

REVISTA BRASILEIRA DE ESTATÍSTICA

Órgão oficial da Fundação IBGE
— Instituto Brasileiro de Estatística
e Sociedade Brasileira de Estatística

Redação:

Av. Franklin Roosevelt, 166 — ZC-39
Rio de Janeiro, GB — Brasil — Tel: 252-3605

Diretor responsável:

Rudolf W. F. Wuensche

Secretário:

Ovídio de Andrade Júnior

A Revista não se responsabiliza
pelos conceitos emitidos
em artigos assinados

Preço:

assinatura anual: Cr\$ 10,00
número avulso: Cr\$ 3,00

Vendas:

Av. Franklin Roosevelt, 146-A — loja B
Tel: 242-7142

SUMÁRIO

Demografia

João Lyra Madeira

- O IBGE e os Estudos de Fecundidade no Brasil 211

Celso Cardoso da Silva Simões e Marcia Martins

- Algumas Medidas de Distribuição Territorial para o período 1950/70 (conclusão) — Análise a Nível de Microrregião 240

Estatística Teórica e Aplicada

Jubiry Vicente da Silva

- Fundamentos Teóricos e Prática de Estatística 267

Resenha

- Comemoração do Dia do IBGEANO — Mensagem do Diretor-Superintendente do IBE — Distribuição Comparada da Renda nas Grandes Cidades e Respectivos Países — Organização e Administração Estatística 369

Noticiário

- Medalha do Mérito Tamandaré para o Diretor-Superintendente do IBE — Nova Entidade Congrega Estatísticos de Pesquisa — Concurso para a Escolha do Símbolo da Fundação IBGE 388

Bibliografia

- Censo Agropecuário de 1970 — indústria da Construção — Revista do SNIC — Sistema Mundial de Informação Estatística — Publicações Editadas pelo IBE no Trimestre abr/jun de 1972 391

Legislação

- Resoluções do COD 397
— Resoluções da CONPLANE 426

<i>Rev bras Est.</i>	Rio de Janeiro	v. 33	n.º 130	p. 209 a 432	abr/jun 1972
----------------------	----------------	-------	---------	--------------	--------------

Revista Brasileira de Estatística — v 1 — n° 1 — jan /mar
1940 Rio de Janeiro, Instituto Brasileiro de Estatística, Departamento de Divulgação Estatística, 1940 —

v.

27 cm.

Trimestral

1 Estatística — Periódicos I Instituto Brasileiro de Estatística,
Rio de Janeiro Departamento de Divulgação Estatística, ed

CDD 310 5

CDU 05·31(81)

O IBGE E OS ESTUDOS DA FECUNDIDADE NO BRASIL*

(Histórico e perspectivas da fecundidade)

JOÃO LYRA MADEIRA

Prof de Demografia da Escola Nacional de
Ciências Estatísticas e Diretor do Centro
Brasileiro de Estudos Demográficos

SUMÁRIO

- 1 *Introdução*
 - 2 *As condições da pesquisa da fecundidade no Brasil*
 - 3 *Pesquisas realizadas e resultados gerais mais importantes*
 - 4 *Comparações internacionais e nacionais*
 - 5 *Perspectivas futuras*
- Bibliografia*

1. INTRODUÇÃO

1.1 — A primeira coisa a se considerar na discussão ou na exposição de uma matéria, é o perfeito entendimento dos termos utilizados. No Brasil há uma certa confusão ainda entre os termos “fertilidade” e

* O presente estudo foi apresentado no Simpósio: “A Fertilidade no Brasil”, em São Paulo, na XXIV Reunião Anual da Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência, organizado pelo CEBRAP

“fecundidade” O sentido que damos a esses termos é o que consta do Dicionário Demográfico Multilíngüe da ONU, onde figuram as seguintes definições (pág. 53 da edição brasileira)

“621 — A *fertilidade* ou *prolificidade* é a capacidade de reprodução de um homem, uma mulher ou um casal e a *esterilidade* é a incapacidade fisiológica de procriar. As palavras *fecundidade* e *infecundidade* indicam respectivamente, a procriação efetiva e a ausência de procriação de um indivíduo ou grupo. Cumpre observar que, em inglês, as palavras fertilidade e fecundidade têm o sentido diametralmente oposto àquele dado nas línguas portuguesa, francesa e espanhola, e, também, que, embora as convenções salientadas acima sejam, em geral, adotadas pelos demógrafos, os termos fertilidade e fecundidade são praticamente equivalentes em medicina. A infecundidade pode ser devida à esterilidade e à *infecundidade voluntária*”

1 2 — Cabe observar que, na linguagem corrente, quando se diz que um terreno é *fértil*, entende-se que ele possui *capacidade de produzir se fôr plantado*; mas pode não estar produzindo nada no momento. Da mesma maneira um *trabalho fecundo* é aquele que realmente produziu bons resultados e não o que tem ou teria capacidade de produzi-los. Assim, o significado constante do Dicionário Demográfico Multilíngüe, para a língua portuguesa, parece estar também de acordo com a linguagem corrente. Por esse motivo, o nosso trabalho trata de *fecundidade feminina* e não da sua fertilidade. Parece-me que, embora talvez não seja oportuno, no momento, seria útil, no futuro, estabelecer-se uma convenção única sobre a utilização desses termos.

2. AS CONDIÇÕES DA PESQUISA DA FECUNDIDADE NO BRASIL

2 1 — Para um País que dispusesse de boas estatísticas do registro civil (nascimentos, casamentos e óbitos), o conhecimento dos níveis e padrões de fecundidade constituiria praticamente um resultado anual corriqueiro. Os totais de nascimentos segundo a idade e o estado civil da mãe, permitiriam, através de um cálculo simples, obter as taxas anuais de fecundidade por idade — tanto da fecundidade geral dependente da distribuição por idades das mulheres de todos os estados civis, como da fecundidade específica relativa a cada estado civil (especialmente as casadas e não casadas). As distribuições por idades correspondentes a cada caso, seriam atualizadas a partir do último recenseamento com os próprios dados do registro civil, e/ou das tábuas de permanência por causas múltiplas que nesse caso poderiam ser construídas. Vários países

dispõem de tais elementos; o Brasil se encontra, infelizmente, entre aqueles em que as estatísticas do Registro Civil e o próprio registro ainda são da pior espécie, não podendo ser utilizados para tal fim. Para citar apenas alguns exemplos, em 63 nascimentos registrados no 1.º trimestre de 1972 em um certo município cujo nome nos excusamos de revelar, havia 4 do ano de 1972, 7 de 1971, 5 de 1970. Quanto aos demais, 32 eram da década de 60, 8 da década de 50, os 7 restantes tinham ocorrido antes de 1950 sendo que 2 em 1918, 1 em 1916 e 1 em 1912. Em uma das maiores capitais estaduais do Brasil, os registros dos nascimentos feitos em 1969, apenas 72,5% se referiam a nascimentos do ano e 27,5% de anos anteriores, sendo que 10,5% correspondiam a nascimentos ocorridos mais de 5 anos antes (antes de 1964). Se em lugar de capitais considerarmos Unidades Federadas, podemos citar um estado do Norte (não o pior), no qual os registros de nascimentos do ano de 1969 continham apenas 19,2% referentes a nascimentos do ano, sendo que 54,4% eram relativos a nascimentos ocorridos há mais de cinco anos (antes de 1964).

No Nordeste o panorama ainda parece pior; em certa Unidade, no mesmo ano, só 15,8% dos registros se referiam a nascidos no próprio ano e 59,1% aos nascimentos de mais de 5 anos antes

Em um progressista Estado do Sul, apenas 63,8% dos registros de 1969 se referem a nascimentos do ano, havendo, ainda, 18,8% relativos a mais de cinco anos (antes de 1964). Esse panorama será reproduzido de forma completa no “Boletim Demográfico CBED” relativo ao trimestre abril/junho, a sair brevemente. Note-se que os resultados indicados se referem a *registros feitos*; o CBED está projetando alguns estudos no sentido de estimar os registros omitidos, o que na realidade não deve alcançar uma grande parcela, uma vez que, mais cedo ou mais tarde, ele é feito tardiamente. A partir de 20 de fevereiro de 1972 (Dec. 70210), as estatísticas do Registro Civil passaram para a responsabilidade direta do IBGE, e em particular, do Centro Brasileiro de Estudos Demográficos.

Só uma alteração radical do sistema estatístico do registro civil, incluindo uma modificação substancial da legislação a respeito da matéria, permitirá melhorar o triste panorama apontado no rápido sumário anterior. Todavia, não se poderá esperar alguma melhoria substancial antes dos próximos 5 anos e, em relação ao registro de nascimentos não seremos pessimistas se dissermos que não poderá estar em condições satisfatórias antes dos próximos 10 anos.

2.2 — Assim, o Brasil não teve outro recurso senão o de utilizar resultados censitários para o estudo da fecundidade, formulando, em uma amostra dos questionários do censo, um quesito às mulheres de

15 anos ou mais, sobre o total de filhos tidos, vivos e mortos (ou somente vivos) a fim de reconstituir os níveis e padrões da fecundidade do passado até a data do censo. Toda a bibliografia resultante de estudos feitos no IBGE ou por elementos do IBGE, utilizando dados coletados por esse Instituto, encontra-se anexa no final da presente exposição. A técnica devida a Mortara e por ele amplamente aplicada no Brasil, consiste, essencialmente, em considerar o número médio de filhos tidos por todas as mulheres que tiveram filhos até a idade x , como a frequência acumulada das taxas de fecundidade até essa idade e, por diferença, determinar as taxas de fecundidade por grupos anuais ou quinquenais de idade. Essa técnica está essencialmente baseada na hipótese de que a fecundidade não tenha variado sensivelmente no passado, o que pode ser aceito, em princípio, até 1950. Já para 1960 e principalmente para 1970, essa constância, principalmente nos grupos mais jovens, é altamente discutível. Uma outra técnica foi sugerida no CELADE, por um bolsista brasileiro, no trabalho realizado para obter o diploma (Robert Robichez Cassinelli, hoje Coordenador do CBED). Essa técnica consiste em comparar os grupos de mulheres em classes de idade diferindo de 10 anos de um para outro censo, determinando, assim, uma taxa correspondente ao decênio, em vez de (como ocorre com a técnica Mortara) uma taxa correspondente a toda a história do período fecundo utilizado para cada classe de idades. Essa história é recente para a classe 15 - 20, porém antiga para classe 45 - 50.

De qualquer modo, desejamos que fique claro o fato relacionado com as técnicas utilizadas, as quais foram “fabricadas”, se assim podemos nos expressar, para os países com deficiência de dados estatísticos e de Registro Civil falho.

É claro que o desenvolvimento de planos específicos de amostragem probabilística podem ser aplicados com grande vantagem, tratando-se, como é sabido, de uma técnica extremamente desenvolvida e capaz de estabelecer resultados altamente fidedignos.

Além disso, é necessário que os inquéritos não se limitem à aferição dos níveis e padrões da fecundidade, mas incidam, também, sobre conhecimentos, atitudes e práticas (CAP ou KAP em inglês), além de outros tipos que permitam estabelecer em “crosssection” ou em desenvolvimento no tempo, relações importantes entre a fecundidade e variáveis econômicas (renda, atividade etc.), sociais (praxes, religião, “status” social, nível educacional etc.) Somente na medida em que essas relações forem conhecidas, é que será possível estabelecer boas projeções demográficas relacionadas com os planos de desenvolvimento econômico-social. Na medida em que o planejamento familiar vai se implantando e que vão se desenvolvendo métodos cada vez melhores, pode-se prever que os casais (e as mulheres em geral) se tornem, cada vez mais, elementos com maior capacidade do que os demógrafos para preverem as tendências próximas da fecundidade e o que irá acontecer nos próximos cinco anos em matéria de nascimentos.

3. PESQUISAS REALIZADAS E RESULTADOS GERAIS MAIS IMPORTANTES

3.1 — Limitações inerentes aos métodos de pesquisa

3.1.1 — Do mesmo modo que uma tábua de vida de uma geração (1.º tipo) fornece as probabilidades de morte (ou de sobrevivência) de uma geração real observada do berço ao túmulo, e não exprime, por isso, as condições e mortalidade de nenhuma época específica e assim como a tábua de *vida de contemporâneos* (2.º tipo) indica a intensidade da mortalidade (ou sobrevivência) de uma geração fictícia, sujeita em cada idade às condições *atuais de mortalidade* observados em um certo período atual no referido grupo de idades, não traduzindo pois, a mortalidade de nenhuma geração real, se poderia, também, sob o mesmo aspecto, distinguir teoricamente, pelo menos, mais de um tipo de tábua da fecundidade. Na realidade, seria possível considerar três tipos. A tábua do 1.º tipo seria obtida, por exemplo, acompanhando separadamente um grupo anual de mulheres que atingem a idade fértil (digamos 15 anos) até a idade final do período fértil (digamos 50 anos) e registrando as taxas anuais de fecundidade em cada idade (para todo o grupo, para as casadas, para as solteiras etc.). O grupo poderia ser aumentado incluindo, não as mulheres que em determinado *ano* atingiram 15 anos, mas as que atingiram essa idade em um período *trienal* ou *quinqüenal*. Teríamos, assim, uma tábua de fecundidade por geração ou por coorte prospectiva.

3.1.2 — Um outro modo de encarar o problema consistiria em estabelecer tábuas de fecundidade do 2.º tipo ou de contemporâneos. Essa modalidade de tábua é a que se obteria se utilizássemos os dados de nascimentos do registro civil, dividindo-se os números de filhos cujas mães têm entre x e $x + 1$ anos de idades pelo número de mulheres que, no início do ano, tinham a idade exata x , tal como ocorre com a tábua de mortalidade do 2.º tipo, referida em 3.1.1. Finalmente seria possível pensar em um 3.º tipo de tábuas de fecundidade, que denominaríamos tábua de fecundidade por coorte retrospectiva. Se em cada recenseamento indagássemos a cada mulher de 15 anos ou mais, não apenas o total de filhos tidos, mas os filhos tidos em cada uma das classes de idades em que deu à luz, seria possível, conhecida a mortalidade, reconstruir as taxas por coorte, da data do censo para trás, inteiramente análogas em seus efeitos, às das coortes prospectivas. Seria, no entanto, difícil obter resultados fidedignos por esse processo, dependente da memória.

3.1.3 — Se um país dispusesse de tábuas anuais do 1.º tipo por um período de pelo menos 35 anos, é claro que, as tábuas do 2.º tipo, também seriam disponíveis, pois constituiriam apenas um corte (cross-section) realizado em um determinado instante t : a coorte mais antiga estaria entre 49 e 50 anos, a anterior entre 48 e 49, e assim por diante,

de modo que, obteríamos as taxas de fecundidade correspondentes a diferentes coortes, todas elas constituídas por mulheres de diferentes idades contemporâneas no instante t . Ora, está se tornando cada vez mais evidente, que em uma projeção de população é extremamente importante considerarmos as alterações de fecundidade por coorte, para em seguida recompor a fecundidade de contemporâneos em cada instante t (*). Mediante certas técnicas de levantamento por amostragem, é possível obter, também, elementos que permitam construir tábuas de fecundidade o que será tentado em um próximo levantamento em via de execução no IBGE, através do PNAD

No momento, os melhores elementos de que se dispõe sobre níveis e padrões de fecundidade, são os que resultam da apuração do quesito sobre filhos tidos, que vem sendo feita desde 1940. É claro, que desses dados, não pode resultar nenhuma das tábuas dos tipos anteriormente referidos, a não ser, em condições muito peculiares. De fato, para o censo de 1970, o grupo de mulheres consideradas no cálculo das taxas compreende todas as que completaram 15 anos entre 1935 e 1970. As da classe 20 + 21 anos, por exemplo, com filhos tidos entre 1965 e 1970, diferem, quanto aos padrões e níveis da fecundidade, das que hoje têm 40 + 41 anos, quando se encontravam há 20 anos atrás, na mesma classe 20 + 21 anos. Desse modo, ficam misturadas, em uma mesma tábua, elementos de épocas em que os níveis e padrões não eram os mesmos. Daí a limitação sempre salientada por Mortara, de que o método por ele proposto exigia que a fecundidade não tivesse variado muito no passado. Esta é, de fato, um pressuposto inerente à técnica adotada por Mortara e que até 1950 ou 1960 não estava muito distante da realidade. Mas, na medida em que a fecundidade começa a se modificar, o método deixa de ser exato e exige certas correções, que o próprio Mortara considerou necessárias, ao determinar as tábuas de fecundidade de algumas Unidades da Federação para 1950 (como por exemplo, a de S. Paulo)

3.2 — Resultados obtidos para o conjunto do Brasil

3.2.1 — Conforme se acha divulgado no “Boletim Demográfico CBED” n.º 2, vol 2, de out /dez 1971, que retifica o de n.º 1, vol 2, de jul./set. 1971, o autor do presente estabeleceu que, as taxas brutas de mortalidade, natalidade e crescimento, durante o período 1960/1970, foram as seguintes:

Mortalidade (sexos reunidos)	9,43‰ **
Natalidade	37,73‰
Crescimento	28,30‰

* Esta idéia nos foi sugerida pelo Sr Richard Irwin do Bureau of Census — Dep of Commerce — USA

** Homens: 10,46% — Mulheres: 8,35%

Em outro trabalho, publicado na sessão de "Demografia" da Revista Brasileira de Estatística número 127, o Sr. Robert Robichez Cassinelli, utilizando os dados das tabulações avançadas do censo de 1970 e obrigando a que as taxas de fecundidade reproduzissem a taxa de natalidade anteriormente referida, determinou (para o Brasil e para várias regiões) estimativas preliminares das taxas de fecundidade por idades, no período 1960/1970 Utilizando esses elementos e mais as estimativas de Mortara para 1940 e 1950, a fecundidade no Brasil fica representada pelas taxas quinquênicas reproduzidas na Tabela I.

TABELA I **

BRASIL

Taxas de Fecundidade Feminina por Classes Quinquênicas de Idades em Várias Épocas ‰

CLASSES DE IDADES	ANO OU PERÍODO		
	1940	1950	1960/70***
15 — 20	79,2	78,9	57,3
20 — 25	243,6	250,6	227,4
25 — 30	286,6	271,8	264,7
30 — 35	245,5	222,4	} 200,5
35 — 40	182,3	165,2	
40 — 45	109,4	109,7	} 60,6
45 — 50	33,8	46,8	
15 — 50	179,3	174,1	156,7

** Para 1940 e 1950 veja-se: Contribuições para o Estudo da Demografia no Brasil: "Ensaio de cálculo da taxa de reprodução para a população do Brasil" Tabela 1 Os valores desta tabela para 1940 e 1950 estão multiplicados por 10 em relação à do trabalho citado Para 1960/70 — "Estimativa preliminar dos níveis e dos padrões da fecundidade no Brasil, durante o período 1960-1970; "Robert Robichez Cassinelli"; publicado no n.º 127 desta Revista

*** Resultados correspondentes a taxa de natalidade de 37,73‰ provavelmente mais próximos dos níveis de 1970 (ver referência anterior)

Essas taxas foram obtidas mediante um processo de retificação (vol. 22, *Pesquisas sobre natalidade no Brasil*). De fato, as taxas diretamente calculadas com base no número de filhos declarados no censo, traduzem as fecundidades de épocas diferentes, conforme a classe de idade a que se referem. Assim, para um censo realizado em 31/12/1960, as taxas determinadas para a classe 15 — 20 se referem aos nascimentos do período correspondente aos anos de 1956 a 1960, que provêm das mães pertencentes à coorte nascida entre 1.º de janeiro de 1941 a 31 de dezembro de 1945; analogamente, para a classe 20 — 25 elas se referem aos nascimentos dos anos de 1951 a 1960, que provêm das mães pertencentes a coorte nascida entre 1.º de janeiro de 1936 a 31 de dezembro de 1940. Finalmente, as taxas relativas à classe de idades 45 — 50 se referem aos nascimentos ocorridos nos anos de 1926 e 1960, provenientes das mães pertencentes à coorte nascida entre 1.º de janeiro de 1915 e 31 de

dezembro de 1919. Essas mães quando se encontravam na classe de idades 15 - 20 apresentavam, certamente, um comportamento sexual e uma taxa de fecundidade completamente diferentes das que atualmente se encontram nessa classe de idades. Por outro lado, os filhos que elas eventualmente tiveram entre 45 e 50 anos já traduzem um comportamento sexual diverso das mães dessas classe de idades, na época em que elas tinham entre 15 a 20 anos (há 35 anos atrás, portanto). A fim de apresentar a situação real correspondente ao ano do censo, Mortara aplicou certas correções aos valores obtidos. De acordo com suas palavras (ver ref. nota ao pé da tabela): "A retificação visa reduzir as taxas calculadas com base no censo, em proporção crescente ao crescer da idade das gerações cuja experiência se aproveita. Este critério é sugerido pela observação de que a redução da fecundidade verificada em muitos países se apresenta tanto maior, relativamente quanto mais elevada é a idade, e pela presunção de que o mesmo andamento se manifeste no Brasil". Em seguida explica: "Foram reduzidas as taxas calculadas às pgs. 28 e 29 do volume citado na nota 4 (vol. 22 da série "Pesquisas sobre natalidade no Brasil"), com base no censo de 1940, aplicando-se o coeficiente de redução 2,347% no grupo 15 a 19 anos, de 4,694% no de 20 a 24 anos, etc. de maneira a se obter o número de nascimentos correspondente à taxa natalidade geral de 44 por 1 000 habitantes", estimada previamente de forma independente. Note-se que, embora com valores diversos, o mesmo tipo de correção foi aplicado às taxas obtidas no censo de 1950.

3.2.2 — Posteriormente, o próprio Mortara (*Estudos de Estatísticas teórica e aplicada — Estatística Demográfica — vol. 30, cap. V "A natalidade e a fecundidade feminina no Brasil"*) retoma o estudo do problema e, ao que parece, desistiu das correções anteriormente referidas. Vale a pena reproduzir aqui, a título informativo, as Tabelas II e III, que reproduzem as de números 1, 2, 3 e 4 do referido estudo, com as notas explicativas nelas incluídas.

(Tabela 1)

TABELA II-A
BRASIL
Índices da natalidade e da fecundidade baseada nos censos

ANO	TAXA BRUTA DE NATALIDADE POR 1 000 HABITANTES	TAXA DE FECUNDIDADE GERAL POR 1 000 MULHERES DE 15 A 49 ANOS	TAXA BRUTA DE REPRODUÇÃO FEMININA	CRIANÇAS DE 0 A 9 ANOS PARA 1 000 MULHERES DE 15 A 49 ANOS
1920	46,5	199	3,2	1 239
1940	47,7	194	3,1	1 213
1950	43,5	176	2,8	1 200
1960	44,0	184	3,0	1 279

TABELA II-B

(Tabela 2)

BRASIL

*Natalidade e fecundidade para alguns países da América Latina **

PAÍS	ANO	TAXA BRUTA DE NATALIDADE POR 1 000 HABITANTES	TAXA BRUTA DE REPRODUÇÃO FEMININA
Brasil	1960	44,0	3,0
México	1960	46,0	3,1
Venezuela	1960	45,9	3,1
Chile	1960	35,7	2,2
Argentina	1961	22,4	1,4

* Exceto para o Brasil, os dados foram tirados da publicação citada na nota 2 (conditions and trends of fertility in the World, New York, 1965) e do Annuaire Démographique, 1964, Nações Unidas

TABELA III-A

(Tabela 3)

BRASIL

Taxas de fecundidade por grupos de idades calculadas com base nos censos

ANO	NASCIDOS VIVOS POR 1 000 MULHERES EM IDADE DE ANOS						
	15 a 19	20 a 24	25 a 29	30 a 34	35 a 39	40 a 44	45 a 49
1920	80	277	310	288	199	111	33
1940 (1)	81	256	308	271	207	127	41
1950 (1)	80	254	275	225	167	110	47
1960 (2)	80	270	290	240	175	115	45

(1) — Ver Bibliografia ref 34 (2) Ver explicação no texto em seguida à Tabela 4

TABELA III-B

(Tabela 4)

Taxas de fecundidade por grupos de idades em alguns países da América Latina

PAÍS	ANO	NASCIDOS VIVOS POR 1 000 MULHERES EM IDADE DE ANOS						
		15 a 19	20 a 24	25 a 29	30 a 34	35 a 39	40 a 44	45 a 49
Brasil	1960	80	270	290	240	175	115	45
México	1960	105	299	314	271	200	74	21
Venezuela	1960	139	327	324	233	182	59	16
Chile	1960	77	179	231	224	126	59	14
Argentina	1961	53		147		91		15

4. — COMPARAÇÕES INTERNACIONAIS E NACIONAIS

4 1 — A posição atual do Brasil

4 1.1 — No que se refere à fecundidade traduzida pelas taxas por grupos quinquenais, pode-se ter uma idéia da posição do Brasil, considerando-se os níveis obtidos para 1950 e 1960/70 (ver Tabela I, 3.2.1) e as Tabelas que se seguem, extraídas de um trabalho de Mortara (ref. 30). Nada melhor do que conservar os próprios comentários do autor

TABELA IV

(Tabela VIII)

*Comparações internacionais das taxas de fecundidade por grupos de idade **

IDADE Anos completos	TAXA DE FECUNDIDADE POR 100 MULHERES							
	São Paulo 1950	São Paulo 1940	Brasil 1940	México 1931	Chile 1930-31	Rússia 1896-97	Bulgária 1901-05	Hungria 1900-01
15 a 19	6,74	7,70	8,11	9,78	6,96	3,00	2,35	5,68
20 a 24	21,63	21,67	25,56	21,29	19,04	30,90	28,86	25,90
25 a 29	20,03	22,43	30,83	24,07	21,34	33,44	31,22	28,00
30 a 34	18,16	20,55	27,09	23,36	21,23	33,14	30,94	23,05
35 a 39	13,62	15,87	20,65	16,75	14,91	21,88	20,43	16,14
40 a 44	10,67	11,55	12,73	9,03	7,89	12,96	12,10	6,93
45 a 49	5,59	5,08	4,05	1,10	3,06	5,95	5,55	1,30

* FONTES: Brasil — *Estudos sobre a fecundidade e a prolicidade da mulher no Brasil* (Rio, I B G E, 1949, pág 29)

México — Taxas calculadas pelo autor sobre os dados publicados pelo Instituto Internacional de Estatística, no *Aperçu de la démographie des divers pays du monde, 1929-36* (La Haye, 1939), págs 123 e 260

Chile — *Aperçu cit*, pág 169

Rússia, Bulgária, Hungria — R R KUCZYNSKI, *The Balance of Births and Deaths* (Washington, Brookings Institution, 1931), v II, p 152, 163

As taxas paulistas figuram nesse quadro porque representam (pelo menos representavam na época) os níveis mais baixos da fecundidade para Unidades Federadas do Brasil. Alguns comentários do próprio Mortara são reproduzidos a seguir:

“As taxas de fecundidade paulistas de 1940 ficavam fortemente inferiores às médias nacionais em quase todos os grupos de idade; a exceção do grupo de 45 a 49 anos é, provavelmente, apenas aparente”.

