; $b = 1/4$.

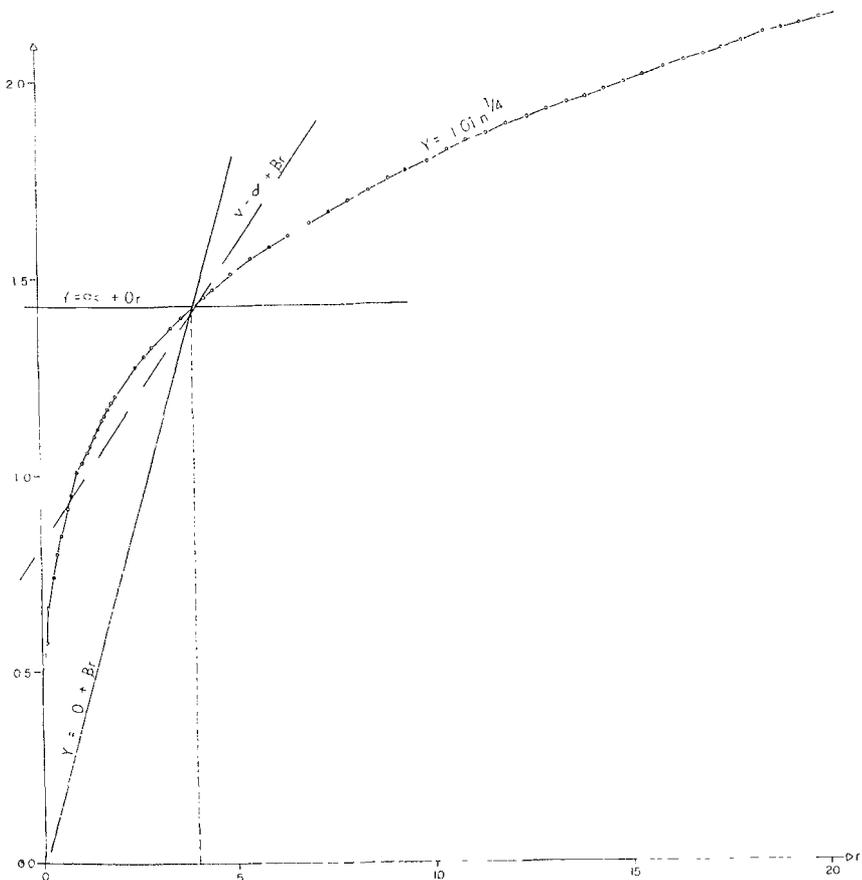


Gráfico 1

II — Aplicações práticas da Equação $y = a + \beta r = kr^b$

1 Produção por unidade de trabalho: $\frac{Q}{T}$

A equação $a + \beta r = kr^b$ permite determinar a produção por unidade de trabalho, quando se conhecem os valores das constantes k e b .

Essa unidade de trabalho é $\frac{Q}{T}$, que equivale ao primeiro membro da equação $a + \beta r = \frac{Q}{T}$, sendo r a relação $\frac{C}{T}$.

Com os valores da função $y = kr^b$, determina-se o valor $\frac{Q}{T}$ relativo a cada valor de $\frac{C}{T}$.

Por exemplo, para $\frac{C}{T} = 4$ e as constantes k e b da indústria americana, aplicáveis na fórmula de Douglas/Cobb, o valor de y será:

$$y = 1,4283 \quad (\text{Quadro 1})$$

ou

$$\frac{Q}{T} = 1,4283$$

— Daí se deduz que para a relação $\frac{C}{T} = 4$, em conformidade com a lei de Douglas, a produção total será igual ao número de operários multiplicado por 1,4283 : $Q = 1,4283 T$, para a produção representada por índices do volume físico dos produtos

2. Ilção doutrinária

Se para a realização da política de impedir o desemprego, se impõe como fixa a relação $\frac{C}{T}$ (Livro citado pág 164 N.º 2), verifica-se, pela equação $y = kr^b = \frac{Q}{T}$, que a relação $\frac{Q}{T}$ também conservará o mesmo valor; de que decorre que a produção física total só aumentará pela expansão do número de habitantes e pela melhoria técnica da produtividade (Livro, pág. 201)

III — Determinação quantitativa aproximada das quotas ou quinhões unitários, α e β , concernentes ao Trabalho e ao Capital

Também pelo emprego da equação $\alpha + \beta r = kr^b$ pode-se determinar quantitativamente, sob condições prefixadas, o quinhão fornecido pelo Capital e pelo Trabalho no produto obtido Q , segundo a equação

$$Q = \alpha T + \beta C$$

quando se considera a produção reduzida a dois únicos agentes, Capital e Trabalho, omitindo-se, assim, a produtividade da Natureza atinente a produção agrícola

Esta determinação dos coeficientes α e β constitui um dos grandes problemas da Teoria da Distribuição, ou Repartição.

A equação $\alpha + \beta r = kr^b$ resulta da identificação das equações iniciais:

$$\alpha T + \beta C = k T^a C^b \quad \text{para} \quad \alpha + \beta r = \frac{Q}{T}$$

representando a produção *per capita* ou por unidade de trabalho, e $\frac{C}{T} = r$ exprimindo a relação entre Capital e Trabalho.

Paul Douglas, no seu famoso livro, "The Theory of Wages" emprega as variáveis capital e trabalho em dados indiciários e não em valor absoluto, partindo de um ano inicial igual a 100.

A equação $Q = \alpha T + \beta C$ se exprime em valores absolutos de quantidades físicas. Isto, entretanto, não implica na invalidade da equação

$$\alpha + \beta r = kr^b$$

que se pode adaptar a qualquer das duas modalidades.

Contudo para o problema de dar valores absolutos às quotas α e β , há mister que a relação $\frac{C}{T} = r$ seja dada em números reais, já que de partida, na representação indiciária se faz $T = 100$ e $C = 100$, o que daria, no ano básico, a relação $\frac{C}{T} = 1$ e a sucessão dos dados indiciários representaria os aumentos dessa relação $\frac{C}{T}$ e não a dos valores reais de C e T .

Isso posto, para afastar essa impropriedade, se há de procurar, na relação $\frac{C}{T}$ do ano básico, o número que realmente a exprima, com os valores do capital e do trabalho nas suas próprias unidades: o Capital, em valor monetário (digamos milhões de dólares) e o Trabalho em número de indivíduos (digamos milhões de operários). O livro de Douglas¹ traz tabela para os valores em números absolutos do capital industrial e do número, em média anual, dos operários empregados na indústria, o que permite armar numericamente a equação

$\alpha + \beta r = kr^b$, para os diversos valores de $\frac{C}{T}$, uma vez conhecidos os valores de k e b .

Por exemplo, para os anos de 1899 e 1922, a relação $\frac{C}{T}$ tomaria os valores de:

$$1899 \quad - \quad \frac{4449 \text{ milhões de dólares}}{4713 \text{ milhares de operários}} = 0,943$$

$$1922 \quad - \quad \frac{19192 \text{ milhões de dólares}}{7602 \text{ milhares de operários}} = 2,524$$

os quais dariam para $\alpha + \beta r$ os valores respectivos de 0,9950 e 1,2730 (Quadro n.º 1).

Daí, todavia não é possível tirar por processo simples, os valores de α e β ; mas, pelo artifício que utiliza o critério dos mínimos quadrados,

¹ The Theory of Wages — Paul Douglas págs 121 e 125

conseguem-se valores acomodaticios para α e β , para toda a série de anos (Ver na pág 185 o cálculo do Prof Porto Carreiro e na 5ª Parte o seu cálculo pelo processo dos mínimos quadrados)

Entretanto, para os fins de política econômica de determinar as quotas α e β do Trabalho e do Capital, o problema pode ser simplificado, dentro de condições pré-estabelecidas.

Se para impedir o desemprego, se impõe como constante a relação $\frac{C}{T} = r$, passa também a ser constante a relação $\frac{Q}{T} = kr^b$. Sendo constantes as duas relações, pode-se admitir como fixas a soma das quotas α e β para a produção sucessiva, obtida sob a primeira imposição de $\frac{C}{T} = r$.

Então, ter-se-á:

$$\alpha + \beta = \text{constante}$$

com valores próprios à estrutura produtiva de cada país

Se admitirmos por hipótese ²

$$\alpha + \beta = 1$$

a equação $y = \alpha + \beta r = kr^b$ poderá tomar a forma de.

$$y = \alpha + (1 - \alpha) r = kr^b$$

$$\text{sendo } y = \frac{Q}{T}$$

Para os valores do exemplo anterior de $\frac{C}{T}$ igual a 0,943 para o ano de 1899 e 2,524 para o ano de 1922, as equações numéricas seriam

$$1899 \quad y = \alpha + (1 - \alpha) 0,943 = 0,9950$$

$$1922 \quad y = \alpha + (1 - \alpha) 2,524 = 1,2730$$

cuja resolução dá para.

$$1899 \quad \alpha = 0,912 \text{ e } \beta = 0,088$$

$$1922 \quad \alpha = 0,820 \text{ e } \beta = 0,180$$

valores que se podem aceitar como de pequena divergência para os dois

² O Prof Porto Carreiro mostrou, por processo matemático, que para as estruturas produtivas representadas pela função Douglas/Cobb, a soma $\alpha + \beta$ resultante da equação $\alpha + \beta r = kr^b$ é sempre necessariamente maior que 1

anos entre si, em vista da grande diferença de estrutura da produção nas duas épocas

Se adaptarmos respectivamente esses valores de α e β na equação.

$$Q = \alpha T + \beta C$$

teremos:

$$1899: Q = 4690$$

$$1922. Q = 9688$$

como valores da produção física industrial representativa da equação:

$$QN = \sum q_i n_i$$

O livro de Douglas se omite nos valores da produção física e limita-se aos seus valores indiciários, o que impossibilita a confrontação direta entre os dados reais e os resultados encontrados.

Se se toma o ano de 1899 como ano de base para a série de índices dos anos sucessivos ter-se-ia para os dois anos em análise.

$$1899: \quad \text{Índice} \quad 100$$

$$1922: \quad \quad \quad \text{”} \quad 209$$

A tabela T 24 do livro de Douglas (pág. 176) dá para a produção física industrial dos Estados Unidos o número 229 como índice de 1922, mas esse mesmo número 209 (Tab 14 pág. 134) para o índice calculado pela sua fórmula, o que induz a admitir-se que a divergência de 229 para 209 venha da imperfeição da própria fórmula de Douglas e deixa presumir como aceitável em cálculo aproximado a hipótese de.

$$\alpha + \beta = 1$$

1. Mesma determinação com correção

O Prof Porto Carreiro aperfeiçoou a hipótese de $\alpha + \beta = 1$, fazendo $\alpha + \beta = 1 + \epsilon$, para ϵ com valores muito pequenos, mas que ainda assim influem consideravelmente nos valores calculados de α e β .

Com esta correção, tem-se para a equação $\alpha + \beta r = y$.

$$\alpha + (1 + \epsilon - \alpha) r = y \quad \alpha = \frac{y - r - \epsilon r}{1 - r} \quad \alpha = \frac{y - r}{1 - r} - \frac{\epsilon r}{1 - r}$$

donde se depreende que o erro de aproximação é $-\frac{\epsilon r}{1 - r}$

Com esta correção, os valores anteriormente calculados de α e β seriam:

$$1899 - \text{Para } \epsilon = 0,010, r = 0,943, \text{ tem-se } - \frac{\epsilon r}{1 - r} = - 0,165$$

Correção:

$$0,912 - 0,165 = 0,747 \simeq 0,7467$$

$$1922 - \text{Para } \epsilon = 0,08, r = 2594, \text{ tem-se } - \frac{\epsilon r}{1 - r} = + 0,133$$

Correção:

$$0,820 + 0,133 = 0,953 \cong 0,9548$$

2 Quadro de valor da produção física Q

Com os novos valores a produção física $Q = \alpha T + \beta C$ ($T \lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+ + C \lim_{h \rightarrow 0} \beta^+$), nos anos 1899 e 1922, são

ANOS	Q (cálculo anterior)	Q (mínimos quadrados)
1899	4 690	4 692
1922	9 688	9 678

3 Ilação doutrinária

A pequena diferença de resultados para os valores da produção física, Q, com divergências sensíveis dos valores de α e β , *vem comprovar a possibilidade de concorrência entre mão-de-obra e capital sem prejuízo da produtividade técnica*, no propósito de impedir o desemprego estrutural (Livro pág 159)³, concorrência hoje muito prejudicada nos países supercapitalistas (Livro págs 130, 153)

4 Quadro dos resultados numéricos dos quinhões: αT e βC

Nesses dois exemplos com a relação entre capital e mão-de-obra $\frac{C}{T}$ igual a 0,9440 e 2,5246, as quotas fornecidas pelo capital e pelo trabalho são respectivamente.

³ Por simplicidade de exposição, quando empregamos a palavra Livro entre parênteses seguida de número da página, estamos nos referindo ao livro do autor "O Comportamento Humano na Organização Social"

ANOS	αT (dados anteriores)	βC (dados anteriores)	Q (anterior)
1899	4 298,3	391,5	4 690
	αT (dados corrigidos)	βC (dados corrigidos)	Q (corrigido)
	3 519	1 173	4 692
1922	αT (dados anteriores)	βC (dados anteriores)	Q (anterior)
	6 233,3	3 454,6	9 688
	αT (dados corrigidos)	βC (dados corrigidos);	Q (corrigido)
	7 258	2 420	9 678

5 Ilusão doutrinária

Pela análise dos resultados acima, deduz-se como fato de grande importância:

que na produção dos Estados Unidos, com a estrutura regida pela lei de Douglas, com os expoentes de $1/4$ para o capital, representado em milhões de dólares e de $3/4$ para o trabalho, representado em milhares de operários, *a ação produtiva conjunta do capital e do trabalho se exerce numa relação constante entre as quotas de produtividade de cada fator*; relação que praticamente se exprime pelo número 3, $\frac{\alpha T}{\beta C} = 3$. Esta constância se verifica a despeito do crescimento muito maior do capital relativamente à mão-de-obra $\frac{C}{T} = 0,9440$ em 1899 e $\frac{C}{T} = 2,5246$ em 1922.

Daí decorre que se se faz aumentar artificialmente a participação do capital em prejuízo da participação do trabalho (Livro págs 164e,3, 166e,3), está-se simplesmente a alterar a estrutura vigente sem consecução de aumento da produtividade técnica na produção física total Q; provocando-se ainda o inconveniente do desemprego estrutural (Livro pág 159D₃₁₁)

— Como na produção em economia livre, a remuneração de cada fator se faz de acordo com a sua produtividade, conclui-se ainda que as quotas αT e βC correspondem às remunerações em moeda do Trabalho e do Capital, αT representando o importe dos salários e βC o importe dos juros ou proventos do capital

Sob esta modalidade de interpretação, a relação de $\frac{\alpha T}{\beta C} = 3$ coincide com o dado estatístico de observação universal que a parte dos salários no rédito das nações industrializadas corresponde a 75% da renda total (Livro pág 201 h), o que explica a acomodação do resultado teórico ao fato real

6 2.^a Ilção doutrinária

Pode-se assim considerar que, *nas nações onde os proventos líquidos do capital forem superiores a 1/3 do importe total dos salários, não é justa a distribuição de rendas* e o poder público deve procurar corrigir a situação, indagando qual a causa que a produz (Livro págs. 101D_{11g}, 136) e, sobretudo, forçando obter a concorrência entre mão-de-obra e capital, fato imprescindível para a boa convivência econômico-social (Livro pág. 159D_{3b}).

O Quadro 1 traz os valores de $\alpha + \beta r = kr^b$, tendo $r = \frac{C}{T}$ por argumento de chamada e mais os valores tabelados de α e β calculados em função de kr^b .

O Quadro 2 traz esses mesmos valores calculados com os dados estatísticos americanos contidos no livro "The Theory of Wages" de Paul H Douglas, para os anos de 1899 a 1922.

O Quadro 3 traz os valores da produção física americana, nesse mesmo período de 1899 a 1922, calculados pela fórmula $Q = 1,01 r^{1/3} T$, com os seus respectivos índices, para 1899 = 100. Ao lado, para confronto, figura o índice real de Q , constante à pág. 176 do citado livro de P. H. Douglas.

Em aplicações práticas, para obter a relação $\frac{\alpha T}{\beta C}$, no propósito de suprir deficiência estatística dos dados fornecidos pelo imposto de renda, pode-se considerar como salário todas as rendas abaixo do salário-mínimo e calcular-lhes o total pela lei de Pareto.

IV — Determinação dos parâmetros α e β na equação $\alpha + \beta r = kr^b$

$$\text{para } r = \frac{C}{T}$$

1. Processo algébrico a partir das equações das quotas de Trabalho e Capital e de Douglas/Cobb

As quotas α do Trabalho e β do Capital na equação $Q = \alpha + \beta C$ podem ser determinadas por dedução algébrica quando se igualam as equações $\alpha T + \beta C$ e $k T^a C^b$, na forma de (pág. 173):

$$Q = \alpha T + \beta C = k T^a C^b$$

de que resulta a equação

$$y = \alpha + \beta r = kr^b$$

para

$$y = \frac{Q}{T} \quad \text{e} \quad \frac{C}{T} = r$$

Teorema — Demonstre-se, primeiro, o teorema que, se for verificada a igualdade

$$Q = \alpha T + \beta C - k T^a C^b$$

para o par de valores (C_o, T_o) tais que seja $\alpha \frac{C_o}{T_o} = r$, a igualdade é também verificada para todo par de valor (C, T) tal que seja $\frac{C}{T} = r$

Com efeito

$$\begin{aligned} \alpha T_o + \beta C_o = k T_o^a C_o^b &\implies \alpha + \beta r = k T_o^{a-1} C_o^b \implies \alpha + \beta r = k T^{-b} C^b \implies \\ &\implies \alpha + \beta r = k \left(\frac{C}{T}\right)^b \implies \alpha + \beta r = k r^b \implies \alpha + \beta \frac{C}{T} = k \left(\frac{C}{T}\right)^b \implies \\ &\implies \alpha T + \beta C = k \frac{C^b}{T^b} T \implies \alpha T + \beta C = k T^{1-b} C^b \implies \alpha T + \beta C = k T^a C^b \end{aligned}$$

Por conseguinte:

$$(\alpha T_o + \beta C_o = k T_o^a C_o^b) \wedge \left(\frac{C_o}{T_o} = \frac{C}{T} = r\right) \implies (\alpha T + \beta C = k T^a C^b)$$

Inversamente, para um dado valor de $\frac{C}{T} = r$, ocorrerá a igualdade:

$$y = \alpha + \beta r = k r^b$$

Assim, sendo r fixado, ter-se-á, para a determinação dos parâmetros α e β , o seguinte encadeamento algébrico a partir das duas equações seguintes que relacionam as variáveis Q, C, T .

$$Q = \alpha T + \beta C, \quad Q = k T^a C^b \quad (a + b = 1)$$

Procuremos determinar os valores de C, T , para os quais os dois modelos expressem, simultaneamente. 1) a mesma produção; 2) a mesma produção marginal relativa a Q

Note-se, que derivando essas expressões de Q , em relação a T , se obtêm, respectivamente:

$$\frac{\partial Q}{\partial T} = \alpha + \beta \frac{\partial C}{\partial T} = k a T^{a-1} C^b + k T^a b C^{b-1} \frac{\partial C}{\partial T}$$

As imposições (1) e (2) implicam

$$\begin{cases} \alpha T + \beta C = k T^a C^b \\ \alpha + \beta \frac{\partial C}{\partial T} = k a T^{a-1} C^b + k T^a b C^{b-1} \frac{\partial C}{\partial T} \end{cases}$$

Esse é um sistema de duas equações a duas incógnitas: α , β .

Multiplicando por T ambos os membros da 2.^a equação, e subtraindo membro a membro, eliminamos α , obtendo

$$\begin{aligned} \beta C - \beta T \frac{\partial C}{\partial T} &= k T^a C^b - k a T^a C^b - k T^{a+1} b C^{b-1} \frac{\partial C}{\partial T} \implies \\ \implies \beta \left(C - T \frac{\partial C}{\partial T} \right) &= k T^a C^b (1 - a) - k T^{a+1} b C^{b-1} \frac{\partial C}{\partial T} \implies \\ \implies \beta \left(C - T \frac{\partial C}{\partial T} \right) &= k T^a C^b b - k T^{a+1} b C^{b-1} \frac{\partial C}{\partial T} \implies \\ \implies \beta \left(C - T \frac{\partial C}{\partial T} \right) &= k b T^a \left(C - T \frac{\partial C}{\partial T} \right) \implies \left(\text{para } C - T \frac{\partial C}{\partial T} \neq 0 \right) \\ \implies \beta &= k b \left(\frac{T}{C} \right)^a \implies \beta = \frac{k b}{r^a} = \frac{k b r^b}{r} \implies \boxed{\beta = \frac{b y}{r}} \end{aligned}$$

Substituindo essa expressão de β na equação $\alpha T + \beta C = k T^a C^b$

$$\implies \alpha + \beta r = k r^b \implies \alpha + \beta r = y \quad \text{lêm-se} \quad \alpha + \frac{b y}{r}, r = y$$

$$\implies \alpha + b y = y \implies \alpha = y(1 - b) \implies \boxed{\alpha = a y}$$

Ou, como $y = k r^b$:

$$\alpha = a y = a k r^b$$

$$\beta = b \frac{y}{r} = b k r^{b-1}$$

que são os valores de α e β dependentes da relação $\frac{C}{T}$ e dados em função dos valores das constantes da equação Douglas/Cobb.

2. Processo pela teoria da produtividade marginal

A teoria da produtividade marginal baseia-se na idéia de que o empresário deseja obter o custo mínimo na sua produção, de que decorre o lucro máximo proveniente da atividade da empresa (A este lucro soma-se o que pode conseguir por especulação no preço de mercado, que ora não está em causa) Para esse fim, procura uma combinação dos fatores Trabalho e Capital que, para a mesma produção, leve ao mínimo de despesa.

Para satisfação dessas exigências, a teoria da produtividade marginal mostra que para conseguir a melhor combinação dos fatores, a condição primordial consiste em ajustar o emprego de um e do outro até que a remuneração unitária de cada um iguale sua produtividade marginal pecuniária:

$$p_t = \frac{\partial Q}{\partial T} p_v \quad \text{e} \quad p_c = \frac{\partial Q}{\partial C} p_v$$

A remuneração total será então:

$$\text{para o Trabalho} \quad p_t T = \frac{\partial Q}{\partial T} p_v T$$

$$\text{para o Capital} \quad p_c C = \frac{\partial Q}{\partial C} p_v C$$

onde p_v é o preço unitário de custo ou de venda do bem produzido, $\frac{\partial Q}{\partial T}$ e $\frac{\partial Q}{\partial C}$ as respectivas produtividades marginais de cada fator, p_t e p_c respectivamente as remunerações unitárias do Trabalho e do Capital.