E logo a seguir:

“Os dados estrangeiros referem-se a épocas recentes para os dois países hispano-americanos e a épocas já distantes para os três países da Europa Oriental. Foram escolhidas de propósito, para a comparação, populações com taxas de fecundidade elevadas.

A marcha das taxas paulistas de 1950, em relação à idade, não se afasta muito daquela das taxas chilenas de 1930-31, no México a fecundidade é mais precoce e menos duradoura do que no Brasil. Os países da Europa Oriental, em torno de 1900, apresentavam níveis de fecundidade próximos dos níveis brasileiros de 1940 (Bulgária) e até superiores (Rússia), exceto no grupo de idade de 15 a 19 anos. Embora neste grupo de idade as taxas paulistas sejam elevadas em comparação com as européias, elas se demonstram verossímeis no confronto com o Brasil em conjunto e com os dois países hispano-americanos. E as próprias taxas paulistas dos grupos de 40 a 44 de 45 a 49 anos, suspeitas de serem demasiado elevadas, não atingem os níveis que se verificavam na Rússia em torno de 1900”.

4.1.2 — No item anterior a posição do Brasil ficou caracterizada no tempo, comparando-se as taxas de fecundidade mais atuais do Brasil com as de alguns países em épocas passadas. A sua posição em relação aos níveis da fecundidade de alguns países na atualidade, pode ser julgada através das taxas de natalidade reproduzidas na Tabela V

TABELA V *

Taxas brutas de natalidade para alguns países

PAÍS	PERÍODO	TAXA BRUTA ‰	PAÍS	PERÍODO	TAXA BRUTA ‰
BRASIL	1960/70	37,7	Bélgica	1967	15,3
El Salvador	1960/64	48,7	Bulgária	1967	15,0
México	1960/64	44,4	França ..	1967	17,0
Argentina	1960/64	22,5	Inglaterra e Gales	1967	17,2
Chile	1960/64	35,3	Espanha	1967	21,0
Japão	1960/64	17,2	URSS	1968	17,2
Japão	1945/49	30,2	Austrália	1967	19,4
Japão	1966	13,8	Nova Zelândia	1967	22,4

* Os dados para os países estrangeiros foram extraídos do “Anuário Demográfico da ONU — 1969”

Como se verifica, embora já apresentando sinais de evidente declínio, a fecundidade brasileira (indicada através da taxa bruta de natalidade) ainda se situa em nível muito elevado no âmbito internacional e em posição média em relação à América Latina

4.1.3 — Um aspecto lateral, que vale a pena salientar aqui, mais a título de curiosidade informativa, é o que se refere à cota de mulheres solteiras prolíficas (que tiveram pelo menos 1 filho) nas diferentes Unidades da Federação, segundo o censo de 1940. Damos a seguir, a Tabela VI, reproduzida de trabalho do Laboratório de Estatística (ref. 8).

TABELA VI

ESTADO	PERCENTAGEM DAS SOLTEIRAS DE 12 ANOS E MAIS QUE TIVERAM FILHOS NASCIDOS VIVOS
1 Maranhão	32,19
2 Pará	30,64
3 Amazonas	23,62
4 Mato Grosso	23,33
5 Bahia	20,39
6 Sergipe	19,48
7 Rio de Janeiro	17,77
8 Alagoas	13,71
9 Goiás	13,57
10 Piauí	11,94
11 Rio Grande do Sul	11,32
12 Pernambuco	11,29
13 Espírito Santo	7,87
14 Rio Grande do Norte	7,29
15 Santa Catarina	6,70
16 Paraná	5,96
17 Paraíba	5,91
18 Minas Gerais	4,08
19 Ceará	4,04
20 São Paulo	2,51

Como se verifica, havia (e ainda deve haver, assunto que será em breve analisado pelo CBED para o censo de 1970) uma grande diferença entre as várias Unidades, com um mínimo de 2,51% para S. Paulo e o máximo de 32,19% para o Maranhão.

4.1.4 — As diferenças de fecundidade entre os quadros urbano e rural são bastante acentuadas, como é natural que ocorra. Esse aspecto, ainda não apurado no censo de 1970 e, ainda irrealizável para o conjunto do Brasil em relação ao censo de 1960, até hoje não terminado, pode ser, no entanto, apreciado através das Tabelas VII e VIII, que reproduzem duas tabelas extraídas de trabalho do Mortara (ref. 28).

TABELA VII

BRASIL

Filhos nascidos vivos tidos por 100 mulheres presentes em 1º-VII-1950, segundo a idade e a situação do domínio da mãe

IDADE Anos completos	DOMICÍLIO NO QUADRO			MULHERES EM CONJUNTO
	Urbano	Suburbano	Rural	
15 a 19	8,89	15,35	15,81	13,89
20 a 24	68,41	105,01	121,97	104,37
25 a 29	159,96	227,74	281,36	239,05
30 a 34	250,95	348,60	435,80	368,91
35 a 39	326,37	449,60	569,91	481,16
40 a 44	382,22	521,01	647,05	548,91
45 a 49	429,70	564,91	690,90	590,15
50 a 59	478,07	592,03	688,21	606,27
60 a 69	514,78	596,35	664,39	602,66
70 a 79	527,05	595,60	645,00	594,92
80 e mais	515,53	571,74	609,77	573,66
15 e mais	243,05	310,32	354,33	315,35

TABELA VIII

BRASIL

Porcentagem das mulheres que tiveram filhos nascidos vivos, entre as presentes em 1º-VII-1950, segundo a idade e a situação do domicílio

IDADE Anos completos	DOMICÍLIO NO QUADRO			MULHERES EM CONJUNTO
	Urbano	Suburbano	Rural	
15 a 19	6,22	10,15	10,46	9,27
20 a 24	34,54	47,68	51,02	45,76
25 a 29	58,30	69,52	74,77	69,28
30 a 34	69,19	78,41	82,81	78,13
35 a 39	73,42	81,55	86,60	81,98
40 a 44	75,18	82,46	86,80	82,64
45 a 49	76,82	83,46	87,73	83,64
50 a 59	77,20	83,03	86,38	82,91
60 a 69	76,71	81,80	84,01	81,13
70 a 79	75,78	79,79	81,09	78,95
80 e mais	73,89	77,18	77,77	76,39
15 e mais	54,26	61,61	62,87	60,11

Conforme se verifica, em cada classe de idades, os valores correspondentes ao quadro rural traduzem uma fecundidade muito mais elevada, seja em número médio de filhos tidos, seja quanto a proporção de mulheres que tiveram filhos. Para o conjunto do Brasil, o número médio de filhos tidos por 100 mulheres era de 243 nas áreas urbanas contra 315 nas rurais; as proporções de mulheres que tiveram filhos nascidos vivos era de 54,3% no quadro urbano e 62,9% no rural. As diferenças falam por si sós, não exigindo maiores comentários.

4.1.5 — As diferenças regionais da fecundidade podem ser apreciadas através dos dados constantes da Tabela IX. Essa comparação se refere às atuais grandes regiões geo-econômicas, de modo que só pôde ser apresentada para 1960 e 1970. O quadro análogo para 1940, calculado por Mortara, se refere às antigas Regiões Fisiográficas, não tendo sido possível, dada a premência de tempo, reconstituí-lo para as novas regiões geo-econômicas, a fim de se tornarem os seus resultados comparáveis com os da Tabela IX. Para o censo de 1950, os cálculos de Mortara abrangiam apenas algumas Unidades Federadas, não havendo pois, um quadro análogo ao de 1940 para as Regiões Fisiográficas. Segundo a Tabela IX, o número médio de filhos por 100 mulheres, com a única exceção da Região Norte, onde sofre um acréscimo de uns 11% de 1960 para 1970, declinou durante o período examinado, em todas as demais regiões. Em cada um dos anos considerados, a Região Nordeste é a que apresenta maior cota de filhos por 100 mulheres, e a Região Sudeste, a que apresenta a menor cota, seguida pela Região Sul. Para o conjunto do Brasil houve um declínio de 4,8% o qual atingiu 8,6% na Região Sudeste. Com relação ao número médio de filhos por 100 mulheres *que tiveram filhos*, o panorama relativo é praticamente o mesmo, com a diferença de que a média do Norte aumentou relativamente mais. 3,6% no caso do número médio por 100 mulheres e 7,1 no número médio por 100 mulheres que tiveram filhos. Esse resultado só pode ser explicado por um aumento efetivo da fecundidade e/ou por uma alteração da composição por idades das mulheres prolíficas. Só uma análise mais detida permitiria estabelecer as verdadeiras causas desse aumento.

TABELA IX

REGIÕES GEO-ECONÔMICAS	NÚMERO MÉDIO DE FILHOS TIDOS NASCIDOS VIVOS POR 100 MULHERES		NÚMERO MÉDIO DE FILHOS TIDOS NASCIDOS VIVOS POR 100 MULHERES QUE TIVERAM FILHOS	
	1960*	1970**	1960	1970
Norte	334,38	346,26	521,53	558,42
Nordeste	358,71	354,39	598,43	583,25
Sudeste	297,47	274,76	463,47	440,81
Sul	314,18	303,05	481,13	469,10
Centro-Oeste	341,87	316,58	527,13	482,47
BRASIL	323,01	307,58	512,69	492,86

NOTA — Tabela calculada pela CBED

* Dados de uma amostra de 1,27% (aprox) apoiada pelo CELADE a partir de uma cópia da fita magnética fornecida pelo IBGE

** Tabulações avançadas de 1970 Censo Demográfico Departamento de Censos

Regiões: NORTE — Rondônia, Acre, Amazonas, Roraima, Pará, Amapá;
 NORDESTE — Maranhão Piauí, Ceará, Rio Grande do Norte, Paraíba, Pernambuco, Alagoas, Fernando de Noronha, Sergipe, Bahia;
 SUDESTE — Minas Gerais, Espírito Santo, Rio de Janeiro, Guanabara, São Paulo;
 SUL — Paraná, Santa Catarina, Rio Grande do Sul;
 CENTRO-OESTE — Mato Grosso, Goiás e Distrito Federal

Se examinarmos os resultados apresentados para o conjunto do Brasil, teremos o seguinte Quadro resumo:

POR	NÚMERO MÉDIO DE FILHOS TIDOS POR 100 MULHERES E POR 100 MULHERES QUE TIVERAM FILHOS			
	1940	1950	1960	1970
100 mulheres	331,42	315,35	323,01	307,58
100 mulheres que tiveram filhos	545,08	524,63	512,69	492,86

Como se verifica, o número de filhos por 100 mulheres declinou de 1940 a 1950, apresentou um aumento de 1950 para 1960, diminuindo em seguida, de 1960 para 1970. Esse aumento de 1950 para 1960, que faria com que se suspeitasse de uma pequena elevação da fecundidade, não ocorre no número médio de filhos por 100 mulheres *que tiveram filhos*, o qual declina continuamente de 1940 a 1970. Esse resultado aponta em favor da hipótese que será referida adiante, segundo a qual o aumento de 1950 para 1960 constituiria apenas um resultado natural, devido ao efeito mortalidade a curto prazo.

5. PERSPECTIVAS FUTURAS

5.1 — Efeito mortalidade

5 1.1 — De acordo com o que tudo indica, a fecundidade declinou entre 1960 e 1970. Aliás, possivelmente, esse declínio já vinha ocorrendo antes, em particular desde 1940. O ligeiro aumento que ocorreu, segundo indicam os trabalhos de Mortara, durante o período 1950/60 pode encontrar explicação no próprio declínio da mortalidade depois da 2.^a guerra, especialmente no decênio 1950/1960. De fato, o declínio da mortalidade exerce dois efeitos, de sentidos contrários, sobre o andamento da fecundidade (e conseqüentemente, em última análise, sobre o andamento da taxa de natalidade, na qual intervém, também, as alterações da distribuição por idades) alterando os níveis das taxas de fecundidade por idades:

- a) a longo termo, o declínio continuado da mortalidade mostra aos casais, a possibilidade de obter *o mesmo tamanho de família adulta*, mediante um menor número de nascimentos, criando assim, condições psicológicas favoráveis ao declínio da fecundidade;
- b) a curto prazo, porém, o declínio da mortalidade faz com que os níveis de fecundidade tendam a aumentar por dois motivos principais:

- b₁ — porque a mortalidade intra-uterina também se reduz, e talvez mais intensamente do que a mortalidade geral, proporcionando maior número de nascidos vivos. Cada natimorto a menos é um nascido vivo a mais a ser computado na taxa de fecundidade;
- b₂ — porque com o declínio da mortalidade, aumenta o tempo médio de vida em comum de um casal, ou seja, o tempo de exposição à reprodução. Esse efeito, sugerido pela primeira vez por Eduardo Arriaga, seria, na realidade, um efeito a prazo médio, mas desde o início começa a manifestar-se com a redução da proporção de casais cuja vida é interrompida, nos primeiros anos, pela morte de um dos cônjuges, aumentando, assim, o número de casais sobreviventes que contribuem para a reprodução. Note-se que esse aumento é mais intenso do que poderia parecer a primeira vista, uma vez que a probabilidade anual de que o casal não seja dissolvido por morte de um dos cônjuges (probabilidade anual de sobrevivência do casal) é dada, na hipótese de independência, pelo produto $p_x p_y = p_{xy}$, onde x e y são as idades dos componentes do grupo e p_x e p_y as respectivas probabilidades anuais de sobrevivência. Admitindo, para raciocinar, que as probabilidades de sobrevivência, em consequência da redução da mortalidade passem a ser:

$$p' = (1 + a) p_x \qquad p' = (1 + b) p_y$$

A nova probabilidade de sobrevivência do casal será então:

$$p'_{xy} = (1 + a) (1 + b) p_{xy}$$

pelo que o aumento resultante será igual a $a + b + ab$, isto é, superior à soma dos acréscimos verificados para cada componente. Assim a vida média do casal, que é uma soma de várias probabilidades de sobrevivência, sofrerá um aumento relativo superior ao da vida média

$$\bar{e}_{xy} = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\omega} n p_{xy}$$

de cada componente. Por outras palavras, e em termos de vida média e de número de sobreviventes, a repercussão de um declínio da mortalidade é mais intenso sobre os casais, do que sobre os indivíduos.

5.1.2 — Assim, o efeito mortalidade a curto prazo mascara o verdadeiro andamento da fecundidade de modo que, mesmo quando a fe-

cundidade se acha efetivamente em declínio, em termos de comportamento sexual dos casais, as taxas de fecundidade determinadas pelos métodos correntes, poderão apresentar um “trend” crescente ou declinando com menor intensidade do que ocorreria, na ausência daquele efeito. Daí, a necessidade de realização de inquéritos do tipo “cross-section” que permitam a determinação da fecundidade no instante t , e suas relações com as condições econômico-sociais do casal, o tempo de vida conjugal, o número de filhos já tidos, etc. e as suas relações com a mortalidade, tais como foram analisados anteriormente.

Todavia, é de grande interesse, também, levantamentos do tipo “série temporal”, dada a grande importância do conhecimento da fecundidade por coorte, e suas variações em função das mesmas variáveis citadas anteriormente. Para isso, no entanto, seria conveniente utilizar uma metodologia que permitisse, pelo menos, isolar os efeitos a curto prazo da mortalidade, conforme foram esclarecidos em 5.1.1, principalmente se durante o período de referência utilizado, o declínio (ou aumento) da mortalidade tenha sido considerado intenso.

Esse resultado é importante nas projeções demográficas (o que não tem sido feito), permitindo uma melhor escolha das hipóteses a serem analisadas, uma vez que, em consequência dos dois motivos apontados, as taxas de fecundidade tendem a aumentar ou não sofrer redução, ou sofrê-la em menor escala, (ainda que o comportamento sexual tenha sofrido alterações no sentido de uma fecundidade mais moderada) em função do andamento da mortalidade durante o período de estudo.

5.1.3 — É provável que nos próximos anos de declínio da fecundidade seja ainda lento, mas que se acentue gradativamente, sendo difícil apontar a época exata em que certamente esse declínio tornar-se-á suficientemente rápido como consequência natural do desenvolvimento econômico do País. Quando ocorrer, o nível da mortalidade já estará provavelmente bastante reduzido, para que o seu declínio posterior fique atenuado, de modo a fazer com que a taxa de crescimento passe a declinar rapidamente, tendendo aos níveis dos países economicamente desenvolvidos da atualidade e, em um futuro distante, ficar reduzida praticamente a zero. Este é o panorama clássico da teoria da transição demográfica à qual certamente o Brasil não escapará, embora só se possa apresentá-la com um caráter atemporal, uma vez que será praticamente impossível fixar as datas em que ocorrerão as diferentes fases do processo, a menos que uma série de pesquisas sejam empreendidas nesse sentido. Embora o fenômeno seja o mesmo, o padrão poderá variar muito.

5.1.4 — Frequentemente o reconhecimento de que, em um certo país, irá desenvolver-se o processo descrito na teoria da transição demográfica, constitui um argumento apontado em favor da tese natalista, segundo a qual, nada há a fazer no setor da fecundidade, que deverá ficar excluída dos programas de desenvolvimento econômico do País.

Ao nosso ver, isso constitui um erro; no mínimo representa má colocação do problema e dos estudos a serem procedidos sobre as relações econômico-demográficas. O reconhecimento do declínio fatal da fecundidade não constitui, por si só, um argumento em qualquer sentido político, por se tratar de uma afirmativa atemporal. O problema econômico não fica definido simplesmente pelo conhecimento das metas; é necessário, também, a fixação das datas através de um cronograma provável, tal como ocorre com qualquer tipo de empreendimento. Dizer-se que a fecundidade vai declinar e que algum dia, no futuro, teremos uma posição favorável quanto ao crescimento demográfico é, praticamente, não dizer nada. A mortalidade também é um fator demográfico que declina a medida que prossegue o desenvolvimento econômico. No entanto, a ação *deliberada* do homem fez com que os países subdesenvolvidos realizassem, em 15 ou 20 anos, declínios da mortalidade que o andamento natural do desenvolvimento econômico realizou em 100 anos ou mais nos países atualmente desenvolvidos.

5.2 — O progresso econômico e a fecundidade

5.2.1 — Creio que os problemas de população, pelo menos no que diz respeito às relações entre natalidade e desenvolvimento econômico, têm sido discutidos, na maioria das vezes, em termos ideológicos, muito distantes da forma e do caráter estritamente científicos que todo problema comporta. Evidentemente, não pretendemos trazer à baila uma verdadeira e completa discussão desse problema tão importante para o mundo atual, mas tão somente, fixar alguns aspectos da questão em uma forma genérica e sumária. Mesmo assim, nesses termos restritos, creio que vale a pena abordá-lo. De modo geral, os natalistas não analisam os problemas de população a partir de premissas realmente isentas de preconceitos; geralmente eles “admitem” como válidos, diversos princípios que já trazem implicitamente uma série de conclusões contrárias ao manejo da fecundidade, quando não fazem mais do que isso, dando por demonstrado o “inconveniente” desse manejo e procurando estabelecer “provas” em seu favor. Por outro lado, muitos anti-natalistas fazem o mesmo em sentido contrário: admitem o declínio da fecundidade em qualquer circunstância, como desejável e possível, estabelecendo conclusões apenas sobre o modo de realizar uma política nesse sentido. Na realidade, quem analisar os problemas de população de um ponto de vista puramente científico, terá de concordar que seriam necessários numerosos estudos preliminares e uma rigorosa fixação de princípios básicos, antes que o problema possa vir a ser realmente posto em equação de modo claro. É certo que, em alguns casos (Índia, China entre os subdesenvolvidos e Japão entre os economicamente desenvolvidos), a pressão demográfica é visível, digamos, a “olho nu” o que facilita a colocação do problema e a análise das soluções alternativas; mas, aquilo em que estamos pensando, é na forma de colocação do problema em países ainda subpovoados, onde o ponto a ser focalizado

não é o super povoamento atual, mas a velocidade de crescimento da população compatível com a exploração dos recursos disponíveis.

5.2.2 — Antes de se decidir por uma determinada política, é necessário analisar as alternativas possíveis em termos de produtividade das inversões implicadas pelos diferentes programas. Não temos conhecimento de nenhum país que antes de tomar uma decisão dessa ordem, tenha examinado realmente alternativas em que a população figure como uma variável a determinar: ou a consideram como um *dado do problema* (elemento exógeno) ou a desprezam totalmente. Se o problema é o de fazer aumentar o produto bruto “per capita”, P/N , onde P é o produto total e N o número de habitantes, não é lícito examinar apenas o numerador, nem somente o denominador, como se costuma fazer em raciocínios apressados, sem uma análise completa dos reflexos de um sobre o outro. É claro, por exemplo, que a educação influi indiretamente sobre o planejamento familiar e diretamente sobre a produtividade, alterando assim, ao mesmo tempo, em sentido favorável (aumentando a velocidade de crescimento de P e reduzindo a de N) a variação do produto bruto “per capita”. Muitos outros exemplos poderão ser apresentados, em diferentes sentidos; mas seriam necessárias numerosas pesquisas, a fim de se estabelecerem normas objetivas e efetivas de decisão. Por outro lado é lícito reconhecer que, uma grande parte dos bens de que os indivíduos podem gozar estão excluídos do Produto Bruto, que passa, assim, a constituir um mau índice de bem estar econômico-social (principalmente social). O próprio lazer pode ser um bem econômico a tão justo título como os demais; assim, a discussão do problema de manter ou não os níveis de fecundidade, condicionado apenas à consideração do andamento do produto bruto “per capita”, constitui uma fórmula medíocre de colocação de um problema de tão magna importância.

5.2.3 — De qualquer modo, um aspecto parece que pode ser ressaltado independentemente da política demográfica a ser adotada. Há uma série de medidas de caráter legislativo e/ou administrativo que exigem dispêndios modestos, que podem ser empreendidas e levadas a sério por qualquer governo sem que fique implicado em qualquer sentido político natalista ou anti-natalista. É que muitos casais desejam realmente planejar suas famílias, dando-lhes determinadas dimensões e fixando os períodos entre os filhos compatíveis com as suas possibilidades de melhor educá-los. As medidas a que nos referimos são todas aquelas que venham proporcionar aos casais *de todas as classes sociais*, igualdade de conhecimentos, oportunidades e todas as facilidades básicas, frente ao problema do planejamento familiar, condições que na realidade não existem em geral. Ainda que se considere importante deixar que a transição demográfica se processe naturalmente, é claro que se não existirem as condições e facilidades referidas, a evolução natural será retardada por fricções e atritos que se desenvolverão no seio dos diferentes grupos sociais. Se os governos desejam realmente interferir nos destinos do seu povo, o setor demográfico é um dos mais

importantes. A pesquisa demográfica em geral, e, em particular, as pesquisas no setor da fecundidade em todos os seus aspectos e relações, constitui, no Brasil, um vasto campo de estudos quase completamente inexplorado, face a sua real amplitude e ao pouco que se tem feito, vencendo as maiores dificuldades e os mais arraigados preconceitos. O IBGE começa a dar um grande passo nesse sentido. É que o inquérito da PNAD a ser realizado no 4.º trimestre de 1972, inclui três quesitos sobre fecundidade (os mesmos incluídos no questionário do censo). Esse inquérito abrangerá cerca de 55.000 domicílios (que poderão ampliar-se para 150.000) em todo o Brasil, e irá permitir, melhor do que o recenseamento, obter respostas fidedignas principalmente quanto ao quesito de número de nascimentos no período de 12 meses anteriores ao inquérito, facilitando, assim, o cálculo dos níveis da fecundidade recente.

Além disso, há vários quesitos de caráter econômico e social no mesmo inquérito, que virão permitir cruzamentos de grande interesse teórico e prático. Que isso represente a vitória sobre um "tabu" e o início de um novo período de pesquisas oficiais sobre a fecundidade em larga escala, por amostras, são os votos que fazemos ardentemente*.

BIBLIOGRAFIA

- 1
ANÁLISE da distribuição das mulheres prolíficas segundo o número dos filhos tidos, conforme o Censo de 1940, e aplicação ao cálculo de uma tábua de prolicidade para o Brasil. In: BRASIL. SNR. Gabinete Técnico & BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil*. Rio de Janeiro, Serv. Gráf. do IBGE, 1950. 142 p., il. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 10) Cap 1, p. 7-33, tab., gráf.
- 2
BRASIL, Maria Cascaes. A fecundidade feminina em Santa Catarina. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil. 4.ª série*. Rio de Janeiro, 1965. 116 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 28) Cap. 5, p. 69-76, tab.
- 3
CARDIM, Fernando Pereira. A fecundidade feminina e a sobrevivência dos filhos no Distrito Federal. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a fecundidade das mulheres e a sobrevivência dos filhos no Brasil*. Rio de Janeiro, 1958. 110 p., il. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 25) Cap. 15, p. 100-10, tab.

* Trabalho entregue para tipografia em 31-7-1972

_____. A fecundidade feminina em Pernambuco. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil. 4.ª série*. Rio de Janeiro, 1965. 116 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 28) Cap. 3, p. 53-9, tab.

DETERMINAÇÃO da fecundidade feminina segundo a idade, conforme o Censo de 1940, a aplicação ao cálculo da taxa de natalidade, da tábua de fecundidade e do coeficiente de reprodução, para a população do Brasil. In: BRASIL. SNR. Gabinete Técnico. *Estudos sobre a fecundidade e a prolicidade da mulher no Brasil, no conjunto da população e nos diversos grupos de cor*. Rio de Janeiro, 1949. 87 p. tab., gráf. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 5) Cap. 1, p. 7-36, tab., gráf.

A FECUNDIDADE da mulher no Brasil, segundo o estado conjugal e a idade. In: BRASIL. SNR. Gabinete Técnico & BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Estudo sobre a fecundidade da mulher no Brasil, segundo o estado conjugal*. Rio de Janeiro. Serv. Gráf. do IBGE, 1949. 109 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 9) Cap. 1, p. 7-36, tab.

A FECUNDIDADE da mulher, segundo a idade e o estado conjugal, em Mato Grosso, por Alceu Carvalho. In: BRASIL. SNR. Gabinete Técnico & BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Estudo sobre a fecundidade da mulher no Brasil, segundo o estado conjugal*. Rio de Janeiro, Serv. Gráf. do IBGE, 1949. 109 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 9) Cap. 3, p. 69-75, tab.

A FECUNDIDADE da mulher segundo o estado conjugal nas diversas Regiões Fisiográficas e Unidades da Federação. In: BRASIL. SNR. Gabinete Técnico & BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Estudo sobre a fecundidade da mulher no Brasil, segundo o estado conjugal*. Rio de Janeiro, 1949. 109 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 9) Cap. 2, p. 37-68, tab

A FECUNDIDADE da mulher, segundo a idade e o estado conjugal, no Rio Grande do Norte, por Alceu Carvalho In: BRASIL. SNR. Gabinete Técnico & BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística.

Estudo sobre a fecundidade da mulher no Brasil, segundo o estado conjugal. Rio de Janeiro, Serv. Gráf. do IBGE, 1949. 109 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 9) Cap. 4, p. 76-86, tab.