Por analogia, estendendo-se à produção nacional como um todo o que ocorre com as empresas, tem-se para a remuneração total do Trabalho e do Capital, onde P_v seria o preço médio da produção na igualdade.

$$P_v Q = p_t v_1 + p_2 v_2 + p_3 v_3 + \dots = \Sigma p^v$$

$$P_t T = P_v \frac{\partial Q}{\partial T} T$$

$$P_c C = P_v \frac{\partial Q}{\partial C} C$$

Isto posto, tomando-se a equação de Douglas-Cobb e diferenciando-a relativamente ao Trabalho e ao Capital, chega-se às seguintes equações (Livro equações números 6 e 7 páginas 189 e 190).

$$\frac{Q}{T} = \frac{1}{a} \frac{\partial Q}{\partial T} \quad \text{donde} \quad \frac{\partial Q}{\partial T} = a \frac{Q}{T}$$

$$\frac{Q}{C} = \frac{1}{b} \frac{\partial Q}{\partial C} \quad \text{donde} \quad \frac{\partial Q}{\partial C} = b \frac{Q}{C}$$

Levando esses valores às equações supras, tem-se:

$$\frac{P_t}{P_v} T = a Q$$

$$\frac{P_c}{P_v} C = b Q$$

Na equação $Q = \alpha T + \beta C$, as quotas ou quinhões α e β se exprimem em quantidades físicas. Também as produtividades marginais $\frac{\partial Q}{\partial T}$ e $\frac{\partial Q}{\partial C}$ representam quantidades físicas e não monetárias. Assim sendo, se se admite que as empresas, por motivação autônoma, empregam a produtividade marginal para utilização dos fatores, pode-se identificar, respectivamente, α e β com as produtividades marginais:

$$\frac{\partial Q}{\partial T} = \alpha \quad \wedge \quad \frac{\partial Q}{\partial C} = \beta$$

Como

$$\frac{P_v}{P_t} = \frac{\partial Q}{\partial T} \quad \text{e} \quad \frac{P_t}{P_c} = \frac{\partial Q}{\partial C}, \quad \text{vem}$$

$$\alpha T = a Q$$

$$\beta C = b Q$$

donde se tira:

$$\alpha = a \frac{Q}{T} = ay = ak^b$$

$$\beta = b \frac{Q}{C}, \quad \text{ou multiplicando ambos os termos da fração por } \frac{1}{T} :$$

$$= b \frac{\frac{Q}{T}}{\frac{C}{T}} = \left(b - \frac{y}{r} \right) = bkr^{b-1}$$

valores idênticos aos do primeiro processo.

3 Processo dos mínimos quadrados ¹

(Solução do Prof. Oscar Porto Carreiro)

1 A função $y = \alpha + \beta r$ é a equação de uma reta e a função $y = kr^b$ representa a equação de uma curva. Nos pontos de interseção da reta com a curva, a abscissa r é raiz da equação $\alpha + \beta r = kr^b$. Quando r varia num intervalo muito pequeno ($r - h$, $r + h$), variam as

¹ Vide Anexo 5ª parte

retas $Y = \alpha + \beta r$, mas variam pouco, e podem ser substituídas por uma única, determinada pelo critério dos mínimos quadrados. A solução é tanto mais próxima da reta procurada quando menor for o positivo h . Depois de obter uma solução dependente de h , fazendo h tender a 0, conclui-se que a reta procurada é a tangente à curva $y = kr^b$, no ponto de abscissa r

A solução algébrica é dada em anexo na 5ª parte e os valores de α , β , assim obtidos, são designados por $\lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+$ e $\lim_{h \rightarrow 0} \beta^+$, respectivamente sendo tabelados no Quadro 1 (valores teóricos) e no Quadro 2 (Experiência Norte-Americana — 1889/1922)

O Quadro 3 contém os valores de Q calculados para a referida experiência e o Quadro 4 apresenta o cálculo de $\lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+$ e $\lim_{h \rightarrow 0} \beta^+$ a partir dos números índices de $\frac{C}{T} = r$

4 Determinação de α e β quando a relação $\frac{C}{T}$ é dada em forma de índices

O processo de determinação dos coeficientes α e β pode adaptar-se ao emprego dos valores indiciários da relação $\frac{C}{T}$ quando não são conhecidos os valores da produção Q , na equação $Q = \alpha T + \beta C$ e se admite a coincidência dos valores reais de Q com os da fórmula de Douglas/Cobb $Q = k T^a C^b$

Eis a solução dada pelo Prof. Porto Carreiro.

Ponham-se.

$$r_0 = \frac{C_{1899}}{T_{1899}} = 0,9440, \quad r = 100 \frac{r}{r_0} \Leftrightarrow r = \frac{100}{r_0 r},$$

na equação

$$y = \alpha + \beta r = kr^b \quad \text{Obtêm-se} \quad \alpha + \beta \frac{r_0 r}{100} = k \left(\frac{r_0 r}{100} \right)^b \Rightarrow \alpha + \beta' r = k' r^b,$$

sendo

$$\beta' = \frac{\beta r_0}{100}, \quad k' = \frac{k r_0^b}{100^b} = \frac{y_0}{100^b}, \quad y_0 = 0,9956$$

Para $k = 1,01$, $b = 1/4$, e $r_0 = 0,9440$ têm-se

$$\begin{aligned} k' &= \frac{0,9956}{\sqrt[4]{100}} = 0,314836, \quad y = k' r^b \quad \text{ou} \quad y = 0,3148 r^{1/4} = \\ &= 0,3148 \sqrt[4]{r} \quad \wedge \quad r = \frac{0,9440}{100} \end{aligned}$$

Com estes valores determinam-se

$$\lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+ = k (1 - b) r^b = (1 - b) y \implies \lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+ = 0,75 y$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \beta^+ = k' b i^{b-1} = \frac{by}{i} = \frac{y}{4i} \implies \lim_{h \rightarrow 0} \beta^+ = \frac{100 y}{4 i r_0} = \frac{25 y}{0,9440 i}$$

Os valores y , $\lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+$, $\lim_{h \rightarrow 0} \beta^+$, calculados a partir dos índices i , são apresentados no Quadro 4 e diferem dos obtidos a partir de valores absolutos, por erros decorrentes da aproximação considerada nos índices.

V — Relação, em produto, dos parâmetros α e β

1 Produto fixo da forma $\alpha^{a/b} \beta = \text{constante}$

Com base na equação $\alpha + \beta r = k r^b$, o Prof. Porto Carreiro mostrou que é possível determinar, com os fatores α e β , um produto fixo da forma $\alpha^{a/b} \beta = \text{constante}$, para qualquer valor da relação $\frac{C}{T} = r$.

Cálculo do Prof. Porto Carreiro

Partindo-se dos dados anteriores $\tilde{\alpha} = \alpha y$, $\tilde{\beta} = \frac{by}{i}$, $y = k r^b$ tem-se:

$$\left(\tilde{\beta} = \frac{by}{(y/k)^{1/b}} \implies \tilde{\beta} = k^{1/b} b y^{1-1/b} \implies \tilde{\beta} = k^{1/b} b y^{\frac{b-1}{b}} \implies \right. \\ \left. \implies \tilde{\beta} = k^{1/b} b y^{-a/b} \right) \wedge (\tilde{\alpha}^{a/b} = a^{a/b} y^{a/b}) \implies \tilde{\alpha}^{a/b} \tilde{\beta} = k^{1/b} b a^{a/b}$$

que é a relação procurada, em produto, $\alpha^{a/b} \beta = \text{constante}$

Para os dados da produção industrial americana de.

$$a = \frac{3}{4}, b = \frac{1}{4}, k = 1,01 \quad \text{tem-se} \quad \frac{a}{b} = 3$$

$$\tilde{\alpha}^3 \tilde{\beta} = \frac{(1,01)^4 \times 0,75^3}{4} = 0,1098$$

que é a constante do produto $\tilde{\alpha}^3 \tilde{\beta}$ para qualquer valor da relação Capital sobre Trabalho $\frac{C}{T}$.

2 Formação de um sistema de equações para determinar α e β

Com esta relação, em produto, de $\tilde{\alpha}^{a,b}\tilde{\beta} = \text{constante}$ e com a soma $\tilde{\alpha} + \tilde{\beta} = 1 + \epsilon$, consegue-se um sistema de duas equações a duas incógnitas que permite ter os valores de $\tilde{\alpha}$ e $\tilde{\beta}$ quando se conhecem as constantes a, b, k e a correção ϵ .

O processo é de grande aplicação prática para conhecimento dos termos da equação $Q = \alpha T + \beta C$ ou de sua congênere em valor monetário: $PQ = \alpha PT + \beta PC$, para P representando o preço médio da produção física Q

O sistema de equações será

$$\begin{aligned}\tilde{\alpha} + \tilde{\beta} &= 1 + \epsilon \\ \alpha^{a,b} \beta &= k^{1/b} b \alpha^{a,b}\end{aligned}$$

com o qual se podem calcular os fatores $\tilde{\alpha}$ e $\tilde{\beta}$, ou, tendo-se estes valores, calcular as constantes a e b e assim determinar a estrutura produtiva do país em adaptação à lei de Douglas/Cobb

3 Ilacão doutrinária

Do sistema de equações assim posto, deduz-se que, *embora variáveis os fatores α e β , a sua soma e o seu produto tal como especificado são proximamente constantes* ($\alpha + \beta = 1 + \epsilon$ e $\alpha^{a/b}\beta = \text{constante}$), o que confirma a declaração de que as quantidades de trabalho e capital constituintes das empresas estão presos a determinadas condições impostas pela estrutura produtiva do país e o *simples aumento artificial do capital com prejuízo da participação do trabalho não aumenta a produtividade técnica da empresa*

A resolução do sistema de equações, fazendo-se $k^{1/b} b \alpha^{a,b} = N$ e tirando-se o valor de β na segunda equação e levando-se para a primeira dará a equação teoricamente resolúvel

$$\alpha^{1+a,b} - (1 + \epsilon) \alpha^{a,b} + N = 0$$

a qual com os dados americanos se converte na equação numérica.

$$\alpha^4 - (1 + \epsilon) \alpha^3 + 0,7098 = 0$$

de difícil solução precisa, por depender do valor de ϵ como dado real

4 Ajustamento dos valores calculados dos parâmetros α e β

— A equação de Douglas/Cobb não dá resultados inteiramente ajustados aos valores reais, pode-se, então, calcular os fatores $\tilde{\alpha}$ e $\tilde{\beta}$ em fun-

ção dos índices reais de $y = \frac{Q}{T}$ para confrontá-los com os valores β , α e aquilatar da divergência entre eles, em consequência dessa falta de perfeita adaptação da lei de Douglas, Cobb aos resultados estatísticos da realidade

Com os dados reais de 1889 $Q_o = 4692$ e $T_o = 4713$ a relação $\frac{Q_o}{T_o}$ terá o valor de 0,9956 e a série dos valores de $\tilde{\alpha}$ terá por expressão a fórmula indiciária de

$$\alpha = 0,75 \frac{y}{y_o} = \frac{\alpha}{y_o} \quad \text{e} \quad \tilde{\alpha} = 0,9956 \left(0,75 \frac{y}{y_o} \right)$$

Como para qualquer valor de $\frac{C}{T}$ é sempre $\alpha^i \beta = 0,1098$ tem-se.

$$\beta = \frac{0,1098}{\alpha^i}$$

A soma de $\tilde{\alpha} + \tilde{\beta}$ corresponde ao resultado da expressão $\tilde{\alpha} + \tilde{\beta} = -1 + \epsilon$ e daí se pode tirar o valor de ϵ como sendo a parte decimal acima da unidade

Os valores de $\tilde{\alpha}$, $\tilde{\beta}$ e da soma $\tilde{\alpha} + \tilde{\beta}$ calculados em função dos índices reais de $\frac{Q}{T}$ se acham no Quadro 5, para os anos de 1899 a 1922

2ª PARTE

VI — A Produtividade e a Concentração de Capital das Empresas

1 Desenvolvimento da indústria americana em relação ao trabalho e ao capital

A indústria americana desenvolveu-se, sobretudo após o conhecimento da organização científica aprimorada por Taylor, de forma mais ou menos regular e uniforme no que se refere ao emprego do capital e da mão-de-obra, seguindo, autonomamente, a prescrição teórica de utilizar os dois fatores segundo a produtividade marginal de cada um. É quase como caso único na história universal, esse desenvolvimento se fez sob o regime da livre iniciativa e sob os embates da concorrência, sem a intervenção política, tão manifesta nas outras nações

A indústria americana constitui, assim, o melhor campo para estudo experimental da produção como fenômeno científico, tendo em vista o aspecto econômico no progresso da sociedade

Se atentarmos no crescimento fabuloso da produção industrial americana, vemos, de fato, que ele se fez com o emprego do capital e da mão-de-obra sob a forma de concorrência entre os dois fatores e de disputa entre as empresas da mesma categoria, as mais eficientes absorvendo e eliminando do mercado as mais fracas, como previsto, aliás, pela economia clássica. Neste processo, a absorção foi aumentando, e se foi reduzindo o número de empresas da mesma categoria, chegando à forma atual de empresas gigantes e acabando em constituir-se, o processo de organização da empresa, sob o modelo da “tecnoestrutura”, segundo a denominação de Galbraith

Mais recentemente, com a tendência à saturação de consumo dos bens produzidos e falta de novas atividades que não sejam, simplesmente, a expansão ou a substituição, por outros, dos bens atuais, formou-se o processo de se ir substituindo o fator trabalho por capital com o fim de aplicação da poupança disponível proveniente do lucro das empresas; em consequência de que, foi a mão-de-obra tornando-se ociosa, fazendo aumentar, de modo geral, o desemprego.

De sorte que a partir da implantação do método de organização científica de Taylor, a empresa americana descreveu a trajetória de aumento progressivo do capital, primeiramente em franca concorrência entre capital e mão-de-obra, depois predominância percentual do aumento de capital sobre o da mão-de-obra, sem deixar, contudo, de atender à produtividade marginal da mão-de-obra, por emprego de pessoal nos preparativos e controle da produção; para, por fim, se ver forçada a empregar capital no simples propósito da mecanização, e, em seguida da automação, com redução da mão-de-obra existente.

2. Período-modelo de 1899 a 1922

As duas fases primeiras deram lugar aos estudos de Paul Douglas que concluíram pela lei chamada de Douglas/Cobb, a qual enquadrou o processo da produção americana como um todo, na fórmula algébrica profusamente conhecida. $Q = k T^a C^b$, para $a + b = 1$

Esta fórmula proveio de dados estatísticos que abrangeram o período de 1899 a 1922 com valores reais de $a = 0,75$, $b = 0,25$, $k = 1,01$, para Q representando a produção física industrial, T a mão-de-obra em milhares de salarizados e C o capital fixo em milhões de dólares

Este período, do princípio do século, utilizado por P Douglas caracteriza, da melhor maneira, a evolução natural da produção industrial, encarada como fenômeno científico. Presta-se por isso, talvez como nenhum outro, para estudos, sob aspecto teórico, da evolução produtiva das nações ainda em estado de subdesenvolvimento, dos quais se podem colher os meios próprios para impedir o acontecimento final, não recomendável, a que chegou a indústria nos Estados Unidos, com a formação das empresas gigantes, absorventes do mercado com os processos semimonopolísticos da tecnoestrutura.

3. A produtividade e o tamanho da empresa

Esta situação, perspectiva às nações que vão pelo caminho seguido pela indústria americana, cria o problema de indagar-se qual o tamanho da empresa de máxima eficiência, acima do qual aumenta a sua produção, sem que aumente, ou até diminua em grande escala, a sua produção por unidade de capital. Ou seja, onde a produção unitária do capital que se acresce $\left(\frac{\Delta Q}{\Delta C}\right)$ não seja grandemente menor do que a produção unitária do capital existente $\left(\frac{Q}{C}\right)$ acompanhando, portanto, o decréscimo regular da produtividade marginal

Já é de observação corrente que a empresa maior, embora também com a maior produção, não representa a empresa mais eficiente no que concerne à produtividade como um elemento de avaliação do bom comportamento industrial (Livro pág 167 fl 2) Isto até sob o julgamento simplesmente econômico, sem levar em consideração os aspectos político e sociológico pelos quais se opina que é sempre mais benéfica para a sociedade a existência de mais empresas em lugar de uma só, em igualdade de eficiência (Livro pág 166)

4 Empresas adaptadas à lei Douglas/Cobb

Como processo prático e fácil de se ter conhecimento histórico da produtividade da empresa com o aumento do seu capital e da relação entre capital e trabalho $\frac{C}{T}$ dele resultante, imaginamos a criação de empresas fictícias cujos dados correspondessem aos da produção industrial em cada ano, no período de 1899 a 1922 que foi o período onde se revelou a uniformidade de estrutura caracterizada pela lei Douglas/Cobb.

Assim concebemos três empresas correspondentes aos anos de 1900, 1910 e 1922, podendo considerar-se como sendo três empresas distintas da mesma categoria que satisfaziam as exigências da lei Douglas/Cobb, ou como uma mesma empresa que crescia em capital e mão-de-obra, no decurso do tempo

Para isso reduzimos de 1 000 vezes os dados em globo da indústria americana, o que dá a seguinte relação de empresas

1ª empresa (1900) — capital fixo = 4746 mil dólares

número de operários = 4968

relação $\frac{C}{T}$ = 0,96

2.^a empresa (1910) — capital fixo = 9240 mil dólares

número de operários = 6807

$$\text{relação } \frac{C}{T} = 1,36$$

3.^a empresa (1922) — capital fixo = 19192 mil dólares

número de operários = 7602

$$\text{relação } \frac{C}{T} = 2,52$$

5. Empresas divergentes da lei Douglas/Cobb

Além dessas três empresas, para realçar a situação de empresa que aumente discriminadamente seu capital, no simples propósito de aplicar poupança disponível a troco de eliminação de mão-de-obra (Livro pág 165), criamos uma empresa fantástica que tivesse 30% mais de capital do que a de 1922 e menos 10% do número de operários, sem ter em atenção a lei da produtividade marginal e só com o fim de criar a automação, como ocorre na atualidade

4.^a empresa — capital fixo = 19192 + 30% = 24949,60 mil dólares

número de operários 7602 — 10% = 6184

$$\text{relação } \frac{C}{T} = 3,65$$

Produção física Q (Quadro 3)	Produção PQ (dados de Colin Clark)
1. ^a empresa (1900) 4692 unidades	5540 mil dólares
2. ^a empresa (1910) 7367 unidades	9120 mil dólares
3. ^a empresa (1922) 10745 unidades	14090 mil dólares

6. Ilusão doutrinária

Já desta relação se observa que 2 empresas de 1910, com soma de capital equivalente ao capital da empresa de 1922 e com número de operários de cerca de 13 mil em lugar de 7 mil, forneceriam produção superior à de maior capital de 1922. Por outro lado, se verifica que a empresa de 1922 subiu seu capital, em face da de 1910, de cerca de 2 vezes e a sua produção elevou-se de menos de vez e meia

VII — A produtividade como instrumento de análise da estrutura das empresas

— Para ajuizar da situação dessas empresas em face dos seus tamanhos, ou de seu crescimento se forem elas consideradas como uma empresa única em desenvolvimento no tempo, tomamos a *produtividade* como instrumento de análise, empregando como termo de relação: o capital, o trabalho e o produto de ambos representado este último pelo seu logaritmo e sua raiz quadrada, para evitar um divisor excessivamente grande.

1. Quadro da produtividade das empresas adaptadas à lei Douglas/Cobb

O Quadro a seguir mostra os resultados numéricos:

*Produtividade, ou produção por unidade, física e pecuniária das primeiras três empresas*⁵

PRODUTIVIDADES	1ª EMPRESA 1900	2ª EMPRESA 1910	3ª EMPRESA 1922
Produtividade em relação ao Capital:			
Produtividade física			
$\frac{Q}{C}$	$\frac{4\ 692}{4\ 746} = 0,98862$	$\frac{7\ 367}{9\ 240} = 0,79731$	$\frac{10\ 745}{19\ 192} = 0,55987$
Produtividade pecuniária			
$\frac{PQ}{C}$	$\frac{5\ 540}{4\ 746} = 1,16730$	$\frac{9\ 120}{9\ 240} = 0,98701$	$\frac{14\ 090}{19\ 192} = 0,73416$
Produtividade em relação ao Trabalho:			
Produtividade física			
$\frac{Q}{T}$	$\frac{4\ 692}{4\ 968} = 0,94444$	$\frac{7\ 367}{6\ 807} = 1,08226$	$\frac{10\ 745}{7\ 602} = 1,41347$
Produtividade pecuniária			
$\frac{PQ}{T}$	$\frac{5\ 540}{4\ 968} = 1,11514$	$\frac{9\ 120}{6\ 807} = 1,33980$	$\frac{14\ 090}{7\ 602} = 1,85346$
Produtividade em relação ao log do produto $Cap \times Trab$:			
Produtividade física			
$\frac{Q}{\log(CT)}$	$\frac{4\ 692}{7,37030} = 636,3760$	$\frac{7\ 367}{7,79847} = 944,6725$	$\frac{10\ 745}{8,16408} = 1315,1311$
Produtividade pecuniária			
$\frac{PQ}{\log(CT)}$	$\frac{5\ 540}{7,37030} = 751,6655$	$\frac{9\ 120}{7,79847} = 1169,5305$	$\frac{14\ 090}{8,16408} = 1725,8527$
Produtividade em relação à $\sqrt{\text{do produto } Cap \times Trab}$:			
Produtividade física			
$\frac{Q}{\sqrt{CT}}$	$\frac{4\ 692}{4827,992} = 0,97183$	$\frac{7\ 367}{7944,925} = 0,92726$	$\frac{10\ 745}{12077,619} = 0,88966$
Produtividade pecuniária			
$\frac{PQ}{\sqrt{CT}}$	$\frac{5\ 540}{4827,992} = 1,14747$	$\frac{9\ 120}{7944,925} = 1,14790$	$\frac{14\ 090}{12077,619} = 1,16662$

⁵ Note-se, pelos resultados do Quadro, que a produtividade relativa à raiz quadrada do produto capital \times trabalho é decrescente se bem que em taxas baixas, quando a relativa ao logaritmo do mesmo produto é grandemente crescente. O Prof Poito Carreiro mostrou por processo matemático, a razão de ser dessa divergência, que não é característica, pois a produtividade relativa à raiz quadrada depende dos números e também pode ser crescente. O seu trabalho matemático está no Anexo no fim do estudo.

Analisando em conjunto os graus de produtividade das 3 empresas, considerando como que se tratasse de uma mesma empresa ou de empresas da mesma categoria agindo no mesmo período de tempo, observa-se que a produtividade física em relação ao produto capital \times trabalho (expresso pelo seu logaritmo) cresceu na escala de aproximadamente 50% de 1900 a 1910 e de 40% de 1910 a 1922, quando a produção física cresceu, nos mesmos intervalos de tempo, de cerca de 57% e de 46%, o que revela um bom grau de eficiência da empresa por ação conjunta dos dois fatores capital e trabalho. Se para atender aos mesmos fins, se considera a empresa com sua produtividade representada pela raiz quadrada do produto Capital \times Trabalho, os números levam ao resultado que se pode classificar de estacionário (0% no período 1900 a 1910, 1% no período 1910 a 1922 na produtividade pecuniária).

A mesma análise referente à produtividade física em relação ao fator capital mostra um decréscimo (em lugar de aumento) do grau de produtividade da ordem de 24% para o período de 1900 a 1910 e de 42% de 1910 a 1922, a que correspondem as taxas de 18% e 34%, na produtividade pecuniária.

2. Ilção doutrinária

Esta queda de produtividade denota uma quebra de eficiência do fator capital no desenvolvimento da produção da empresa e, em face quer do aumento da produtividade em relação ao produto CT (representada pelo seu logaritmo), quer do resultado estacionário relativo à sua raiz quadrada, o que significa que há mister um emprego proporcionalmente muito maior de capital para obter muito menor aumento da produção. O aumento de capital fora de 95% no período de 1900 a 1910 e de 108% no período de 1910 a 1922, o que mostra, como princípio geral, que a *concentração de capital* formadora de uma grande empresa não tem produtividade própria que a recomende como preferível a um número maior de empresas da mesma categoria. Desta forma, 2 empresas de 1910 têm uma soma de capital (2×9240 mil dólares) menor do que o capital da empresa de 1922 (19192 mil dólares) e a soma de sua produção física (2×7367) é maior em cerca de 37% do que a produção de 1922 (10745 unidades médias). Como a soma da produção pecuniária PQ também é superior de cerca de 30%, deduz-se que a concentração excessiva de capital sacrifica o emprego da mão-de-obra, sem benefício real quer para a empresa como entidade produtora, quer para a coletividade.

Assim a proibição legal de aumento demasiado das empresas deve ser a regra para as nações subdesenvolvidas, o que não só não trará dano ao seu progresso, senão também como concorre para impedir o desemprego (Livro pág. 167, f2).

— A análise da produtividade relativa ao trabalho tem pouca significação, uma vez que o emprego da mão-de-obra se foi proporcional-

mente reduzindo no decurso do tempo (crescimento da relação $\frac{C}{T}$) e todo aumento de produção proveniente do aumento de capital se refletiu a seu favor, quando tomado como termo de comparação do desenvolvimento havido. A produtividade se manifestou na ordem de 15% para a produtividade física e de 30% para a pecuniária, no período de 1900 a 1910 e de 38% no período de 1910 a 1922.

3. Coeficiente de elasticidade entre Produção e Capital

Como processo complementar para confronto de resultados, pode-se empregar outra relação interessante que seria uma espécie de coeficiente de elasticidade entre o valor da produção PQ e o valor do capital C , segundo a forma:

$$\frac{\frac{P_2 Q_2 - P_1 Q_1}{P_1 Q_1}}{\frac{C_2 - C_1}{C_1}}$$

Esta relação poderia estender-se a todos os outros fatores e tem por si a vantagem de não estar sujeita à unidade que se adotar para dar o valor das variáveis.

Para o capital como termo de relação e a produção expressa em unidade monetária, a operação numérica dá o resultado seguinte:

$$1^a \text{ e } 2^a \text{ empresas} \quad \frac{\frac{P_2 Q_2 - P_1 Q_1}{P_1 Q_1}}{\frac{C_2 - C_1}{C_1}} = \frac{\frac{9120 - 5540}{5540}}{\frac{9240 - 4746}{4746}} = 0,6824$$

$$2^a \text{ e } 3^a \text{ empresas} \quad \frac{\frac{P_2 Q_2 - P_1 Q_1}{P_1 Q_1}}{\frac{C_2 - C_1}{C_1}} = \frac{\frac{14090 - 9120}{9120}}{\frac{19192 - 9240}{9240}} = 0,5097$$

4. Ilação doutrinária

O resultado confirma, noutros termos, as ilações anteriores, isto é: os acréscimos relativos de capital produzem acréscimos relativos menores da produção.

5. 4.^a empresa

Todos os resultados obtidos até aqui se agravam quando entra na análise a 4.^a empresa criada artificialmente, com a elevação preconcebida de capital e redução da mão-de-obra, ocorrência que, na realidade, se dá com o emprego da mecanização e da automação no simples pro-

pósito de colocar a poupança excedente de sua aplicação natural, o que equivale a aumentar deliberadamente, por motivos circunstanciais, a relação $\frac{C}{T}$, com prejuízo da mão-de-obra, como fator concorrente do capital.

O Professor Oscar Porto Carreiro imaginou um processo de calcular a produtividade com o emprego da lei Douglas/Cobb sob a forma da equação $y = \frac{C}{T} = \alpha + \beta r$, que permite determinar a produtividade da 4ª empresa, sem o conhecimento do valor real da sua produção Q . É o seguinte o ponto de partida do processo

A produtividade das empresas em relação ao capital C se representa pela fração $\frac{Q}{C}$. Esta fração é equivalente à relação $\frac{Q/T}{C/T}$, por sua vez igual à fração $\frac{y}{r}$, para $y = \frac{Q}{T}$ e $r = \frac{C}{T}$ das nossas convenções anteriores, pelo que se tem $\frac{Q}{C} = \frac{y}{r}$.

Determina-se, assim a produtividade representada por $\frac{y}{r}$ pelos valores de y que se obtêm em função de $r = \frac{C}{T}$ por meio da equação $y = \alpha + \beta r = kr^b$, cujos dados são tabelados no Quadro I

Seria de averiguar se a 4ª equação satisfaz à lei de Douglas/Cobb com os mesmos parâmetros α , b e k , uma vez que foi formada artificialmente pela alteração dos elementos da 3ª e não se adaptou ao preceito da produtividade marginal a que, autonomamente, se submete a produção. Contudo, como o preceito das produtividades marginais iguais leva ao rendimento máximo, a sua análise pelo processo proposto pesa para menos e não invalida os resultados que se vierem a obter, o que justifica a aplicação do processo

6. Quadro da produtividade das 4 empresas

O Quadro a seguir, composto por esse processo pelo Prof Porto Carreiro, dá a produtividade física das 4 empresas, em relação ao capital.

$r = \frac{C}{T}$	$r = 0,96$	$r = 1,36$	$r = 2,52$	$r = 3,65$
Produtividade = $\frac{Q}{C} = \frac{y}{r}$	1,041401	0,801986	0,504977	0,382474
	104%	80%	50%	38%

A percentagem constante do quadro provem da proporção $\frac{Q}{C} \cdot 100$, o que indica que as taxas se referem ao capital 100

Desde logo se percebe a queda de produtividade de 104 para 33%, por efeito do aumento de capital.

Como extensão da análise e para reforço das ilações anteriormente tiradas do cálculo das produtividades em relação aos outros vários elementos, vamos aplicar o presente processo ao cálculo da produtividade em relação ao logaritmo do produto CT , capital \times trabalho, cuja dedução algébrica é a seguinte:

$$Q = C \times \frac{y}{r} \implies \frac{Q}{\log (CT)} = \frac{C \times \frac{y}{r}}{\log (CT)}$$

C , pelo valor concebido, é igual a 24946,60

$\frac{y}{r}$, para $r = 3,65$, Quadro 1, = 0,3825

$$\frac{Q}{\log (CT)} = \frac{24949,60 \times 0,3825}{\log 24949,60 + \log 6184} = \frac{9543,222}{8,18327} = 1165,475$$

7 Quadro da produtividade das 4 empresas em relação ao logaritmo do produto capital \times trabalho

Por essa mesma forma de cálculo, as 4 empresas apresentam os resultados expressos no Quadro seguinte:

1 EMPRESA	$i = 0,96$
$\frac{Q}{\log (CT)} = \frac{24949,60 \times 1,04115}{7,37030} = 3534,490$	
2ª EMPRESA	$i = 1,36$
$\frac{Q}{\log (CT)} = \frac{24949,60 \times 0,80162}{7,79847} = 2564,618$	
3ª EMPRESA	$i = 2,52$
$\frac{Q}{\log (CT)} = \frac{24949,60 \times 0,4857}{8,16408} = 1484,309$	
4ª EMPRESA	$i = 3,65$
$\frac{Q}{\log (CT)} = \frac{24949,60 \times 0,3825}{8,18327} = 1165,475$	

A queda da produtividade da empresa em relação ao logaritmo do produto capital \times trabalho foi de:

1. ^a para 2. ^a empresa	38%
2. ^a " 3. ^a "	73%
2. ^a " 4. ^a "	120%

8. Ilusão doutrinária

Os resultados expressos numericamente no Quadro vêm reforçar a proposição de que o aumento sucessivo de capital de empresa, com a elevação do índice $\frac{C}{T}$, se dá com o decréscimo cada vez maior da produtividade; e que, de modo genérico, uma única empresa de grande concentração de capital não tem vantagem, para uma mesma produção, sobre um número maior de empresas da mesma categoria. O que mostra, como fato genérico, que a produtividade não cresce indefinidamente com o tamanho da empresa.

Esta análise geral, com o desfecho a que chegamos com a formação artificial da 4.^a empresa, feita com aumento pré-concebido de capital e redução de mão-de-obra, teve, assim, por fim mostrar que na atualidade, quando o desemprego toma a feição de um mal econômico estrutural (Livro pág. 156), constitui grave erro a concentração industrial formada por empresas gigantes que se substituem a um número maior de empresas da mesma categoria, pois, economicamente, daí não advém aumento de produtividade real da empresa, com maior proveito para a população, e, sociologicamente, são elas a fonte do grande mal do desemprego, como fenômeno estrutural.

3.^a PARTE

VIII — Processo geral de determinação das constantes da equação Douglas/Cobb, para qualquer país

1. Adaptação da lei Douglas/Cobb aos países semi-capitalistas

As constantes k , α , b da equação Douglas/Cobb foram determinadas pelos dados estatísticos do período de 1899 e 1922 da produção industrial dos Estados Unidos

Até então, a produção americana, exercida em regime de economia liberal, se conservava em processo de crescimento com disputa entre as empresas grandes, médias e pequenas e com concorrência entre mão-de-obra e capital regida autonomamente pela produtividade marginal de cada um. Esta produção é o modelo natural desejável para o comportamento da produção dos países semi-capitalistas, como o Brasil, em fase de desenvolvimento.

Assim sendo, é de toda conveniência fazer a implantação da lei Douglas/Cobb nestes países e verificar o grau de identidade das equações obtidas, tendo em vista os valores dos expoentes a e b , que determinam a participação dos fatores trabalho e capital.

Para esse fim, o objeto principal consiste, portanto, na determinação, para cada país, das constantes k , a , b , da lei de Douglas/Cobb, com a imposição preliminar de $a + b = 1$.

A equação de Douglas/Cobb pode ser construída para representar a produção industrial em globo, como foi proposto por Douglas e resolvido matematicamente por Cobb, ou pode ter por base empresas, em grande número, da mesma categoria, na admissão conceitual de que cada categoria de empresa, em particular, obedece à lei Douglas/Cobb com as mesmas constantes, embora seja diversa, entre elas, a relação $\frac{C}{T}$ e diversas as suas quotas α e β , isto em virtude da adoção autônoma do princípio das produtividades marginais iguais dos fatores de produção para o rendimento máximo; princípio a que atende a lei Douglas/Cobb.

Aliás, nos estudos anteriores, vimos (pág. 179, III N.º 3) que, para a mesma produção Q , pode haver grande diversidade das quotas α e β sem deterioração da equação $Y = \alpha + \beta r = kr^b$, a qual tem por argumento, nas aplicações práticas, a relação $\frac{T}{C}$;

sendo
$$\frac{C}{T} = r \quad \text{e} \quad \frac{Q}{T} = Y$$

2 Processo de cálculo do Professor Oscar Porto Carreiro

O Professor Oscar Porto Carreiro estabeleceu o seguinte processo geral de cálculo, que na sua opinião provavelmente foi o seguido pelo matemático Charles W. Cobb, o qual tanto se pode referir ao número n de empresas, como ao número n de totais anuais da produção industrial do país:

Considere-se uma classe de n empresas, designadas pelo seu número de ordem, i , ($i = 1, 2, \dots, n$)

Segundo a lei de Douglas/Cobb, tem-se (sendo $a + b = 1$):

$$Q_i = K T_i^a C_i^b \implies \frac{Q_i}{T_i} = K \frac{C_i^b}{T_i^b} \implies y_i = k r_i^b, \quad \text{sendo} \quad y_i = \frac{Q_i}{T_i} \quad r_i = \frac{C_i}{T_i}$$

Para determinar k , b , e conseqüentemente, $a = 1 - b$, considere-se, em vez da equação $y_i = kr^b$, a transformada

$$\log y_i = \log k + b \log r.$$

Representando por u_i , A , v_i , os logaritmos

$$u_i = \log y_i, \quad A = \log k, \quad v_i = \log r_i,$$

obtêm-se as equações

$$u_i = A + bv_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

A partir desse sistema de equações, em que são conhecidos, u_i, v_i ($i = 1, 2, \dots, n$), determinam-se A, b , pelo critério dos mínimos quadrados, impondo a condição:

$$\sum_{i=1}^n (A + bv_i - u_i)^2 \text{ é mínima.}$$

Igualando a 0 as derivadas desta soma em relação a A , e a b , obtêm-se:

$$\left. \begin{aligned} 2 \sum_{i=1}^n (A + bv_i - u_i) \cdot 1 = 0 &\implies An + b [v] = [u] \\ 2 \sum_{i=1}^n (A + bv_i - u_i) \cdot v_i = 0 &\implies A [v] + b [vv] = [uv] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left(\text{pondo } [u] = \sum_{i=1}^n u_i, [v] = \sum_{i=1}^n v_i, [vv] = \sum_{i=1}^n v_i^2, [uv] = \sum_{i=1}^n u_i v_i \right)$$

Resolvendo o sistema (11), cujas incógnitas são A e b , obtêm-se

$$b = \frac{[u] [v] - n [uv]}{[v]^2 - n [vv]}, \quad A = \frac{[u] - b [v]}{n}, \quad a = 1 - b \quad (12)$$

e notando que $A = \log k$, tem-se, ainda,

$$k = \log^{-1} A = \text{antilogaritmo de } A$$

IX — Confronto entre Empresas

1. Preliminares

A construção da equação Douglas/Cobb feita com o cálculo por categorias de empresas pode servir para o confronto entre elas, em relação ao parâmetro $\frac{C}{T}$ e o resultado de sua produção, produção que, como vimos, pode ser diversa para cada empresa ainda que apresentem elas as mesmas constantes k, a, b dessa equação, ou as apresentem com pequena divergência

2. Caracterização das empresas pela expressão $\alpha^{a/b}\beta$

O Professor Oscar Porto Carreiro, partindo do fato de que o produto $\alpha^{a/b}\beta$ é constante (ver V N.º 1 pág. 187) para qualquer valor da

relação $\frac{C}{T}$ dentro de cada classe, ou categoria, de empresas, procurou um meio de caracterizá-las sem o prévio conhecimento das suas quotas α e β concernentes ao Trabalho e ao Capital, chegando à conclusão que a classe, ou categoria, de empresas se pode previamente caracterizar pela expressão. $k^{1/b} \alpha^{a/b} b$, uma vez conhecidos os parâmetros k , a , b de cada classe, ou categoria, calculados pelas fórmulas n.º 12 da pág. anterior

Assim se exprimiu ele

Suponham-se classes ou categorias de empresas, cujos valores $y_i = \frac{Q_i}{T_i}$, $r_i = \frac{C_i}{T_i}$ não divirjam muito Designando por j o número de ordem da classe ou categoria, calculem-se os valores de k , a , b , correspondentes à classe, ou categoria como foi indicado anteriormente, designando-os por ${}_j k$, ${}_j a$, ${}_j b$. A expressão ${}_j k^{1/b} {}_j a^{a/b} {}_j b$ é característica da classe, e independente de cada empresa da classe Com efeito, embora dependam de i , são (IV — 1 — pág 181).

$${}_j \tilde{\beta}_i = {}_j k {}_j b {}_j i^{b-1}$$

e

$${}_j \tilde{\alpha}_i = {}_j k {}_j a {}_j i^{b-1} = {}_j a_i y_i$$

pelo que (V — 1 — pág 187) se tem

$${}_j \tilde{\alpha}_i^{1/b} {}_j \tilde{\beta}_i = {}_j k^{1/b} {}_j a^{a/b} {}_j b$$

independente de i , caracterizando apenas a classe, ou categoria. Note-se que ${}_j k$, ${}_j a$, ${}_j b$, são calculados pelo método descrito na pág 199, sem auxílio de ${}_j \tilde{\alpha}_i$ ou ${}_j \tilde{\beta}_i$ segundo as fórmulas (12)

3. Ilacão doutrinária

Pelas divergências entre os resultados numéricos do produto $\alpha^{a/b} \beta = k^{1/b} \alpha^{a/b} b$, constante por princípio, pode-se saber quais as categorias que não estão perfeitamente adaptadas à lei Douglas/Cobb e conseqüentemente estão fora do princípio da igualdade das produtividades marginais dos fatores de produção, e, portanto, não estão admitindo (Livro pág 130) a concorrência entre os fatores Capital e Trabalho, o que vale dizer, em face das relações $\frac{Q}{\alpha^{a/b} \beta}$ ou $\frac{PQ}{\alpha^{a/b} \beta}$, que estão retirando excesso de provento do capital relativamente ao importe dos salários (ver III — 6 — 2ª pág. 181) ou estão aplicando excesso de capital relativamente ao número de salarizados (Livro pág 164 e²); o que tudo denuncia, na política econômica, uma situação de deficiência da participação natural do trabalho, em prejuízo do pleno emprego.

4.^a PARTE

X — TABELAS NUMÉRICAS

QUADRO 1

VALORES DE $y = kv^b$, $\lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+ = (1 - b)y$, $\lim_{h \rightarrow 0} = \frac{by}{1}$

Valores de $y = \alpha + \beta r = kv^b$, α e β para o argumento de $r = \frac{C}{T}$

$k = 1,01$; $b = 1/4$

(continua)

v	$y = 1,01 \sqrt[4]{v}$	$\lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+ = 0,75 y$	$\lim_{h \rightarrow 0} \beta^+ = \frac{y}{4v}$	r	y	$\lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+$	$\lim_{h \rightarrow 0} \beta^+$
0,1	0,5679	0,4259	1,4200	3,0	1,3293	0,9970	0,1108
0,2	0,6754	0,5066	0,8445	3,1	1,3402	1,0052	0,1081
0,3	0,7475	0,5606	0,6230	3,2	1,3509	1,0132	0,1055
0,4	0,8033	0,6025	0,5020	3,3	1,3613	1,0210	0,1031
0,5	0,8493	0,6370	0,4246	3,4	1,3715	1,0286	0,1009
0,6	0,8889	0,6667	0,3703	3,5	1,3815	1,0361	0,0987
0,7	0,9238	0,6929	0,3300	3,6	1,3913	1,0435	0,0966
0,8	0,9552	0,7164	0,2985	3,7	1,4008	1,0506	0,0946
0,9	0,9837	0,7378	0,2732	3,8	1,4102	1,0577	0,0928
1,0	1,0100	0,7575	0,2525	3,9	1,4194	1,0646	0,0910
1,1	1,0343	0,7757	0,2351	4,0	1,4283	1,0712	0,0893
1,2	1,0571	0,7928	0,2203	4,1	1,4372	1,0779	0,0876
1,3	1,0785	0,8089	0,2074	4,2	1,4459	1,0844	0,0861
1,4	1,0980	0,8235	0,1961	4,3	1,4544	1,0908	0,0846
1,5	1,1178	0,8384	0,1863	4,4	1,4628	1,0971	0,0831
1,6	1,1259	0,8519	0,1775	4,5	1,4711	1,1033	0,0817
1,7	1,1532	0,8649	0,1696	4,6	1,4791	1,1093	0,0804
1,8	1,1699	0,8774	0,1625	4,7	1,4871	1,1153	0,0791
1,9	1,1858	0,8894	0,1561	4,8	1,4950	1,1213	0,0779
2,0	1,2011	0,9008	0,1502	4,9	1,5027	1,1270	0,0767
2,1	1,2158	0,9119	0,1448	5,0	1,5104	1,1328	0,0755
2,2	1,2301	0,9226	0,1398	5,5	1,5467	1,1600	0,0703
2,3	1,2438	0,9329	0,1352	6,0	1,5808	1,1856	0,0659
2,4	1,2571	0,9428	0,1310	6,5	1,6127	1,2095	0,0620
2,5	1,2700	0,9525	0,1270	7,0	1,6429	1,2322	0,0587
2,6	1,2825	0,9619	0,1233	7,5	1,6714	1,2536	0,0557
2,7	1,2947	0,9710	0,1199	8,0	1,6986	1,2740	0,0531
2,8	1,3065	0,9799	0,1166	8,5	1,7246	1,2935	0,0507
2,9	1,3181	0,9886	0,1136				

QUADRO 1

VALORES DE y , $\lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+$, $\lim_{h \rightarrow 0} \beta^+$

$k = 1,01; b = 1/4$

(conclusão)

r	$y = 1,01 \sqrt[4]{r}$	$\lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+ = 0,75 y$	$\lim_{h \rightarrow 0} \beta^+ = \frac{y}{4}$	r	y	$\lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+$	$\lim_{h \rightarrow 0} \beta^+$
9,0	1,7491	1,3121	0,0486	20,0	2,1358	1,6019	0,0267
9,5	1,7732	1,3299	0,0467	20,5	2,1491	1,6118	0,0262
10,0	1,7961	1,3471	0,0449	21,0	2,1621	1,6216	0,0257
10,5	1,8181	1,3636	0,0433	21,5	2,1748	1,6311	0,0253
11,0	1,8394	1,3796	0,0418	22,0	2,1874	1,6406	0,0249
11,5	1,8599	1,3949	0,0404	22,5	2,1997	1,6498	0,0244
12,0	1,8798	1,4099	0,0392	23,0	2,2118	1,6589	0,0240
12,5	1,8991	1,4243	0,0380	23,5	2,2237	1,6678	0,0237
13,0	1,9178	1,4381	0,0369	24,0	2,2355	1,6766	0,0233
13,5	1,9360	1,4520	0,0359	24,5	2,2470	1,6853	0,0229
14,0	1,9536	1,4652	0,0349	25,0	2,2585	1,6939	0,0226
14,5	1,9709	1,4782	0,0340	25,5	2,2697	1,7023	0,0223
15,0	1,9877	1,4908	0,0331	26,0	2,2807	1,7105	0,0219
15,5	2,0040	1,5030	0,0323	26,5	2,2916	1,7187	0,0216
16,0	2,0200	1,5150	0,0316	27,0	2,3023	1,7267	0,0213
16,5	2,0356	1,5267	0,0308	27,5	2,3129	1,7347	0,0210
17,0	2,0508	1,5381	0,0302	28,0	2,3233	1,7425	0,0207
17,5	2,0658	1,5494	0,0295	28,5	2,3336	1,7502	0,0205
18,0	2,0804	1,5603	0,0289	29,0	2,3438	1,7579	0,0202
18,5	2,0946	1,5710	0,0283	29,5	2,3538	1,7654	0,0199
19,0	2,1087	1,5815	0,0277	30,0	2,3637	1,7728	0,0197
19,5	2,1224	1,5918	0,0272				

QUADRO 2

APLICAÇÃO À EXPERIÊNCIA NORTE-AMERICANA

VALORES DE $r = \frac{C}{T}$ PARA OS DADOS ESTATÍSTICOS AMERICANOS DE 1899 A 1922 E OS VALORES DE y , DE α , DE β , DE $(\alpha + \beta)$ PARA O ARGUMENTO DESSES VALORES REAIS DE r