10

A FECUNDIDADE dos casais no Distrito Federal, em 1890 e em 1940. In: BRASIL. SNR. Gabinete Técnico & BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil.* Rio de Janeiro, Serv. Gráf. do IBGE, 1950. 142 p., il. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 10) Cap. 4, p. 59-79, tab. gráf.

11

A FECUNDIDADE e a prolicidade da mulher segundo a cor e a idade, no Estado da Bahia. In: BRASIL. SNR. Gabinete Técnico. *Características demográficas do Estado da Bahia.* Rio de Janeiro, 1949, 334 p., il. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 8) Cap. 24, p. 229-35, tab.

12

A FECUNDIDADE e a prolicidade da mulher, segundo o estado conjugal e a idade, no Estado da Bahia, por Alceu Carvalho et alii. In: BRASIL. SNR. Gabinete Técnico. *Características demográficas do Estado da Bahia.* Rio de Janeiro, 1949, 334 p. il. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 8) Cap. 25, p. 236-54, tab., gráf.

13

FECUNDIDADE e prolicidade da mulher, segundo o estado conjugal e a idade, no Distrito Federal, por Ernani Timóteo de Barros. In: BRASIL. SNR. Gabinete Técnico & BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Estudo sobre a fecundidade da mulher no Brasil, segundo o estado conjugal.* Rio de Janeiro, Serv. Gráf. IBGE. 1949, 109 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 9) Cap. 5, p. 87-107, tab.

14

A FECUNDIDADE feminina no Rio Grande do Norte. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil. 4.ª série.* Rio de Janeiro, 1965, 116 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 28) Cap. 8, p. 93-100, tab.

15

A FECUNDIDADE masculina, na população do Brasil, segundo a idade, a atividade principal e a posição na ocupação. In: BRASIL. SNR. Gabinete Técnico & BRASIL. CNE. Laboratório de Esta-

tística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil*. Rio de Janeiro, Serv. Gráf. do IBGE, 1950. 142 p., il. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 10) Cap. 5, p. 80-122, tab., gráf.

16

FIGUEIREDO, Áureo Pinto. A fecundidade feminina na Paraíba. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil 4.^a série*. Rio de Janeiro, 1965. 116 p, tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 28) Cap. 4, p. 61-7, tab

17

FONTES, Annibal Ribeiro & MOTA, Marcio Rangel. A fecundidade feminina no Maranhão In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil. 4.^a série*. Rio de Janeiro, 1965. 116 p, tab (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 28) Cap. 6, p. 77-84, tab.

18

KESSEL, Moysés Isaac. A natalidade, a fecundidade feminina e a mortalidade infantil no Município de Fortaleza In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil. 2.^a série*. Rio de Janeiro, 1953. 97 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 16) Cap. 8, p 86-9, tab.

19

———. A natalidade, a fecundidade feminina e a mortalidade infantil no Município de Salvador. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil. 2.^a série*. Rio de Janeiro, 1953. 97 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 16) Cap 7, p. 81-5, tab.

20

———. A natalidade e a fecundidade feminina e a mortalidade infantil no Município do Recife. In: BRASIL. CNE Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil. 2.^a série*. Rio de Janeiro, 1953. 97 p, tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 16) Cap. 9, p. 90-3

21

MAGLUTA, Hermínia Ferreira & FONTES, Annibal Ribeiro. A fecundidade feminina no Estado do Rio de Janeiro. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil 4.^a série*. Rio de Janeiro, 1965. 116 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 28) Cap. 2, p 45-52, tab.

22

MORTARA, Giorgio. A composição segundo o estado conjugal dos principais grupos de cor em algumas Unidades da Federação, e suas relações com a fecundidade. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil*. Rio de Janeiro, 1956. 84 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 22) Cap. 8, p. 76-84, tab.

23

———. A composição segundo o estado conjugal dos principais grupos de cor em Minas Gerais, e suas relações com a fecundidade. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil*. Rio de Janeiro, 1956. 84 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 22) Cap. 7, p. 67-75, tab

24

———. A fecundidade da mulher e a sobrevivência dos filhos no Brasil, segundo o Censo de 1950. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Contribuições para o estudo da demografia do Brasil*. Rio de Janeiro. | Serv. Gráf. do IBGE | 1961. 458 p., il. (Estudos de estatística teórica e aplicada) p 66-79, il.

25

———. A fecundidade da mulher na Bahia, segundo as zonas fisiográficas e os municípios. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil 2.^a série*. Rio de Janeiro, 1953 97 p., tab (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 16) Cap 6, p 72-80, tab

26

———. *A fecundidade da mulher no Brasil segundo os resultados do Recenseamento de 1950* | Rio de Janeiro, IBGE, 1957 | 100 p., tab , gráf. Resumo em inglês.

27

———. A fecundidade da mulher segundo a cor, nas diversas Unidades da Federação In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística *Estudos sobre a natalidade e a mortalidade no Brasil* Rio de Janeiro, Serv. Gráf. do IBGE, 1952. 161 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 14) Cap 5, p 47-115, tab

28

———. A fecundidade das mulheres e a sobrevivência dos filhos nas populações urbanas e rurais do Brasil. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística *Pesquisas sobre a fecundidade das mulheres e a sobrevivência dos filhos no Brasil* Rio de Janeiro, 1958 110 p., il. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 25) Cap 1, p 7-18, tab

—————. A fecundidade feminina na Capital Federal e na Capital de São Paulo. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Estudos sobre a natalidade em grandes cidades do Brasil*. Rio de Janeiro, Serv. Gráf. do IBGE, 1952. 73 p, tab., gráf. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 15) Cap 2, p. 54-65, tab., gráf.

—————. A fecundidade feminina, por anos de idade, no Estado de São Paulo. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil*. Rio de Janeiro, 1956. 84 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 22) Cap 2, p 16-23, tab

—————. A fecundidade feminina, por grupos de idade, no Estado de São Paulo, segundo os grupos de cor e segundo os quadros administrativos (urbanos, suburbanos e rurais). In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil*. Rio de Janeiro, 1956 84 p, tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 22) Cap. 1, p. 7-15, tab.

—————. A fecundidade masculina no Brasil In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil 4.^a série*. Rio de Janeiro, 1965. 116 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 28) Cap. 1, p. 7-43, tab.

—————. A natalidade, a fecundidade feminina e a mortalidade infantil dos Municípios de Porto Alegre e Belém. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Estudos sobre a natalidade em grandes cidades do Brasil*. Rio de Janeiro, Serv. Gráf. do IBGE, 1952, 73 p., tab, gráf. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 15) Cap. 4, p 68-73, tab

—————. A natalidade e a fecundidade feminina no Brasil. In. BRASIL. IBE. Laboratório de Estatística. *Alguns aspectos da população do Brasil, segundo o Censo de 1960*. Rio de Janeiro, 1969. 58 p, tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 30) Cap 5, p 29-31, tab

—————. Análises retrospectivas da fecundidade feminina no Brasil In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil 4.^a série* Rio de Janeiro, 1965.

116 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 28) Cap. 10, p. 109-16, tab.

36

—————. A proporção entre crianças e mulheres como índice da fecundidade feminina. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil. 2.^a série*. Rio de Janeiro, 1953. 97 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 16) Cap. 1, p. 7-21, tab.

37

—————. A proporção entre crianças e mulheres e a fecundidade feminina nas populações urbanas, suburbanas e rurais do Brasil. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil. 2.^a série*. Rio de Janeiro, 1953. 97 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 16) Cap. 2, p. 22-9, tab.

38

—————. Desenvolvimento, composição e distribuição da população do Brasil. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Contribuições para o estudo da demografia do Brasil* | Rio de Janeiro | Serv. Gráf. do IBGE | 1961. 458 p., il. (Estudos de estatística teórica e aplicada) p. 439-48, tab.

39

—————. Ensaio de cálculo da taxa de reprodução para a população de São Paulo. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil*. Rio de Janeiro, 1956. 84 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 22) Cap. 3, p. 24-8, tab. Comunicação apresentada à 29.^a Sessão do Instituto Internacional de Estatística, Petrópolis, 1955.

40

—————. Ensaio de cálculo da taxa de reprodução para a população do Brasil. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Contribuições para o estudo da demografia do Brasil* | Rio de Janeiro | Serv. Gráf. do IBGE | 1961. 458 p., il. (Estudos de estatística teórica e aplicada) p. 118-23, tab.

41

—————. Estimativas da natalidade no Brasil, segundo as Unidades da Federação. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Contribuições para o estudo da demografia do Brasil*. | Rio de Janeiro | Serv. Gráf. do IBGE | 1961. 458 p., il. (Estudos de estatística teórica e aplicada) p. 59-65, tab.

42

—————. Índícios da freqüência das uniões livres em alguns Estados da Federação. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Esta-

tística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil*. Rio de Janeiro, 1956. 84 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada Estatística demográfica, 22) Cap. 6, p. 58-66, tab

43

———. O aumento da população no Brasil entre 1872 e 1940. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Contribuições para o estudo da demografia do Brasil* | Rio de Janeiro | Serv. Gráf. do IBGE | 1961. 458 p., il. (Estudos de estatística teórica e aplicada) p. 9-21, tab.

44

MOTA, Márcio Rangel. A fecundidade feminina no Paraná. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil. 4.^a série*. Rio de Janeiro, 1965. 116 p. tab (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 28) Cap. 9, p 101-7, tab.

45

——— & FONTES, Annibal Ribeiro. A fecundidade feminina em Goiás. In: BRASIL. CNE Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil. 2.^a série*. Rio de Janeiro, 1953. 116 p., tab. (Estudos de estatísticas teórica e aplicada. Estatística demográfica, 28) Cap. 7, p. 85-92, tab.

46

OLIVEIRA, Hermínia Ferreira de. A prolificidade feminina no Estado de São Paulo, segundo os Censos de 1940 e de 1950. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil*. Rio de Janeiro, 1956. 84 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 22) Cap. 4, p. 30-49, tab.

47

A PROLIFICIDADE da mulher, segundo a idade inicial da atividade reprodutora, no Distrito Federal, por Ernani Timóteo de Barros. In: BRASIL. SNR. Gabinete Técnico. *A prolificidade da mulher segundo a idade inicial da atividade reprodutora no Brasil*. Rio de Janeiro. 1949. 79 p., tab, gráf. (Estudos de estatística teórica e aplicada Estatística demográfica, 6) Cap 4, p 61-77, tab., gráf.

48

A PROLIFICIDADE da mulher, segundo a idade inicial de atividade reprodutora, no Estado de Mato Grosso, por Meyer Margulis. In: BRASIL SNR. Gabinete Técnico. *A prolificidade da mulher, segundo a idade inicial da atividade reprodutora, no Brasil*. Rio de Janeiro. 1949. 79 p., tab., gráf. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 6) Cap. 2, p. 37-51, tab.

A PROLIFICIDADE da mulher, segundo a idade inicial da atividade reprodutora, no Estado do Rio Grande do Norte, por Meyer Margulis. In: BRASIL. SNR. Gabinete Técnico. *A prolificidade da mulher, segundo a idade inicial da atividade reprodutora, no Brasil*. Rio de Janeiro, 1949. 79 p., tab., gráf. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 6) Cap. 3, p. 52-60, tab.

A PROLIFICIDADE da mulher, segundo a idade na data do censo, em combinação com a idade inicial da prolicação, no Estado da Bahia, por Ernani Timóteo de Barros. In: BRASIL. SNR. Gabinete Técnico. *Características demográficas do Estado da Bahia*. Rio de Janeiro, 1949. 334 p., il. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 8) Cap. 26, p. 255-66, tab., gráf.

A PROLIFICIDADE das mulheres naturais do exterior, conforme o censo demográfico de 1.º de setembro de 1940. In: BRASIL. SNR. Gabinete Técnico & BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil*. Rio de Janeiro, Serv. Gráf. do IBGE. 1950. 142 p., il. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 10) Cap. 3, p. 48-58, tab., gráf.

PROPORÇÃO das mulheres prolíficas na população feminina adulta, e sua distribuição segundo o número dos filhos tidos, nascidos vivos, em oito Unidades da Federação, por Ariosto de Assis. In: BRASIL. SNR. Gabinete Técnico & BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil*. Rio de Janeiro, Serv. Gráf. do IBGE, 1950. 142 p., il. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 10) Cap. 2, p. 34-47, tab., gráf.

PROPORÇÃO das mulheres que contribuem para a reprodução e sua prolificidade, segundo a idade, no Estado da Bahia. — Determinação da taxa de reprodução da respectiva população, por Alfredo Coutinho de Medeiros Falcão e Fernando Pereira. In: BRASIL. SNR. Gabinete Técnico. *Características demográficas do Estado da Bahia*. Rio de Janeiro, 1949. 334 p., il. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 8) Cap. 27, p. 267-81, tab., gráf.

SANTOS, Antonio Leandro dos. A fecundidade feminina no Estado da Bahia. In: BRASIL. CNE. Laboratório de Estatística. *Pes-*

quisas sobre a fecundidade das mulheres e a sobrevivência dos filhos no Brasil. Rio de Janeiro, 1958. 110 p., il. (Estudos de estatística teórica e aplicada Estatística demográfica, 25) Cap. 13, p. 83-90, tab.

55

—————. A fecundidade feminina no Estado de Minas Gerais. In. BRASIL CNE. Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a natalidade no Brasil.* Rio de Janeiro, 1956. 84 p., tab. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 22) Cap. 5, p. 50-7, tab.

56

————— & TIMÓTEO, Ernani. A fecundidade feminina no Estado do Rio Grande do Sul. In: BRASIL. CNE Laboratório de Estatística. *Pesquisas sobre a fecundidade das mulheres e a sobrevivência dos filhos no Brasil.* Rio de Janeiro, 1958. 110 p., il. (Estudos de estatística teórica e aplicada. Estatística demográfica, 25) Cap. 14, p. 91-9, tab.

RESUMO

Conceituação de fertilidade e fecundidade. Relato das condições em que se processa o desenvolvimento da pesquisa da fecundidade no Brasil. A utilização dos dados censitários como única opção para o seu estudo, no caso brasileiro. Comentário sobre pesquisas realizadas e resultados gerais mais importantes, onde são comparados métodos de pesquisa e as limitações a eles inerentes, bem como os resultados obtidos para o conjunto do Brasil. Comparações internacionais e nacionais. Perspectivas futuras no campo da fecundidade, a curto e a longo prazo, possíveis efeitos da mortalidade. Indicações sumárias das relações entre natalidade e desenvolvimento econômico.

SUMMARY

Concepts of fertility and fecundity Report on conditions for a research on fertility in Brazil. Use of census data as the only option for the study on the fertility in this country. Comments on researches carried out and their main results, comparing different research methods and relevant limitations, as well as the results obtained for the country as a whole. National and international comparisons. Future prospects in the field of fertility at short-term and long-term; eventual effects of mortality. Summary notes on the association between natality and economic development.

ALGUMAS MEDIDAS DE DISTRIBUIÇÃO TERRITORIAL PARA O PERÍODO 1950/70 (conclusão) ANÁLISE A NÍVEL DE MICRORREGIÃO

CELSO CARDOSO DA SILVA SIMÕES

e

MARCIA MARTINS

Estatísticos

SUMÁRIO

- 1 *Generalidades*
- 2 *Movimentos internos*
- 3 *Crescimento das cidades*
- 4 *Análise de algumas características populacionais*
- 5 *Região Norte*
- 6 *Região Nordeste*
- 7 *Região Sudeste*
- 8 *Região Sul*
- 9 *Região Centro-Oeste*
- 10 *Bibliografia*

1. GENERALIDADES

Concluindo o trabalho publicado em número anterior desta Revista, sob o título: "Algumas medidas de distribuição territorial para o

período 1950/70¹, faremos agora uma análise mais profunda do assunto, usando as microrregiões como objeto de nosso estudo.

Algumas considerações fundamentais dominam o estudo da população do Brasil encarado sob o ângulo da distribuição territorial:

a) A população do Brasil sofre um crescimento geral, particularmente rápido em algumas regiões.

b) É muito desigualmente distribuída, em função da repartição das terras habitáveis e dos recursos reconhecidos

2. MOVIMENTOS INTERNOS

Verifica-se nas últimas décadas uma aceleração dos movimentos migratórios internos para os centros urbanos, constituindo uma das mudanças demográficas de maior consequência para o desenvolvimento econômico e social do Brasil.

Estes movimentos se caracterizam por uma grande concentração da população urbana e, em certa medida, de todo o país, em umas poucas cidades, contribuindo desta forma para centralizar ainda mais o poder econômico e político. Estes núcleos absorvem a maior parte dos benefícios do progresso experimentado em anos recentes.

Embora sendo um fenômeno universal, há indicações de que no Brasil adquire um aspecto mais marcado do que em outras regiões do mundo devido ao grande desenvolvimento econômico verificado em anos recentes no País. Os deslocamentos de população, incluindo aqueles que conduzem a rápida urbanização, em geral desempenham importante papel na transformação da estrutura econômica dos países, sendo a industrialização uma das consequências mais importantes.

Analisando-se a história dos países hoje industrializados verifica-se ter existido aí desenvolvimento equilibrado entre o processo de urbanização e a industrialização. Já no Brasil, paralelamente ao mecanismo econômico que cria as condições do deslocamento das populações, existem forças de origem social favorecendo a mobilidade populacional. As grandes cidades modernas oferecem facilidades e recursos muito superiores ao resto do país em condições de trabalho, educação, previdência social etc.

Uma das consequências do crescimento demográfico é o da exigência de capital para inversões em novas habitações e serviços públicos, em detrimento de outras inversões cuja produtividade econômica, a

¹ MARTINS, Marcia & SIMÕES, Celso Cardoso da Silva. Algumas medidas da distribuição territorial para o período 1950/70. B. demogr. CBED, Rio de Janeiro, 2 (3): 4-14, jan/mar 1972, tab., gráf. Bibliografia.

NOTA — Os autores agradecem a colaboração — da Divisão de Cálculos do Departamento de Geografia; — da Seção de Replografia do CENDIE e — do DEDIVE, Departamento de Divulgação Estatística.

curto prazo, contribuiriam para elevação do nível de vida da população. De um modo geral, no Brasil, e podemos dizer em toda a América Latina, este tipo de gastos absorve uma parte demasiado grande das inversões públicas e privadas. Estes problemas tornam-se mais agudos quando uma parcela importante de imigrantes que procuram as cidades não têm condições de obter renda suficiente, capaz de contribuir, custear e sustentar as obras e serviços próprios do urbanismo. Como exemplo desta incapacidade de adquirir renda, de forma a levar uma vida segundo os padrões das cidades modernas, é a existência de populações marginais, que dependendo do lugar vivem em favelas, no Rio de Janeiro, mocambos, no Recife, etc.

Por outro lado, os imigrantes têm de integrar-se nas novas condições do meio econômico e social da cidade. Um diferente modo de vida é encontrado pelo imigrante ao chegar a cidade. Tudo isso, irá provocar uma rutura nos moldes de seu pensamento tradicional advindo daí mudanças sociais. Esta rutura é geralmente acompanhada por um certo grau de desorganização, no que se refere a família, às crenças e a estratificação social.

Tais condições fornecem formas de delinqüência, como a prostituição e, em geral, o desajuste social.

3. CRESCIMENTO DAS CIDADES

O rápido crescimento das cidades, a multiplicação de subúrbios que rodeiam a maioria delas, e as favelas, são as características mais gritantes da atual redistribuição de população no Brasil. Até muito pouco tempo, o nível de urbanização do país era bastante baixo. Atualmente, as taxas de crescimento de população nas zonas urbanas excedem em muito às taxas das áreas rurais, e o processo global está sendo alimentado por uma taxa de crescimento da população total de cerca de 2,8% ao ano.

Analisando alguns desses dados, verificamos que em 1950 apenas cerca de 18,8 milhões ou 36,2% da população brasileira eram classificadas como urbana. Apesar disso durante as décadas seguintes, a população urbana do Brasil aumentou em mais de 13 milhões, ou seja 70,3%. No período 1960/1970, verificou-se um aumento de cerca de 21 milhões, que representam um acréscimo de 62,6% em relação à de 1960. Enquanto isso a população rural com quase 33,2 milhões em 1950, teve um acréscimo de apenas 5,8 milhões em 1960, ou somente 17,6%. Na década seguinte a rural aumentou apenas 2,6 milhões, ou seja, 6,7% em relação à de 1960.

Durante a década de 1960/1970, 89,1% do aumento total da população brasileira teve lugar em suas cidades e locais urbanos. O aspecto mais marcante desse extraordinário aumento da população urbana é, sem sombra de dúvida, a imensa concentração de pessoas nas cidades

do Rio de Janeiro e São Paulo, cada uma das quais é hoje um complexo urbano com populações em torno de 5 milhões.

Não se depreenda daí, que o afluxo de brasileiros migrantes tome só a direção destas duas cidades. Entre 1950, 1960, 1970, por exemplo, a população do Estado de Minas Gerais, aumentou entre os Censos em mais de 1,6 milhão e 2,2 milhões, respectivamente, e a do Rio Grande do Sul em 1,0 milhão e 1,2 milhão, aproximadamente.

Em termos relativos verificamos que o crescimento das cidades como Belo Horizonte (cerca de 1,3 milhão de habitantes em 1970) e Fortaleza (com mais de 800 mil habitantes em 1970) foi ainda mais espetacular que o crescimento de São Paulo e Rio de Janeiro. Além disso, Recife e Salvador se desenvolveram ambas tão rapidamente que passaram de uma população de 797 mil e 660 mil, respectivamente, em 1960 para 1,1 milhão e 1,0 milhão em 1970.

4 ANÁLISE DE ALGUMAS CARACTERÍSTICAS POPULACIONAIS

Para termos uma idéia mais clara das desigualdades da distribuição da população no território brasileiro, faz-se mister examinarmos de que forma ela se apresenta, tanto ao nível regional, bem como dentro de cada Região, a nível estadual:

Para tanto foram calculadas medidas de distribuição objetivando esse estudo, quais sejam:

- a) densidade populacional;
- b) taxa de crescimento e coeficiente de concentração de Gini.

Foi, ainda, calculado o coeficiente de concentração para o total do país, utilizando-se as 361 microrregiões como unidades menores. Para 1960 esse coeficiente foi de 0,805272 enquanto para 1970 foi 0,805894, este resultado mostra que praticamente, o país manteve, no período 1960/1970 a mesma elevada concentração demográfica apesar dos consideráveis deslocamentos de população.

A seguir serão apresentadas e analisadas as medidas de distribuição referentes a cada Região precedidas de comentários à algumas características sócio-econômicas.

5. REGIÃO NORTE

A atividade econômica da Região se restringe a uns poucos pontos: Belém, Manaus, Porto Velho, Rio Branco, Macapá e Boa Vista, ou seja, as próprias Capitais dos Estados e Territórios da Região Amazônica. Afora estas, não encontramos outro centro urbano com maior expressão

humana. No Amazonas, excluindo-se Manaus, que possui cerca de 1/3 da população do Estado, os centros urbanos mais importantes não tem uma população superior a 20 mil habitantes

A paisagem social é marcada pela economia extrativista, onde o homem simplesmente coleta aquilo que a natureza lhe oferece.

Os produtos coletados nas áreas rurais são enviados para as cidades que funcionam como entrepostos, ao mesmo tempo abastecendo de bens de consumo àquelas áreas. As populações rurais transacionam de forma direta, sem que haja a interferência da moeda (produtos primários por produtos de consumo necessários à sua sobrevivência). Nos centros urbanos os produtos extrativos são exportados "in natura", ou depois de sofrer um simples beneficiamento. Geram, nas cidades, um elevado valor adicional, que reverte apenas para os mesmos centros urbanos

A Amazônia representa cerca de 60% do território nacional, sendo uma área ainda pouco conhecida. Inexiste mapeamento geológico, inventário de sua floresta, potencial de sua fauna aquática, etc.

Há uma escassez de recursos humanos qualificados, capazes de transformar os recursos naturais em riqueza efetiva

Devido a sua grande extensão territorial, a sua ocupação deverá ser puntiforme e não ecumênica como se poderia pensar a primeira vista, já que é este o padrão de ocupação de outras áreas do globo, semelhantes à nossa

Nesta Região localizavam-se apenas 3,9% da população do País, com uma densidade extremamente baixa de 1,01 hab/km²

A Região possuía somente um Município com mais de 500.000 habitantes, que era Belém, com uma taxa média geométrica de crescimento, para o período 1960/70, de 4,8%.

Através do Quadro seguinte podemos observar que das 28 microrregiões pertinentes à Região, 25 delas possuíam densidades inferiores a 10 hab/km² compreendendo 99,5% do total da sua área.

REGIÃO NORTE

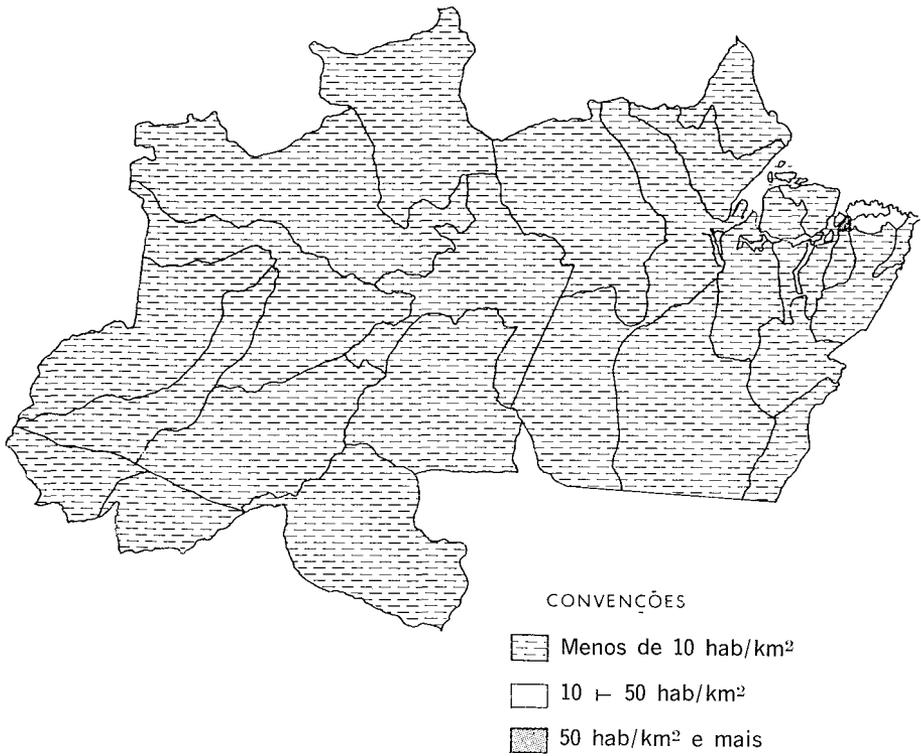
Distribuição das microrregiões, segundo a densidade e a área, em 1970

DENSIDADE (hab/km ²)	NÚMERO DE MICRORREGIÕES	ÁREA (km ²)
menos de 10 habitantes	25	3 531 850
10 ─ 50 habitantes	2	18 056
50 ─ 100 habitantes	—	—
100 e mais habitantes	1	1 416
TOTAL	28	3 551 322

REGIÃO NORTE

EM MICRORREGIÕES HOMOGÊNEAS

Densidade - 1970



Assim, com densidade superior a 100 hab/km² só encontramos uma microrregião, com 0,04% da área regional.

A densidade mínima, em nível de microrregião, se registrou na Xingu (n.º 15) com 0,07 hab/km², enquanto a máxima era 473,44 hab/km² na Belém (n.º 25).

Atuaram como áreas de atração migratória, segundo o Quadro seguinte, 39,3% das microrregiões, ou seja, 36,7% da área regional; como áreas de repulsão migratória, figuram 39,3%, ou seja, 43,0% respectivamente.

REGIÃO NORTE

Distribuição das microrregiões e área, segundo a taxa de crescimento médio anual, do período 1960/1970

TAXA DE CRESCIMENTO GEOMÉTRICO ANUAL (%)	NÚMERO DE MICRORREGIÕES	ÁREA (km ²)
menos de 2	11	1 526 153
2 ─ 4	6	721 366
4 ─ 8	10	1 253 947
8 e mais	1	49 856
TOTAL	28	3 551 322

Analisando-se os coeficientes de concentração de Gini, encontrados no Quadro seguinte, verifica-se que a população do Estado do Amazonas apresentou um aumento em sua concentração, ficando todavia bem abaixo da do Estado do Pará que é a maior do País.

REGIÃO NORTE

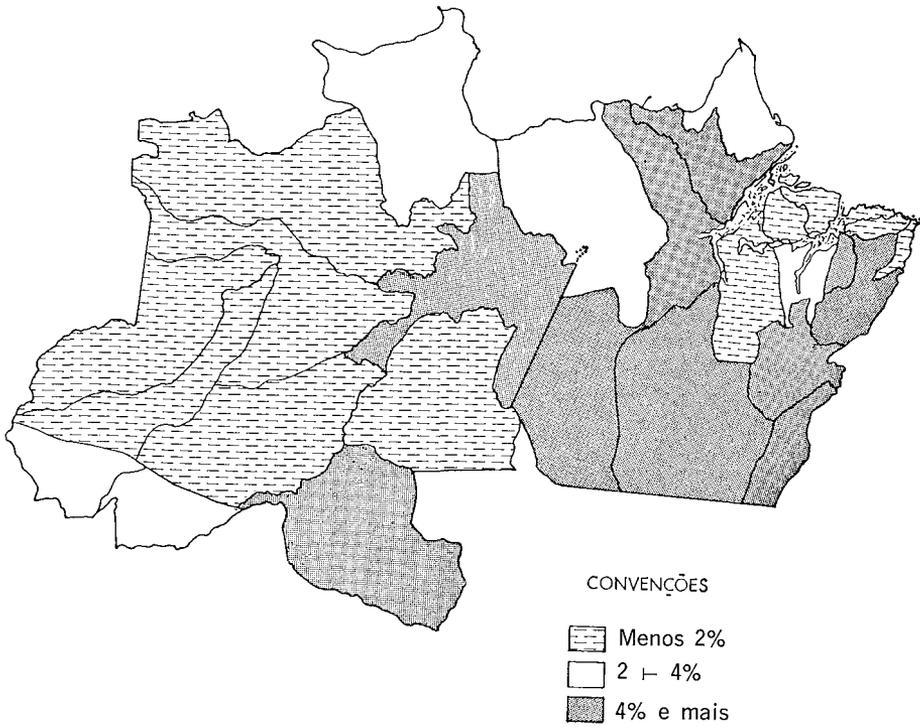
Coefficientes de concentração de Gini

REGIÕES E UNIDADES DA FEDERAÇÃO	COEFICIENTES DE CONCENTRAÇÃO	
	1960	1970
Região Norte	0,683 984	0,697 908
Região I	0,683 984	0,697 908
Amazonas	0,489 070	0,560 726
Pará	0,789 399	0,776 210

REGIÃO NORTE

EM MICRORREGIÕES HOMOGÊNEAS

Taxa de crescimento da população-1960/70



6. REGIÃO NORDESTE

A característica mais importante da população do Nordeste é o grande peso dos grupos jovens na distribuição etária. Estamos desta forma diante de toda uma população jovem, com baixa esperança de vida. Se representássemos a população do Nordeste numa pirâmide de idades, verificaríamos uma larga base, afunilando-se rapidamente. Os grupos de população economicamente ativa são fracamente representados

A imigração nordestina é na sua maioria de jovens. Mesmo assim, se compararmos a classe de 0 + 15 anos, de algumas Unidades da Federação, verificamos que a percentagem de jovens no Nordeste ainda é maior do que em São Paulo, na Guanabara e Estado do Rio de Janeiro, conforme mostra o Quadro seguinte

REGIÃO E UNIDADES DA FEDERAÇÃO	JOVENS DE 0 + 15 ANOS 1970 (%)
Nordeste	44,8
São Paulo	36,3
Guanabara e R J	35,7

Estes aspectos da distribuição da população nesse grupo etário muito jovem revelam um desajustamento que tem grande reflexo na economia.

Dado o fato do Nordeste ser uma área de grande pressão demográfica, propulsora de emigração para todo o país, as suas Unidades suportam dupla desvantagens:

i) São fornecedoras de uma corrente migratória para outras Unidades, sem compensação direta;

ii) Arcam com os insumos da preparação, mesmo elementares dessa população que passa depois a emigrar, aumentando a parcela dependente pois quem emigra são os mais capazes, nas idades mais produtivas, ficando na área os velhos e crianças.

Recentemente a atuação do Governo Federal se desenvolve numa tentativa de solucionar muitos problemas da Região. Esta presença se faz principalmente através do órgão de planejamento regional, a SUDENE, voltada para o incentivo industrial, e nos últimos anos, também, para financiamentos de projetos agropecuários

Outras medidas importantes tomadas para a Região são.

i) a implantação de uma infra-estrutura de transportes e comunicações, como a construção da rodovia no trecho Rio-Fortaleza cujo

objetivo é o de permitir maior integração entre o Nordeste e o resto do País;

ii) a implantação da eletrificação, um grande passo no sentido da modernização da Região, tendo como marco a Usina de Paulo Afonso.

Essa Região contava, no último recenseamento, com 30,2% da população nacional. A densidade era de 18,3 hab/km², somente inferior as Regiões Sudeste e Sul

A proporção do número de cidades e vilas, com população superior a 10 000 habitantes, em relação à população do País era de 23,9%, enquanto que a proporção de pessoas que aí viviam correspondia a 19,4%

O número de domicílios existentes correspondia a 29,5% do total do País, enquanto que o número médio de pessoas residentes por domicílio ocupado era de 5,4

Podemos destacar, ainda, os seguintes aspectos quanto a ocupação territorial:

- I) três Municípios, dos onze com mais de 500 000 habitantes no País, pertenciam a Região, são eles Recife com uma taxa média geométrica de crescimento para o período 1960/1970 de 3,1%, Salvador, com 4,6% e Fortaleza com 5,4%, todos com taxas de crescimento superior à do País,
- II) das 128 microrregiões existentes na Região, 10 possuíam densidade acima de 100 hab/km²,
- III) dentre as 115 cidades mais populosas do País, 24 delas pertenciam à Região,
- IV) as microrregiões mais densamente povoadas pertenciam aos Estados de Pernambuco e Bahia

Podemos ainda observar, no Quadro seguinte, que 18,8% das microrregiões possuíam densidades superiores a 50 hab/km². Essas microrregiões compreendiam 5,4% do território regional, enquanto que mais da metade da área da Região possuía densidade inferior à 10 hab/km².

REGIÃO NORDESTE

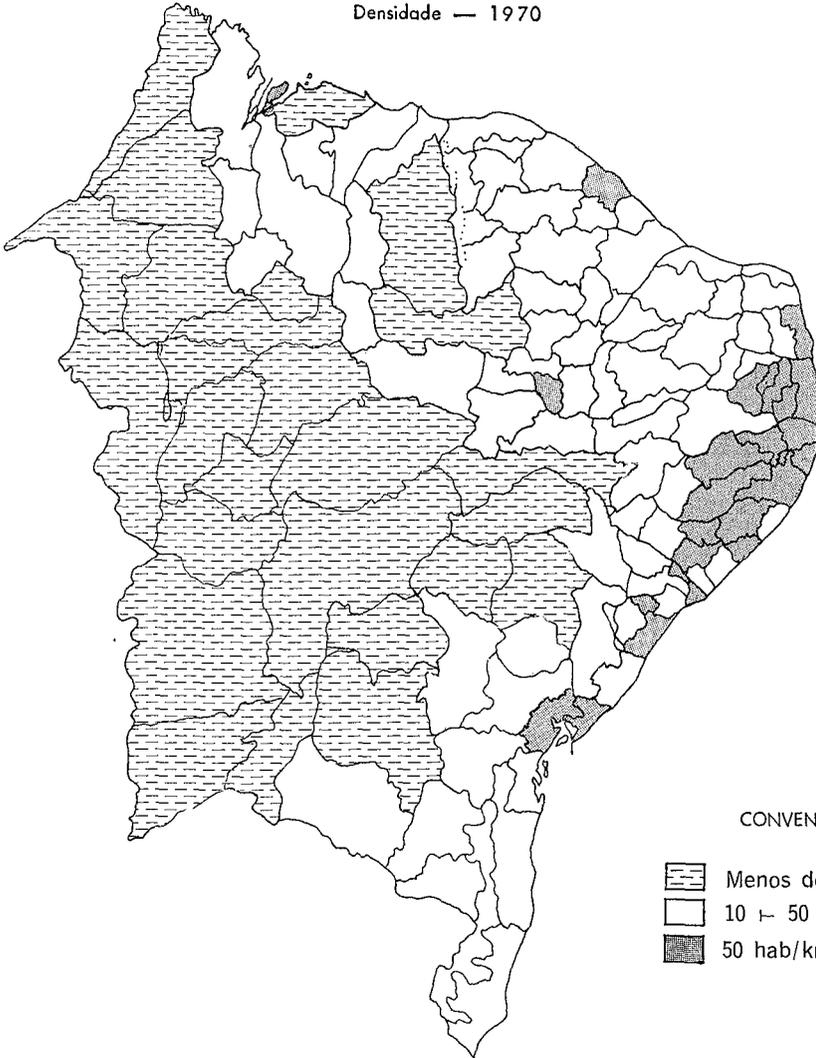
Distribuição das microrregiões segundo a densidade e a área em 1970

DENSIDADE (hab/km ²)	NÚMERO DE MICRORREGIÕES	ÁREA (km ²)
menos de 10 habitantes	27	797 308
10 - 50 habitantes	77	658 810
50 - 100 habitantes	14	55 433
100 e mais habitantes	10	28 106
TOTAL	128	1 539 657

REGIÃO NORDESTE

EM MICRORREGIÕES HOMOGÊNEAS

Densidade — 1970



Por contarem com taxas de crescimento superiores à 4%, são consideradas áreas típicas de atração migratória 16 microrregiões. Dessas, quatro possuíam densidades superiores a 100 hab/km², enquanto que sete aparecem com menos de 10 hab/km². No território regional, 14,50% exerceram atração migratória, conforme podemos ver no Quadro seguinte:

REGIÃO NORDESTE

Distribuição das microrregiões e área, segundo a taxa de crescimento médio anual, do período 1960/1970

TAXA DE CRESCIMENTO GEOMÉTRICO ANUAL (%)	NÚMERO DE MICRORREGIÕES	ÁREA (km ²)
Menos de 2	48	464 915
2 ─ 4	64	852 237
4 ─ 8	15	192 110
8 e mais	1	30 395
TOTAL	128	1 539 657

Em contraposição, 30,2% da área da Região sofre o fenômeno de repulsão. São as microrregiões que tiveram crescimento médio anual inferior a 2% e se constituem em 37,5% do total das microrregiões.

Analisando os coeficientes de concentração de Gini, calculados para cada Estado do Nordeste, que se encontram no Quadro seguinte, verificamos que, regra geral, existe uma boa distribuição da população nos territórios considerados.

REGIÃO NORDESTE

Coefficientes de concentração de Gini

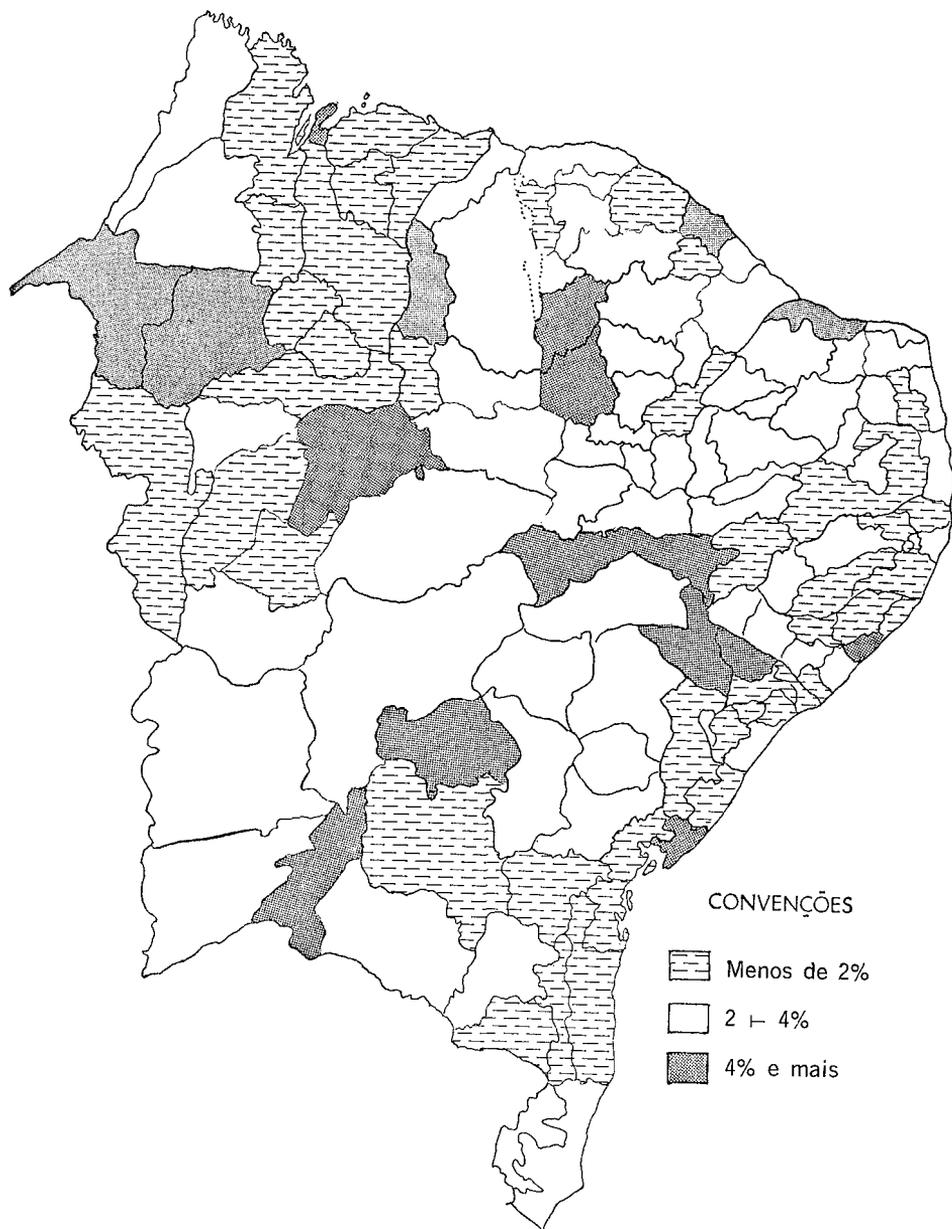
REGIÕES E UNIDADES DA FEDERAÇÃO	COEFICIENTES DE CONCENTRAÇÃO	
	1960	1970
Região Nordeste	0,606 904	0,595 394
Região II	0,516 831	0,503 241
Maranhão	0,515 708	0,492 465
Piauí	0,478 659	0,492 759
Região III	0,510 732	0,507 795
Ceará	0,389 808	0,403 637
Rio Grande do Norte	0,365 795	0,373 750
Paraíba	0,388 749	0,381 754
Pernambuco	0,652 931	0,647 742
Alagoas	0,300 494	0,311 953
Região IV	0,566 485	0,556 722
Sergipe	0,329 573	0,334 534
Bahia	0,556 634	0,547 900

REGIÃO NORDESTE

EM MICRORREGIÕES HOMOGÊNEAS

Taxa de crescimento da população

1960/70



Mesmo em Pernambuco que em 1960 apresentava um coeficiente elevado, se pode verificar em 1970 tendência a melhor distribuição da população.

A Região como um todo, ao ser confrontada com as outras Regiões tem uma população melhor distribuída, com excessão da Sul onde a concentração populacional é relativamente baixa

7. REGIÃO SUDESTE

Ao compararmos aspectos regionais do desenvolvimento econômico brasileiro, verifica-se logo a disparidade existente entre as Regiões Sudeste e Sul, consideradas como o centro econômico do País, e as demais Regiões.

São caracterizadas por um povoamento relativamente antigo e uma alta densidade de população, com elevados índices de renda e disponibilidade de capital. As demais Regiões formam a periferia desse núcleo econômico (Sudeste e Sul) com menores índices de renda e capital, áreas de antiga população onde a densidade é alta, como no Nordeste, ou áreas de colonização, ou desbravamento, com população rala, baixo nível de renda e disponibilidade de capital, na Região Norte

O surto industrial verificado no Brasil após os anos de 1930 ponteeu o processo de crescimento econômico verificado no país.

Foi o setor industrial que demonstrou o mais alto grau de centralização, especialmente no Estado de São Paulo. Este fenômeno do setor industrial contrasta a Região Sudeste com outras Regiões, cuja economia é essencialmente de base agrícola, de baixa produtividade, uma vez que até bem recentemente, a economia agrária ainda mantinha relações de produção em fase pré-capitalista, com técnicas de produção rudimentar e uso abundante da mão-de-obra local

Com relação aos aspectos regionais de desenvolvimento econômico, esta centralização do setor industrial numa região, é, sem dúvida, o fato mais marcante.

O processo de desenvolvimento econômico brasileiro, caracterizado como o foi pelo setor industrial, dada a sua concentração geográfica trouxe como não poderia deixar de ser, uma centralização da riqueza do País em apenas uma Região. Outrossim, a maior produtividade industrial dos grandes centros urbanos causou movimentos migratórios internos, da periferia para o núcleo econômico Sudeste-Sul.

Por ocasião do último recenseamento, 42,8% da população do país se concentrava nessa Região

A densidade era também a mais elevada, com 43,4 hab/km². A proporção do número de cidades e vilas com população superior a 10.000 habitantes, em relação ao total do país, era de 48,2%, enquanto que a proporção de pessoas vivendo nessas localidades correspondia a 60,6%.

O número de domicílios existentes correspondia a 45,3% do total no País. O número médio de pessoas residentes por domicílio ocupado, era de 5,0 enquanto que para o conjunto do País, temos 5,2.

Na ocupação territorial podemos destacar os seguintes aspectos:

- I) As microrregiões mais densamente povoadas se encontravam nos Estados de São Paulo e Rio de Janeiro;
- II) Das 111 microrregiões pertencentes à Região, 9 possuíam densidade superior a 100 hab/km²;
- III) Dos onze Municípios que apresentaram população recenseada superior a 500.000 habitantes, quatro pertenciam à Região Sudeste. São eles. São Paulo, com uma taxa média geométrica anual de crescimento para o período 1960/1970 de 4,6%; Guanabara, com 2,7%; Belo Horizonte, com 6,1% e Nova Iguaçu com 7,4%. Todas essas taxas de crescimento são superiores à do País, com excessão a da Guanabara, o que provavelmente se deve ao surgimento de outros polos de atração migratória situados na área do Grande Rio, como Nova Iguaçu, Duque de Caxias e São Gonçalo,
- IV) Das 115 cidades mais populosas do Brasil 58 delas se encontram na Região.

Através do Quadro seguinte podemos observar que em 9,5% de seu território a densidade era superior a 50 hab/km², enquanto que, em 23,9%, a densidade era inferior a 10 hab/km². Com densidades compreendidas entre 10 e 50 hab/km², caracteriza-se mais da metade da Região.

REGIÃO SUDESTE

Distribuição das microrregiões segundo a densidade e a área, em 1970

DENSIDADE (hab/km ²)	NÚMERO DE MICRORREGIÕES	ÁREA (km ²)
Menos de 10 habitantes	11	219 421
10 - 50 habitantes	78	611 935
50 - 100 habitantes	13	54 747
100 e mais habitantes	9	32 705
TOTAL	111	918 808

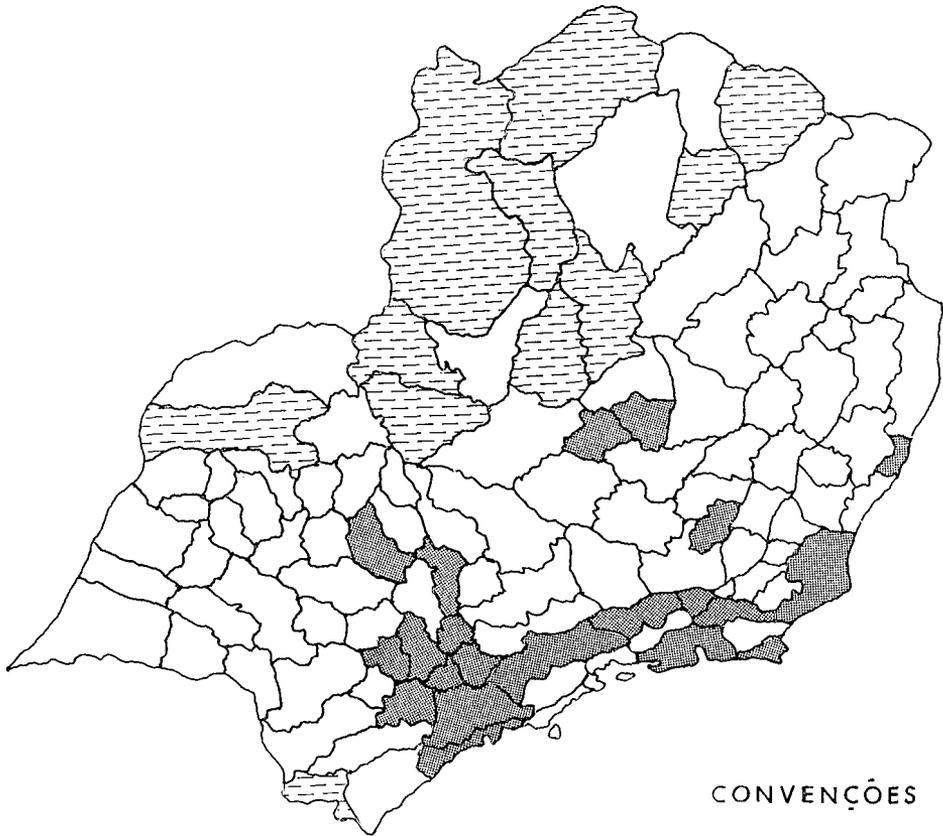
Das 111 microrregiões acima, 9 se caracterizavam, como podemos observar no Quadro seguinte, em áreas típicas de atração migratória, com taxas de crescimento superiores a 4,0%. Dessas 9 microrregiões 7 possuíam densidades superiores a 100 hab/km².

Por contarem com crescimento médio anual de menos de 2,0%, constituíam áreas de repulsão migratória, 75 microrregiões, ou seja,

REGIÃO SUDESTE

EM MICRORREGIÕES HOMOGÊNEAS

Densidade — 1970



CONVENÇÕES

 Menos de 10 hab/km²

 10 - 50 hab/km²

 50 hab/km² e mais

67,6%, sendo que 25 destas apresentaram crescimento negativo. O fenômeno ocorreu principalmente nos Estados de São Paulo e Minas Gerais.

REGIÃO SUDESTE

Distribuição das microrregiões e área, segundo a taxa de crescimento médio anual, do período 1960/1970

TAXA DE CRESCIMENTO GEOMÉTRICO ANUAL (%)	NÚMERO DE MICRORREGIÕES	ÁREA (km ²)
Menos de 2	75	601 281
2 ─ 4	27	265 380
4 ─ 8	9	52 147
8 e mais	—	—
TOTAL	111	918 808

Portanto, 5,7% do território regional exercem atração migratória enquanto que 65,4% sofrem o fenômeno de repulsão. Podemos caracterizar os fatores de atração migratória como aqueles ligados a maiores oportunidades e abertura de frentes de trabalho. Esse é o caso do Paraná, nas duas frentes pioneiras, a do norte e a do sul, que confinam a oeste do Estado, entre os vales do Ivaí e do Piquiri, exercendo grande força de atração nas populações vizinhas provocando uma migração dentro da própria zona rural.

Para termos uma idéia mais precisa da distribuição populacional da Região, foram determinados os coeficientes de concentração de Gini conforme metodologia já exposta em número anterior da Revista, tomando-se as microrregiões como unidades menores. O índice foi calculado para a Região e os Estados a ela pertencentes. Os resultados se encontram no Quadro seguinte:

REGIÃO SUDESTE

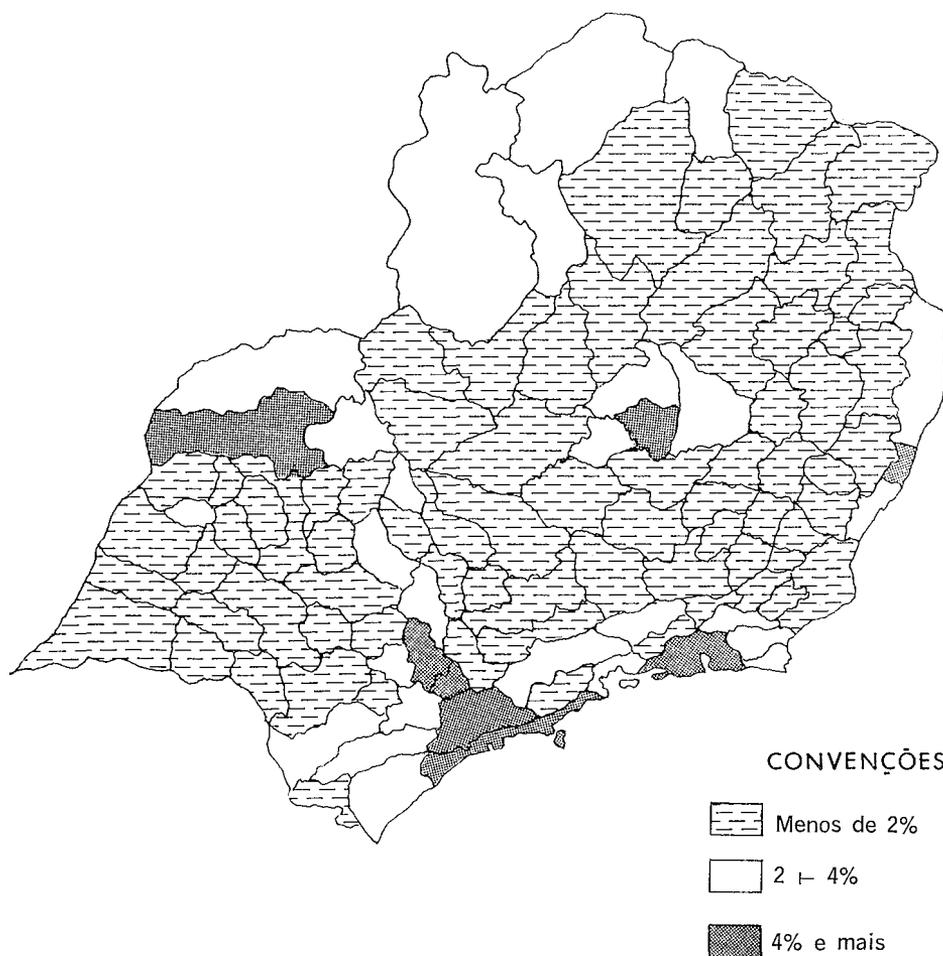
Coefficientes de concentração de Gini

REGIÕES E UNIDADES DA FEDERAÇÃO	COEFICIENTES DE CONCENTRAÇÃO	
	1960	1970
Região Sudeste	0,598 317	0,648 861
Região V	0,464 463	0,472 412
Minas Gerais	0,469 132	0,475 582
Espírito Santo	0,309 293	0,336 427
Região VI	0,688 745	0,729 096
Rio de Janeiro	0,451 754	0,552 544
Região VII	0,528 570	0,611 776
São Paulo	0,528 570	0,611 776

REGIÃO SUDESTE

EM MICRORREGIÕES HOMOGÊNEAS

Taxa de crescimento da população — 1960 / 70



Como podemos observar, a população da Região está adquirindo maior concentração, e que o fenômeno é ainda mais acentuado nos Estados de São Paulo e Rio de Janeiro.