ANOS	CAPITAL FIXO C	NÚMERO DE OPERÁRIOS T	$r = \frac{C}{T}$	$y = 1,01 \cdot r^{\frac{1}{4}}$	$\lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+ = 0,75 y$	$\lim_{h \rightarrow 0} \beta^+ = \frac{y}{4}$	$\lim_{h \rightarrow 0} (\alpha^+ + \beta^+)$
1899	4 449	4 713	0,9440	0,9956	0,7467	0,2637	1,0104
1900	4 746	4 968	0,9553	0,9985	0,7489	0,2612	1,0102
1901	5 061	5 184	0,9763	1,0039	0,7529	0,2571	1,0100
1902	5 444	5 554	0,9802	1,0050	0,7538	0,2564	1,0102
1903	5 806	5 784	1,0038	1,0109	0,7582	0,2517	1,0099
1904	6 132	5 468	1,1214	1,0394	0,7795	0,2317	1,0407
1905	6 626	5 906	1,1219	1,0395	0,7796	0,2317	1,0113
1906	7 257	6 251	1,1577	1,0476	0,7857	0,2262	1,0498
1907	7 832	6 483	1,2081	1,0589	0,7942	0,2191	1,0133
1908	8 229	5 714	1,4401	1,1064	0,8298	0,1921	1,0219
1909	8 820	6 615	1,3333	1,0853	0,8140	0,2035	1,0175
1910	9 240	6 807	1,3574	1,0902	0,8177	0,2008	1,0185
1911	9 624	6 855	1,4039	1,0994	0,8246	0,1958	1,0204
1912	10 067	7 167	1,4046	1,0996	0,8247	0,1957	1,0204
1913	10 520	7 277	1,4457	1,1075	0,8306	0,1915	1,0221
1914	10 873	7 026	1,5175	1,1265	0,8449	0,1820	1,0269
1915	11 840	7 269	1,6288	1,1410	0,8585	0,1752	1,0310
1916	13 242	8 601	1,5396	1,1250	0,8438	0,1827	1,0265
1917	14 915	9 218	1,6180	1,1391	0,8543	0,1760	1,0303
1918	16 265	9 446	1,7219	1,1570	0,8678	0,1680	1,0358
1919	17 234	9 096	1,8947	1,1849	0,8887	0,1563	1,0450
1920	18 118	9 110	1,9888	1,1994	0,8996	0,1508	1,0504
1921	18 542	6 947	2,6691	1,2910	0,9683	0,1209	1,1092
1922	19 192	7 602	2,5246	1,2731	0,9548	0,1261	1,0803

FONTE DAS 3 PRIMEIRAS COLUNAS: P DOUGLAS --- THE THEORY OF WAGES - Págs 121 e 125

CAPITAL FIXO EM US\$ DE 1880; N° DE OPERÁRIOS EM MILHARES

K = 1,01, b = 1/4; $\alpha = 3/4 = 0,75$

QUADRO 3

VALORES DA PRODUÇÃO Q — EXPERIÊNCIA NORTE-AMERICANA
— 1899/1922

(VALORES AJUSTADOS: $Q = 1,01 r^{1/4} T$)

VALORES DE Q PARA OS ANOS DE 1899 A 1922 CALCULADOS PELA
EQUAÇÃO $Q = Ty = Tkr^b$

$Q = Ty$

ANOS	Q	ÍNDICE	ÍNDICE REAL DE Q (Douglas pág 176)	4692 X ÍNDICE DE Q
1899	4 692	100	100	4 692
1900	4 961	106	100	4 692
1901	5 204	102 (9)	112	5 255
1902	5 832	124	121	5 677
1903	5 847	125	123	5 771
1904	5 849	125	123	5 771
1905	6 139	131	142	6 663
1906	6 794	145	151	7 085
1907	6 865	146	150	7 038
1908	6 322	135	133	6 240
1909	7 179	153	160	7 507
1910	7 421	158	157	7 367
1911	7 536	161	156	7 320
1912	7 881	168	175	8 211
1913	8 059	172	180	8 446
1914	7 915	169	171	8 023
1915	8 294	177	187	8 774
1916	9 676	206	218	10 229
1917	10 500	224	219	10 276
1918	10 929	233	237	11 120
1919	10 778	230	210	9 853
1920	10 927	233	224	10 510
1921	8 969	191	181	8 493
1922	9 678	206	229	10 745

QUADRO 4

CÁLCULO DE $\lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+$ e $\lim_{h \rightarrow 0} \beta^+$, a partir de i

VALORES DE α E DE β OBTIDOS COM O ÍNDICE DE $\frac{C}{T} = i$

$k = 0,314836; b = 1/4$

ANOS	i	$y = 0,3148 \sqrt[4]{i}$	$\lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+ = 0,75 y$	$\lim_{h \rightarrow 0} \beta^+ = \frac{25y}{0,9440i}$
1899	100	0,9956	0,7467	0,2637
1900	101	0,9981	0,7486	0,2617
1901	103	1,0030	0,7522	0,2579
1902	104	1,0054	0,7541	0,2560
1903	106	1,1010	0,7577	0,2524
1904	119	1,0399	0,7799	0,2314
1905	119	1,0399	0,7799	0,2314
1906	123	1,0485	0,7864	0,2257
1907	128	1,0590	0,7942	0,2191
1908	153	1,1073	0,8305	0,1916
1909	141	1,0849	0,8137	0,2037
1910	144	1,0906	0,8180	0,2006
1911	149	1,1000	0,8250	0,1955
1912	149	1,1000	0,8250	0,1955
1913	153	1,1073	0,8305	0,1917
1914	164	1,1267	0,8450	0,1819
1915	173	1,1418	0,8564	0,1748
1916	163	1,1249	0,8437	0,1828
1917	171	1,1385	0,8539	0,1763
1918	182	1,1564	0,8673	0,1683
1919	201	1,1854	0,8891	0,1562
1920	211	1,1999	0,8999	0,1506
1921	283	1,2913	0,9685	0,1208
1922	267	1,2727	0,9545	0,1262

OBSERVAÇÃO A divergência entre esses valores e os do Quadro 2 são decorrentes de serem os índices representados com 3 algarismos significativos, apenas

QUADRO 5

CÁLCULO DE $\tilde{\alpha}$ E $\tilde{\beta}$ A PARTIR DOS VALORES REAIS DE y/y_0 .

VALORES DE α , DE β , DE $(\alpha + \beta)$ OBTIDOS EM FUNÇÃO DOS VALORES REAIS DE y/y_0 E OS DADOS DO QUADRO 2

ANOS	$\tilde{\alpha}/y_0 = 0,75 y/y_0$ VALORES REAIS	$\tilde{\alpha}$ para $y_0 = 0,9956$	$\tilde{\beta} = \frac{0,1098}{\tilde{\alpha}^3}$	$\tilde{\alpha} + \tilde{\beta}$
1899	0,7500	0,7467	0,2637	1,0104
1900	0,7125	0,7094	0,3076	1,0170
1901	0,7650	0,7616	0,2486	1,0102
1902	0,7725	0,7691	0,2414	1,0105
1903	0,7500	0,7467	0,2637	1,0104
1904	0,7950	0,7915	0,2214	1,0129
1905	0,8550	0,8512	0,1780	1,0292
1906	0,8550	0,8512	0,1780	1,0292
1907	0,8175	0,8139	0,2037	1,0176
1908	0,8225	0,8189	0,1999	1,0188
1909	0,8550	0,8512	0,1780	1,0292
1910	0,8175	0,8139	0,2037	1,0176
1911	0,8100	0,8064	0,2094	1,0158
1912	0,8625	0,8587	0,1734	1,0321
1913	0,8775	0,8736	0,1647	1,0383
1914	0,8625	0,8587	0,1734	1,0321
1915	0,9075	0,9035	0,1489	1,0524
1916	0,9000	0,8960	0,1526	1,0486
1917	0,8400	0,8363	0,1877	1,0240
1918	0,8925	0,8886	0,1565	1,0451
1919	0,8175	0,8139	0,2037	1,0176
1920	0,8700	0,8662	0,1689	1,0351
1921	0,9225	0,9184	0,1417	1,0601
1922	1,0650	1,0603	0,0921	1,1524

5.^a PARTE

XI — ANEXO

TRABALHOS MATEMÁTICOS DO PROF. OSCAR PORTO CARREIRO

1 — Sobre o modo decrescente, no tempo, da produtividade relativa à raiz quadrada do produto capital \times trabalho (Nota 5 à pág. 193)

— Por que a produtividade relativa à raiz quadrada do produto capital \times trabalho é decrescente, se bem que em taxas baixas, quando a relativa ao logaritmo daquele produto é grandemente crescente?

— Ponham-se $CT = u$

$$(1) \quad f = \frac{Q}{\log (CT)} = \frac{Q}{\log u}, \quad (3) \quad \varphi = \frac{PQ}{\log (CT)} = \frac{PQ}{\log u},$$
$$(2) \quad g = \frac{Q}{\sqrt{CT}} = \frac{Q}{\sqrt{u}} = Qu^{-1/2}, \quad (4) \quad \gamma = \frac{PQ}{\sqrt{CT}} = \frac{QP}{\sqrt{u}} = PQu^{-1/2},$$

sendo

C ... capital da empresa (US\$)

T ... mão-de-obra (número de empregados)

Q . produção física (número de unidades produzidas)

PQ . produção pecuniária (US\$)

Decorrem de (1) e (2) .

$$\frac{g}{f} = Qu^{-1/2} \div \frac{Q}{\log u} = Qu^{-1/2} \frac{\log u}{Q} = u^{-1/2} \log u \Rightarrow$$
$$\Rightarrow g = f u^{-1/2} hLu \quad (h = \log_e = 0,4342944819) \quad (5)$$

por ser $\log u = (\log e) Lu$.

Decorrem de (3) e (4), analogamente

$$\gamma = \varphi u^{-1/2} \log u = \varphi u^{-1/2} hLu \quad (6)$$

Para comparar as variações de g e de f , em função de u , derivem-se ambos os membros de (5) em relação a u . Tem-se:

$$\frac{dg}{du} = hf u^{-1/2} \frac{d}{du} Lu + hf \left(\frac{d}{du} \cdot u^{-1/2} \right) Lu + h \left(\frac{df}{du} \right) u^{-1/2} Lu \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{dg}{du} &= hf \left[u^{-1/2} \cdot \frac{1}{u} - \frac{1}{2} u^{-1,2} - 1 \cdot Lu \right] + hu^{-1/2} Lu \frac{df}{du} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{dg}{du} = hf [u^{-3/2} - 1/2 u^{-3/2} \cdot Lu] + hu^{-1/2} Lu \frac{df}{du} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{dg}{du} = \frac{hf}{u \sqrt{u}} \left(1 - \frac{Lu}{2} \right) + \frac{h Lu}{\sqrt{u}} \cdot \frac{df}{du} \end{aligned} \quad (7)$$

Observe-se que:

$\frac{df}{du} > 0$ por ser a produtividade f (relativa ao logaritmo de CT) uma função crescente de u .

$$u = CT > 1 \Rightarrow h \frac{Lu}{\sqrt{u}} > 0 \quad \text{Segue-se} \quad \boxed{h \frac{Lu}{\sqrt{u}} \cdot \frac{df}{du} > 0}$$

Nos casos considerados⁶ se tem

$$\begin{aligned} 7 < \log u < 9 \Rightarrow 7 < hLu < 9 \Rightarrow 3,5 < \frac{hLu}{2} < 4,5 \Rightarrow \frac{3,5}{h} < \frac{Lu}{2} < \frac{4,5}{h} \Rightarrow \\ \Rightarrow 1 - \frac{3,5}{h} < 1 - \frac{Lu}{2} < 1 - \frac{4,5}{h} \Rightarrow \frac{h - 3,5}{h} < 1 - \frac{Lu}{2} < \frac{h - 4,5}{h} \Rightarrow \end{aligned}$$

(pondo $h = 0,4$)

$$\Rightarrow -\frac{3,1}{h} < 1 - \frac{Lu}{2} < -\frac{4,1}{h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{1 - \frac{Lu}{2} < 0} \Rightarrow \boxed{\frac{hf}{u \sqrt{u}} \left(1 - \frac{Lu}{2} \right) < 0}$$

Assim, por (7), $\frac{dg}{du}$ é a soma de dois termos de sinais contrários.

Sendo f uma função crescente de u , para que g seja decrescente é necessário e suficiente para que se tenha $\frac{dg}{du} < 0$, que o módulo do termo negativo de (7) seja maior que o termo positivo, isto é, que

$$\begin{aligned} \frac{hf}{u \sqrt{u}} \left| 1 - \frac{Lu}{2} \right| &> \frac{hLu}{\sqrt{u}} \cdot \frac{df}{du} \Rightarrow \frac{hf}{u \sqrt{u}} \left[\frac{Lu}{2} - 1 \right] > \frac{hLu}{\sqrt{u}} \frac{df}{du} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{f} \frac{df}{du} < \frac{1}{2u} - \frac{1}{uLu} \end{aligned} \quad (8)$$

⁶ Os números 7 e 9 são as mantissas dos logaritmos concernentes ao produto CT

Se fosse:

$$\frac{1}{f} \frac{df}{du} = \frac{1}{2u} - \frac{1}{uLu} > \quad (9)$$

seria $\frac{dg}{du} = 0 \implies g = \text{constante}$.

Este resultado pode ser obtido por integração de (9). Tem-se

$$Lf = \frac{1}{2} Lu - \int \frac{du/u}{Lu} + LA,$$

sendo LA uma constante. Seguem-se:

$$\begin{aligned} Lf &= L \sqrt{u} - L(Lu) + LA \implies Lf = L \left(\frac{\sqrt{u}}{Lu} \cdot A \right) \implies \\ \implies f &= A \frac{\sqrt{u}}{Lu} \stackrel{(5)}{\implies} g = h \cdot \frac{A \sqrt{u}}{Lu} \cdot u^{-1/2} \cdot Lu \implies \end{aligned} \quad (10)$$

$g = Ah = \text{constante}$

Notando que $\frac{g}{f} = \frac{\gamma}{\varphi} = hu^{-1/2} Lu$, estende-se imediatamente às produtividades pecuniárias, esses resultados, obtendo

$$\frac{1}{\varphi} \frac{d\varphi}{du} < \frac{1}{2u} - \frac{1}{uLu} \quad (8')$$

como condição para que variem em sentidos opostos γ e φ , decorrendo,

$$\frac{1}{\varphi} \frac{d\varphi}{du} = \frac{1}{2u} - \frac{1}{uLu} \implies \quad (9')$$

$$\implies \varphi = \frac{A \sqrt{u}}{Lu} \quad (10')$$

Note-se que a relação entre a produtividade relativa a \sqrt{CT} e a relativa a $\log(CT)$, é uma função, $hu^{-1/2} Lu = \frac{\log u}{\sqrt{u}}$, decrescente para valores de $u > e^2$, porque $1 - \frac{Lu}{2} < 0 \implies Lu > 2 \implies u > e^2 = 9$, portanto, uma relação decrescente, nos casos objetivos.

Se a taxa de crescimento da produtividade relativa ao $\log u$, não compensar a taxa de decrescimento dessa relação, suficientemente, então a produtividade relativa a \sqrt{u} será decrescente, como ocorreu nos exemplos em causa.

2 — Cálculo algébrico da determinação dos parâmetros α e β pelo processo dos mínimos quadrados (na pág. 185) — (Solução do Prof. Porto Correiro)

Represente-se, genericamente, por $r + x$, um ponto do intervalo $(r - h, r + h)$, sendo h muito pequeno (posteriormente, far-se-á h tender a 0).

Para cada x ($-h < x < +h$) tal que seja:

$\alpha + \beta (r + x) = k (r + x)^b$, os parâmetros α, β , dependem de $r + x$. Sejam α^+, β^+ , parâmetros que só dependem de r . Então, a diferença.

$$\alpha^+ + \beta^+ (r + x) - k (r + x)^b \quad \text{para } (-h < x < +h),$$

em geral, diferente de 0, pode ser considerada como o afastamento entre $k (r + x)^b$ e a sua estimativa linear:

$$\alpha^+ + \beta^+ (r + x) \quad \text{para } (-h < x < +h)$$

Aplicar-se o critério dos mínimos quadrados para determinar essa estimativa, minimizando a integral

$$J = \int_{-h}^{+h} [\alpha^+ + \beta^+ (r + x) - k (r + x)^b]^2 dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\delta J}{\delta \alpha^+} = 0 \quad \wedge \quad \frac{\delta J}{\delta \beta^+} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_{-h}^{+h} [\alpha^+ + \beta^+ (r + x) - k (r + x)^b] dx = 0 \quad \wedge^*$$

$$\int_{-h}^{+h} [\alpha^+ + \beta^+ (r + x) - k (r + x)^b] (r + x) dx = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \alpha^+ [(r + h) - (r - h)] + \frac{1}{2} \beta^+ [(r + h)^2 - (r - h)^2] &= \\ = \frac{k}{b + 1} [(r + h)^{b+1} - (r - h)^{b+1}] & \\ \frac{1}{2} \alpha^+ [(r + h)^2 - (r - h)^2] + \frac{1}{3} \beta^+ [(r + h)^3 - (r - h)^3] &= \\ = \frac{k}{b + 2} [(r + h)^{b+2} - (r - h)^{b+2}] & \end{aligned} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{aligned} 2 \alpha^+ h + 2 \beta^+ r h &= \frac{k}{b + 1} [(r + h)^{b+1} - (r - h)^{b+1}] & (1) \\ 2 \alpha^+ r h + \beta^+ \left(2r^2 h + \frac{2h^3}{3} \right) &= \frac{k}{b + 2} [(r + h)^{b+2} - (r - h)^{b+2}] & (2) \end{aligned} \right.$$

* O símbolo lógico \wedge designa a conjunção "e"

Multiplicando a primeira equação por $-r$ e somando, membro a membro obtém-se:

$$\frac{2h^3}{3} \cdot \beta^+ = k \left[\frac{(r+h)^{b+2} - (r-h)^{b+2}}{b+2} - r \cdot \frac{(r+h)^{b+1} - (r-h)^{b+1}}{b+1} \right] \quad (3)$$

Notem-se os desenvolvimentos de Taylor, onde o (h^3) representa uma função de h tal que seja $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\theta(h^3)}{h^3} = 0$.

$$(r+h)^{b+1} = r^{b+1} + \frac{h}{1!} (b+1) r^b + \frac{h^2}{2!} (b+1)b r^{b-1} +$$

$$+ \frac{h^3}{3!} (b+1)b(b-1) r^{b-2} + \theta(h^3)$$

$$(r-h)^{b+1} = r^{b+1} - \frac{h}{1!} (b+1) r^b + \frac{h^2}{2!} (b+1)b r^{b-1} -$$

$$- \frac{h^3}{3!} (b+1)b(b-1) r^{b-2} + \theta(h^3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(r+h)^{b+1} - (r-h)^{b+1}}{b+1} = 2hr^b + \frac{h^3}{3} b(b-1) r^{b-2} + \theta(h^3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -r \frac{(r+h)^{b+1} - (r-h)^{b+1}}{b+1} = -2hr^{b+1} - \frac{h^3}{3} b(b-1) r^{b+1} + \theta(h^3)$$

$$\frac{(r+h)^{b+2} - (r-h)^{b+2}}{b+2} = 2hr^{b+1} + \frac{h^3}{3} b(b+1) r^{b-1} + \theta(h^3)$$

Assim, decorre de (3)

$$\frac{2h^3}{3} \beta^+ = k \left[\frac{2h^3}{3} br^{b-1} + \theta(h^3) \right] \Rightarrow \beta^+ = k \left[br^{b-1} + \frac{3}{2} \cdot \frac{\theta(h^3)}{h^3} \right]$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \beta^+ = kbr^{b-1}$$

Dividindo ambos os membros de (1) por $2h$ e tomando o limite quando $h \rightarrow 0$, obtem-se:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+ + \lim_{h \rightarrow 0} \beta^+ r = \frac{k}{b+1} \frac{\delta}{\delta t} r^{b+1} \implies \lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+ + kb r^{b-1} r = kr^b \implies$$

$$\implies \lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+ = k(1-b) r^b$$

$\lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+ = k(1-b) r^b$	$\implies \lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+ = kr^b - \lim_{h \rightarrow 0} \beta^+ r \implies$ $\implies \lim_{h \rightarrow 0} \alpha^+ = kr^b - kb r^b =$ $= k r^b (1-b) =$ $= (1-b) y = ay$
--	---

UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DAS COMPONENTES POR COORTE NAS PROJEÇÕES PARA PEQUENAS ÁREAS*

Richard Irwin

do
Bureau of the Census USA

SUMÁRIO

- 1 *Introdução*
- 2 *Considerações metodológicas*
 - 2 1 — *Projeções de nascimentos*
 - 2 2 — *Mudanças de geração*
 - 2 3 — *Projeções de mortalidade*
 - 2 3 1 — *Taxas de sobrevivência nas tábuas de mortalidade*
 - 2 3 2 — *Taxas de sobrevivência no Censo nacional*
 - 2 4 — *Migração*
 - 2 4 1 — *Migração líquida residual*
 - 2 4 1 1 — *A técnica da "geração adjacente"*
 - 2 4 2 — *Migração bruta*

* Documento preparado para a Conferência sobre Previsão de População para Pequenas Áreas Instituto de Pesquisas Demográficas de Oak Ridge, Oak Ridge, Tennessee Tradução de Maria Luiza Maier Polinov, do Centro de Documentação e Informação Estatística, e revisão técnica de texto de Yvonne Barandier, do Centro Brasileiro de Estudos Demográficos, ambos do IBGE

Os pontos de vista expressados neste documento são os do autor e não refletem obrigatoriamente os conceitos do U S Bureau of the Census

	2 5	—	Estimativas pós-censitárias
	2 6	—	Populações especiais
3			Vantagens e limitações
	3 1	—	Nível de detalhe
	3 2	—	Exatidão
	3 3	—	Tamanho da área
	3 4	—	Erros de mensuração nos Dados Básicos
4			Bibliografia

1. INTRODUÇÃO

O método das componentes por coorte é muitas vezes considerado complexo e sofisticado, mas na realidade poderá ser simples ou complexo, dependendo da maneira pela qual a técnica é aplicada. O método é freqüentemente chamado de sobrevivência por coorte, mas os seus dois conceitos básicos são mais bem ilustrados pelas palavras componentes por coorte. Considerando primeiramente o conceito de "componente", a evolução demográfica resulta da interação de três componentes, conforme se demonstra na expressão:

$$P_1 = P_0 + B - D + NM \quad (1)$$

onde P_0 é a população de uma área no início de determinado período, P_1 é a população no fim do período, B e D são nascimentos e óbitos, e NM é a migração líquida, isto é, a diferença entre os imigrantes e os emigrantes. Como se verá mais adiante, às vezes são feitos cálculos distintos para imigrantes e emigrantes. A palavra "coorte" indica que a projeção é feita segundo a idade, preservando-se a identidade de cada grupo etário à medida que vai sendo transportado através do tempo. Por exemplo, a coorte de 5-9 anos de idade em 1970, é projetada para 1975, por meio de ajustes adequados nos óbitos e na migração, época em que estará na faixa de 10-14 anos de idade. A projeção é, geralmente, feita segundo o sexo, e, às vezes, também segundo a raça. Grupos etários quinquenais são os mais comumente usados para períodos de projeção de 5 ou 10 anos. Note-se que este período deve ser em múltiplos do tamanho do grupo etário, para se manter a identidade da coorte.

O método das componentes por coorte tem sido criticado por ser considerado mecânico e não realista, mas estas críticas se referem de fato, à maneira pela qual ele é aplicado e não ao método em si. A projeção das várias componentes para o futuro não precisa ser uma simples extensão de tendências anteriores. Há técnicas diferentes para projetar cada componente e, uma vez selecionadas as técnicas específicas fazem-se suposições sobre o comportamento futuro de cada componente. Se estas suposições se revelarem corretas, e não houver erro nos dados históricos básicos (população, nascimentos, óbitos e migração), a população futura será exatamente como foi prognosticada. Neste sentido o método é estritamente lógico.