8 REGIÃO SUL

A Região Sul, juntamente com a Sudeste, como já mencionamos, no tópico anterior, compõem o centro econômico do País. Enquanto nesta se concentra quase todo o setor industrial do Brasil, aquela se caracteriza como principal Região abastecedora de cereais onde as relações capitalistas de produção penetraram nas pequenas e médias propriedades aumentando a produtividade do setor agrícola.

A colonização das terras do Sul, foi feita a princípio por correntes européias de imigração, sendo que, o povoamento posterior das áreas mais interiores, foi efetuado por descendentes dos primeiros colonizadores, como de imigrantes de outras Regiões do país

A partir de 1939 até 1968, a participação da Região Sul no total da produção agrícola do País teve um aumento significativo, sendo que o maior índice se registrou no Paraná

“De uma participação de 4,9% da renda agrícola em 1939 aquele Estado passou a 6,7% em 1949, a 12,8% em 1959 e 12,0% em 1968.

O Rio Grande do Sul sofreu uma leve perda de participação no período e Santa Catarina um leve acréscimo”².

Vemos então um aumento da participação, no período, da Região Sul, na produção agrícola do País, formando deste modo, como já havíamos visto, o eixo mais desenvolvido, com a Sudeste.

A Região ocupa o terceiro lugar dentre as cinco, contando com 17,7% da população total do País. Quanto à densidade, ocupa o segundo lugar, com 29,4 hab/km².

Podemos destacar, ainda, a existência de duas microrregiões com densidades superiores a 100 hab/km², bem como dois Municípios com mais de 500.000 habitantes que são. Porto Alegre com um taxa de crescimento de 3,5% e Curitiba com 5,6%.

Também em número de domicílios, a Região Sul ocupa o terceiro lugar com 16,9% dos existentes no País. O número médio de pessoas residentes por domicílios ocupado (5,3) era inferior ao da Região Nordeste, superior ao da Região Sudeste e levemente acima da média do País.

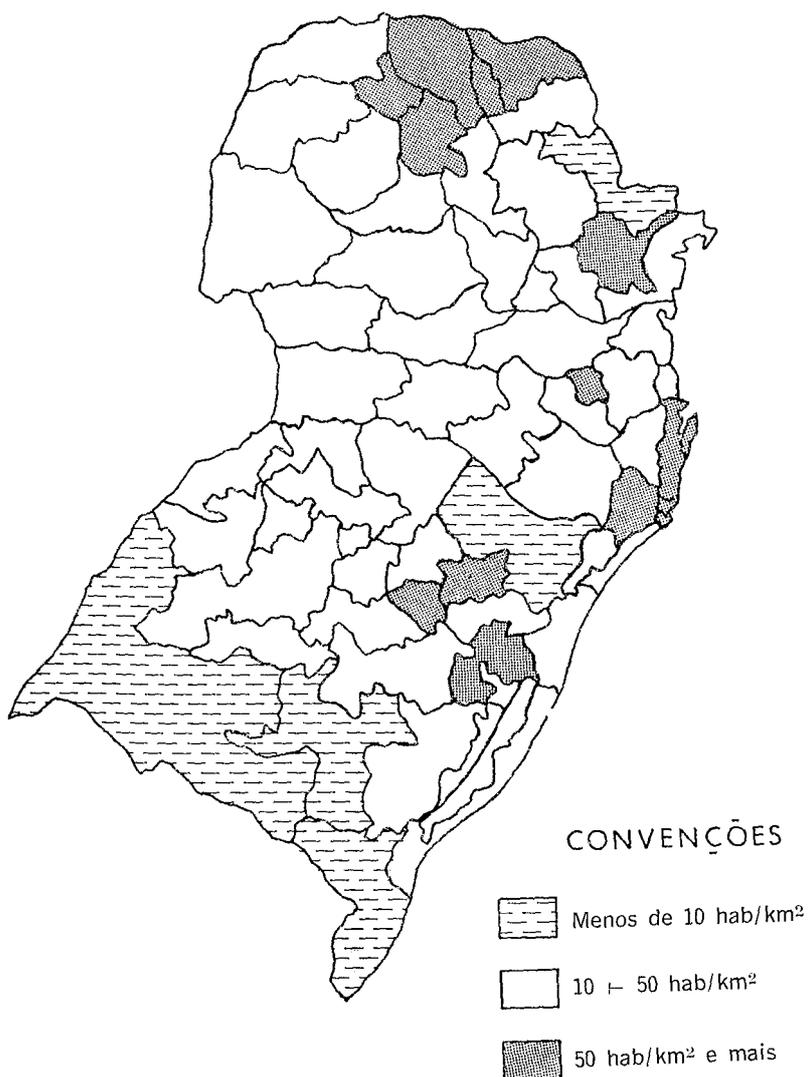
Das 115 cidades mais populosas do país, 24 delas pertencem a Região. Possui uma taxa de crescimento bem acima da do total do País, somente

² DESENVOLVIMENTO regional e a utilização dos recursos nacionais *O Globo*, Rio de Janeiro, 17/24 mar 1972 *Panorama Econômico* 71-72 p 146

REGIÃO SUL

EM MICRORREGIÕES HOMOGÊNEAS

Densidade - 1970



superada pela das Regiões Norte e Centro-Oeste O Estado do Paraná apresenta uma taxa de crescimento ainda bem mais elevada do que a média da Região, o que já vinha ocorrendo nos decênios anteriores (1940/1950 e 1950/1960).

O Paraná, como já foi dito anteriormente, com a abertura das frentes pioneiras na zona oeste do Estado, teve nas migrações internas o grande fator de povoamento e ocupação territorial, tanto que, segundo o último recenseamento, 37,3% de sua população era de não naturais do Estado.

Através do Quadro seguinte, podemos observar que 70,3% das microrregiões, ou seja, 67,3% do território regional, possuíam densidades compreendidas entre 10 e 50 hab/km², enquanto que somente 9,4%, ou seja, 21,3% do território, apresentava densidades inferiores a 10 hab/km².

REGIÃO SUL

Distribuição das microrregiões segundo a densidade e a área em 1970

DENSIDADE (hab/km ²)	NÚMERO DE MICRORREGIÕES	ÁREA (km ²)
menos de 10 habitantes	6	119 581
10- 50 habitantes	45	378 459
50- 100 habitantes	11	56 110
100 e mais habitantes	2	7 921
TOTAL	64	562 071

Das 64 microrregiões, 32,0 ou 50,0%, conforme podemos ver no Quadro seguinte, se caracterizavam como áreas típicas de repulsão migratória, enquanto que 18,8% se caracterizavam como áreas de atração migratória.

Portanto, 52,6% do território sofreu fenômeno de repulsão migratória, enquanto que 23,2% exerceu uma ação atrativa.

REGIÃO SUL

Distribuição das microrregiões e área, segundo a taxa de crescimento médio anual, do período 1960/1970

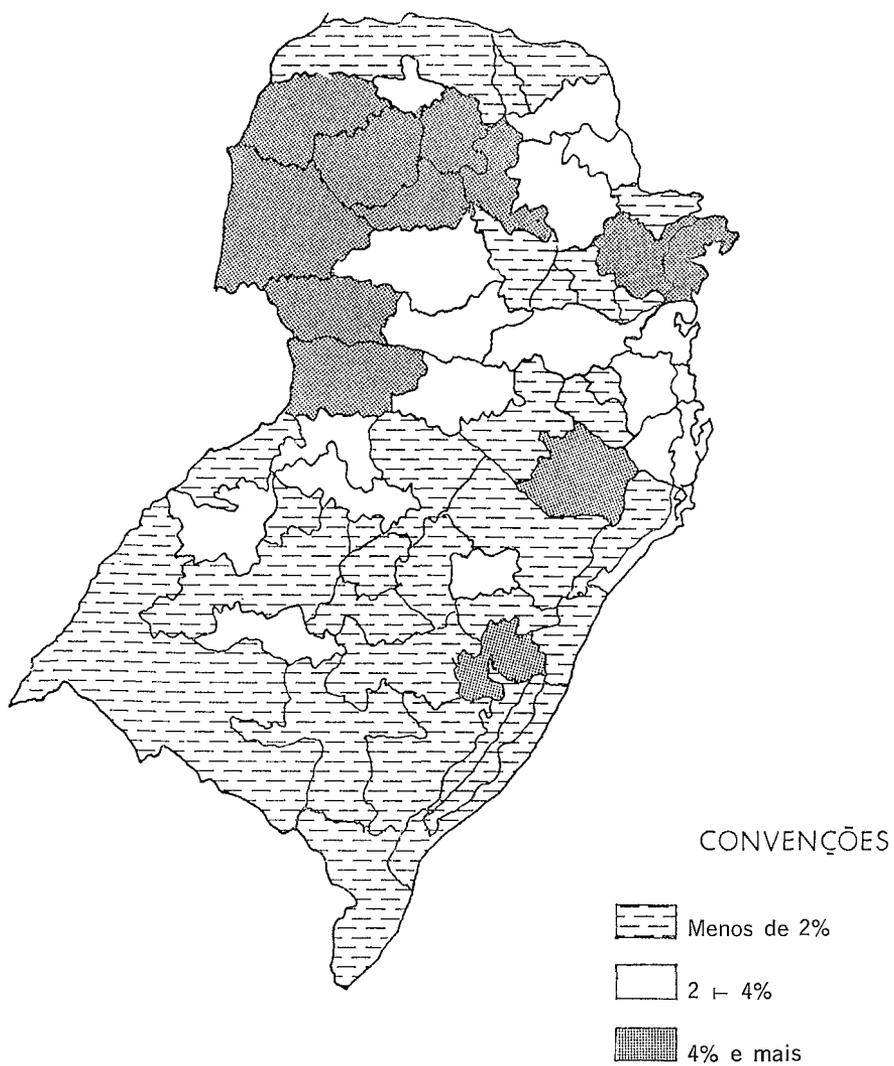
TAXA DE CRESCIMENTO GEOMÉTRICO ANUAL (%)	NÚMERO DE MICRORREGIÕES	ÁREA (km ²)
menos de 2	32	295 649
2 - 4..	20	136 206
4 - 8	9	81 178
8 e mais	3	49 038
TOTAL	64	562 071

REGIÃO SUL

EM MICRORREGIÕES HOMOGÊNEAS

Taxa de crescimento da população

1960/70



Através dos coeficientes de concentração de Gini, podemos ter uma melhor visão da distribuição da população e podemos verificar que a Região Sul, dentre as cinco Grandes Regiões é a que apresenta melhor distribuição populacional

REGIÃO SUL
Coefficientes de concentração de Gini

REGIÕES E UNIDADES DA FEDERAÇÃO	COEFICIENTES DE CONCENTRAÇÃO	
	1960	1970
Região Sul	0,418 806	0,418 721
Região VIII Paraná	0,407 835 0,407 835	0,344 897 0,344 897
Região IX Santa Catarina Rio Grande do Sul	0,419 437 0,323 919 0,444 674	0,443 061 0,324 761 0,473 182

Podemos destacar, ainda, a melhor distribuição da população que vem ocorrendo no Paraná, enquanto houve um pequeno aumento de concentração nos Estados restante

9. REGIÃO CENTRO-OESTE

Predomina na Região a atividade pecuária com cerca de 20 milhões de cabeças de gado.

Apesar de tão considerável rebanho, devemos salientar que isto não se deve ao bom aproveitamento das áreas para pastoreio. Existe o sistema de campos abertos, onde o gado é deixado à solta para se alimentar, ou seja, uma pecuária extensiva. Um dos problemas que este sistema provoca, pelo baixo nível tecnológico, onde o homem só conta com a ajuda da natureza, é o empobrecimento gradativo dos campos. Alguns países, embora possuindo condições ecológicas ruins, compensam tais limitações com o emprego de técnicas avançadas. Já aí acontece o inverso, o baixo nível tecnológico é compensado pelas favoráveis condições ecológicas.

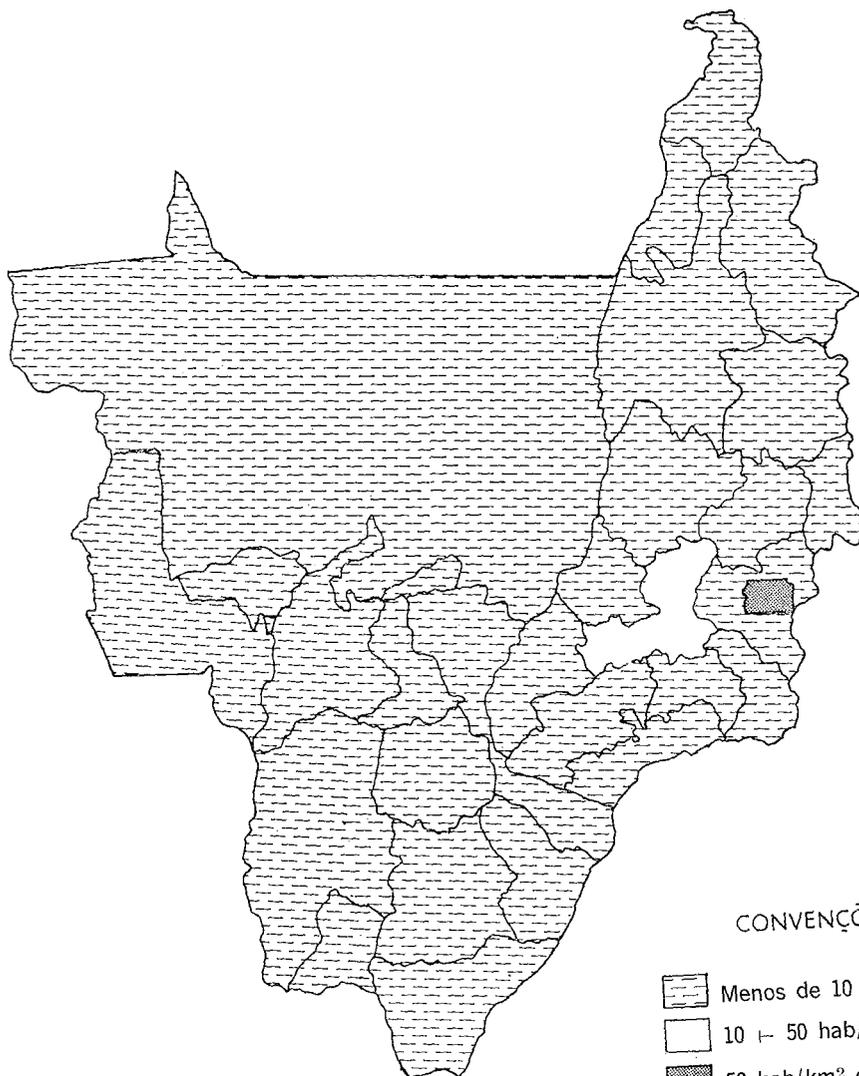
No sentido de tirar a Região do isolamento foi projetado o PRODOESTE (Programa de Desenvolvimento do Centro-Oeste) que pretende entre outras coisas:

— construir um sistema rodoviário, com o asfaltamento das estradas, Campo Grande-Cuiabá e Campo Grande-Corumbá, rodovias ligando o Estado de Mato Grosso a Brasília e daí com o Norte do País, outra saída para o escoamento da produção pecuária, em busca de novos mercados;

REGIÃO CENTRO-OESTE

EM MICRORREGIÕES HOMOGÊNEAS

Densidade — 1970



— estabelecer um sistema de frigoríficos e silos; com assistência técnica; crédito rural e experimentação agropecuária; incentivo à industrialização da carne.

Ao se realizarem os projetos contidos no PRODOESTE, criando uma infra-estrutura para que empresários de outros Estados aí possam investir seu capital, teremos um novo centro econômico do País, ou melhor, uma continuação do eixo Sudeste-Sul, pois os recursos naturais não lhe faltam.

A Região Centro-Oeste se caracteriza pela mais alta taxa de crescimento demográfico dentre as cinco Grandes Regiões, atingindo no decênio 1960/1970 o alto nível médio de 5,6%.

Por ocasião do último recenseamento essa Região possuía 5,5% da população total do País, e uma densidade de 2,7 hab/km², somente superior a da Região Norte.

O adensamento demográfico é muito baixo e, somente as microrregiões de “Mato Grosso”, de Goiás (n.º 354) e Distrito Federal (n.º 361) apresentavam densidades acima de 10 hab/km².

REGIÃO CENTRO-OESTE

Distribuição das microrregiões, segundo a densidade e a área em 1970

DENSIDADE (hab/km ²)	NÚMERO DE MICRORREGIÕES	ÁREA (km ²)
menos de 10 habitantes	28	1 835 284
10 ─ 50 habitantes	1	38 301
50 ─ 100 habitantes	1	5 771
TOTAL	30	1 879 356

Atuaram como áreas de atração migratória, 18 microrregiões, ou seja, 60% do total existente na Região o que equivalia a 71,9% do seu território

Como áreas de repulsão, apenas 2 microrregiões, conforme podemos verificar no Quadro seguinte, o que compreendia apenas, 4,7% da Região.

REGIÃO CENTRO-OESTE

Distribuição das microrregiões e área, segundo a taxa de crescimento médio anual, do período 1960/1970

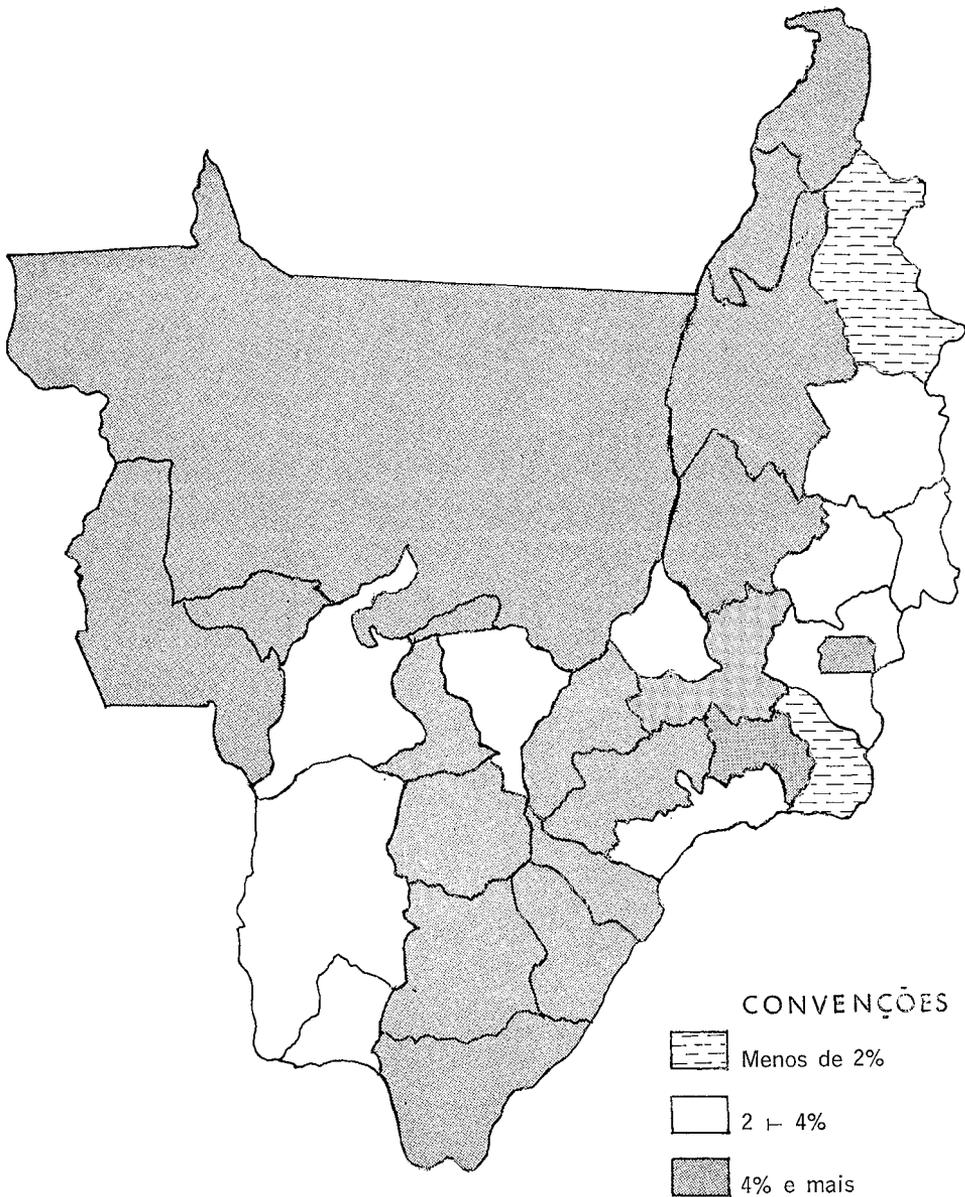
TAXA DE CRESCIMENTO GEOMÉTRICO ANUAL (%)	NÚMERO DE MICRORREGIÕES	ÁREA (km ²)
menos de 2	2	88 844
2 ─ 4	10	440 029
4 ─ 8	13	1 171 128
8 e mais	5	179 355
TOTAL	30	1 879 356

REGIÃO CENTRO-OESTE

EM MICRORREGIÕES HOMOGÊNEAS

Taxa de crescimento da população

1960 / 70



Segundo os coeficientes de concentração de Gini, a população da Região está adquirindo maior concentração e, conforme podemos observar no Quadro seguinte, é no Estado de Goiás que este fenômeno mais se destaca

REGIÃO CENTRO-OESTE

Coeficientes de concentração de Gini

REGIÕES E UNIDADES DA FEDERAÇÃO	COEFICIENTES DE CONCENTRAÇÃO	
	1960	1970
Região Centro-Oeste	0,644 807	0,663 172
Região X	0,644 807	0,663 172
Mato Grosso	0,612 124	0,626 846
Goiás	0,533 869	0,582 155

10. BIBLIOGRAFIA

- SMITH, T. Lynn. O Crescimento da população na América Latina In: *Panorama da População Mundial*, Rio de Janeiro, Editora Fundo de Cultura S A , 1965 224 p. Cap 13, p 144-54.
- SOUZA BARROS *Subdesenvolvimento Nordeste e Nacionalismo*, S. Paulo, Editora Fulgor Limitada, 1964, 119 p
- LACOSTE, Yves. *Os países subdesenvolvidos*. Tradução de Diva Benevides Pinho. São Paulo, Difusão Européia do Livro, 1972, 134 p
- GEORGE, Pierre Os Homens. In: *Geografia Econômica*, Rio de Janeiro. Editora Fundo de Cultura S A., 1970. 333 p. il Cap. 1, p. 13-39, mapa, tab., gráf.
- COSTA, Manuel Augusto. *Distribuição espacial da população do Brasil*. Rio de Janeiro, CBED, 1969, 44 p. tab., gráf. | Estudos e Análises n.º 2 |
- INSTITUTO BRASILEIRO DE ESTATÍSTICA Departamento de Censos *Sinopse Preliminar do Censo Demográfico VIII Recenseamento Geral de 1970*. Rio de Janeiro, 1971, 256 p mapa, tab ,

Em 31 de julho de 1972

FUNDAMENTOS TEÓRICOS E PRÁTICA DE ESTATÍSTICA

JUBIRY VICENTE DA SILVA

Estatístico

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA

DEFINIÇÃO — O gráfico é um método de representação de dados estatísticos em forma visual

1 Gráfico de Reclame

Gráficos de Reclame são representações geométricas das séries estatísticas. Aqueles que se destinam ao grande público constituem os gráficos de reclames, de informação ou de apresentação. São exemplos de reclames, os gráficos em barras, curvas e em setores e, de maneira geral, os gráficos pictóricos.

2 Gráficos de Análise

Gráficos de Análise são aqueles que se destinam a público reduzido, a especialistas, e servem de base a estudos em que se cogitam da verificação ou dedução de tendências características de certos fenômenos. São exemplos de gráficos de análise: o histograma, polígono de frequência, ogiva, etc

3. Gráficos em Barras (Diagrama de Barras)

É a representação gráfica que consiste em construir retângulos, em que uma das dimensões é proporcional à magnitude a ser representada, sendo a outra arbitrária, porém igual para todas as barras, que são colocadas paralelamente umas às outras. Exemplo: o gráfico da Figura 1 foi construído com os dados da Tabela 1.

O gráfico em barras é mais usado quando:

- a) — As legendas são longas e o tempo é fixo ou referente à mesma época.
- b) — Nas comparações entre diversos atributos.
Exemplo: nacionalidade, países, etc.

4. Gráficos em Colunas

Quando os dados a representar graficamente envolvem a componente “tempo” ou variação de época, ou seja, os dados estão em ordem cronológica, as barras são colocadas na vertical; daí ser denominada de: Gráfico em colunas

Usa-se o gráfico em coluna:

- a) — Para dados em ordem cronológica.
- b) — Para alguns determinados atributos, etc

O gráfico da Figura 2 foi construído com os dados da Tabela 2.