Qualquer pessoa ligeiramente familiarizada com o assunto sabe que projeções para pequenas áreas não têm sido notavelmente exatas. Alguns comentaristas maldosos sugeriram que, por medida de segurança, as projeções só deveriam ser feitas para uma data futura, posterior à data prevista para o falecimento do técnico responsável. A projeção do comportamento futuro das componentes provou não ser fácil, havendo ainda problemas com os dados básicos usados como entrada. Em geral, quanto menor a área, tanto com referência ao tamanho populacional como ao da superfície terrestre, tanto maiores têm sido as dificuldades. Antes de discutir as limitações e as vantagens da utilização do método das componentes por coorte, sugerido para estes problemas, será conveniente apresentar mais detalhadamente o seu aspecto técnico

2. CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS

2.1 Projeções de nascimentos

Nas projeções das componentes por coorte são necessários processos especiais para avaliar a população nascida depois da data inicial das projeções. Não é indispensável que o número de *nascimentos* seja projetado; ao fazer uma projeção para 1980, tomando 1970 como data-base, a população com menos de 10 anos de idade em 1980 pode ser estimada por meio de uma razão filho-mulher (Shryock e Siegel, 1971, p. 798).

Nos Estados Unidos, entretanto, dispõe-se de dados pormenorizados de nascimentos, por "counties"¹ e, às vezes, também para outras áreas pequenas, e o método habitual consiste em projetar taxas específicas de natalidade por idade, ou a taxa geral de fecundidade. A utilização do método mais sofisticado de fecundidade por coorte é algumas vezes feito a nível estadual (Califórnia, 1974).

A maneira mais comum de projetar nascimentos para Estados ou "counties" consiste em trabalhar com taxas específicas de fecundidade segundo a idade por grupos quinquenais de idade da mãe. Estas taxas são calculadas para datas passadas e projetadas para o futuro, tomando por base tendências do passado, ou então uma projeção já preparada para uma área maior — o Estado ou a Nação — usando-se uma técnica de razão. Embora seja comum usar-se taxas específicas por idade para "counties", será mais exato utilizar a taxa geral de fecundidade, porque um erro na projeção da migração de adultos jovens poderá causar enorme impacto nas projeções de natalidade. Deve-se dar preferência à taxa de fecundidade geral, a não ser que os dados relativos aos grupos quinquenais de idade sejam confiáveis.

No que diz respeito à exatidão, a projeção de nascimentos para pequenas áreas está sujeita a todos os riscos de projeções a nível nacional, acrescida da variação local que poderá resultar de dados básicos im-

¹ Divisão dos Estados norte-americanos

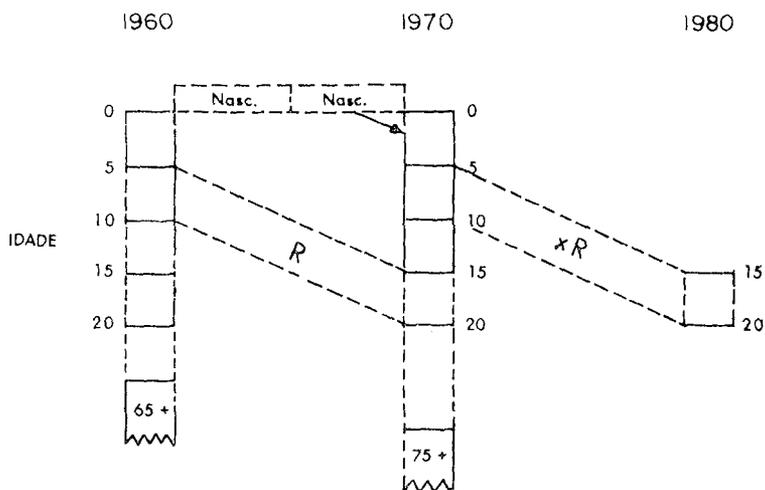
precisos, ou de alteração no aspecto sócio-econômico da área local durante o período de projeção relativo ao país. Se as projeções de população forem para um conjunto de subáreas, um erro na componente de natalidade não altera tanto a proporção projetada, que cada subárea tem da área total, como se poderia esperar, porque as taxas brutas de natalidade, e suas devidas modificações, tendem a ser bastante semelhantes entre áreas geográficas. Isto não atenua as conseqüências adversas inerentes ao planejamento estritamente local de um erro na componente de natalidade projetada, e as projeções deveriam verificar as alterações na taxa de natalidade e introduzir retificações quando necessárias.

2 2 Mudança de coorte

Uma vez decidida a técnica para projetar os nascimentos, há várias opções para o tratamento das outras duas componentes. O mais simples é o método da “mudança de coorte”. O conceito básico é a extensão de 10 anos para o futuro, da taxa de variação observada em cada coorte durante os dois últimos censos decenais, de acordo com a seguinte expressão:

$$\frac{P_x^{80}}{P_{x-10}^{70}} = \frac{P_x^{70}}{P_{x-10}^{60}} \quad (2)$$

onde P é população, 60, 70 e 80 representam datas dos censos decenais, x significa um grupo de idade, e $x-10$ é o mesmo grupo de idade 10 anos mais jovem. A idéia é apresentada graficamente a seguir para a coorte de 5 a 9, em 1960, que será a de 15 a 19 anos em 1970



onde se pressupõe que a razão R continue pela década seguinte.

A fórmula pode ser aplicada a qualquer área local com limites geográficos constantes dentro do esquema de tempo especificado. A primeira aplicação amplamente conhecida desta fórmula para previsão em pequenas áreas foi feita por Hamilton e Perry (1962). São necessários processos especiais para as coortes nascidas no período intercensitário, a fim de se obter a população abaixo de 10 anos de idade em 1980.

A alteração no tamanho das coortes já nascidas, e recenseadas no censo anterior, é causada pelos óbitos e pela migração líquida; a suposição da projeção é que a taxa de variação decorrente destas duas componentes se repita no futuro. Os erros censitários em qualquer censo também afetarão a relação e a projeção admite que o impacto destes erros seja o mesmo.

O método tem a vantagem da simplicidade mas, apesar de amplamente reconhecido, não tem sido usado com frequência em projeções que chegam a ser publicadas. A combinação de mortalidade e migração numa só expressão torna desfavorável a introdução de hipóteses de futuras alterações em qualquer das componentes. Apesar disso, as relações implícitas no conceito de mudança de coorte constituem a base de muitos dos processos mais minuciosos

2 3 Projeções de mortalidade

2 3.1 Taxas de sobrevivência das tábuas de mortalidade (TSTM)

A maneira mais comum de projetar a componente da mortalidade consiste em calcular taxas específicas de sobrevivência segundo a idade, de uma tábua de mortalidade adequada, e projetar estas taxas para o futuro. Técnicos com orientação do local, tal como um planejador para uma área metropolitana, freqüentemente usam uma tábua de mortalidade estadual. Se houver uma tábua disponível para a área exata em estudo, é natural que seja usada.

As taxas de sobrevivência das tábuas de mortalidade podem ser projetadas com base em tendências passadas, ou com referência a projeções nacionais. O Bureau do Censo dos Estados Unidos geralmente inclui uma tabela de taxas de sobrevivência, segundo a idade e o sexo, quando apresenta projeções nacionais de população (U.S. Bureau of the Census, 1971, p. 54)

Em vez de usar taxas específicas de sobrevivência da área local, o técnico poderá usar taxas nacionais, uma vez que as taxas de mortalidade, segundo a idade e o sexo, são bastante similares em todo o país (Estados Unidos). Na realidade, há diferenças entre regiões, e de acordo com o padrão sócio-econômico, mas muitas vezes ouve-se dizer que qualquer erro na projeção de óbitos será completamente eclipsado por possíveis erros na componente de migração. Além disso, em projeções que usam a migração líquida residual calculada pelo método da taxa

de sobrevivência prospectiva², um erro no componente de mortalidade tende a ser contrabalançado por uma mudança na estimativa da migração líquida. Voltaremos a examinar o assunto mais tarde.

Como meio de corrigir um erro na componente de mortalidade devido a limitações da técnica de sobrevivência prospectiva, ou das taxas de sobrevivência, é possível ajustar as taxas de sobrevivência pro-rata, de maneira a produzir um número total de óbitos registrados durante o período-base para o cálculo da taxa líquida de migração.

2.3.2 Taxas de sobrevivência do censo nacional (TSCN)

Outra fonte importante para se deduzir a mortalidade é o uso das taxas de sobrevivência do censo nacional. Operacionalmente estas taxas podem ser usadas em lugar das taxas de sobrevivência das tábuas de mortalidade. Como o nome indica, as taxas de sobrevivência do censo nacional são calculadas com base em dois censos sucessivos para o país como um todo. O último censo é ajustado através da remoção dos efeitos da imigração líquida do exterior durante o período intercensitário, e representa agora os sobreviventes da população recenseada no primeiro censo. Para cada coorte, os sobreviventes são divididos pela população inicial para se obter "a taxa de sobrevivência do censo nacional". Para um exame mais completo da derivação destas taxas, ver Shryock e Siegel (1971, p. 632). O Bureau do Censo dos E. E. U. U. publica uma série de taxas depois de cada período censitário decenal. (U. S. Bureau of the Census, 1972).

As taxas de sobrevivência do censo nacional assim calculadas incluem implicitamente um fator de correção para subcontagem censitária líquida, uma vez que os erros nas contagens censitárias nacionais devidos à subenumeração e aos erros de declaração de idade refletem-se nas taxas de sobrevivência. Quando estas taxas são usadas para calcular os sobreviventes da população de uma subárea do país, pressupõe-se que o impacto da mortalidade e da subcontagem censitária líquida sobre a subárea seja o mesmo que para o país.

As taxas de sobrevivência censitárias não têm sido utilizadas amplamente nos modelos de projeção de população, mas são um meio importante para a estimativa da migração líquida. Sua utilização em projeções é minuciosamente examinada no trabalho "The Use of National Census Survival Rates in Population Projections for Local Areas", que está sendo elaborado pelo autor. Na preparação de *estimativas*, entretanto, essas taxas têm uma longa história. Hamilton (1966) fez uma boa crítica: Estimativas da migração líquida segundo a idade, raça e sexo, para todos os "counties" dos Estados Unidos, para a década de 1960-70, estão sendo preparadas agora por Bowles, Beale e Lee (1975), utilizando uma variação do método de taxa de sobrevivência censitária. Estima-

² "Forward survival rate"

tivas para o período de 1950-60 foram feitas por um método semelhante (Bowles e Tarver, 1965).

Os demógrafos foram muito bem sucedidos em projetar a componente de mortalidade. Até 1960, mesmo um erro grande na componente de migração não causava um erro proporcional na projeção de óbitos, porque os migrantes se encontram predominantemente nas faixas etárias jovens, em que as taxas de mortalidade são baixas. A partir de 1960 houve uma transformação dramática em muitas áreas de grande concentração de aposentados, onde um aumento na imigração de pessoas de idade avançada numa região escassamente povoada causa um erro substancial na projeção de óbitos. Tais áreas poderiam ser chamadas de casos especiais mas, apesar disso, constituem um novo problema a ser resolvido em projeções de população de pequenas áreas.

2.4 Migração

A componente que se constitui no maior problema em projeções locais de população é a migração. O levantamento contínuo de população tem mostrado sistematicamente que cerca de 6 a 7 por cento da população reside num "county" diferente daquele em que residia no ano anterior. (A questão migratória relacionava-se a um período de referência de um ano até 1972). O levantamento mais recente retrata um período de 4 anos, de 1970 a 1974, e demonstrou que 15% da população residia em um "county" diferente em 1974. Estas taxas de migração são para a população total; para adultos jovens as taxas são muito mais elevadas.

Além disso, nos Estados tem havido tradicionalmente grandes correntes migratórias líquidas. Isto faz lembrar a migração para o Oeste, o movimento rural-urbano, e a migração da população negra do Sul para o Norte. Como resposta aos problemas e questões levantados por estas correntes, e pela mobilidade da população em geral, os demógrafos desenvolveram ampla variedade de estatísticas sobre migração. Destacam-se aí 2 tipos para efeitos de projeção: 1) migração líquida residual calculada para períodos intercensitários, e 2) estatísticas sobre migração bruta obtidas através de um quesito num censo ou pesquisa sobre residência anterior, introduzido nos censos decenais desde 1940.

2.4.1 Migração líquida residual

O total de migração líquida para uma área, durante um período intercensitário, pode ser estimado através da recomposição da fórmula (1), como segue:

$$NM = P_1 - P_0 - B + D \quad (4)$$

Esta estimativa de migração líquida é chamada "residual" porque representa aquela parte da modificação entre P_1 e P_0 não explicada pelos

nascimentos e óbitos. Como tal, é uma medida indireta, e a estimativa da migração está sujeita a todos os erros de mensuração que podem ocorrer nas contagens de população, nascimentos, e óbitos.

Nas estimativas das componentes por coorte a componente de mortalidade em (4) é estimada pela utilização das taxas de sobrevivência dos tipos acima discutidos. Para o período 1960 a 1970, a migração líquida seria calculada por coorte, como segue

$$NM_x = P_x^{70} - (P_{x-10}^{60} \cdot SR) \quad (5)$$

onde SR é a taxa de sobrevivência (taxa de sobrevivência de um censo nacional ou então calculada através de uma tábua de mortalidade) e os outros símbolos são os mesmos que temos nas equações (1) e (2). O valor dentro dos parênteses é muitas vezes chamado de população “esperada”. Para as coortes abaixo de 10 anos de idade em 1970, P_{x-10}^{60} substitui o número de nascimentos para o período intercensitário apropriado.

Esta é a técnica de “sobrevivência prospectiva” e a mais facilmente adaptável a projeções de população. Para este fim, a migração líquida é usualmente expressa como uma taxa através da divisão pela população esperada — a população inicial também pode ser usada — como segue.

$$RNM = \frac{P_x^{70} - (P_{x-10}^{60} \cdot SR)}{(P_{x-10}^{60} \cdot SR)} \quad (6)$$

onde RNM é a taxa líquida de migração

O processo mais comum de projeção é admitir que as taxas calculadas desta forma para o período-base histórico continuem no futuro. Este processo está estreitamente relacionado com a técnica de “mudança de coorte”, porque, se a taxa de sobrevivência, bem como a líquida de migração, se mantiver constante, poderá ser constatado que a população projetada é exatamente a mesma que se obteria com a aplicação da fórmula (2) reagrupada como segue:

$$P_x^{80} = \frac{P_x^{70}}{P_{x-10}^{60}} \cdot P_{x-10}^{70} \quad (7)$$

A fórmula (6) é a “projeção das tendências passadas” citada pelos críticos do método como sendo mecânica e irreal. Até certo ponto eles tem razão, embora a pressuposição não seja irreal de todo porque as tendências da migração líquida costumam permanecer por muito tempo. Entretanto, quanto mais distantes para o futuro estas tendências forem projetadas, tanto mais fraca se tornará a racionalidade do processo.

Se forem preparadas projeções para um conjunto de subáreas, por exemplo: todos os municípios de um Estado, a pressuposição de uma

taxa continuada de migração líquida cria uma dificuldade de natureza matemática. As áreas de crescimento rápido com imigração líquida crescem cada vez mais depressa à medida que se estender o período de projeção, exigindo um número líquido cada vez maior de migrantes. As áreas com taxas mais baixas de imigração líquida ou com emigração líquida não crescem com tanta rapidez. O total da migração líquida computado como a soma dos cálculos das áreas distintas tende a exceder o valor calculado pela mesma técnica para a área global. Quanto maior a variação das taxas de crescimento entre as subáreas, maior o desequilíbrio, e à medida que o período de projeção for estendido, o desequilíbrio se acentuará progressivamente.

Vários meios foram desenvolvidos para ajustar as partes a serem somadas ao total geral de controle, mas o problema é difícil, especialmente quando algumas das áreas têm emigração líquida. Uma das técnicas usadas neste caso é o ajuste "plus-minus". Uma ilustração de seu uso é dada no apêndice de "Current Population Reports", Série P-23, N.º 15, do Bureau do Censo dos E.E.U.U. Nesse exemplo, uma distribuição por idade da migração líquida, com os valores positivos e negativos é ajustada a um novo total de controle. Esta situação é frequentemente encontrada ao se projetar a migração líquida. Uma nova técnica foi sugerida por Pittenger (1974) para fazer esses ajustes, estabelecendo-se modelos-padrão de idade, que podem ser aplicados de acordo com o tipo da área abrangida.

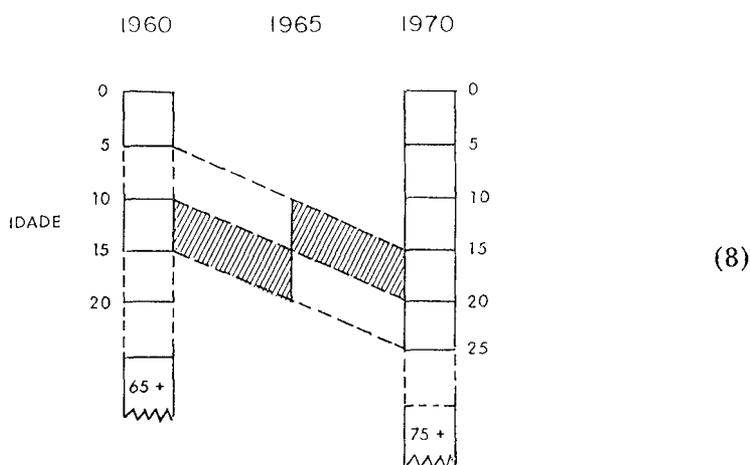
Há, entretanto, alternativas para a suposição da continuação das taxas para o futuro. A taxa de crescimento admitida em áreas de imigração pode ser reduzida, diminuindo assim o tamanho do ajuste para os totais das subáreas. Uma restrição simples seria a de não permitir que o número líquido de migrantes excedesse o número estimado para o período-base, ou que só pudesse excedê-lo em determinada proporção, baseado, por exemplo, no crescimento antecipado do tamanho do grupoamento bruto de migrantes no país (Ver discussão deste conceito a seguir). Esta restrição poderia ser específica segundo a idade, se assim desejado. Tais providências diminuiriam o grau de desequilíbrio e o necessário ajustamento.

Na realidade, qualquer total de controle para migração líquida obtido através de análise independente pode ser imposto às projeções das componentes por coorte, por exemplo, o resultado de uma técnica Delphi, e os totais de migração e distribuições por idade ajustados aos novos controles. Se estes ajustamentos podem se tornar mais lógicos, como resultado das técnicas sugeridas por Pittenger, ou por outros meios, será um enorme serviço prestado ao tratamento das projeções de população, porque a migração líquida é fácil de se calcular, e pode ser preparada para uma área de qualquer tamanho, para qualquer período intercensitário.

2 4.1 1 A técnica de “coorte adjacente”

Uma consideração adicional em todas as projeções das componentes por coorte é a unidade de tempo usada. Todas as ilustrações referentes à migração líquida até agora apresentadas adotavam períodos decenais de projeção, equiparando a duração do período cronológico-base. Se as projeções se destinam a períodos quinquenais, surge um problema na adaptação dos dados de migração intercensitária decenal ao intervalo de tempo de 5 anos. Tomando-se uma coorte como exemplo, é necessária uma taxa de migração líquida para a geração de 10—14 anos de idade no início de um período quinquenal, que estará com 15—19 anos no final desse quinquênio.

Durante o período intercensitário de 1960 a 1970, duas coortes passam por esta classe, conforme consta do seguinte diagrama:



A geração de 5—9 chegando aos 15—19 terá uma experiência na segunda metade da década, que a coorte próxima em idade maior terá na primeira, conforme indicam as áreas sombreadas. Tem sido regra comum dividir a taxa decenal de cada geração por 2, e determinar a média destas taxas para gerações adjacentes, obtendo uma estimativa para um período quinquenal. Há outros processos um pouco mais sofisticados, mas todos tem a mesma premissa básica.

Este sistema será aqui designado como técnica de “coorte adjacente”. Funciona bastante bem se as taxas líquidas de migração não variarem demais de um grupo de idade para o outro. Se, entretanto, houver grandes diferenças nas taxas entre coortes adjacentes, o processo resultará em desvio dos valores originais de migração por coorte, produzindo erros sérios na população projetada depois de 5 anos, e igualmente depois de 10 anos. Grandes variações nas taxas líquidas de migração de idade para idade são comuns em “counties” que representam somente parte de uma área metropolitana. Um “county” suburbano em desenvolvimento na década de 60 apresentava como característica a imigração líquida de brancos de cerca de 25 a 40 anos de idade e de menores de 14 anos. Isto corresponde naturalmente às famílias grandes

que migraram para os subúrbios durante o período. Mas, no mesmo “county” há freqüentemente uma emigração ou imigração muito inferior para as idades de 15 a 24 anos, porque os filhos maiores atingem a idade de freqüentar faculdades, empregar-se, e casar.

Essas pessoas gravitam para o centro da cidade, onde estão mais próximos ao seu local de trabalho, e encontram unidades residenciais menores com aluguéis acessíveis. Assim, o centro da cidade tende a apresentar correntes opostas às do “county” suburbano, e tipicamente a uma taxa elevada.

Em tais situações, o sistema de coorte adjacente pode conduzir a erros da ordem de 10% ou mais sempre que haja correntes migratórias razoavelmente elevadas. Pode-se demonstrar isso com os dados da migração bruta do censo de 1970. Embora a Área Econômica do Estado (AEE) tenha sido a menor unidade geográfica para a qual foram tabuladas estatísticas da migração bruta, algumas AEE são simples “counties” que incluem somente uma parte da área metropolitana. Clark County, Washington — um subúrbio de Portland, Oregon, por pertencer a um Estado diferente, é considerado uma AEE em separado. A demonstração começa com as taxas líquidas de migração por coortes quinquenais para um período de 5 anos e continua produzindo taxas para períodos de 10 anos através da multiplicação de coortes adjacentes (Tabela 1). Essas taxas são então subdivididas matematicamente em 2 taxas iguais de 5 anos utilizando-se uma variação da técnica da coorte adjacente, e as taxas “recriadas” são comparadas aos dados originais. As etapas na Tabela 1 são as seguintes:

Col. 1 — Migração líquida, 1965-70, de mulheres no Condado de Clark, Washington.

Col. 2 — População 1970.

Col. 3 — População “esperada”, 1970: $(3) = (2) - (1)$. Este é um substituto para a população “esperada” na fórmula (5)

Col. 4 — Taxa de migração: $(4) = (2) : (3)$. Este é 1,0 mais a taxa líquida de migração e é necessário na fórmula para as etapas que seguem.

Col. 5 — Taxa decenal de migração $(5) = (4)_x \cdot (4)_{x-5}$. Multiplicando-se as taxas adjacentes dos grupos etários (x) e $(x - 5)$ resulta na taxa que obteríamos em 10 anos, se a experiência de migração para o período de 5 anos fosse repetida.

Col. 6 — Taxas quinquenais derivadas: $(6) = \sqrt{(5)}$. Este é o início de uma versão da técnica da coorte adjacente de converter taxas decenais em quinquenais.