TABELA 1

*Distribuição dos empregados existentes segundo o ramo de atividade
Brasil — 1966*

ATIVIDADE	NÚMERO DE EMPREGADOS
Indústria	2 148 310
Comércio	531 541
Emp de Seguro e Crédito	199 831
Transp. Marítimo Fluvial e Aéreo	35 784
Transportes Terrestres	153 824
Comunicação Pública e Radiodifusão	42 189
Saúde, Educação e Cultura	87 373
Serviços	262 822
<i>TOTAL</i>	<i>3 461 674</i>

FONTE: SEPT

GRÁFICO EM BARRAS

NÚMERO DE EMPREGADOS (em milhares) BRASIL-1966

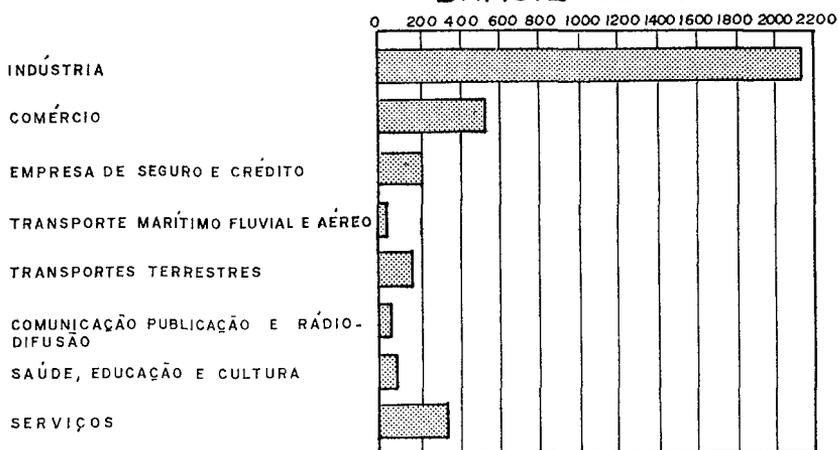


Fig 1

TABELA 2

Crescimento da mão-de-obra na Guanabara

ANOS	NÚMERO DE EMPREGADOS (Em Milhares)
1964	574
1965	617
1966	654
1967	665
1968	714
1969	754 *
1970	790 *

FORNTE: SEPT

* Estimativa

5 Gráfico em Colunas Compostas (ou Barras Subdivididas)

Este gráfico tem por objetivo a comparação da parte com o todo. A feitura deste gráfico consiste em dividir uma barra de comprimento arbitrário em partes proporcionais às percentagens dos vários ítems constantes da tabela. Exemplo: Com os dados da segunda coluna da Tabela 3 calculam-se as percentagens (coluna 3) com as quais construímos o gráfico em colunas compostas.

GRÁFICO EM COLUNAS

CRESCIMENTO DA MÃO-DE-OBRA NA GUANABARA
PERÍODO — 1964/70

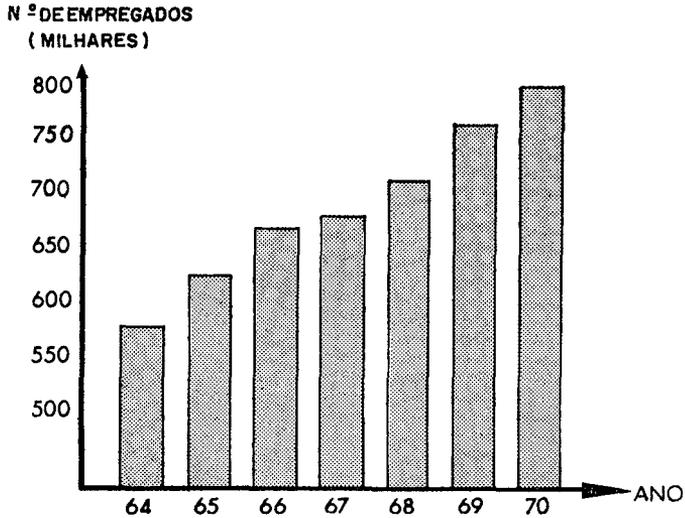


Fig. 2

TABELA 3

Organização sindical — Número de sindicatos
Brasil — 1968

CATEGORIAS	NÚMERO DE SINDICATOS	PERCENTAGEM (%)
Empregados	1 186	36,0
Empregadores	1 991	60,5
Profissões Liberais	114	3,5
<i>Total</i>	<i>3 291</i>	<i>100,0</i>

FONTE: — SEPT

Cálculo das percentagens:

$$3\ 291 - 100$$

$$1\ 186 - x \quad x_1 = \frac{1\ 186 \times 100}{3\ 291} = 36,037 = 36,0$$

$$3\ 291 - 100$$

$$1\ 991 - x \quad x_2 = \frac{1\ 991 \times 100}{3\ 291} = 60,498 = 60,5$$

$$3\ 291 - 100$$

$$114 - x \quad x_3 = \frac{114 \times 100}{3\ 291} = 3,46 = 3,5$$

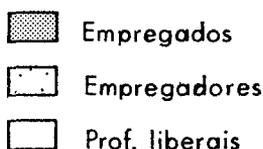
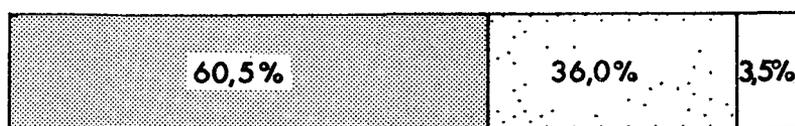
ORGANIZAÇÃO SINDICAL

REPRESENTAÇÃO PERCENTUAL DAS CATEGORIAS

PROFISSIONAIS. BRASIL — 1968

Gráfico em barras compostas

ESTE TIPO DE REPRESENTAÇÃO GRÁFICA PODE SER APRESENTADA DE DIVERSAS MANEIRAS, COMO:



PODE SER APRESENTADO, TAMBÉM, SOB O SEGUINTE FORMATO:

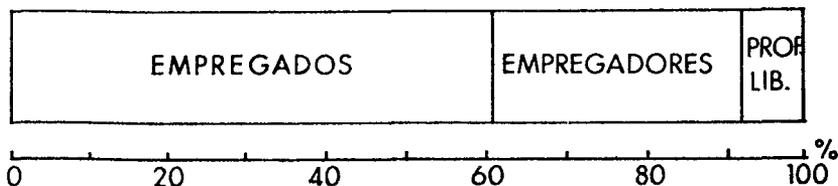


Fig 3

6 Gráfico em Setores

São gráficos que têm por fim comparar a parte com o todo, em composição centesimal ou não

Traçado

Consiste em traçar uma circunferência de raio arbitrário, correspondente ao total em que o círculo é dividido em setores de arcos proporcionais às diversas parcelas do total.

Construção

- 1) Somar os dados correspondentes a cada parcela e igualando o resultado (total) a 360.º. A cada parcela i faça corresponder a um valor x_i

Fazer a seguinte regra de três: total $t = 360$

parcela $i = x_i$

$$x_i = \frac{i \times 360}{t}$$

- 2) Delimitar os diversos setores
- 3) Determinar a percentagem que cada parcela representa em relação ao todo.
- 4) Colocar títulos, subtítulos, legendas e demais elementos de identificação do fenômeno e dos dados. Com os dados da Tabela 4 constrói-se o gráfico por setores. Figura 4

TABELA 4

*Número de sindicatos nas diversas categorias
Brasil — 1968*

CATEGORIA	N.º DE SINDICATOS	PERCENTAGENS (%)		GRAUS % x 3,6°
		Em frações	Em inteiros	
Empregadores	1 186	24,9	25	90
Empregados	1 991	41,8	42	151
Profissões Liberais	114	2,4	2	7
Empregadores Rurais	845	17,7	18	65
Trabalhadores Rurais	625	13,1	13	47
<i>Total</i>	<i>4 761</i>	<i>100,0</i>	<i>100</i>	<i>360</i>

FONTE: SEPT

Cálculos de percentagens:

$$4\ 761 - 100$$

$$1\ 186 - x_1 \quad x_2 = \frac{1\ 186 \times 100}{4\ 761} = 24,9 \quad \text{arredondar para inteiros} = 25$$

$$4\ 761 - 100$$

$$1\ 991 - x_2 \quad x_2 = \frac{1\ 991 \times 100}{4\ 761} = 41,8 \quad \text{'' '' ''} = 42$$

$$4\ 761 - 100$$

$$114 - x_3 \quad x_3 = \frac{114 \times 100}{4\ 761} = 2,4 \quad \text{'' '' ''} = 2$$

$$4\ 761 - 100$$

$$845 - x_4 \quad x_4 = \frac{845 \times 100}{4\ 761} = 17,7 \quad \text{arredondar para inteiros} = 18$$

$$4\ 761 - 100$$

$$625 - x_5 \quad x_5 = \frac{625 \times 100}{4\ 761} = 13,1 \quad \text{'' '' ''} = 13$$

Cálculo dos ângulos

Neste cálculo, utiliza-se a regra de três simples:

$$4\ 761 - 360$$

$$1\ 186 - x \quad x = \frac{1\ 186 \times 360}{4\ 761} = 89,7 \quad \text{arredonda-se para 90}$$

Para simplificar os cálculos acha-se 1% de 360°

$$100\% - 360^\circ$$

$$1\% - x \quad x = \frac{360}{100} = 3,6^\circ$$

e, em seguida, multiplica-se as percentagens (já calculadas) pela constante 3,6, portanto.

$$25\% \times 3,6 = 90$$

$$42\% \times 3,6 = 151,2 \text{ etc}$$

EXEMPLO DE GRÁFICOS EM SETORES

NÚMERO DE SINDICATOS NAS DIVERSAS CATEGORIAS BRASIL - 1968

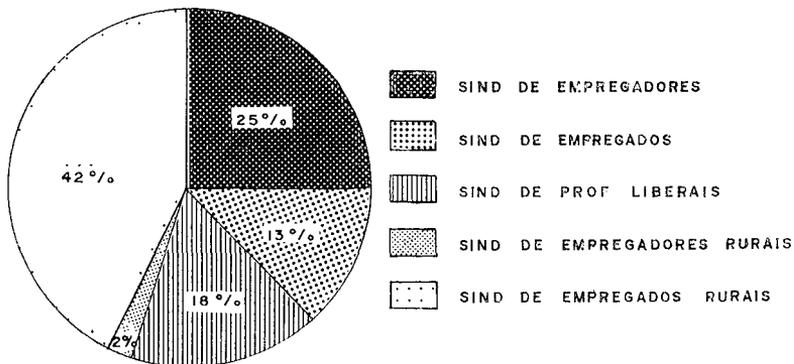


Fig 4

Histograma

É a representação gráfica de uma série de dados, por meio de retângulos justapostos, cujas áreas são proporcionais às frequências absolutas.

Traçado

- 1 — Traçar 2 eixos coordenados ortogonais: o eixo dos x e o eixo dos y
- 2 — Marcar, no eixo dos x, as classes que figuram na distribuição
- 3 — Construir, tendo por base cada intervalo de classe h , retângulos justapostos que tenham para alturas (ordenadas, eixo dos y) as frequências das classes, se os intervalos de classe h_i , forem todos iguais (h), caso contrário toma-se para altura (ordenada) as frequências divididas pelo correspondente intervalo de classe h_i , isto é,

$$\frac{f_i}{h_i} \quad (\text{Veja fig 5 e 7})$$

Nota. Nas divisões do eixo horizontal, colocamos os valores correspondentes aos limites inferiores das classes a partir de 0 (zero), completando a escala com o limite superior da última classe.

Observação.

- 1 — A linha quebrada chama-se *poligonal característica*. Na Figura 7, pode-se observar com destaque o contorno externo do histograma.
- 2 — A linha que liga os meios de cada lado menor do retângulo chama-se *Polígono de frequências*. Nas Figuras 5 e 6, observa-se o polígono de frequência, sendo que a Figura 5 foi construído com auxílio do histograma e na Figura 6 não o foi.
- 3 — O conjunto da poligonal característica com a área compreendida entre os 2 eixos e a poligonal é o *histograma*, como se pode ver na Figura 7.

Como aplicação, tomamos os dados da Tabela 5 e construímos o histograma (Fig 7). Como se pode observar os intervalos de classes não são todos iguais, portanto, temos que dividir cada frequência pelo respectivo intervalo de classe, isto é,

$$\frac{f_i}{h_i} \quad \text{ou seja} \quad \frac{f1}{h1}, \frac{f2}{h2}, \dots, \frac{fn}{hn}$$

Estes valores se encontram na 3ª coluna da Tabela citada, utilizados para traçar o histograma.

TABELA 5

Distribuição dos Empregados na Indústria Brasileira

CLASSES (X) h_i	FREQÜÊNCIA f_i	$\frac{f_i}{h_i}$ (Y)
MEN — 40	32 933	1 646
40 † 60	90 646	4 532
60 † 80	201 246	10 062
80 † 100	547 224	27 361
100 † 120	912 378	45 619
120 † 140	405 997	20 298
140 † 160	308 313	15 415
160 † 180	196 506	9 825
180 † 200	175 303	8 765
200 † 300	484 341	4 843
300 † 400	204 109	2 041
400 † 500	97 865	979
500 † 600	59 038	590
600 † 700	38 834	388
700 † 800	23 565	236
800 † 900	17 833	178
900 e +	55 151	551
TOTAL	3 851 282	—

FONTE: SEPS



Fig. 5

POLÍGONO DE FREQUÊNCIA
(Construir com dados da Tabela 5)

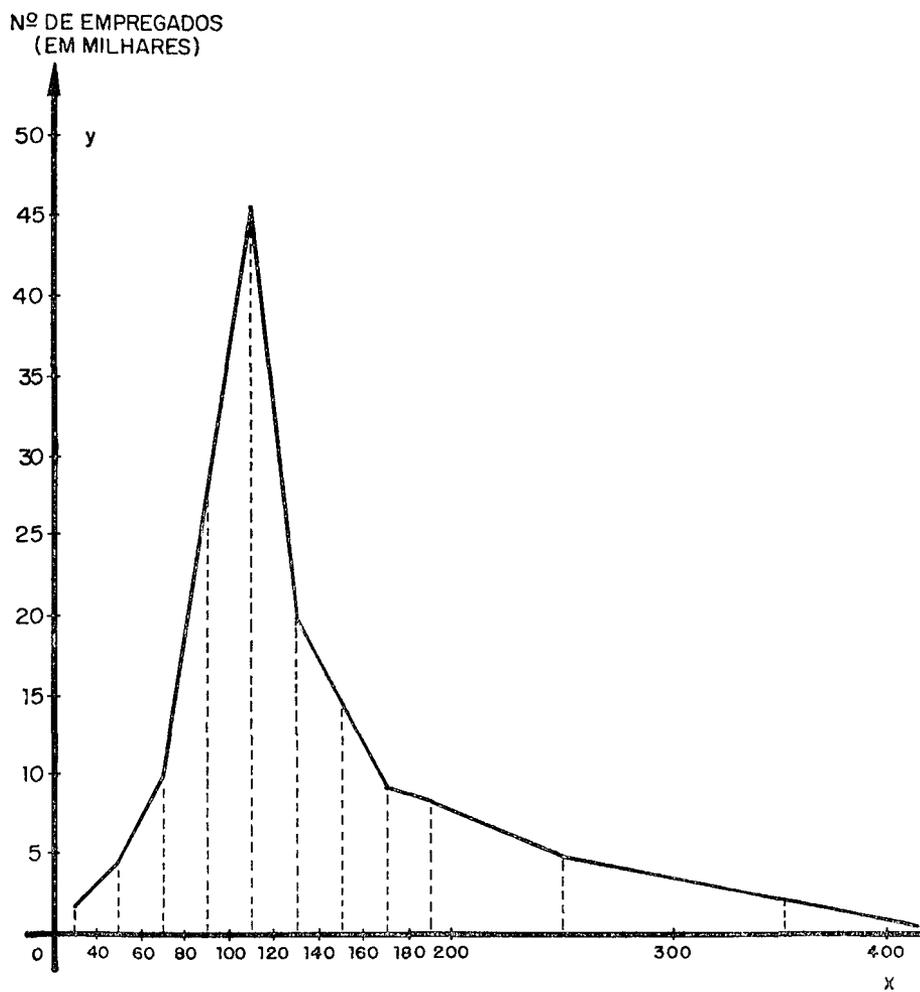


Fig 6

HISTOGRAMA E A POLIGONAL CARACTERÍSTICA
 DISTRIBUIÇÃO DOS EMPREGADOS SEGUNDO A CLASSE
 DE SALÁRIO (Cr\$) — BRASIL — 1967

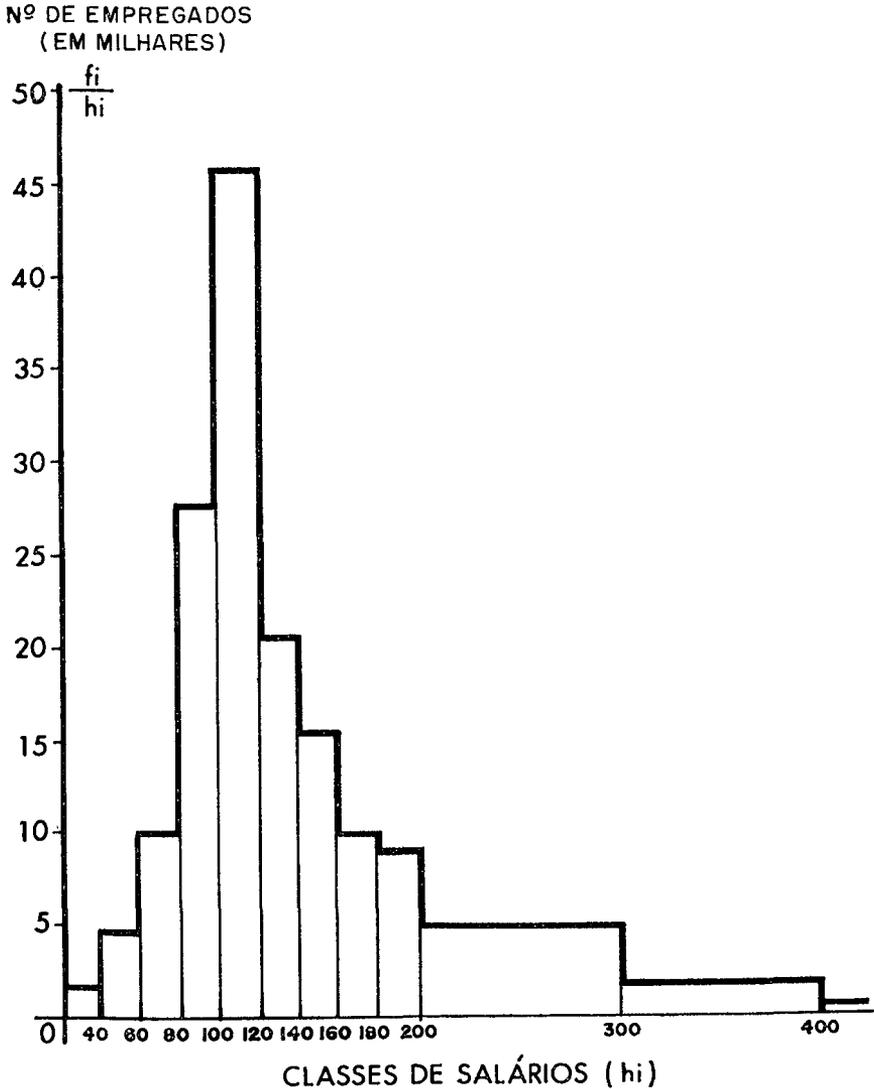


Fig 7

CURVA TALHO J — São aquelas em que as freqüências, começando por um mínimo, crescem gradativamente, à medida que os valores do atributo crescem.

CURVA TALHO J INVERTIDO — É a distribuição que vai decrescendo sempre, desde uma freqüência máxima, na 1ª subclasse, até uma freqüência mínima, na última subclasse

Nota — Pode ser considerado distribuição extremamente assimétrica, ou em *J*. Seus valores máximo e mínimo se encontram nos extremos da distribuição. Há autores que definem a distribuição de *talho J* como decrescente e de *talho J invertido* como crescente

Essas curvas em forma de *J* invertido são representativas de fenômenos fiscais, financeiros, curvas de mortalidades humanas, etc

Como exemplo, tomaram-se os dados da Tabela 7 e construiu-se a curva em talho *J* invertido, com auxílio do histograma Figura 9

POLÍGONO DE FREQUÊNCIA — É a representação gráfica de uma série de dados por meio de um polígono, considerando os pontos médios das classes e as respectivas frequências absolutas.

Traçado — Obtem-se o polígono de frequência tomando-se sobre a abcissa os pontos médios x_i , das classes e sobre a ordenada as frequências absolutas, fazendo corresponder a cada par (x, y) desses valores um ponto do plano. Traçando-se uma linha poligonal fechada cujos vértices coincidem com os pontos determinados e com os referentes aos limites da série, tem-se um *Polígono de frequência*.

Como aplicação, tomamos os dados da Tabela 6 e construímos o polígono de frequência (Fig. 8).

TABELA 6

Evolução do Salário Mínimo no Estado da Guanabara — 1956/70

ANOS	SALÁRIO MÍNIMO (Cr\$)
1956	3,80
1958	6,00
1960	9,60
1961	13,44
1962	21,00
1964	42,00
1965	66,00
1966	84,00
1967	105,00
1968	129,60
1969	156,00
1970	187,20

FONTE: MTPS

EVOLUÇÃO DO SALÁRIO MÍNIMO NO ESTADO DA GUANABARA - 1956/70

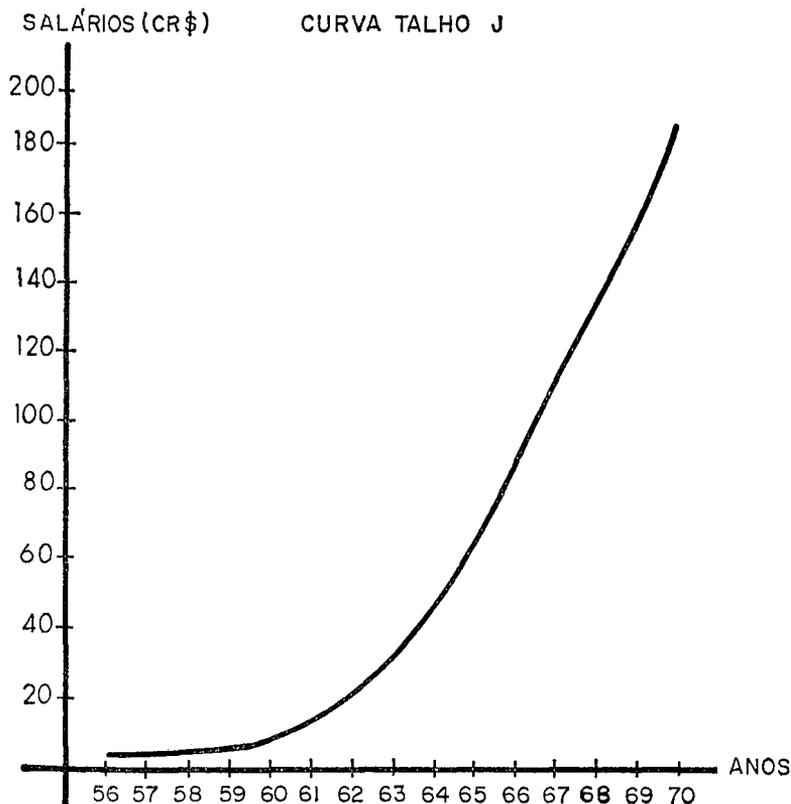


Fig 8

TABELA 7

*Distribuição de Empregados por Classes de Tempo de Serviço
Brasil — 1965*

TEMPO DE SERVIÇO (Em Anos) h_i	NÚMERO DE EMPREGADOS f_i	$\frac{f_i}{h_i}$
(0—1)	792 585	792 585
[1—4)	991 678	330 559
[4—9)	524 351	140 870
[9—9,5)	23 302	46 604
[9,5—10)	20 676	41 352
[10—15)	171 368	34 274
[15—20)	114 256	22 851
[20—30)	124 579	12 458
[30 e +)	34 615	3 462
<i>TOTAL</i>	<i>2 797 410</i>	—

FONTE: SEPT

DISTRIBUIÇÃO DE EMPREGADOS POR CLASSES DE TEMPO DE SERVIÇO BRASIL - 1965

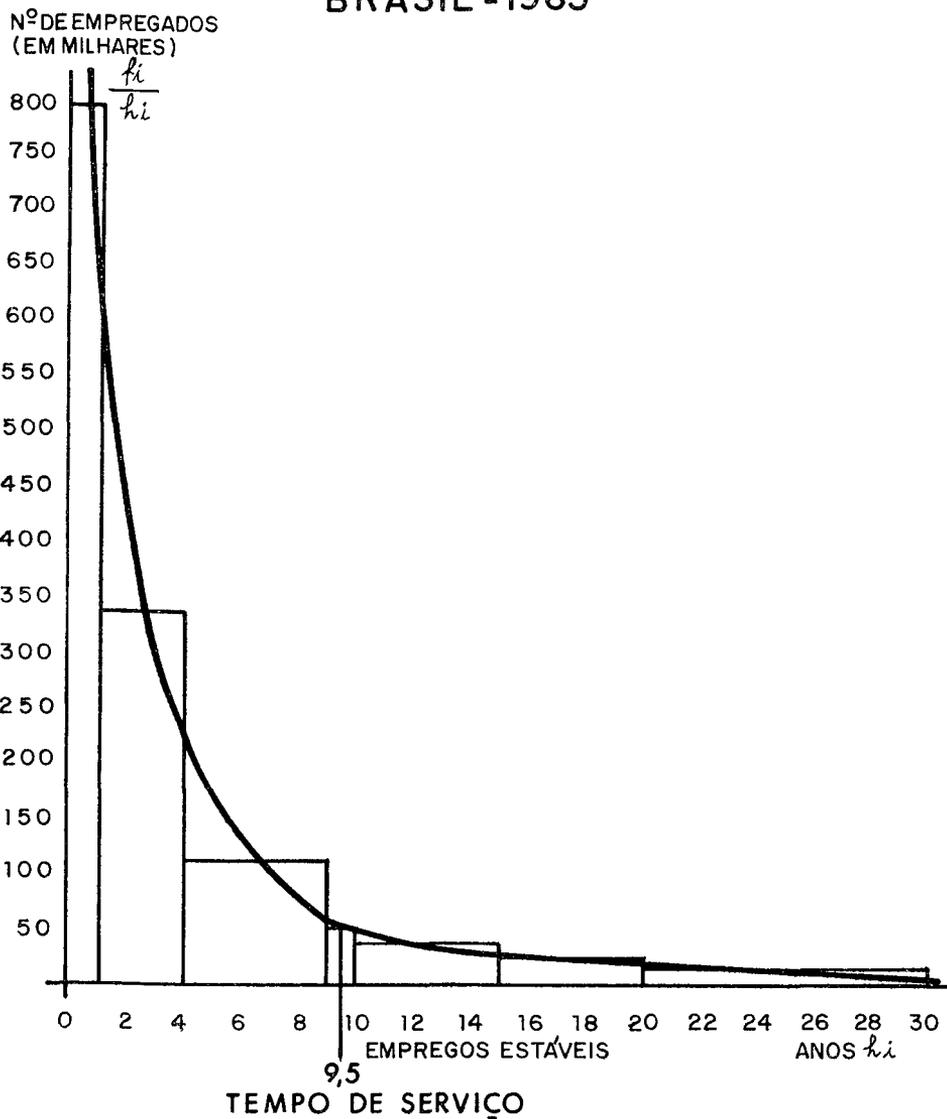


Fig 9

DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA

DEFINIÇÃO — Distribuição de frequência é a disposição tabular dos dados estatísticos ordenadamente em linhas e colunas, de acordo com a sua magnitude e por grupos denominados classes ou ítems, de modo que sua leitura possa ser feita em dois sentidos. horizontal e vertical.