Col. 7 — Taxas quinquenais “recriadas”: $(7)_x [(6)_x + (6)_{x+5}] : 2,0$. A média das taxas em (6) para os grupos etários x e $x + 5$. Este é o resultado final da técnica da coorte adjacente (na forma de uma taxa) e “recria” os dados originais do período quinquenal.

Col. 8 — Taxas decenais “recriadas”: $(8)_x = (7)_x \cdot (7)_{x-5}$.

TABELA 1

TAXAS DE MIGRAÇÃO LÍQUIDA, ORIGINAIS E "RECRIADAS",
PARA PERÍODOS QUINQUÊNAIS E DECENAIS, SEGUNDO O SEXO,
WASHINGTON, ÁREA ECONÔMICA ESTADUAL C
(CONDADO CLARK)

(Ver texto para explicação do processo)

IDADE (Fim do Período)	MIGRAÇÃO LÍQUIDA 1965 -- 70 (1)	POPULAÇÃO 1970 (2)	POPULAÇÃO "ESPERADA" (3) = (2) - (1)	TAXAS DE MIGRAÇÃO (4) = (2) : (3)
HOMENS				
5 -- 9 anos	1 081	6 615	5 534	1,195
10 -- 14 anos	1 149	7 518	6 369	1,180
15 -- 19 anos	-- 33	5 817	5 850	0,994
20 -- 24 anos	-- 570	4 032	4 602	0,876
25 -- 29 anos	1 190	4 390	3 200	1,372
30 -- 34 anos	799	3 793	2 994	1,267
34 -- 39 anos	392	3 477	3 085	1,127
40 -- 44 anos	390	3 593	3 203	1,122
MULHERES				
5 -- 9 anos	930	6 525	5 595	1,166
10 -- 14 anos	512	6 557	6 045	1,085
15 -- 19 anos	251	5 912	5 661	1,044
20 -- 24 anos	362	5 228	4 866	1,074
25 -- 29 anos	1 186	4 485	3 299	1,360
30 -- 34 anos	772	3 881	3 109	1,248
35 -- 39 anos	400	3 296	2 896	1,138
40 -- 44 anos	383	3 868	3 485	1,110
IDADE (Fim do Período)	TAXAS DECENAIS DE MIGRAÇÃO (5) _x = (4) _x (4) _x - 5	TAXAS QUINQUÊNAIS DERIVADOS (6) = $\sqrt{(5)}$	TAXAS QUINQUÊNAIS "RECRIADOS" (7) _x = [(6) _x + (6) _x + 5] : 2	TAXAS DECENAIS "RECRIADOS" (8) _x = (7) _x (7) _x - 5
HOMENS				
5 -- 9 anos	--	--	--	--
10 -- 14 anos	1,410	1,187	1,135	--
15 -- 19 anos	1,173	1,083	1,008	1,144
20 -- 24 anos	0,871	0,933	1,015	1,023
25 -- 29 anos	1,202	1,096	1,207	1,225
30 -- 34 anos	1,738	1,318	1,256	1,516
35 -- 39 anos	1,428	1,195	1,160	1,457
40 -- 44 anos	1,264	1,124	--	--
MULHERES				
5 -- 9 anos	--	--	--	--
10 -- 14 anos	1,265	1,125	1,094	--
15 -- 19 anos	1,133	1,064	1,062	1,162
20 -- 24 anos	1,121	1,059	1,134	1,204
25 -- 29 anos	1,461	1,209	1,256	1,421
30 -- 34 anos	1,697	1,303	1,248	1,567
35 -- 39 anos	1,420	1,192	1,158	1,445
40 -- 44 anos	1,263	1,121	--	--

FONTE. Bureau do Censo dos E E U U Censo de População 1970 Migração entre Áreas Econômicas Estaduais Relatório PC(2) -- 2E pág 61

É possível comparar agora taxas “recriadas” de períodos quinquê-nais (Col. 7), obtidas pelo processo de coorte adjacente, com os valores originais (Col. 4). Para isso as taxas na Tabela 1 foram convertidas em taxas líquidas de migração através da subtração de 1,0 de cada taxa dando as seguintes taxas (em porcentagem) para coortes quinquê-nais para períodos de 5 anos:

IDADE		TAXAS ORIGINAIS	TAXAS “RECRIADAS”	DIFERENÇA (Recriada—Ori- ginal)
Início do Período	Fim do Período			
5 — 9 anos	10 — 14 anos	8,5	9,4	0,9
10 — 14 anos	15 — 19 anos	4,4	6,2	1,8
15 — 19 anos	20 — 24 anos	7,4	13,4	6,0
20 — 24 anos	25 — 29 anos	36,0	25,6	—10,4
25 — 29 anos	30 — 34 anos	24,8	24,8	0,0
30 — 34 anos	35 — 39 anos	13,8	15,8	2,0

A diferença representa o erro percentual aproximado que se obteria depois do primeiro período de 5 anos, através da aplicação da técnica da coorte adjacente. Como o erro se situa num grupo de idade com taxas muito elevadas de fecundidade, poderia causar um sério impacto no número projetado de nascimentos, se taxas específicas de fecundidade quinquê-nais fossem usadas.

Os erros para homens são maiores porque a baixa taxa líquida de migração de mulheres na coorte de 20-24, no fim do período (taxa original), torna-se negativa para os homens (— 12,4%), devido ao movimento líquido para as Forças Armadas.

Pode-se supor que os erros seriam eliminados quando o modelo de projeção fosse repetido para produzir uma projeção decenal para além da data-base. Comparando as colunas 5 e 8, da Tabela 1, verificamos que esse não é o caso:

IDADE		TAXAS ORIGINAIS	TAXAS “RECRIADAS”	DIFERENÇA (Recriada—Ori- ginal)
Início do Período	Fim do Período			
5 — 9 anos	15 — 19 anos	13,3	16,2	2,9
10 — 14 anos	20 — 24 anos	12,1	20,4	8,3
15 — 19 anos	25 — 29 anos	46,1	42,4	— 3,7
20 — 24 anos	30 — 34 anos	69,7	56,7	—13,0
25 — 29 anos	35 — 39 anos	42,0	44,5	2,5

Em face desta grande distorção, o uso da técnica de corte adjacente não é recomendável, se a distribuição de taxas líquidas de migração segundo a idade apresentarem desvios consideráveis entre coortes adjacentes. Um processo melhor consiste em projetar para um período decenal, e obter dados populacionais para anos intermediários através da interpolação, idade por idade, com um ajuste para o tamanho da geração a nível nacional.

2.4.2 Migração bruta

Um tipo bem diverso de estatísticas de migração é obtido por quesitos em censos e levantamentos, pedindo-se ao informante dados sobre residência em determinada data anterior. Tais quesitos tem sido incluídos nos censos decenais desde 1940, e são pedidos anualmente no levantamento contínuo da população. Destes dados pode-se obter ampla variedade de estatísticas de migração, tais como correntes migratórias de um lugar para outro, emigração e imigração bruta para cada lugar, e migração líquida. Tudo isso poderia servir de dado básico para modelos de projeção da população.

Há, no entanto, algumas limitações. Os quesitos do censo estão em base de amostragem, sendo de 25% a amostra em 1960, e de 15% em 1970. A variação da amostragem para pequenas populações é elevada. Além disso, a obtenção e o processamento dos dados são caros, porque o país todo tem que ser abrangido para se conseguir estatísticas completas da emigração, que por sua vez têm que ser classificadas o que sobrecarrega enormemente o tempo de computação. Apesar disso, os dados proporcionam escala bastante ampla de possibilidades de desenvolvimento de projeções de população para pequenas áreas.

Uma fonte futura neste campo é a Amostra Contínua do Histórico de Trabalho da Administração do Seguro Social. Tem sido possível derivar estatísticas utilizáveis de migração para SMSAs³ da amostra de um por cento, e esta foi recentemente ampliada para dez por cento aumentando em muito as especificações que serão conseguidas.

O Bureau do Censo dos E. E. U. U. tem se utilizado dos dados do censo sobre migração bruta em suas projeções de população para áreas subnacionais. Os dados do censo de 1960, referentes, aos Estados e às Áreas Econômicas Estaduais mostraram a emigração e a imigração brutas, segundo a idade, a raça e o sexo, para o período de 1955-1960 (Bureau do Censo dos E. E. U. U., 1963). O Bureau incorporou estes dados em dois processos de projeção, identificados como Migração Série I e II.

Na Série I, a emigração é projetada para todos os Estados usando primeiramente *taxas*, derivadas dos dados básicos, segundo a idade, a raça e o sexo. Estes emigrantes são somados para formar um grupo nacional de migração para o período de projeção. O grupo migrante é

³ "Standard Metropolitan Statistic Areas" aproxima-se, na nomenclatura usada no Brasil, a "Áreas Metropolitanas".

redistribuído aos Estados como imigrantes de acordo com as *proporções* observadas no período-base. Este processo evita o desequilíbrio, entre áreas de imigração e de emigração líquidas, inerentes às projeções de migração líquida; o total de emigrantes é automaticamente igual ao de imigrantes, para a migração interna. A imigração líquida do exterior é projetada separadamente.

Para a Série I, as taxas de emigração e as proporções de imigração são mantidas constantes para todo o período da projeção, com exceção de um ajustamento que leva em conta uma estimativa pós-censitária, que será examinada posteriormente. As projeções partem assim do pressuposto de uma continuação de tendências passadas

A Série II também cria um grupo migrante usando taxas, e o redistribui proporcionalmente aos Estados, mas baseia-se na suposição de que a emigração e a imigração bruta (exclusive imigração líquida do exterior) para cada Estado se aproximarão gradativamente da equidade, com todos os Estados convergindo para a migração líquida interna zero dentro de 50 anos. O fundamento básico é que a migração constitui uma reação ao desequilíbrio econômico e social entre as subáreas, e que o processo de migração tende a estabelecer um equilíbrio.

Entre as projeções das Séries I e II houve menor diferença do que se esperava, porque a técnica da Série I, embora pressupondo uma continuação de tendências passadas, contém um apreciável grau de convergência de taxas extremas de migração líquida para zero, em progressão geométrica. Isto ocorre porque os Estados com elevadas taxas de imigração líquida, que crescem rapidamente durante o período de projeção, contribuem com um número rapidamente crescente de emigrantes, mas recebem imigrantes apenas como parcela constante do total do grupo. O grupo cresce, mas na mesma proporção que a população nacional. Assim, a imigração líquida de áreas com elevadas taxas de crescimento decresce à medida que o período de projeção se estende. Ocorre o contrário para emigração alta nos Estados, e na Série I, taxas de crescimento altas e baixas convergem quando o período de projeção é estendido. Esta convergência é desejável para uma pressuposição mediana, mas outra série com pouca ou nenhuma convergência seria útil, já que na vida real a convergência não é automática, principalmente dentro de um esquema cronológico de 10 ou 20 anos. Um trabalho analítico recente mostra que as taxas de imigração bruta estão positivamente relacionadas com as taxas passadas, como acontece com as de emigração (Kleiner, 1974). Além disso, a persistência das tendências da migração líquida ao longo do tempo tem sido confirmada por muitos estudos.

Entretanto, não se encontrou nenhuma solução simples para a criação de uma série de taxas brutas com menor convergência. A suposição da Série I é fácil de se computar, e basicamente lógica. Ainda assim, existe a necessidade de se apresentar projeções alternativas de migração, já que se admite geralmente que esta componente é a maior responsável pelo aparecimento de erro em projeções.

As estatísticas de migração bruta têm sido amplamente usadas em estudos analíticos do comportamento migratório, adicionalmente à sua aplicação direta em projeções de população, conforme descrito anteriormente. Iniciando com Lowry (1966) uma série de estudos focalizou o relacionamento entre a migração e as condições econômicas e outros fatores. Nestes estudos, a emigração e a imigração são tratadas especificamente como fenômenos separados. Um breve retrospecto de alguns destes estudos encontra-se noutro documento do mesmo autor incluído neste trabalho (Irwin, 1975) Em geral, o objetivo destes estudos é prognosticar a migração estabelecendo o seu relacionamento com fatores econômicos, tais como emprego e níveis de renda, geralmente através da análise de regressão.

As correntes migratórias de lugar para lugar também figuraram, de vez em quando, nos estudos analíticos, mas não foram incorporadas na preparação de projeções de população publicadas, segundo consta ao autor. O trabalho teórico sobre o desenho dos modelos de projeção foi executado por James Beshers, que está agora preparando um modelo de projeção para a cidade de New York.

2.5 Estimativas pós-censitárias

Durante os últimos 15 anos a qualidade e o volume das estimativas pós-censitárias aumentou significativamente. Adicionalmente às estimativas para Estados, há estimativas anuais publicadas para "counties", através do Programa de Cooperação Federal-Estadual. Recentemente foi preparada pelo Bureau do Censo, no programa de Participação Tributária Federal, nova série de estimativas para 1973, abrangendo 38 000 jurisdições-administrativas.

As estimativas pós-censitárias podem ser usadas para aperfeiçoar o tempo adequado e a precisão das projeções para pequenas áreas. À medida que o tempo transcorrido depois do último censo aumenta, torna-se progressivamente mais importante um ajustamento na estimativa. Dois ou três anos depois da data do censo já as projeções deveriam ser comparadas com uma estimativa pós-censitária. Se a estimativa apresentar um desvio substancial da tendência projetada, deverá ser feito um ajustamento.

Há várias maneiras de ajustar as projeções. Uma consiste em estabelecer um novo número de referência de população segundo a idade e o sexo, nos dados pós-censitários, e iniciar a iteração do modelo de projeção a partir desta data. A outra é "passar através" da estimativa de população, mantendo as datas originais da projeção, mas ajustando a tendência da projeção para levar em conta a diferença observada na data da estimativa pós-censitária. O grau de diferença que pode influenciar a tendência de projeções futuras pode variar de acordo com a confiança do analista na exatidão das estimativas pós-censitárias.

Na prática, o ajustamento exigido pela estimativa pós-censitária poderá ser feito de maneira mais adequada modificando-se a componente migração, embora os dados de nascimentos e óbitos também possam ser ajustados, se não combinarem com a experiência posterior.

2.6 Populações especiais

A presença de uma universidade, base militar, ou instituição, causa um movimento migratório especial de pessoas entrando e saindo da organização. É típica a concentração da população especial numa faixa etária estreita, e este movimento migratório pode representar uma proporção significativa da migração total nestas idades para a mesma área, mesmo que a população especial não represente grande proporção da população total.

Se nas projeções se pressupõe uma continuação das tendências migratórias do período-base, fica implícito que qualquer progresso que modifique o tamanho da população especial se repetirá no futuro. Em alguns casos isto será racional, mas em outros poderá ser muito irreal. Um erro especialmente arrasador está em não ajustar o fechamento de uma base militar. Se a projeção de migração não estiver ajustada, “fechará” a base novamente, e se a projeção for renovada, a mesma base tornará a ser “fechada”.

De um modo geral, muitas vezes não convém admitir a continuação da tendência no tamanho de determinada população durante o período-base. Por exemplo, a matrícula nas faculdades e universidades aumentou na década de 60 devido ao aumento nacional da população em idade escolar, de nível superior, e um aumento na percentagem de inscritos. Mas, uma universidade pode ter fixado um teto para matrículas em determinado campo, e não se pode concluir daí que a tendência do passado se repita.

Não é sempre difícil fazer deduções para tais situações, a nível de todas as idades. Para uma instalação militar, a mortalidade pode ser ignorada e pode-se admitir que a alteração no tamanho da população representa migração líquida, e subtraí-la do total. Uma hipótese semelhante pode ser feita para uma faculdade, sempre que a matrícula seja de não-residentes. Quanto às instituições, cada uma é um caso especial.

Um ajustamento segundo a idade é mais complexo. A distribuição por idade da população especial deve ser obtida no início e no fim de cada período-base. A população especial é subtraída do total, e somente o restante, ou seja a população “básica”, está sujeito ao cálculo de migração líquida por coorte aplicando-se a fórmula (5). Depois que a população básica estiver projetada, adiciona-se uma projeção separada da população especial à projeção da população básica.

Há outro aspecto do ajustamento. A população especial assim adicionada deve vir de algum lugar. Por exemplo, os estudantes de uma universidade estadual geralmente vêm de todas as partes do Estado. Se um

conjunto de projeções para todos os “counties” for feito, a “contribuição” de cada “county” para a matrícula da universidade deverá ser também estabelecida por uma computação por coorte, segundo a fórmula (5) Para o período de projeção, a soma destas contribuições deve ser ajustada para ser igual à projeção separada da matrícula da universidade que será adicionada à população colegial (de nível superior) do “county”.

A execução deste ajustamento pode tornar-se onerosa, se as projeções forem para um conjunto de áreas, segundo a idade e o sexo, e com um número de populações especiais A decisão de introduzir um ajustamento deve depender da avaliação individual de sua importância em cada situação, e da disponibilidade dos dados necessários

3 VANTAGENS E LIMITAÇÕES

Tanto os produtores como os usuários de projeções de população para pequenas áreas deveriam estar familiarizados com as vantagens e as limitações do método das componentes por coorte. Estas relacionam-se com o volume de detalhes necessários, a exatidão das projeções, o tipo de área local que melhor se adapta ao uso do método, e os erros nos dados básicos

3 1 Nível de especificação

Uma projeção pelas componentes por coorte abrange muita especificação, ainda que se trate de um modelo simples, e isto encerra 2 aspectos: um positivo e um negativo Do lado positivo, a especificação segundo a idade — e o sexo e raça, se desejado — é útil para muitas funções de planejamento Instalações e serviços médicos muitas vezes se destinam a determinada faixa etária, por exemplo, pediatria, cardiologia e geriatria, ou podem ser específicos, segundo o sexo, por exemplo, assistência pré-natal Problemas de habitação também são específicos de acordo com a idade do usuário O interesse na população idosa tem aumentado desde que a prestação de serviços às pessoas aposentadas passou a ser parte importante da economia nacional O planejamento para todas estas funções requer projeções exatas, segundo a idade, e justifica o tempo despendido em produzi-las

Outra vantagem do processo das componentes é que os dados produzidos para nascimentos, óbitos e migração são por si só úteis ao planejamento Além disso, o analista tem a opção de usar maior especificação para a componente mais fundamentalmente relacionada com o problema em estudo.

Em contraste, o alto nível de especificação exige também mais dados do que a entrada básica, e mais cálculos Estes últimos podem ser feitos por computador, não se justificando, entretanto, o seu uso, se apenas algumas áreas estiverem abrangidas De qualquer maneira, os

dados de entrada sobre população e estatísticas vitais devem ser preparados a mão. Se forem necessárias correções para uma população especial, será preciso tempo adicional para a coleta dos dados, quando disponíveis, ou, na falta destes, para uma estimativa. Em resumo, um conjunto de projeções por este método é um empreendimento de vulto.

3.2 Exatidão

Acredita-se que o nível relativamente elevado de especificação do método das componentes por coorte conduza à exatidão do dado total da população projetada, mas ainda não existem provas conclusivas a respeito. Teoricamente é mesmo possível que o número de especificações contribua para erros, por desencorajar a introdução de ajustamentos necessários para populações especiais, por falta de dados ou de tempo.

Entretanto, o elevado nível de especificação é muito útil para a avaliação das projeções, uma vez completadas, e pode indicar áreas-problema. Uma taxa líquida de migração específica por idade, que esteja diferente do valor previsto, pode revelar a presença de uma população especial, ou um erro nos dados básicos. A especificação disponível proporciona também uma base melhor para pesquisa do aperfeiçoamento das projeções, facilitando o estudo separado de cada componente.

3.3 Tamanho da Área

O método das componentes por coorte produz os melhores resultados quando se trata de uma área de mercado de trabalho como unidade, por exemplo, uma SMSA. Logicamente o método é perfeitamente aplicável a qualquer área, seja qual for o seu tamanho, cujos limites geográficos estejam fixados e para a qual se pode obter dados básicos. Na prática, entretanto, à medida que a área diminui, tanto em superfície como em tamanho da população, aumenta a dificuldade de se usar o método. A migração entre as SMSAs constitui uma alteração fundamental nos elos sociais e econômicos de um indivíduo, acarretando geralmente mudança de emprego. As taxas de migração são relativamente baixas, e a composição por idade dos migrantes aproxima-se mais do padrão nacional de mobilidade, tornando a projetada especificação por idade mais fidedigna. Dentro de uma SMSA há muito movimento migratório para obter moradia adequada e diversos serviços, à medida que a composição familiar se modifica com o passar do tempo. Daí resultam taxas migratórias líquidas muito elevadas para pequenas áreas e variação brusca de um grupo de idade para o próximo. Quanto menor a área, maior é a taxa de migração dentro de seus limites.

Em nível de "county", o método das componentes por coorte ainda é controlável. A maioria dos "counties" é bastante grande em termos

de superfície terrestre, e contém características econômicas e sociais heterogêneas, de modo que nenhum fato isolado alterará completamente o quadro populacional. Para uma determinada área censitária, um único prédio novo e grande de apartamentos poderá explicar taxas elevadíssimas de imigração líquida. Será difícil relacioná-las com o esperado desenvolvimento futuro da área. Nesse caso é aconselhável outro método baseado na mudança de residência e densidade da população.

Na aplicação do método das componentes por coorte em áreas pequenas, o tamanho da população tem grande influência na seleção do tipo de dados de migração a serem usados, brutos ou líquidos. Para áreas grandes, tanto as técnicas de migração bruta, como líquida, podem ser usadas. Para áreas de mercado de trabalho, é preferível a migração bruta, por relacionar-se melhor com o processo de migração real, com a possibilidade de determinação separada dos fatores que afetam a emigração e a imigração. A migração líquida, no entanto, é mais simples e mais fácil de se calcular, e pode ser preferível se uma simples área local estiver em questão.

A nível de "county", e para áreas com pequeno tamanho populacional em geral, os dados de migração bruta poderão apresentar uma variação de amostragem muito grande para tornar recomendável seu uso. Além disso, as correções para populações especiais requerem computações mais detalhadas que, por seu turno, dependerão da forma de tabulação dos dados censitários sobre migração bruta. Estimativas e projeções de migração líquida independem desta restrição, e ajustamentos para populações especiais podem ser planejados para adaptar-se à situação local específica.

3.4 Erros de Medida nos Dados Básicos

Cada componente tem seus próprios problemas distintos. Embora ficasse provado, através de um trabalho recente de âmbito nacional, que o registro de nascimento é quase completo (Bureau do Censo dos E. E. U. U., 1973 b), há problemas na localização adequada dos nascimentos quanto à residência da mãe. Crê-se que, em geral, isto é exato a nível de "county", embora haja indicações de que nascimentos entre negros residentes em alguns "counties" suburbanos do Sul, não sejam atribuídos ao "county" próprio.

Quanto à componente mortalidade, o número de óbitos estimado pelas taxas de sobrevivência das tábuas de mortalidade pode divergir dos óbitos registrados em determinada área pequena por várias razões. Primeiro, há a indicação do local dos óbitos em instituições como sendo o da residência anterior. Esta é a prática recomendada, mas nem sempre lógica, uma vez que o falecido pode ter estado internado por um longo período de tempo. Pode haver também erros no processo de designação de lugar. De qualquer maneira, uma computação de componentes por coorte automaticamente atribuirá esses óbitos ao local da instituição.

Há também diferenças reais de mortalidade entre as regiões, e entre classes sócio-econômicas. Uma tábua de mortalidade que se refira estritamente à população de cada área local nem sempre existe

Finalmente, um problema técnico na projeção de óbitos é a falha do método de sobrevivência prospectiva — o mais adequado para projeções de migração líquida — de levar em consideração os óbitos de migrantes. No caso de imigração líquida, a tendência é subestimar os óbitos, com o oposto para a emigração. Em geral, os migrantes são pessoas jovens, para quem as taxas de mortalidade são baixas, e o erro não é grande; mas, para comunidades onde há concentração de aposentados, este fator deve ser lembrado.

Se o modelo de projeção utiliza migração líquida residual, os erros nas componentes nascimento e óbito são compensados pela componente migração e a população projetada permanece essencialmente a mesma que se obteria através do processo de mudança de coorte da fórmula (2). Um cálculo que use os dados da migração bruta não terá este elemento de compensação; os erros se refletirão na projeção final de população. Por exemplo, se as taxas de sobrevivência utilizadas revelarem quantidade excessiva de óbitos, a população projetada será inferior àquela que se pretendia obter.

Os dados da migração bruta naturalmente estão também sujeitos a erro, uma vez que são coletados num censo demográfico incompleto. Além do mais, acredita-se que os migrantes são mais sujeitos à sub-numeração do que a população comum. Uma vez recenseados, a exatidão dos dados depende da capacidade do informante em dar com precisão sua residência de exatamente 5 anos antes; se a pessoa esteve no serviço militar ou no colégio, deveria ter dado sua residência lá, não na casa de seus pais

Há também o problema da falta de resposta. As estatísticas sobre migração, do censo de 1970, mostram que 11,1% das pessoas, que declararam haver se mudado entre 1965 e 1970, não deram seu local de residência em 1965. Para a população negra o dado foi de 17,2%. Estas pessoas não podem ser incluídas nas estatísticas de imigração e emigração brutas uma vez que a origem de sua mudança não é conhecida, e não podem ser registradas em lugar nenhum como emigrantes. Uma tabulação especial dos dados da migração bruta do censo de 1970 está sendo preparada atualmente pelo Bureau do Censo, em que se procura suprir a falta de resposta com base em outras informações. Estes dados poderão ser usados em modelos de projeção de população.

Com esses problemas todos, há um interesse especial na possibilidade de se usar a Amostra Histórica do Trabalho Contínuo da Administração do Seguro Social para obtenção de estatísticas sobre migração. Embora esta fonte tenha seus próprios problemas, sua utilização tem apresentado progresso

Estimativas inexatas de migração líquida residual, como resultado de erros nos dados de nascimentos e óbitos, foram anteriormente

mencionados Há também os erros nas contagens de população, devidos à subnumeração e à declaração de idade que se refletirão na estimativa de migração líquida. Segundo estimativas, a subcontagem líquida no censo de 1970 foi de 2,5% para a população total (Bureau do Censo dos E.E.U.U., 1973 a) Para os negros, do sexo masculino, entretanto, a taxa foi de 9,9%, com grande variação de um grupo etário para outro. A estimativa da taxa para negros, do sexo masculino, de 25 a 29 anos de idade, foi de 19,0%.

Estes erros constituirão, naturalmente, um fator nas projeções de população, seja qual for o método A demografia não é uma ciência exata por causa de erros como esses nos dados básicos Se, no entanto, as limitações do processo de projeção são conhecidas e levadas em consideração, as projeções poderão ser instrumentos úteis para o planejamento. Revisões freqüentes deveriam ser feitas para levar em conta novas informações, especialmente uma nova estimativa pós-censitária de população.

O uso do método das componentes por coorte está se desenvolvendo, e os problemas para sua aplicação estão sendo resolvidos O método proporciona um instrumento flexível que pode ser ajustado às necessidades específicas de um projeto Por exemplo, serve como estrutura básica para a maioria das projeções de população baseadas na economia Se desejarmos projeções segundo a idade, a técnica das componentes por coorte geralmente encontrará lugar em alguma parte no modelo de projeção.

4. BIBLIOGRAFIA

- BOWLES, Gladys & TARVER, James D. *Net migration of the population, 1950-60, by age, sex, and color*. Washington D.C., N.S. Department of Agriculture. Economic Research Service, 1965
- BOWLES, Gladys et alii. *Net migration of the population, 1960-70, by age, sex, and color*. Washington D.C., U.S. Department of Agriculture. Economic Research Service, 1975
- CALIFORNIA DEPARTMENT OF FINANCE. *Population projection for California counties 1975-2020* Sacramento, California, 1974
- HAMILTON, C. Horace. Effect of census error on the measurement of net migration. *Demography*, Washington D.C., 3: 393-415, 1966
- HAMILTON, C. Horace & PERRY, Josef. A short method for projecting population by age from one decennial census to another. *Social Forces*, 41 (2): 163-70, 1962
- HAMMOND, David H. *Linn county population and employment: an analysis of trends with projections to 1995*. Cedar Rapids, Iowa, Linn County Regional Planning Commission, 1973
- IRWIN, Richard. *Methods and sources of data for population projections of small areas*. Oak Ridge, Tennessee, Oak Ridge Associated Universities, 1975. Paper presented at the Conference on Population Forecasting for Small Areas
- KLEINER, Morris M. *An Analysis of interregional migration for Manpower Planing*. Urbana, University of Illinois. Center for Advanced Computation, 1974
- LOWRY, Ira S. *Migration and metropolitan growth: two analytical models*. São Francisco, California, Chandler Publishing Company, 1966
- PITTENGER, Donald B. A typology of age-specific net migration rate distributions. *Journal of the American Institute of Planners*, 40 (3) · 278-83, 1974
- SHRYOCK, Henry S et alii. *The methods and materials of demography*. Washington, D.C , U.S. Bureau of the Census, 1971
- BUREAU OF THE CENSUS, Washington D.C. *Census of population: 1960. Mobility for States and state economic areas*. Washington D.C., Government Printing Office, 1963. (Subject Report PC 2-2B)

- *Projections of the population of the United States: 1970 to 2020.* Washington D.C , Government Printing Office, 1971 (Current Population Reports, Series P-25, n 470)
- *Preliminary national census survival rates, by race and sex, for 1960 to 1970.* Washington D.C., Government Printing Office, 1972 (Current Population Reports, Series P-23, n. 41)
- *Census of population and housing. 1970 Estimates of coverage of population by sex, race, and age: demographic analysis.* Washington, D.C , Government Printing Office, 1973. (Evaluation and Research Program PHC (E)—4)
- *Census of population and housing: 1970. Test of birth registration completeness 1964 to 1968* Washington D C., Government Printing Office, 1973. (Evaluation and Research Program PHC (E)—2)

RESENHA BIBLIOGRÁFICA

RICHARDSON, Harry W. *Input-output and Regional Economics*. Redwood Press Limited. Trowbridge, Wiltshire, Great Britain, 1972

O objetivo do autor é descrever as técnicas de Matrizes de Relações Intersectoriais bem como a utilidade e limitações do modelo como ferramenta prática para a análise econômica regional.

Inicialmente são apresentadas as posições que os economistas regionais têm tomado com relação às técnicas de matrizes de relações intersectoriais regionais. Neste plano os economistas têm variado de defensores a críticos, sendo que em alguns casos passaram de críticos a defensores, como foi o caso do Professor Charles M. Tiebout.

Diversas qualidades são definidas no modelo da matriz de relações intersectoriais, como por exemplo de ser o único modelo econômico de análise global de fácil aplicação empírica, embora vulnerável

teoricamente. Outra qualidade do modelo de matriz de relações intersectoriais está na sua capacidade de incorporar manifestações nas relações internas do modelo, possibilitando novos usos como técnicas de otimização, análises espaciais etc.

A parte das posições que os diversos analistas regionais tomam em relação a matriz de relações intersectoriais regionais, o autor coloca-se numa posição de imparcialidade, deixando ao leitor o julgamento final.

Do ponto de vista do livro como um todo, este não tem a incumbência de desenvolver as intrincadas técnicas da análise de relações intersectoriais, mas sim as aplicações e limitações do modelo, em seu particular aspecto dentro das ciências econômicas. Sendo pois um livro de enfoque mais relacionado com a economia regional que sobre técnicas de relações intersectoriais.

A estrutura do trabalho é apresentada em três partes: teórica, análise de dados e aplicações.

TEORIA

A primeira parte, a teórica, está distribuída em três pontos: análise de matriz de relações intersetoriais, análise do multiplicador e modelos inter-regionais. A análise da matriz de relações intersetoriais é apresentada num breve histórico, mostrando como evoluiu a teoria desde os seus principais colaboradores, ou seja, Leontief como iniciador, Samuelson, Koopmans e Arrow, introduzindo a possibilidade de substituição no modelo da matriz de relações intersetoriais e, posteriormente, diversas técnicas sendo desenvolvidas, dando maior abertura de análise ao modelo, Dantzig e Koopmans desenvolvendo o modelo de Programação Linear, Isard desenvolvendo o modelo inter-regional e o próprio Leontief comparando junto com A. Strout com o modelo Gravitacional. A seguir o autor apresenta diversas experiências feitas com o modelo e suas variações inclusive as diversas vantagens oferecidas pelo mesmo, dentro da sua abertura de análise, como por exemplo

1. Medir a interdependência econômica da estrutura industrial regional;
2. Promover um conjunto de multiplicadores desagregados que são mais precisos e sensíveis que o multiplicador de renda Keynesiano;
3. Calcular o efeito sobre a atividade econômica na estrutura de regiões individuais resultante de mudanças no nível e padrão da demanda nacional;
4. Estudar os aspectos de mudanças na demanda final

Inclusive a possibilidade de chegar à consistência dos agregados econômicos, mesmo rejeitando as hipóteses do modelo na sua capacidade de medir o alcance das políticas econômicas.

A seguir o autor desenvolve, em tratamento breve, as técnicas internas ao modelo combinando endogenamente os vetores Consumo Final com a tabela básica, tendo em vista desenvolver o multiplicador de renda e combinando a demanda final (menos exportação) endogenamente com a tabela básica define o modelo “Base de exportação” que no caso, ficaria altamente desagregada vindo a favorecer o planejamento regional. Seguindo a análise da matriz de relações intersetoriais, são desenvolvidas suas relações estruturais, análise de suas variáveis, relações contábeis, chegando, inclusive, a analisar o aspecto de “margem” inerente à montagem da matriz propriamente dita. A análise da matriz de relações intersetoriais é completada estudando a fragilidade das hipóteses em que o modelo se sustenta.

Em continuidade à parte teórica é desenvolvida a “análise do multiplicador”, o intuito desta parte é mostrar a capacidade analítica do modelo no seu poder gerador de multiplicadores, tendo em vista ainda a sua importância no planejamento regional. São desenvolvidos diversos tipos de multiplicadores como multiplicador de “output” — resultado da própria matriz Leontief $(I-A)^{-1}$, multiplicadores de renda e emprego — a matriz A é argumentada nas colunas com o vetor “consumo familiar” e nas linhas com o vetor “salários

das famílias” como se fosse um setor industrial. Esta inclusão é realizada com o intuito de se ter um multiplicador que mostre os efeitos, diretos, indiretos e induzidos. São feitas incursões sobre a análise do multiplicador calculando relações entre multiplicadores, aberturas para a análise regional etc. O estudo do multiplicador é completado relacionando as funções de consumo desagregado com o Multiplicador de Renda Keynesiano, sendo esta parte demonstrada com o auxílio de álgebra linear, evidenciando ainda, a importância dos multiplicadores desagregados e da análise econômica regional.

Os modelos inter-regionais (último tópico da parte teórica) assumem dentro da análise de Richardson uma posição de grande importância teórica porém, de igual tamanho são as dificuldades de adequação do modelo à realidade. O autor menciona a preferência pelos economistas regionais para os modelos inter-regionais, tendo em vista uma maior abertura para a teoria econômica regional e conseqüentemente para o planejamento. Algumas aplicações do modelo inter-regional são destacadas como

1 Efeito das despesas do Governo sobre as diversas regiões;

2 Avaliação dos efeitos inter-regionais de mudanças no padrão de localização;

3 Medida e previsão do mercado exportador para uma região,

4 Cálculo do efeito transbordamento (spillover) do desenvolvimento de regiões ricas sobre as regiões pobres

Para um modelo inter-regional que englobasse n produtos e z regiões, teríamos nz equações do tipo abaixo:

$$X'_i = \sum_j^n \sum_s^z X'_{ij}{}^s + \sum_s^z Y_i{}^{r,s}$$

cujos requisitos técnicos são definidos.

$$a_{ij}{}^{r,s} = \frac{X'_{ij}{}^s}{X_j^s}$$

Os elementos que definem o conjunto de equações acima são definidos da seguinte maneira:

X'_i = Valor da Produção total da mercadoria “i”, na região “r”

$X'_{ij}{}^s$ = Valor do consumo intermediário da mercadoria “i”, importada da região “r” pelo setor “j” da região “s”

$Y_i{}^{r,s}$ = Valor do consumo final da mercadoria “i” na região “s”, importada da região “r”

Um modelo desta natureza importa em informações com riqueza de detalhes de difícil levantamento como os próprios requisitos técnicos exemplificam, ou seja, a participação dos insumos “i” da região “r” na produção do setor “j” da região “s”. Isto faz, segundo Richardson, que os especialistas regionais se preocupem em desenvolver modelos alternativos para mostrar os fluxos inter-regionais. Aparecem então os modelos de “Chenery-Moses”, Modelo de Transporte com Programação Linear e o Modelo

Gravitacional, tentando simplificar as variáveis inter-regionais, que no modelo original são de difícil mensuração. Aspectos quanto à estabilidade dos coeficientes e à importância do efeito multiplicador ainda são analisados.

DADOS

O segundo ponto a ser tratado pelo autor é o problema de dados, e nesta parte sua preocupação é descrever os principais procedimentos envolvidos na coleta de dados e preparação da tabela para um modelo de matriz de relações inter-setoriais baseado em dados censitários, "Surveys" ou ajustamento dos dados. O estudo desta fase é feito com um excelente tratamento teórico, seguindo todas as etapas do planejamento do modelo desde da delimitação da área de estudo até a consistência e checagem dos dados na matriz. São estudados os métodos de redução de dados, em se reduzindo o número de regiões, uso de pesquisas especiais e uso de dados secundários de apoio. São além do mais estudadas a utilização de matrizes "mercadoria-indústria" (matriz de insumo) e "indústrias-mercadorias" (matriz de produtos), que têm entre outros, o mérito de facilitar o aspecto teórico de mistura de produtos. São ainda acrescentados, a utilização de coeficientes da tabela nacional para as regionais e problemas teóricos inerentes a essa adaptação como por exemplo: ao nível regional bem como nacional os setores tem uma composição diferente de indústria, diferença de preços regionais e de funções de produção entre regiões. Contudo, são selecionados alguns

procedimentos para ajustar os coeficientes da matriz de relações inter-setoriais nacional para as tabelas regionais como: pesos regionais e técnicas de agregação, quociente de localização etc. A posição defendida foi a mista, isto é, selecionar algumas indústrias de grande importância na estrutura econômica para pesquisa direta e completar o restante da tabela com coeficientes ajustados.

As formas simplificadas de tabelas de relações inter-setoriais regionais, discutidas no final da segunda parte, relacionam-se as simplificações nas tabelas com o objetivo de melhor colher as informações. Alguns modelos são apresentados, como o modelo "Rows-Only" de "Hansen-Tiebout" onde são pedidas às firmas proporções de suas vendas para setores específicos da demanda final e indústrias locais, e nenhuma informação sobre *inputs*.

Outro modelo pesquisou detalhadamente os setores básicos e remeteu questionários pelo correio para o resto dos setores industriais. A discussão final, reside em se optar pelo uso de "Surveys" ou métodos acessórios no preenchimento das tabelas regionais e inter-regionais, levando em conta o custo e a representatividade dos resultados.

APLICAÇÃO

A última parte do livro trata das aplicações que a nível de planejamento são definidas prioritariamente dentro dos objetivos de política econômica regional. O modelo de relações inter-setoriais aparece nos estudos de aplicação como excelente ferramenta de apoio às

medidas de política. São, além do mais, desenvolvidas diversas técnicas de apoio teórico ao modelo de matriz de relações intersetoriais, objetivando analisar o impacto regional causado por medidas de política econômica regional como: acréscimo da demanda final, desenvolvimento de um novo projeto industrial, aumento nos gastos públicos etc. O impacto dessas medidas é analisado através dos diversos tipos de multiplicador de renda e emprego.

A seguir são vistos os modelos de previsão, onde são analisados os coeficientes e suas variações. As variações nos coeficientes de comércio são vistas como inevitáveis, principalmente tendo em conta certas medidas de impacto regional que alteram significativamente o comércio regional. São analisadas as condições que fazem com que os coeficientes variem, ou seja, mudanças nos preços relativos, variações nas técnicas e economias de escala. Além disso são estudadas algumas técnicas de ajustamento dos coeficientes regionais. A parte de aplicações cobre ainda os modelos dinâmicos, tendo em conta a abertura para as previsões de longo prazo, sendo desenvolvida a parte analítica necessária. No caso particular dos modelos dinâmicos, a aplicação tem sido dificultada pela escassez de dados para medir os investimentos ao nível de desagregação demandados por tais modelos. Dada a necessidade de previsões de longo prazo no planejamento regional, a difusão dos modelos dinâmicos tendem a se ampliar pela preocupação recente dos teóricos em desenvolver tais modelos.

No terceiro tópico das aplicações do modelo a nível regional é analisada a técnica de programação linear. É visto com muita propriedade o reforço teórico que a programação linear pode dar ao modelo RI, e dentro dessa linha são estudados diversos problemas que não são elucidados ao nível teórico. A primeira abertura dada ao problema aparece com a imputação de preços em se utilizando o "Dual", provendo um instrumento de simulação ao mecanismo de mercado onde um mercado competitivo estiver ausente. Em segundo lugar, o uso de programação linear aplicado à escassez de recursos. São analisados alguns estudos de casos de particular importância como modelo de Marthur, modelo de programação linear em transporte.

O teste do modelo sobre a tabela de 1959 da Índia, usando 5 regiões e 27 setores, mostrou alguns resultados na distribuição de recursos entre os setores industriais e regiões. Estes resultados após os testes aplicados à função objetivo (Mínimo Custo de Transporte), foram devidos a conjuntos de variáveis plausíveis de mudanças de política os quais compunham o conjunto de restrições como: balanço de trocas regionais e taxa de crescimento da produção.

As aplicações da matriz de relações intersetoriais incorporam, ainda, os problemas de meio ambiente. São definidos "inputs" e "outputs" ecológicos, tendo em vista que indústrias produzem tanto produtos quanto poluentes. Assim, o bem-estar tende a crescer, *ceteris paribus*, quanto mais uma comunidade regional possa economizar no uso de seus "inputs livres" e me-

nor seus volumes de "outputs" ecológicos. São analisados quatro modelos que focalizam este tipo de aplicação. O primeiro, modelo de Cumberland, dito como precursor dos modelos de RI com enfoque de meio ambiente, usou acrescentar linhas e colunas à matriz de relações intersetoriais que identificassem problemas de meio ambiente, tentando medir externalidades em termos monetários. O fechamento da matriz é feito em termos de balanço de externalidades (benefícios menos custos). Os dois modelos seguintes, o modelo de Isar-Daly e o modelo de Leontief ficam mais dentro da categoria dos modelos simplificados, onde o modelo de Leontief, em dois setores industriais e um poluidor, parte do princípio de que a renda das famílias é dispendida entre bens finais e gastos com poluição. O modelo do Isard-Daly introduz o uso de matrizes retangulares incorporando na matriz "commodities" ecológicos. A última versão de um modelo de insumo-produto incorporando os aspectos ecológicos é tratada como a melhor versão entre os quatro¹. Este modelo é definido sobre matriz retangular, expressa em mercadorias-indústrias (matriz de insumos) e indústrias-mercadorias (matriz de produtos). Os aspectos ecológicos são definidos em insumos ecológicos (material inflow) e produção ecológica (material outflow), onde o primeiro é acrescentado às linhas e o segundo às colunas. Enquanto as mercadorias são expressas em valor, dados de ecologia são expressos em pesos, visto que poluentes não são vendidos em mer-

cado. Os fluxos ecológicos são dois: bens livres do meio para a economia e materiais inúteis (waste products) da economia para o meio. O equilíbrio é dado na parte ecológica pelo balanço insumos ecológicos *versus* produção ecológica. As estimativas dos efeitos ecológicos foram feitas sobre a matriz do Canadá, provavelmente por ter aquele país uma tabela já pronta nos moldes da metodologia proposta por Victor.

O último tópico do livro trata dos aspectos urbanos com enfoque do modelo da matriz de relações intersetoriais. Devido às próprias características da economia urbana o modelo não tem sido muito aplicado a este caso. Algumas considerações podem ser mencionadas.

1. maior presença das economias de Aglomeração e Escala;
2. o modelo não considera o espaço muito importante nas decisões de política econômica urbana;
3. pequenas proporções da área urbana, acarretando economias mais abertas, com grande propensão a importar.

Além dessas, são mencionadas outras características que dificultam o uso do modelo. Em decorrência, os poucos estudos feitos não têm apresentado bons resultados não sendo aconselhado pelo autor o uso do modelo da matriz de relações intersetoriais para regiões muito pequenas.

José Alberto Paraíba Peixoto

¹ Tese de Ph D de P A Victor (University of British Columbia, Abril, 1971)

ANUÁRIO ESTATÍSTICO DO BRASIL – 1975

O IBGE acaba de publicar o trigésimo sexto volume do ANUÁRIO ESTATÍSTICO DO BRASIL, correspondente ao ano de 1975.

Referida publicação que constitui a mais importante contribuição da entidade à divulgação das estatísticas brasileiras, tem a sua elaboração calcada no mais rigoroso critério técnico, e integra o plano de oferecer aos usuários de estatísticas, com apreciável atualização, os principais resultados dos levantamentos estatísticos efetuados no País, para cuja realização contou com a colaboração de todos os órgãos que formam o sistema estatístico nacional.

O presente volume, com 1 016 páginas, fartamente enriquecido de gráficos e tabelas ilustrativas do assunto que enfoca, contém, além da matéria habitual, os resultados definitivos dos censos Agropecuário, Comercial e dos Serviços, que integraram o Recenseamento Geral de 1970. Divulga, ainda, dados sobre Recursos Naturais, Estimativas da População até 1980, segundo as Unidades da Federação e, para 1975 as das Áreas Metropolitanas, bem como os resultados preliminares da Produção Agrícola de 1975.

O ANUÁRIO ESTATÍSTICO DO BRASIL enfoca, pormenorizadamente, dados estatísticos representativos dos diversos setores de atividades do País, que compõem as SITUAÇÕES: Física, Demográfica, Econômica, Social, Cultural e, Administrativa e Política.



Apresenta, com fidelidade e minúcia, estatísticas sobre seus principais campos de atividade: silvicultura, pesca, agropecuária, indústria, comércio interior e exterior, seguros, serviços, transportes, comunicações, mercado monetário e financeiro, propriedade, consumo e contas nacionais, inclusive dados respectivos.

Ressalta-se, ainda, a apresentação de informações elaboradas pelos diversos setores do IBGE, tais como índices da produção real das Indústrias de Transformação, Armazenagem e Silagem, Produção Extrativa Vegetal, Agropecuária e Pesquisa Industrial.