É uma síntese de grandes massas de dados

Rol — Dá-se o nome de Rol a uma disposição de dados numéricos, em ordem crescente ou decrescente de sua grandeza ou magnitude, depois de coletados, classificados segundo seus atributos, criticados, expurgados os elementos que não inspiram confiança e os que não são representativos no levantamento ou pesquisa em questão

Exemplo Dados os valores, 2, 6, 3, 4, 5, 6, 5, 6, 5, 7, podemos fazer um rol 2, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7

Feito o rol podemos tabular os dados ou distribuí-los por frequência, fazendo uma disposição prática, como se pode observar no Quadro I a seguir.

QUADRO I

Distribuição de frequência

VALORES	FREQUÊNCIAS
2	1
3	1
4	1
5	3
6	3
7	1
TOTAL	10

Frequência absoluta (f_i) — É o número de acontecimentos verificados num conjunto de valores observados ou nos subintervalos deste.

Exemplo: veja no Quadro I — a frequência do valor 6 é 3, pois ela se repete 3 vezes

Classes de frequências — As classes de frequências são constituídas pelos valores X_i , pertencentes aos subintervalos. A classe de frequências é definida por dois valores extremos denominados, respectivamente, LIMITE INFERIOR, l_i , e LIMITE SUPERIOR, L_i . Também chamados extremos inferior e superior.

Intervalo total da distribuição (H) ou (I)

Intervalo total é a diferença entre o extremo superior e o extremo inferior do conjunto. Sendo também denominado de amplitude ou oscilação total ou campo de variação. Representa-se por:

$$H = I = L_n - l_1 \text{ ou } X_n - X_1$$

Intervalo de classe (h) — Também denominado amplitude ou oscilação de classe, é cada um dos subintervalos estipulados.

Obtém-se, numa tabela, pela diferença entre os limites inferiores ou superiores de duas classes consecutivas.

$$h = l_{i+1} - l_i = L_{i+1} - L_i = X_{i+1} - X_i \text{ ou ainda } h = L_i - l_i$$

Pontos médios de classe — É a média aritmética dos limites inferior e superior de uma classe dada. Representa-se por. x_i , \bar{x}_i , (x_i) e PM, portanto:

$$x_i = \frac{L_i + l_i}{2} \text{ ou } x_i = \frac{X_i + X_{i+1}}{2}$$

Classe de maior freqüência ou modal e classe de menor freqüência ou anti-modal.

Denomina-se classe de maior freqüência ou modal aquela em que se verifica o maior número de freqüência, e, analogamente, de menor freqüência ou anti-modal aquela em que se verifica o menor número de freqüências.

Freqüência relativa (f_i) — É o quociente da divisão da respectiva uma classe a soma de freqüência absoluta dessa classe com a das classes inferiores.

$$\left(F_K = \sum_{i=1}^K f_i \right)$$

Exemplo:

$$F_1 = f_1; F_2 = f_1 + f_2, F_3 = f_1 + f_2 + f_3, \dots, F_N = f_1 + f_2 + \dots + f_N = N = \sum_{i=1}^N f_i$$

Freqüência relativa (f_i) — É o quociente da divisão da respectiva freqüência absoluta pela soma de todas as freqüências dessa distribuição. Representa-se a freqüência relativa de ordem i por f_{ri} , temos por definição:

$$f_{ri} = \frac{f_i}{N} = \frac{f_i}{\sum f_i}$$

OGIVA DE GALTON OU POLÍGONO DE FREQUÊNCIAS ACUMULADAS — Tomam-se os pontos médios ou os limites superiores ou os inferiores de cada classe como unidade de medida no eixo das abscissas e como ordenada suas respectivas frequências acumuladas. A linha que liga estes pontos — par de valores. $P(x, y)$ — será a curva de frequência acumulada ou polígono de (F_i)

TRAÇADO :

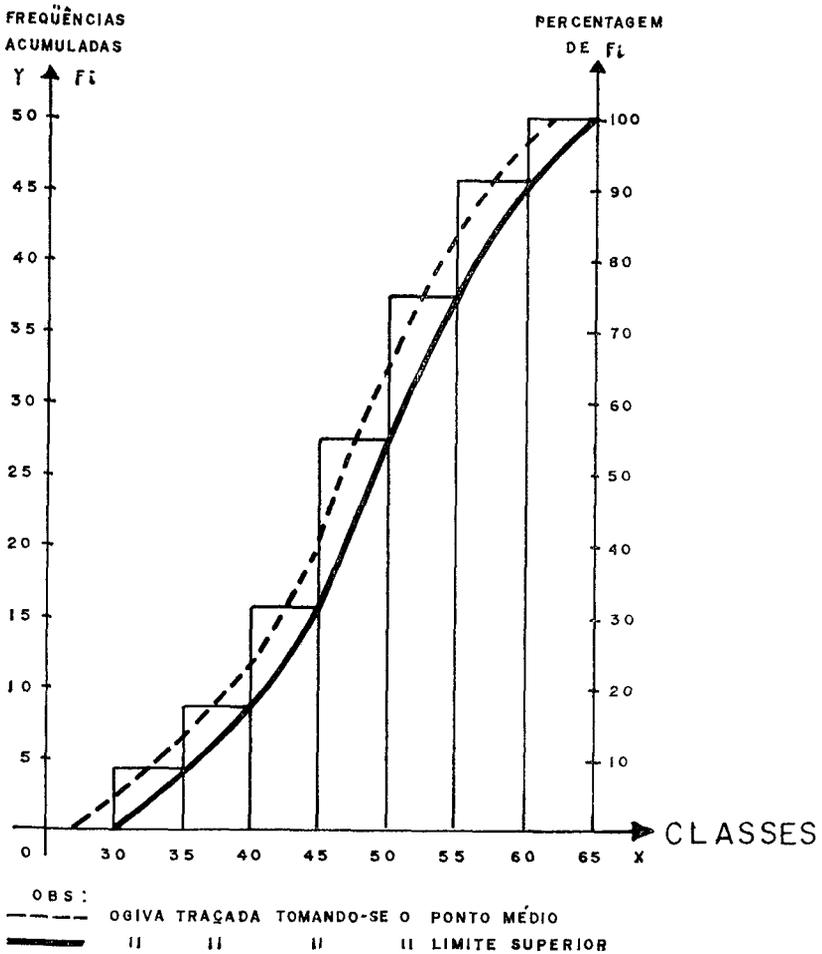


Fig 10

Exemplos ilustrativos.

O Rol.

30, 33, 33, 34, 35, 36, 37, 39, 39, 40, 41, 43, 43, 43,
 44, 46, 46, 46, 47, 47, 47, 47, 48, 48, 49, 49, 50, 50,
 50, 51, 51, 52, 52, 53, 53, 54, 55, 56, 56, 57, 57, 58,
 58, 59, 59, 60, 61, 61, 63, 64.

Solução:

CLASSES $X_i \text{ † } X_{i+1}$	TABULA- ÇÕES CONTA- GEM OBSER- VAÇÕES	f_i	$\frac{f_i}{h}$	$x_i = \frac{X_i + X_{i+1}}{2}$	$F_i = \sum_{j=1}^i f_j$	$f_i = \frac{f_i}{\sum f_i}$	PER- CEN- TUAL $f_i \times 100$
30 † 35		4	0,8	32,5	4	0,08	8
35 † 40		5	1,0	37,5	9	0,10	10
40 † 45		6	1,2	42,5	15	0,12	12
45 † 50		12	2,4	47,5	27	0,24	24
50 † 55		10	2,0	52,5	37	0,20	20
55 † 60		8	1,6	57,5	45	0,16	16
60 † 65		5	1,0	62,5	50	0,10	10
TOTAL	—	50	—	—	—	1,00	100

Intervalo total:

$$H = X_N - X_1 = 65 - 30 = 35$$

Intervalo de Classe:

$$h = 50 - 45 = 5$$

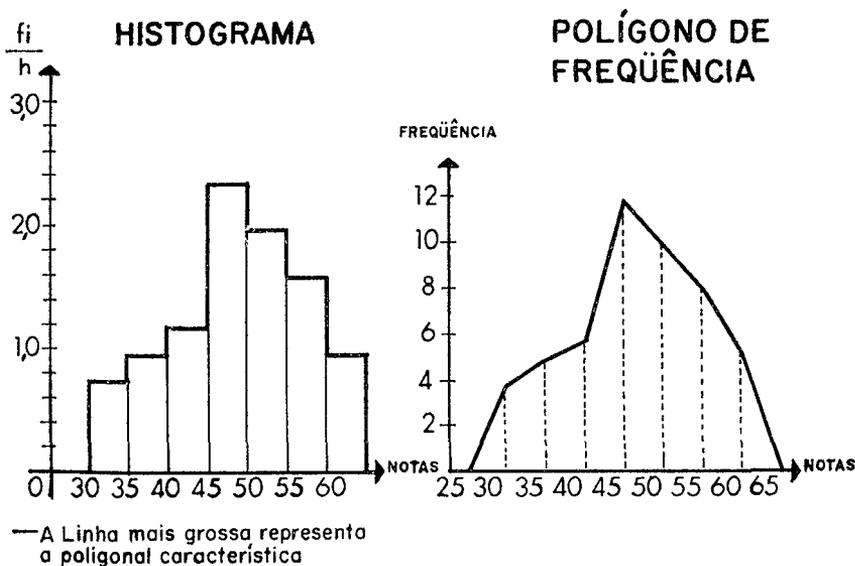


Fig 11

Exemplo.

$$f_{r_1} = \frac{f_1}{N}; f_{r_2} = \frac{f_2}{N}; \dots, f_{r_n} = \frac{f_n}{N}$$

Propriedade:

A soma das frequências relativas é igual a 1, ou seja

$$\sum_{i=1}^N \frac{f_i}{N} = 1$$

MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL (OU DE POSIÇÃO)

Tendência Central — É a que apresentam certos tipos de distribuições por frequência no sentido de seus valores se acumularem progressiva e bilateralmente na direção de um mesmo valor contido entre os limites de seu intervalo total.

Medidas de Tendência Central ou de Posição — São valores que indicam a posição global da distribuição em relação ao eixo dos X . São chamadas medidas de posição ou valores representativos da distribuição. As medidas de tendência central mais importantes são média aritmética, média geométrica, média harmônica, mediana, moda, média quadrática, quartis, decis e centis.

MÉDIA ARITMÉTICA

1 Dados não Grupados (Média Aritmética Simples)

1.1 Processo Geral (ou método longo)

Média aritmética de uma série de observações é a soma dos valores observados divididos pelo seu número

A média, \bar{X} , dos N valores observados, X_1, X_2, \dots, X_N , é, então:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

onde Σ representa a soma de X_i , em que i varia de 1 até N

$$N (i = 1, 2, \dots, N)$$

Exemplos: 1) calcular a média de 12, 18, 40, 50 e 80

Solução.

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5}{5} = \frac{12 + 18 + 40 + 50 + 80}{5} = \frac{200}{5} = 40$$

2) Com as notas da tabela abaixo, resultantes duma prova, calcular a média aritmética simples.

MATÉRIAS (i)	NOTAS (X_i)
Matemática $i = 1$	$X_1 = 90$
Estatística $i = 2$	$X_2 = 80$
Português $i = 3$	$X_3 = 85$
Geografia $i = 4$	$X_4 = 65$
$N = 4$	$\sum_{i=1}^4 X_i = 320$

Solução:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^4 X_i}{N} = \frac{320}{4} = 80$$

Portanto, a média aritmética simples é 80.

1 2 Processo particular (ou método rápido)

Este cálculo é baseado numa das propriedades da média aritmética: “A soma algébrica dos afastamentos a partir da média é igual a zero”. O cálculo indireto da média aritmética consiste em se tomar um valor qualquer da série dada como média suposta (G_o), subtrair este de cada um dos valores da série dada, se a soma dessas diferenças (afastamentos, desvios ou discrepâncias) for zero, o valor é a própria média e se não o for deverá ser corrigido, tomando-se a média dos desvios. Assim, temos

X_i correspondente a um valor genérico da série dada

X_o representa a média suposta. Podendo ser um valor qualquer da série dada.

Sendo de preferência o correspondente a maior frequência, porque, em geral torna mínimo os desvios absolutos em torno da média

$d_i = X_i - X_o$, sendo d_i a representação genérica dos desvios

$$DM = \frac{\sum d_i}{N}$$

é o desvio médio ou média dos desvios, que adicionado a X_o , tem-se

$$\bar{X} = X_o + \frac{1}{N} \sum d_i$$

que é a fórmula genérica para calcular a média para valores não agrupados pelo processo indireto

Disposição Prática:

Dada a série X_1, X_2, \dots, X_n , calcular a média aritmética pelo processo indireto

- 1 Constrói-se a tabela com os valores da série dada (coluna 1),
- 2 Toma-se para média suposta $X_o = X_k$ em que X_k representa um valor qualquer da série dada,
- 3 Determinam-se as diferenças entre os valores e a média suposta, $X_i - X_o$,
- 4 Corrigindo-se o valor da média suposta com a média dos desvios,

$$\frac{\sum d_i}{N} \quad \text{tem-se} \quad \bar{X} = X_o + \frac{\sum d_i}{N}$$

VALORES X_i	DESVIOS $d_i = X_i - X_o$
X_1	d_1
X_2	d_2
.	.
X_k	—
X_N	d_N
TOTAL	Σd_i

Exemplo. Dada a série 12, 16, 43, 50, 80, calcular a média pelo processo indireto

Solução.

VALORES (X_i)	DESVIOS $d_i = x_i - x_o$
12	-31
16	-27
43	--
50	7
80	37
TOTAL	-14

Toma-se para a média suposta

$$X_o = 43$$

$$\bar{X} = X_o + \frac{\sum_{i=1}^5 d_i}{N}$$

$$\bar{X} = 43 + \frac{-14}{5}$$

$$\bar{X} = 43 - 2,8$$

$$\bar{X} = 40,20$$

2. Dados Grupados (Média Aritmética Ponderada)

2.1 Freqüência por Valor

2.1.1 Processo Geral

Média aritmética ponderada de uma série de valores observados, X_1, X_2, \dots, X_N , os quais são influenciados, respectivamente, por pesos (freqüências) f_1, f_2, \dots, f_N , é a razão por quociente entre a soma dos produtos dos termos da série (X_i) pelos respectivos pesos (f_i) e a soma destes. Tem-se por definição:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N f_i X_i}{\sum_{i=1}^N f_i} = \frac{\sum f_i X_i}{N}$$

Observações.

Para simplificar a anotação, usa-se, simplesmente, $\sum_{i=1}^N = \Sigma$

e, para $\sum_{i=1}^N f_i = N$, pois, $i = 1, 2, \dots, N$

Cálculo

Dada uma distribuição de frequência por valor, calcular a média aritmética ponderada:

<i>Valor</i>	<i>Frequência</i>
X_1	f_1
X_2	f_2
X_3	f_3
X_N	f_N

Solução

Observe-se que a cada valor X_i corresponde uma frequência f_i ; portanto, não se deve tomar a soma dos x_i Σx_i , e sim a dos produtos,

$$\sum_{i=1}^N f_i X_i, \quad \text{temos, então.}$$

$$\bar{X} = \frac{f_1 X_1 + f_2 X_2 + \dots + f_n X_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^N f_i X_i}{\sum_{i=1}^N f_i} = \frac{\Sigma f_i X_i}{N}$$

Disposição Prática

Constrói-se a tabela que contém na:

- 1.^a coluna. valores, X_i , ou escores
- 2.^a coluna. frequências, f_i , ou pesos (n^o de escores para cada valor)
- 3.^a coluna: produtos dos valores, X_i , pelas respectivas frequências absolutas, f_i

VALORES X_i	FREQUÊN- CIAS f_i	$f_i X_i$
X_1	f_1	$f_1 X_1$
X_2	f_2	$f_2 X_2$
.		.
.		.
X_N	f_N	$f_N X_N$
TOTAL	$\sum_{i=1}^N f_i$	$\sum_{i=1}^N f_i X_i$

Assim sendo, temos a média aritmética ponderada.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N f_i X_i}{\sum_{i=1}^N f_i}$$

Exemplo Numérico

Dada a distribuição das notas em determinada prova, calcular a média aritmética ponderada:

Solução.

NOTAS X_i	FREQÜÊN- CIAS f_i	$f_i X_i$
20	1	20
21	2	42
22	6	132
23	10	230
24	4	96
25	1	25
TOTAL	$\sum_{i=1}^6 f_i = 24$	$\sum_{i=1}^6 f_i X_i = 545$

Assim sendo, temos.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^6 f_i X_i}{\sum_{i=1}^6 f_i} = \frac{545}{24} = 22,71$$

Resp.. A nota média ponderada é 22,71

2 1.2 Processo particular (ou Método Rápido)

Dada uma distribuição de frequência por valor, calcular a média aritmética pelo método indireto

Disposição Prática

Com a distribuição de frequência por valor, conforme tabela a seguir: 1^a coluna valores, 2^a coluna — frequências; constroem-se:

- 3.^a coluna — tomando-se para média suposta $X_o = X_k$, acham-se as diferenças entre os valores observados X_i e a média suposta X_o , isto é, $d_i = X_i - X_o$
- 4.^a coluna — multiplicam-se os desvios, d_i , pelas respectivas frequências, f_i , isto é. $f_i d_i$

Assim sendo, temos a média aritmética calculada pelo processo particular (ou método rápido).

$$\bar{X} = X_o + \frac{\sum f_i d_i}{N}$$

VALORES	FRE- QUÊN- CIAS f_i	DES- VIOS $d_i = X_i - X_o$	$f_i d_i$
X_1	f_1	d_1	$f_1 d_1$
X_2	f_2	d_2	$f_2 d_2$
X_k	f_k	—	—
X_N	f_N	d_N	$f_N d_N$
TOTAL	$\sum_{i=1}^N f_i$	$\sum_{i=1}^N d_i$	$\sum_{i=1}^N f_i d_i$

Exemplo numérico:

Dada a distribuição de notas (escores) em determinada prova, calcular a média aritmética pelo método indireto.

Exposição Prática:

NOTAS	FRE- QUÊN- CIAS f_i	DES- VIOS $d_i = X_i - X_o$	$f_i d_i$
19	1	-3	-3
20	2	-2	-4
21	5	-1	-5
22	8	—	—
23	6	1	6
24	2	2	4
25	1	3	3
TOTAL	N=25	—	1

Tem-se:

$$X_o = 22$$

$$\bar{X} = X_o + \frac{\sum f_i d_i}{N} = 22 + \frac{1}{25} = 22,04$$

Portanto, a média da prova é 22,04 ou 22,0

2.2 *Frequência por classes de valores*

2.2.1 *Processo Geral*

Dada uma distribuição de frequência por classe de valores, pede-se a média aritmética da mesma.

<i>Classes</i>	<i>Frequências</i>
$X_1 \quad \vdash \quad X_2$	f_1
$X_2 \quad \vdash \quad X_3$	f_2
.	.
$X_{N-1} \quad \vdash \quad X_N$	f_N

Baseando-se na hipótese de mínimo de diversificação nas classes, ou seja, admitindo-se que os valores pertencentes ao intervalo de classe estejam concentrados no ponto médio das classes, determinam-se os respectivos pontos médios para calcular a média aritmética ponderada

Disposição Prática:

Constrói-se uma tabela com as respectivas colunas:

- 1.^a coluna: classes de valores,
- 2.^a coluna: frequência, f_i , ou pesos,
- 3.^a coluna: pontos médios das classes

$$x_i = \frac{X_{i+1} + X_i}{2},$$

4.^a coluna: produtos dos pontos médios, x_i , pelas respectivas frequências absolutas, f_i , ($f_i x_i$).

CLASSES $X_i \vdash X_{i+1}$	FRE- QUÊN- CIAS f_i	PON- TOS MÉ- DIOS x_i	$f_i x_i$
$X_1 \vdash X_2$ $X_2 \vdash X_3$	f_1 f_2	x_1 x_2	$f_1 x_1$ $f_2 x_2$
$X_{N-1} \vdash X_N$	f_N	x_N	$f_N x_N$
TOTAL	$\sum_{i=1}^N f_i$	—	$\sum_{i=1}^N f_i x_i$

Média aritmética ponderada utilizando os pontos médios das classes:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N f_i x_i}{\sum_{i=1}^N f_i}$$

Dada a distribuição das notas em determinada prova, conforme tabela a seguir, calcular a média.

CLASSES	f_i	x_i	$f_i x_i$
30 -- 34	4	32,5	130,0
35 -- 39	5	37,5	187,5
40 -- 44	6	42,5	255,0
45 -- 49	12	47,5	570,0
50 -- 54	9	52,5	472,5
55 -- 59	9	57,5	517,5
60 -- 64	5	62,5	312,5
TOTAL	50	—	2 445,0

Solução:

$$N = 50$$

$$\sum f_i x_i = 2\,445,0$$

Assim sendo temos:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N f_i x_i}{N} = \frac{2\,445}{50} = 48,9$$

Resp. O escore médio é 48,9

2.2 Processo particular (ou método rápido)

1) Determinam-se os pontos médios das classes:

$$x_i = \frac{X_{i+1} + X_i}{2} \quad \text{ou} \quad x_i = X_i + \frac{X_{i+1} - X_i}{2}$$

x_i = ponto médio da classe i

X_i = limite inferior da classe i

X_{i+1} = limite superior da classe i

2) Escolhe-se um valor do ponto médio como média suposta, x_o , de preferência a que corresponder a classe de maior frequência.

3) Determinam-se os desvios d'_i , subtraindo a média suposto x_o , de cada ponto médio dividido pelo intervalo de classe h .

$$\text{Tem-se, então: } d'_i = \frac{x_i - x_o}{h}$$

4) Multiplica-se a frequência, f_i pelo desvio d_i ;

5) Determina-se a média dos desvios: $h \frac{\sum f_i d'_i}{\sum f_i}$

Temos, assim, a fórmula da média aritmética calculada pelo método indireto:

$$\bar{X} = x_o + h \frac{\sum f_i d'_i}{N}$$

Disposição Prática

Dada uma distribuição de frequência por classe de valores, calcular a média aritmética pelo método indireto.

<i>Classes</i>	<i>Frequência</i>
$X_1 \vdash X_2$	f_1
$X_2 \vdash X_3$	f_2
.	.
$X_{N-1} \vdash X_N$	f_N

CLASSES $X_i \vdash X_{i+1}$	f_i	$x_i = \frac{X_i + X_{i+1}}{2}$	$d'_i = \frac{x_i - x_0}{h}$	$f_i d'_i$
$X_1 \vdash X_2$	f_1	$x_1 = \frac{X_1 + X_2}{2}$	$d'_1 = \frac{x_1 - x_0}{h}$	$f_1 d'_1$
$X_2 \vdash X_3$	f_2	$x_i = \frac{X_2 + X_3}{2}$	$d'_2 = \frac{x_2 - x_0}{h}$	$f_2 d'_2$
$X_{N-1} \vdash X_N$	f_N	$x_N = \frac{X_{N-1} + X_N}{2}$	$d'_N = \frac{x_N - x_0}{h}$	$f_N d'_N$
TOTAL	$\sum_{i=1}^N f_i$	—	—	$\sum_{i=1}^N f_i d'_i$

Exemplo Numérico

Dada a distribuição de alunos por classes de notas, calcular a média.

Solução:

CLASSES $X_i \vdash X_{i+1}$	f_i	x_i	$d'_i = \frac{x_i - x_0}{h}$	$f_i d'_i$
30 \vdash 35	4	32,5	- 3	- 12
35 \vdash 40	5	37,5	- 2	- 10
40 \vdash 45	6	42,5	- 1	- 6
45 \vdash 50	12	47,5	—	—
50 \vdash 55	10	52,5	1	10
55 \vdash 60	8	57,5	2	16
60 \vdash 65	5	62,5	3	15
TOTAL	50	—	—	13

Assim sendo, temos:

$$\bar{X} = X_o + h \frac{\sum f_i d'_i}{N}$$

$$X_o = 47,5$$

$$\bar{X} = 47,5 + 5 \times \frac{13}{50}$$

$$\bar{X} = 47,5 + 1,3 = 48,8$$

Resp : A nota média dos alunos é 48,8.

3. Características da média aritmética

- 1 — O valor da média aritmética é determinado em função de todos os valores da distribuição. É promédio calculado.
- 2 — O valor da média aritmética é altamente influenciado pelos valores extremos da distribuição.
- 3 — A soma dos desvios a partir da média aritmética é nula. (1.^a propriedade).
- 4 — A soma dos quadrados dos desvios a partir da média aritmética é menor do que a soma dos quadrados dos desvios a partir de outro valor qualquer. (2.^a propriedade).
- 5 — O seu erro padrão é inferior ao da mediana.
- 6 — A média aritmética nada nos diz sobre a distribuição das classes. Ela independe da ordem das classes; todas as classes são igualmente importantes no seu cálculo

Exemplo:

$$7 + 7 + 7 + 7 = 4 \times 7 = 28 \therefore \bar{X} = \frac{28}{4} = 7$$

$$4 + 5 + 6 + 8 + 9 + 10 = 42 \therefore \bar{X} = \frac{42}{6} = 7$$

O que não diz nada acerca da sua distribuição.

- 7 — Em qualquer caso, a média aritmética tem um valor determinado.

Vantagens

- 1 — É a mais comum das médias;
- 2 — é a mais compreensível ao leitor comum,

- 3 — é a mais reconhecida como média propriamente dita;
- 4 — seu cálculo é simples, ela é facilmente calculável tendo-se em vista os dados numéricos;
- 5 — somente valores totais e número de classes ou valores são necessários para o seu cálculo,
- 6 — média de distribuições parciais podem dar origem a uma média geral, o que é uma consequência do tratamento algébrico ao qual a média se presta. (3.^a propriedade).

Desvantagens

Seu valor pode ficar alienado pelos valores extremos das distribuições, por não ser típica.

Média Típica

“Média típica é aquela ao redor da qual existe uma concentração ou adensamento de valores” Exemplo:

$$4, 7, 7, 8, 9 \qquad \bar{X} = \frac{35}{5} = 7$$

é típica, pois é representativa do grupo.

Média Atípica

“Média atípica é aquela que representa mal o grupo; é a que não encontra valores similares no grupo que se destina a apresentar. “A média de uma distribuição, não se achando entre os valores da classe de maior frequência, é dita atípica”.

Exemplo: calcular a média dos valores

$$1, 1, 2, 2, 2, 3, 5, 35 \qquad \bar{X} = \frac{49}{7} = 7$$

este valor não se encontra em nenhum termo da série dada, portanto, é uma média atípica.