Assim, o ANUÁRIO pela sua regularidade de publicação e seqüência dos campos investigados, permite a determinação de séries históricas, projeção e comparabilidade de dados para observação de fatos

e fenômenos que evoluem ao longo do tempo, se constituindo num dos mais valiosos repositórios de dados estatísticos, indispensável a todos

os setores econômicos e sociais, industriais e financeiros, políticos e educacionais, bem como aos estudiosos em geral.

CENSO COMERCIAL

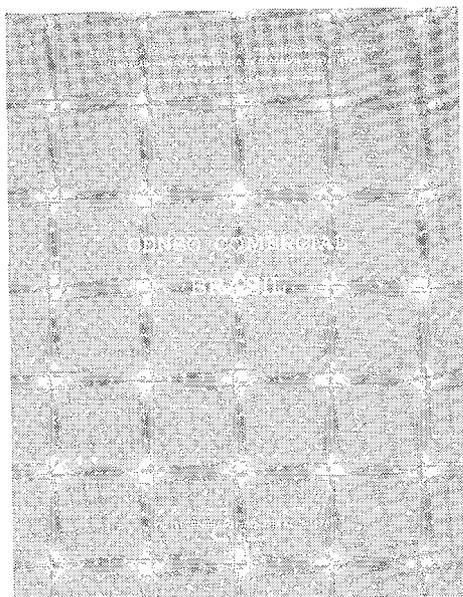
Brasil

Com a divulgação do Volume VI, Série Nacional, Censo Comercial — Brasil, a Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística — IBGE encerra a série para a espécie de Censo referente a comércio de mercadorias, após a divulgação dos vinte e quatro Tomos da Série Regional.

No presente volume são apresentados os resultados definitivos do levantamento que integrou o Recenseamento Geral de 1970, distribuídos através de um conjunto de dezesseis tabulações uma com “Confronto dos resultados dos Censos de 1960 e 1970”, outra com os “Resultados segundo as Regiões e as Unidades da Federação”, e as restantes com os “Resultados para o conjunto do País”

Este Censo, como os demais do Recenseamento Geral de 1970, foi efetuado visando a integrar-se no Censo das Américas, assegurando coerência com os resultados dos Censos das Nações Americanas, conforme solicitação da Organização das Nações Unidas (ONU) e do Instituto Interamericano de Estatística (IASI).

O Censo Comercial enfoca o comércio de mercadorias com fins lu-



crativos em empresas estatais, sociedade de economia mista e organizações particulares. Encontra-se *fac-símile* do questionário usado, em anexo, no exemplar que divulga os resultados, sendo que as tabelas, ao contrário do sucedido com censos anteriores, foram obtidas diretamente dos computadores

Trata-se, pois, de interessante compêndio que retrata a vida comercial do País em seus variados aspectos.

INQUÉRITOS ESPECIAIS DO CENSO COMERCIAL

Brasil

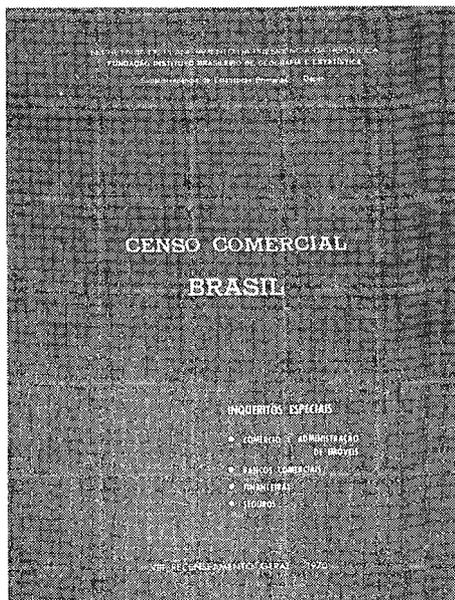
Divulgando os resultados dos Inquéritos Especiais previsto no Censo Comercial do Recenseamento Geral de 1970, o IBGE apresenta a publicação dos levantamentos cuja coleta de informações foi iniciada do segundo semestre de 1971.

O Recenseamento Geral de 1970, oitava operação levada a efeito para conjunto do País, foi acrescido pela primeira vez de Inquéritos Especiais sobre Comércio e Administração de Imóveis, Mercado de Crédito, e Seguradoras, além dos Censos tradicionais.

As elaborações que se sucedem nos quadros desta publicação dizem respeito às atividades especializadas compreendidas no Censo Comercial, recenseadas nos questionários especiais: "Comércio de Administração de Imóveis" (compra e venda de edifícios e terrenos, por conta própria ou de terceiros, ou administração ou locação de imóveis); "Instituição de Crédito" (bancos comerciais); "Financeiras" (empresas que operam no mercado de capitais); e "Seguros" (Empresas ou Companhias de Seguros).

A apresentação dos dados está assim efetuada:

— Comércio e Administração de Imóveis, com sete tabulações, a nível de Grandes Regiões e classes de atividades;



— Bancos Comerciais, vinte tabulações, sendo: uma para o conjunto do País, quinze a nível de Grandes Regiões e quatro a nível de Unidades da Federação e Microrregiões Homogêneas;

— Financeiras, treze tabulações a nível de Grandes Regiões;

— Seguros, quatorze tabulações, sendo: uma a nível de ramos de seguros e Grandes Regiões e treze a nível de Grandes Regiões

O presente volume retrata as atividades relacionadas com a vida comercial do País, representando, portanto, valioso subsídio para os usuários de estatística, órgãos de planejamento e estudiosos em geral.

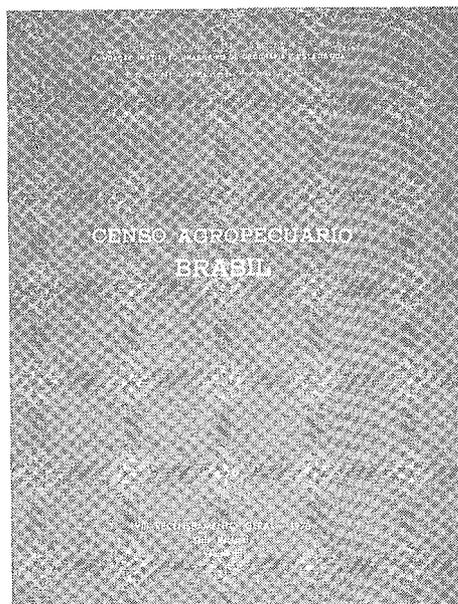
CENSO AGROPECUÁRIO

Brasil

O IBGE, após a divulgação dos cinco volumes de Dados Preliminares Gerais, da Sinopse Preliminar e dos vinte e quatro Tomos da Série Regional, encerra com a publicação do Volume III, Série Nacional — Censo Agropecuário, relativo ao conjunto do País — Brasil, a divulgação dos resultados definitivos do levantamento, que integrou o Recenseamento Geral de 1970, e cuja coleta de informações foi iniciada no segundo semestre de 1971.

A apresentação dos dados é efetuada através de um conjunto de cento e nove tabulações, sendo cinquenta e sete para o conjunto do País e as restantes a nível de Regiões e Unidades da Federação. Ressaltando-se que, pela primeira vez nos Censos Agropecuários nacionais, são incluídas informações sobre o valor da produção.

Nas inúmeras tabelas que compõem o volume, são apresentados, em minuciosos detalhes, todos os aspectos agropecuários do País, entre os quais: Ocupação das terras, segundo as áreas de ocupação e exploração; sua condição legal, se própria ou de terceiros; condição do produtor, atividade econômica, forma de administração, áreas de lavoura, uso de fertilizantes, produção agrícola, colheita e discriminação de produtos; valor da produção, efetivo das plantações dos principais produtos, meses de co-



lheita, grupos e áreas de lavouras, tipo de cultivo e origem das sementes, pessoal ocupado, por categoria, sexo e atividade econômica, empregos temporários e serviços de empreitada; máquinas, veículos e instrumentos agrícolas, silos, depósitos, valor dos bens, valor dos investimentos e financiamentos obtidos, despesas efetuadas; consumo de combustíveis — bagaço e carvão vegetal, gás liquefeito de petróleo, gasolina, lenha, óleo diesel e querosene, produção, compra e consumo de energia elétrica; valor da produção animal e vegetal; bufalinos, eqüinos, asininos e muares, bovinos nascidos, vitimados, vendidos e abatidos, segundo a finalidade econômica e condição do produtor; ovinos, suínos, caprinos ven-

didos, vitimados e abatidos; aves abatidas, produção de ovos, leite, lã, mel e cera de abelhas.

São divulgados, ainda, todos os dados da indústria rural, total dos rebanhos, e um confronto dos resultados dos Censos de 1920, 1940, 1950, 1960 e 1970.

O volume é precedido de amplos esclarecimentos sobre a sistemáti-

ca da operação censitária e a conceituação das características investigadas; conta, também, com *fac-similis* dos questionários utilizados.

As informações contidas servirão agora de uma importante base para o estudo das condições econômicas e de abastecimento — o que permitirá uma avaliação mais correta do quadro agropecuário brasileiro.

BOLETIM ESTATÍSTICO DO IBGE

Acaba de ser editado mais um número, o 130, do BOLETIM ESTATÍSTICO, correspondente ao 2.º trimestre de 1975, o qual integra o grupo de periódicos do IBGE, e se destaca pela inserção de dados estatísticos de maior consumo e sempre atuais pela sua periodicidade.

Neste número, sobressaem-se pela sua atualidade as Seções ESTUDOS E COMENTÁRIOS — Aspectos demográficos brasileiros, de Luiz Armando de Medeiros Frias; ESTATÍSTICAS REGIONAIS — Censo Industrial da Região Sul; e ESTATÍSTICAS INTERNACIONAIS — Produção Mundial de aço, segundo os continentes e os países.

As demais Seções, ilustradas por gráficos, apresentam, tradicionalmente: ESTATÍSTICAS NACIONAIS — Produção industrial, Comércio exterior, comércio de cabo-

tagem, preços, meios de transporte, moeda, câmbio, bolsas de valores, movimento bancário, consumo, serviços oficiais de saúde pública, finanças públicas da União, e aspectos econômicos, ESTATÍSTICAS MUNICIPAIS — Estatística dos Municípios das Capitais: casamentos, óbitos, edificações licenciadas, preços de materiais de construção, títulos protestados, transcrições de transmissões de imóveis, inscrições de hipotecas convencionais, consumo de energia elétrica, mão-de-obra, receitas correntes, e estatística dos Municípios com mais de 100 000 habitantes; e CADASTRO — Cadastro dos estabelecimentos de ensino superior da Região Centro-Oeste.

O *Boletim Estatístico* se constitui, assim, num dos mais importantes meios de divulgação estatística.

CENSO AGROPECUÁRIO

Amazonas, Pará, Ceará e Paraíba

Encerrando a divulgação dos resultados definitivos dos levantamentos que integram o Recenseamento Geral de 1970, referentes à série Regional, o IBGE vem de entregar ao público consumidor de estatísticas, os dados relativos ao Censo Agropecuário nos Estados do Amazonas, Pará, Ceará e Paraíba.

A coleta dos referidos dados foi iniciada no segundo semestre de 1971, e os respectivos resultados são apresentados através de um conjunto de cento e nove tabulações, sendo cinquenta e sete a nível de Unidade da Federação, e cinquenta e duas a nível de Microrregiões Homogêneas e Municípios.

Cada tomo, que compreende um desses Estados, apresenta, além do confronto dos dados relativos aos censos de 1920, 1940, 1950, 1960 e 1970, os seguintes aspectos: propriedade das terras, segundo a

condição legal de ocupação e grupos de área total, condição do produtor, forma de administração, utilização, irrigação, atividade econômica, pessoal ocupado segundo a categoria e sexo; grupos de cabeças de bovinos e de áreas de lavoura; emprego de força nos trabalhos agrários, uso de fertilizantes, máquinas e instrumentos agrícolas; veículos, silos e depósitos, valor dos bens, dos investimentos e dos financiamentos obtidos; despesas, combustíveis consumidos; produção animal e vegetal; valor da produção agrícola, colheita, efetivo das plantações segundo a condição do produtor, atividade econômica, grupos de áreas etc.

É oportuno salientar que, pela primeira vez em censos agropecuários nacionais divulga-se informações sobre o valor da produção, complementando, assim, dados sobre tão importante setor da economia brasileira.

PUBLICAÇÕES EDITADAS PELOS ÓRGÃOS DE ESTATÍSTICA DO IBGE NO PERÍODO DE JANEIRO — MARÇO DE 1976 *

DEPARTAMENTO DE DIVULGAÇÃO ESTATÍSTICA — DEDIVE

Periódicos

31(81) (05)
BOLETIM ESTATÍSTICO Rio de

Janeiro, v 33, n. 130, abr./jun
1975. Trimestral

* Bibliografia preparada no Setor de Bibliografia do Centro de Documentação e Informação Estatística do IBGE

Séries

- 911.6(811 6) 1975, 16 p, il. (Coleção de Monografias, 604)
Sinopse Estatística — Amapá
1975. Rio de Janeiro, 1975. 151 p., il. (Sinopses estaduais, 23)
- 911.6(813.22 SAN CRU) 911 6(814.12 LAG)
Santa Cruz, Rio Grande do Norte. *Lagarto, Sergipe* Texto de Aldalita de Jesus B. L. de Medeiros. Rio de Janeiro, 1975. 20 p., il (Coleção de Monografias, 601)
- 911.6(816.12 BIR) 911.6(816.12 BIR)
Birigui, São Paulo. Texto de Umberto Cognac. Rio de Janeiro, 1975 21 p, il. (Coleção de Monografias, 608)
- 911.6(814.12 ITA) 911.6(814.12 ITA)
Itabaiana, Sergipe. Texto de Umberto Cognac. Rio de Janeiro,

CENTRO BRASILEIRO DE ESTUDOS DEMOGRÁFICOS — CBED

- 312(81) Rio de Janeiro, v. 6, n. 3,
BOLETIM DEMOGRÁFICO CBED jan/mar. 1976. Trimestral

DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICAS INDUSTRIAIS, COMERCIAIS E DE SERVIÇOS — DEICOM

- 31.66/69(81) ——— — outubro de 1975. Rio de Janeiro, 1975 n p, tab Datilografado
- — novembro de 1975. Rio de Janeiro, 1975 n. p, tab Datilografado
- — maio de 1975. Rio de Janeiro, 1975. n. p, tab. Datilografado
- — junho de 1975. Rio de Janeiro, 1975 n p, tab Mimeografado
- — julho/setembro de 1975. Rio de Janeiro, 1975 23 p, tab Datilografado
- 31 69(81) *Indústria da construção Inquérito mensal sobre edificações — julho de 1975.* Rio de Janeiro, 1975. 253 p, tab Mimeografado

- — *agosto de 1975*. Rio de Janeiro, 1975. 251 p., tab. Mimeografado
- — *setembro de 1975*. Rio de Janeiro, 1975. 253 p., tab. Mimeografado
- 338.5:31(81)
Inquérito nacional de preços. Gêneros alimentícios. Comércio atacadista e varejista nas Capitais — setembro de 1975 Rio de Janeiro, 1975. 31 p., tab. Mimeografado
- — *Comércio atacadista e varejista nas Unidades da Federação — setembro de 1975*. Rio de Janeiro, 1975. 45 p., tab. Mimeografado
- — *Comércio varejista das Capitais — 1974 a setembro de 1975*. Rio de Janeiro, 1975. 57 p., tab. Mimeografado
- — *Gêneros alimentícios e artigos do vestuário. Comércio atacadista e varejista nas Capitais — setembro de 1975*. Rio de Janeiro, 1975. 31 p., tab. Mimeografado
- — *outubro de 1975*. Rio de Janeiro, 1975 31 p., tab. Mimeografado
- — *Comércio atacadista e varejista nas Unidades da Federação — setembro de 1975*. Rio de Janeiro, 1975. 45 p. tab. Mimeografado
- — *outubro de 1975*. Rio de Janeiro, 1975. 45 p., tab. Mimeografado
- 381(812.2)
Comércio interestadual. Exportação por vias internas — Piauí 1969. Rio de Janeiro, 1975. 60 p., tab. Mimeografado
- 381(815.2)
—— — *Espírito Santo 1973*. Rio de Janeiro, 1975 68 p., tab. Mimeografado
- 381(816.2)
—— — *Paraná 1973* Rio de Janeiro, 1975 102 p., tab. Mimeografado
- — ———— 1974. Rio de Janeiro, 1975. 102 p., tab. Mimeografado
- 381(816.5)
—— — *Rio Grande do Sul 1972*. Rio de Janeiro, 1975. 121 p., tab. Mimeografado

DEPARTAMENTO DE CENSOS — DECEN

- 311.213.1:38(81)
Censo Comercial — Brasil Rio de Janeiro, 1975 XVII + 157 p., tab., questionário em anexo (VIII Recenseamento Geral — 1970. Série Nacional, v. 6)
- — ———— *Inquéritos especiais. Comércio e administração de imóveis. Bancos comerciais Financeiras. Seguros*. Rio de Janeiro, 1975. 142 p., tab. (VIII Recenseamento Geral — 1970)

- 311.213.1:38(816.1)
 — *São Paulo*. Rio de Janeiro, 1975. XVII + 389 p., tab., questionário em anexo (VIII Recenseamento Geral — 1970. Série Regional, v. 4, t. 18)
- 311.213.1:63(81)
Censo Agropecuário — Brasil. Rio de Janeiro, 1975. XXXII + 297 p., tab., questionário em anexo (VIII Recenseamento Geral — 1970. Série Nacional, v. 3)
- 311.213.1:63(811.3)
 — *Amazonas*. Rio de Janeiro, 1975. XXIX + 220 p., tab., questionário em anexo (VIII Recenseamento Geral — 1970. Série Regional, v. 3, t. 3)
- 311.213.1:63(811.5)
 — *Pará*. Rio de Janeiro, 1975. XXIX + 331 p., tab., questionário em anexo. (VIII Recenseamento Geral — 1970. Série Regional, v. 3, t. 4)
- 311.213.1:63(813.1)
 — *Ceará*. Rio de Janeiro, 1975. XL + 428 p., tab., questionário em anexo (VIII Recenseamento Geral — 1970. Série Regional, v. 3, t. 7)
- 311.213.1:63(813.3)
 — *Paraíba*. Rio de Janeiro, 1975. XXIX + 429 p., tab., questionário em anexo (VIII Recenseamento Geral — 1970. Série Regional v. 3, t. 9)

CENSO ECONÔMICO DE 1975

O IBGE está iniciando o Censo Econômico de 1975, que teve reduzida a sua periodicidade que era de 10 em 10 anos, para cinco anos, medida que trará benefícios imediatos ao planejamento econômico e social do Brasil, pois permitirá melhor acompanhamento e previsão do comportamento da economia do País, num período em que ela se modifica em ritmo acelerado.

Esta operação censitária abrangerá os Censos Agropecuário, Industrial, Comercial, dos Serviços e Inquéritos Especiais sobre Mercado de Crédito, Mercado Imobiliário, Construção Civil, Transporte, Comunicações, Abastecimento d'Água, Produção e Distribuição de Energia Elétrica, Limpeza Pública e Remoção de Lixo.

Diferindo do Censo Demográfico, o Censo Econômico, iniciado a partir de abril, na verdade dirá respeito ao desempenho econômico de 1975. A maior parte das informações (sigilosas por Lei) será recolhida através dos balanços anuais dos estabelecimentos comerciais, industriais, agropecuários e de serviços, os quais fechados a

31 de dezembro de 1975, só permitem em 1976, a coleta dos dados necessários à Estatística.

A importância desta operação censitária ressalta a necessidade de se ter dados corretos e a curto prazo, tendo-se como princípio básico o fato de que essas informações, analisadas pelo Governo como um todo, permitirão a identificação dos pontos de estrangulamento de nossa economia, e mostrarão aos planejadores oficiais onde concentrar esforços, aplicar incentivos e a forma de ação para colaborar no desenvolvimento das empresas. Importante também para o meio empresarial, pois representa uma pesquisa de mercado em grande escala, por ser uma operação a nível de estabelecimentos, tanto nas áreas rurais como nas urbanas e industriais.

O Censo Econômico compreenderá duas atividades paralelas: o Censo Agropecuário, iniciado em abril (abrangendo cerca de 6 milhões de estabelecimentos), e, a partir de maio, os trabalhos de coleta de dados nos setores industrial, comercial e de serviços.

Especialmente para esta operação foram recrutados, selecionados, instruídos e treinados agentes recenseadores para os diferentes graus de atividade, em todo o território nacional.

Segundo o cronograma do IBGE, as tabulações de dados de cada área deverão estar bem adiantadas em 1977 e todos os resultados finais prontos em 1978.

PROJETO MESORREGIÕES HOMOGÊNEAS

Está em elaboração no IBGE projeto de Divisão do Brasil em Mesorregiões Homogêneas, que constitui um nível intermediário entre a micro e a macrorregião, encontrando-se os trabalhos sob a responsabilidade do Departamento de Geografia — DEGEO, unidade de estudos e pesquisas geográficas, da Superintendência de Estudos Geográficos e Sócio-Econômicos.

Essas mesorregiões resultarão do agrupamento de microrregiões e, à

semelhança destas, serão áreas que apresentam similaridade de atributos com base na forma de organização da produção. Além de atenderem aos critérios de comparabilidade do espaço e das modificações que nele incidem, servirão de base para a preparação de estratos para os diferentes tipos de pesquisas, por amostragem, que a Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística realiza.

O IBGE TERÁ ACESSO ÀS INFORMAÇÕES DOS ÓRGÃOS DA ADMINISTRAÇÃO CIVIL

A evolução da pesquisa estatística exige, cada vez mais, a presença do IBGE em todos os setores de atividades, a fim de que possa efetuar levantamentos setoriais mais consentâneos com a realidade brasileira, e produzindo, conseqüentemente, informações que melhor atendam as nossas necessidades de planejamento.

Assim é que, a cada dia, o IBGE vem sendo dotado de novos recursos que o permitem acompanhar e

retratar o desenvolvimento nacional como ocorre com o que lhe foi recentemente proporcionado pelo Decreto n.º 77.624, de 17 de maio último, que lhe possibilita acesso às informações estatísticas existentes nos órgãos e entidades da administração federal civil, direta e indireta, e nas fundações supervisionadas, para a produção de informações e estudos de natureza estatística, geográfica, cartográfica e demográfica, necessários ao conhecimento da realidade física,

econômica e social do País, visando especialmente ao planejamento econômico e social e à segurança nacional

Ficou estabelecido no mencionado Decreto que, nos casos em que houver sigilo a ser resguardado, tal circunstância será prévia e expressamente comunicada pelo ór-

gão fornecedor de dados ao IBGE, que como seu responsável dará especial tratamento aos mesmos.

Referido Decreto, autoriza o IBGE a firmar convênios com os Estados e Municípios, com vistas à aplicação dos mesmos critérios em todas as Unidades da Federação.

IBGE

Presidente: ISAAC KERSTENETZKY

Diretor-Geral: EURICO DE ANDRADE NEVES BORBA

Diretor-Técnico: AMARO DA COSTA MONTEIRO

Diretor de Divulgação: RENATO PACHECO AMERICANO

DEPARTAMENTO DE DIVULGAÇÃO ESTATÍSTICA

Chefe: Mário Fernandes Paulo

SECRETARIA DA REVISTA BRASILEIRA DE ESTATÍSTICA

Chefe: Fernando Pereira Cardim