Média objetiva

Média objetiva é aquela que traduz uma coisa real e concreta.

Exemplo: a média de uma série de valores correspondentes à altura de indivíduos.

Média subjetiva

Média subjetiva é aquela que, subjetivamente, representa uma distribuição.

Exemplo: a média dos alunos existentes nas diversas classes das escolas primárias da Guanabara.

4. Propriedades da Média Aritmética

1.^a PROPRIEDADE

A soma algébrica dos desvios ou afastamentos, d_i , entre cada valor, X_i , de uma série de observações e sua média aritmética, \bar{X} , é nula

Demonstração.

Considerando-se uma série de dados observados, X_1, X_2, \dots, X_N , calcula-se a média aritmética, \bar{X} , subtraindo-se esta de cada valor, X_i , tendo-se os respectivos desvios, d_i

Temos então:

$$\begin{aligned}d_1 &= X_1 - \bar{X} \\d_2 &= X_2 - \bar{X} \\&\dots \dots \dots \\d_N &= X_N - \bar{X} \\ \sum_{i=1}^N d_i &= \sum_{i=1}^N X_i - N\bar{X}\end{aligned}$$

Como $\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$ e substituindo-a na expressão acima, temos

$$\sum_{i=1}^N d_i = \sum_{i=1}^N X_i - N \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i = 0 \dots \sum_{i=1}^N d_i = \sum_{i=1}^N X_i - \sum_{i=1}^N X_i = 0$$

2.^a PROPRIEDADE

A soma dos quadrados dos desvios ou afastamentos d_i , entre cada valor, X_i , de uma série de observações, X_1, X_2, \dots, X_N , e sua média aritmética, \bar{X} , é um mínimo.

Demonstração pela álgebra elementar:

i) Se tomarmos os desvios entre cada valor, X_i , e um valor qualquer, X_s , da série, ou de outro parâmetro (mediana, moda, etc) observamos que é maior ou igual aos desvios em torno da média aritmética

Representando-se por $q_i = X_i - X_s$, a diferença entre um valor qualquer X_s e os X_i ($i = 1, 2, \dots, N$) e por a diferença entre a média e X_s , temos:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \bar{X} - X_s \\ q_1 &= X_1 - X_s \\ q_2 &= X_2 - X_s \\ &\dots \dots \dots \\ q_N &= X_N - X_s \end{aligned}$$

Como $X_s = \bar{X} - \varepsilon$, podemos escrever $q_i = X_i - (\bar{X} - \varepsilon) = X_i - \bar{X} + \varepsilon$ para $i = 1, 2, \dots, N$.

Por outro lado $d_i = X_i - \bar{X}$ e $q_i = d_i + \varepsilon$ para $i = 1, 2, \dots, N$

Elevando ao quadrado cada q_i e somando-os membro a membro, vem:

$$\begin{aligned} q_1^2 &= d_1^2 + 2d_1\varepsilon + \varepsilon^2 \\ q_2^2 &= d_2^2 + 2d_2\varepsilon + \varepsilon^2 \\ &\dots \dots \dots \\ q_N^2 &= d_N^2 + 2d_N\varepsilon + \varepsilon^2 \end{aligned} \quad \text{Para } X_s \neq 0$$

$$\sum_{i=1}^N q_i^2 = \sum_{i=1}^N d_i^2 + 2\varepsilon \sum_{i=1}^N d_i + N\varepsilon^2$$

Sendo $d_i = 0$, em virtude da 1.^a propriedade, logo

$$\sum_{i=1}^N q_i^2 - \sum_{i=1}^N d_i^2 = N\varepsilon^2, \text{ como } N \text{ é positivo, conseqüentemente } N\varepsilon^2 > 0$$

$$\text{Temos portanto: } \sum_{i=1}^N d_i^2 \leq \sum_{i=1}^N q_i^2$$

Pois, qualquer que seja o valor X_s escolhido, a soma dos quadrados dos desvios em relação a média, \bar{X} , será sempre menor ou igual à dos desvios calculados em relação a $X_s \neq \bar{X}$.

i) Demonstração com base no cálculo Diferencial

Consideremos um conjunto de valores observados X_1, X_2, \dots, X_N :

- 1) Escolheremos um valor $X_s \neq 0$ pertencente a série dada,
- 2) Representemos a soma dos quadrados dos desvios entre cada valor, X_i , e X_s , por $S(X_s)$.

temos, então:

$$S(X_s) = \sum_{i=1}^N (X_i - X_s)^2$$

Determinação do mínimo da função S(X_s).

* Para termos um máximo ou mínimo da função S (X_s), faremos a 1.^a derivada igual a zero, vindo:

$$\frac{dS(X_s)}{dX_s} = \sum \varrho(X_i - X_s) (-\varrho) = -\varrho \sum X_i + \varrho N X_s = 0$$

$$\sum X_i = N X_s \implies X_s = \frac{\sum X_i}{dX_s}, \text{ logo } \boxed{X_s = \bar{X}}$$

Valor esse que torna a função, S (X_s), máxima ou mínima, segundo seja negativa ou positiva a 2.^a derivada neste ponto.

Calculemos, então, a derivada 2.^a

$$\frac{d^2 S(X)}{dX_s} = \varrho N > 0$$

Como esta derivada é positiva, concluímos que a média aritmética, \bar{X} , é o valor que torna mínima a função S (X_s).

Exemplo ilustrativo:

Tomemos os valores, 2, 3, 4, 5, 6 para verificação da 1.^a e 2.^a propriedade da média aritmética.

Construímos a tabela abaixo para melhor visualização.

X_i	X_i^2	1 a propriedade $d_i = X_i - \bar{X}$	2a propriedade $S(X_s) = \sum X_i^2 - 2 \sum X_i X_s + N X_s^2$ $S(X_s) = 90 - 40 X_s + 5 X_s^2$
2	4	- 2	$S(2) = 90 - 80 + 20 = 30$
3	9	- 1	$S(3) = 90 - 120 + 45 = 15$
4	16	—	$S(4) = 90 - 160 + 80 = 10$
5	25	1	$S(5) = 90 - 200 + 125 = 15$
6	36	2	$S(6) = 90 - 240 + 180 = 30$
$\sum_{i=1}^5 X_i = 20$	$\sum_{i=1}^5 X_i^2 = 90$	$\sum_{i=1}^5 d_i = 0$	$X_s = 4 \implies S(X_s) = 10$ mínimo

Consideremos a função $S(X_s) = \sum (X_i - X_s)^2$

$$S(X_s) = \sum (X_i^2 - 2 X_i X_s + X_s^2) = \sum X_i^2 - 2 \sum X_i \cdot X_s + N X_s^2$$

Temos:

$$\sum X_i = 20$$

$$\sum X_i^2 = 90$$

$$N = 5$$

$$S(X_S) = \sum X_i^2 - 2 \sum X_i \cdot X_S + NX_S^2$$

$$S(X_S) = 90 - 2 \cdot 20 \cdot X_S + 5 X_S^2$$

$$S(X_S) = 90 - 40 X_S + 5 X_S^2$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{N} = \frac{20}{5} = 4$$

Determinação do mínimo de $S(X_S)$

Seja $S(X_S) = 90 - 40 X_S + 5 X_S^2$

$$\frac{d S(X_S)}{d X_S} = -40 + 2 \cdot 5 X_S = 40 + 10 X_S$$

$$10 X_S - 40 = 0 \therefore X_S = 4 \implies \bar{X} = 4$$

Como.

$$\frac{d^2 S(X_S)}{d X_S^2} = 10 > 0, \text{ portanto } X_S = 4 \text{ é o valor que torna mínima a}$$

função $S(X_S)$.

Representação Gráfica

Tomando os valores numéricos da função $S(X_S)$, constante da tabela anterior, temos:

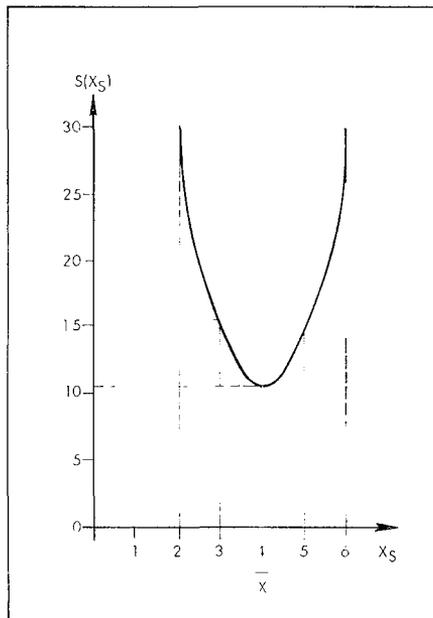


Fig 12

3.^a Propriedade:

A média aritmética de uma série estatística pode ser calculada com base em suas sub-séries, não necessariamente iguais.

Demonstração

Considerando N_i ($i = 1, 2, \dots, N$) sub-séries e representando-se suas somas por:

$$\sum_{i=1}^N X_i = \sum_{i=1}^{N_1} X_{1i} + \sum_{i=1}^{N_2} X_{2i} + \dots + \sum_{i=1}^{N_N} X_{Ni}$$

Calcula-se as médias aritméticas, \bar{X}_i ($i = 1, 2, \dots, N$) para cada sub-série, tem-se:

$$\bar{X}_1 = \frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} X_{1i} \implies \sum_{i=1}^{N_1} X_{1i} = N_1 \bar{X}_1$$

$$\bar{X}_2 = \frac{1}{N_2} \sum_{i=1}^{N_2} X_{2i} \implies \sum_{i=1}^{N_2} X_{2i} = N_2 \bar{X}_2$$

.....

$$\bar{X}_N = \frac{1}{N_N} \sum_{i=1}^{N_N} X_{Ni} = \sum_{i=1}^{N_N} N_i = N_N \bar{X}_N$$

Calculando-se a média aritmética das médias de todas as séries estatísticas, isto é, dividindo-se ambos os membros da série por N , tem-se:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N N_i = \frac{\sum_{i=1}^{N_1} X_{1i} + \sum_{i=1}^{N_2} X_{2i} + \dots + \sum_{i=1}^{N_N} X_{Ni}}{N}$$

e substituindo-os $\sum_{i=1}^{N_j} X_{ji}$ por $N_j \bar{X}_j$ ($j = 1, 2, \dots, N$),

$$\frac{N_1 \bar{X}_1 + N_2 \bar{X}_2 + \dots + N_N \bar{X}_N}{N_1 + N_2 + \dots + N_N} = \frac{\sum_{i=1}^N N_i \bar{X}_i}{\sum_{i=1}^N N_i} \text{ c. q. d.}$$

4.^a Propriedade:

Multiplicando-se todas as frequências de uma distribuição por uma constante, a média não se altera.

Demonstração:

Considerando-se uma série estatística, X_1, X_2, \dots, X_N , e suas respectivas frequências, f_1, f_2, \dots, f_N , multiplicando-se cada frequência por uma constante k , tem-se:

$K f_1 X_1, K f_2 X_2, \dots, K f_N X_N$, calculando-se a média aritmética, teremos

$$\bar{X} = \frac{K f_1 X_1 + K f_2 X_2 + \dots + K f_N X_N}{K f_1 + K f_2 + \dots + K f_N} = \frac{K (f_1 X_1 + f_2 X_2 + \dots + f_N X_N)}{K (f_1 + f_2 + \dots + f_N)}$$

5ª Propriedade

Somando-se uma constante K algebricamente aos elementos de uma série estatística, a média fica algebricamente aumentada de K

Demonstração:

Seja uma série estatística X_1, X_2, \dots, X_N

Somando-se a constante K a cada termo da série, temos

$$X_1 + K, X_2 + K, \dots, X_N + K.$$

Calculando-se a média, temos:

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{(X_1 + K) + (X_2 + K) + \dots + (X_N + K)}{N} = \\ &= \frac{\sum (X_i + K)}{N} = \frac{\sum X_i + NK}{N} = \frac{\sum X_i}{N} + K \quad \text{portanto fica} \end{aligned}$$

algebricamente aumentada de K .

Demonstração para o cálculo de média aritmética pelo processo indireto ou rápido

I) Para dados não grupados.

Este processo consiste, em dado uma série estatística, X_1, X_2, \dots, X_N , escolher um valor X_s como média suposta. Calcula-se os desvios d_i entre cada valor X_i da série e X_s , isto é:

$$d_i = X_i - X_s \quad (i = 1, 2, \dots, N) \text{ ou}$$

$$X_i = X_s + d_i \text{ somando-se ambos os membros, tem-se}$$

$$\sum X_i = N X_s + \sum d_i \text{ dividindo-se por } N, \text{ resulta}$$

$$\frac{\sum X_i}{N} = X_s + \frac{\sum d_i}{N} \text{ como}$$

$$\frac{\sum X_i}{N} = \bar{X}, \text{ logo, conclui-se:}$$

$$\bar{X} = X_s + \frac{\sum d_i}{N}$$

II) Para distribuição de frequência por classe de valores:

1) Escolhe-se como média provisória (suposta) x_s , de qualquer ponto médio x_i , sendo de preferência o correspondente ao da classe central. Havendo número par de classes, escolhe-se o ponto médio da classe de maior frequência.

2) Procura-se os desvios entre os pontos médios x_i e x_s , dividido por h resulta:

$$d_i = \frac{x_i - x_s}{h} \quad (h \neq 0)$$

3) Multiplicando ambos os membros dessa igualdade pela frequência respectiva, tem-se.

$$f_i X_i = f_i X_s + h f_i d_i$$

4) Introduzindo-se o operador soma Σ , vem

$$\Sigma f_i X_i = \Sigma f_i X_s + h \Sigma f_i d_i$$

5) Dividindo-se, ambos os membros por Σf_i , tem-se

$$\frac{\Sigma f_i X_i}{\Sigma f_i} = \frac{\Sigma f_i X_s}{\Sigma f_i} = h \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i} \text{ como } \frac{\Sigma f_i X_i}{\Sigma f_i} = \bar{X} \text{ e}$$

$$\frac{\Sigma f_i X_s}{\Sigma f_i} = X_s \frac{\Sigma f_i}{\Sigma f_i} = X_s \text{ constante. Resultada}$$

$$\bar{X} = X_s + \frac{h \Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$$

MÉDIA HARMÔNICA

1. Dados não grupados

DEFINIÇÃO

A média harmônica, \bar{X}_H , de uma série de valores, X_1, X_2, \dots, X_N , é a recíproca da média aritmética das recíprocas desses valores.

Representa-se por:

$$\bar{X}_H = \frac{1}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i}} = \frac{N}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \dots + \frac{1}{X_N}} \text{ para } X_i \neq 0$$

Exemplo: 1

Calcular a média harmônica dos valores 2, 3 e 6

$$\text{Temos: } \bar{X}_H = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = \frac{3}{\frac{3+2+1}{6}} = 3$$

Comentário:

A média harmônica é usada nos casos em que.

- i) Os dados observados são razões,
- ii) Os fenômenos evoluem de forma inversamente proporcional a outros considerados;
- iii) Toda razão é constituída de um número variável de unidades de uma coisa por um número constante de unidades de alguma outra coisa;
- iv) Conservamos constantes o fator que era variável na razão. É o caso da velocidade média no percurso duma mesma distância a velocidades variáveis.

Exemplo: 2

Um automóvel A dirigido a velocidade de 25 km/h, e outro a velocidade de 50 km/h.

Qual a velocidade média?

Consideremos no quadro abaixo as diversas situações:

AUTOMÓVEL	VELOCIDADE (variável) km/h	DISTÂNCIA (constante) km	TEMPO (variável) Hora (h)	TEMPO (constante) Hora (h)
A	25	50	2	1
B	50	50	1	1
TOTAL	75	100	3	2

1) No caso de distância constante e velocidade variável, temos o caso de média harmônica e seu valor é:

$$\bar{X}_H = \frac{2}{\frac{1}{25} + \frac{1}{50}} = \frac{2}{\frac{3}{50}} = \frac{3}{100} = 33,33 \text{ Km/h}$$

2) Se manter o tempo constantes, isto é, de 1 hora para cada um, temos um caso de média aritmética.

$$\bar{X} = \frac{25 + 50}{2} = 37,5 \text{ Km/h}$$

Exemplo: 3

Um trem se desloca da cidade A para a Cidade B com a velocidade de 60 Km/h e retorna com velocidade de 30 Km/h, sabendo-se que a distância entre as cidades A e B é de 10 Km. Qual a velocidade Média?

Como a velocidade, v , de móvel que percorre o espaço, $e = AB$, é inversamente ao tempo, t , isto é, $v = \frac{e}{t}$ e a distância entre as cidades A e B constante, enquadrando-se no caso de média harmônica. Aplicando-se,

$$\bar{X}_H = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i}} = \frac{2}{\frac{1}{30} + \frac{1}{60}} = \frac{2}{\frac{2}{60}} = \frac{120}{2} = 60$$

Portanto a velocidade média é de 40 Km/h.

Verificação:

O tempo gasto de A para B: $\frac{e}{v} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$ hora e

O de B para A: $\frac{e}{v} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ hora

O espaço percorrido é de $10+10 = 20$ Km e sua velocidade média é

$$\frac{20}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = \frac{20}{\frac{2}{6}} = 60 \text{ Km/h}$$

Se adotássemos a média aritmética, teríamos $\bar{X} = \frac{60 + 30}{2} = 45 \text{ Km/h}$

Exemplo: 4

Calcular a média harmônica dos seguintes dados constantes da tabela abaixo:

MERCADORIA	UNIDADES (kg)	PREÇOS (Cr\$)
A	8	10,00
B	10	10,00
C	16	10,00
D	6	10,00
TOTAL		

1) Calcular o preço por quilo.

Considerando-se, provisoriamente, Cr\$ 10,00 como valor unitário, temos, a média aritmética das recíprocas:

$$\frac{1}{\bar{X}_H} = \frac{\frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{16} + \frac{1}{6}}{4} = \frac{0,4542}{4} = 0,1136 \quad \text{que multiplicado por}$$

Cr\$ 10,00 o preço médio por quilo = $0,1136 \times 10,00 = \text{Cr\$ } 1,14$

2) O número de quilos que podem ser comprados a tal preço médio, é a média Harmônica do número de quilos comprados:

$$\bar{X}_H = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i}} = \frac{4}{\frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{16} + \frac{1}{6}} = \frac{1}{0,1136} = 8,80 \text{ Kg}$$

2 Dados Grupados (Média Harmônica Ponderada)

2.1 Frequência por Valor

Média Harmônica Ponderada de uma série de valores, X_1, X_2, \dots, X_N , f_1, f_2, \dots, f_N , é definida por:

$$\bar{X}_H = \frac{N}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i}} = \frac{\sum_{i=1}^N f_i}{\sum_{i=1}^N \frac{X_i}{f_i}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{f_i}{X_i}} = \frac{N}{\frac{f_1}{X_1} + \frac{f_2}{X_2} + \dots + \frac{f_N}{X_N}}$$

para $X_i \neq 0$

Disposição Prática

OBSERVAÇÕES	FREQÜÊNCIAS	$\frac{f_i}{X_i}$
X_i	f_i	
X_1	f_1	$\frac{f_1}{X_1}$
X_2	f_2	$\frac{f_2}{X_2}$
,	,	,
,	,	,
X_N	f_N	$\frac{f_N}{X_N}$
TOTAL	$\sum_{i=1}^N f_i = N$	$\sum_{i=1}^N \frac{f_i}{X_i}$

Assim sendo, temos:

A média Harmônica Ponderada é:

$$\bar{X}_H = \frac{\sum_{i=1}^N f_i}{\sum_{i=1}^N \frac{f_i}{X_i}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{f_i}{X_i}}$$

Exemplo: 5

Calcular a média harmônica constante da tabela abaixo:

PREÇO UNITÁRIO (Cr\$)	QUANTIDADE	$\frac{f_i}{X_i}$
X_i	f_i	
2,00	8	4
5,00	10	2
7,00	14	2
8,00	6	0,75
Total	38	8,75

Assim sendo temos a média harmônica ponderada:

$$\bar{X}_H = \frac{38}{\frac{8}{2} + \frac{10}{5} + \frac{14}{7} + \frac{6}{8}} = \frac{38}{8,75} = 4,34$$

Aplicação de Média Harmônica Ponderada

Exemplo: 6

Um trem corre durante 15 minutos

Com velocidade de 100Km/h, e depois corre mais 12 minutos com velocidade de 60 Km/h.

Qual a velocidade média?

A velocidade média é o espaço médio dividido pelo tempo médio:

$$v = \frac{\bar{e}}{\bar{t}} \implies \bar{v} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i} \implies \text{como } \bar{e} = \bar{v} \bar{t}$$

$$\text{e } \bar{t} = \frac{\bar{e}}{\bar{v}}, \text{ temos: } \bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^N v_i t_i}{\sum_{i=1}^N \frac{e_i}{v_i}}$$

$$\begin{cases} v_1 = 100 \text{ Km/h} \\ t_1 = 0,25 \text{ h} \end{cases} \quad \begin{cases} v_2 = 60 \text{ Km/h} \\ t_2 = 0,20 \text{ h} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{\sum_{i=1}^2 v_i t_i}{\sum_{i=1}^2 \frac{e_i}{v_i}} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{\frac{e_1}{v_1} + \frac{e_2}{v_2}} = \frac{100 \times \frac{15}{60} + 60 \times \frac{12}{60}}{\frac{15}{60} + \frac{12}{60}} = \\ &= \frac{100 \times 0,25 + 60 \times 0,20}{0,25 + 0,20} = \frac{37}{0,45} = 82,2 \text{ Km/h.} \end{aligned}$$

Preparando os dados para o cálculo da média harmônica ponderada, temos:

$$e_1 = v_1 t_1 = 100 \times 0,25 = 25 \text{ Km}$$

$$e_2 = v_2 t_2 = 60 \times 0,2 = 12 \text{ Km}$$

Aplicando a fórmula da média harmônica ponderada, temos:

$$\bar{X}_H = \frac{\sum_{i=1}^2 f_i}{\sum_{i=1}^2 \frac{f_i}{X_i}} = \frac{25 + 12}{\frac{25}{100} + \frac{12}{60}} = \frac{222000}{2700} = 82,2 \text{ Km/h}$$

para $e_1 \neq e_2$

ou $X_1 \neq X_2$

Exemplo: 7

Determinar o valor médio de libras esterlinas adquiridas a taxas diferentes: 8 a 8d, 15 a 6d, e 21 a 5d, valendo cada uma: Cr\$ 30,00, Cr\$ 40,00 e Cr\$ 48,00 respectivamente (Do Prof Moscoso)

$$\bar{X}_H = \frac{\sum_{i=1}^3 f_i}{\sum_{i=1}^3 \frac{f_i}{X_i}} = \frac{f_1 + f_2 + f_3}{\frac{f_1}{X_1} + \frac{f_2}{X_2} + \frac{f_3}{X_3}} = \frac{8 + 15 + 21}{\frac{8}{8} + \frac{15}{6} + \frac{21}{5}} = \frac{5280}{924} = 5,714$$

$$\text{Contudo } 6d: 5,714d = Z. 40,00 \Rightarrow Z = \frac{6 \times 60}{5,714} = \text{Cr\$ } 42,00$$

Exemplo: 8

5 lavradores cultivam um campo em 3 dias

3 lavradores cultivam um campo em 6 dias

7 lavradores cultivam um campo em 2 dias

Temos, portanto um caso de média harmônica ponderada:

$$\begin{aligned} \bar{X}_H &= \frac{\sum_{i=1}^3 f_i}{\sum_{i=1}^3 \frac{f_i}{X_i}} = \frac{f_1 + f_2 + f_3}{\frac{f_1}{X_1} + \frac{f_2}{X_2} + \frac{f_3}{X_3}} = \frac{5 + 3 + 7}{\frac{5}{15} + \frac{3}{18} + \frac{7}{14}} = \\ &= \frac{1}{0,067} = 15 \text{ dias} \\ &= \frac{15}{0,3333 + 0,1667 + 0,5000} = \frac{15}{1} = 15 \end{aligned}$$

é a média que representa o tempo que um só homem cultivaria o campo.

2 2 *Frequências por classe de valores*

Média harmônica de uma distribuição de frequências por classes, h_i ($i = 1, 2, \dots, N$) de valores, no qual construímos uma série de pontos médios, x_1, x_2, \dots , os quais são influenciados, respectivamente, por pesos (frequências) F_i ($i = 1, 2, \dots, N$), é definida por

$$\bar{X}_H = \frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^N f_i}{\sum_{i=1}^N \frac{f_i}{X_i}}} = \frac{\sum_{i=1}^N f_i}{\sum_{i=1}^N \frac{f_i}{X_i}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{f_i}{X_i}} = \frac{N}{\frac{f_1}{X_1} + \frac{f_2}{X_2} + \dots + \frac{f_N}{X_N}}$$

Disposição prática

Dada uma distribuição de frequência por classes de valores, calcular a média harmônica.

Classes	Frequências
$X_1 \vdash X_2$	F_1
$X_2 \vdash X_3$	F_2
.	.
$X_N \vdash X_N$	F_N

CLASSES	FREQUÊN- CIAS	PONTOS MÉDIOS	$\frac{f_i}{x_i}$
$X_1 \vdash X_{1+1}$	f_1	x_1	$\frac{f_1}{x_1}$
$X_1 \vdash X_2$	f_1	x_1	$\frac{f_1}{x_1}$
$X_2 \vdash X_3$	f_2	x_2	$\frac{f_1}{x_2}$
/	/	/	/
/	/	/	/
$X_{N-1} \vdash X_N$	f_N	x_N	$\frac{f_N}{x_N}$
Total	$\sum_{i=1}^N f_i = N$	-	$\sum_{i=1}^N \frac{f_i}{x_i}$

Assim sendo, temos a média harmônica da distribuição dada

$$\bar{X}_H = \frac{\sum_{i=1}^N f_i}{\sum_{i=1}^N \frac{f_i}{x_i}}$$

Exemplo numérico: 9

Calcular o tempo médio para o término de vários projetos de obras em execução no Estado , conforme dados da tabela seguinte.

PRAZOS (meses)	N° DE PROJETOS f_i	PONTOS MÉDIOS x_i	$\frac{f_i}{x_i}$
1 - 2	12	1,5	8
2 - 4	24	3,0	8
4 - 10	49	7,0	7
12 - 18	30	15,0	2
TOTAL	135	---	25

Assim, temos a média harmônica Ponderada:

$$\bar{X}_H = \frac{135}{\frac{12}{1,5} + \frac{24}{3} + \frac{49}{7} + \frac{30}{15}} = \frac{135}{25} = 5,4$$

Fonte: dados hipotéticos

Esta média representaria o tempo médio para o término dos 135 projetos em execução.

3. Propriedades da Média Harmônica

1ª PROPRIEDADE — De uma série de observações estatísticas, X_1, X_2, \dots, X_N , a soma algébrica dos desvios, d_1, d_2, \dots, d_N , entre cada

recíproca, $\frac{1}{X_1}, \frac{1}{X_2}, \dots, \frac{1}{X_N}$ e a recíproca da média Harmônica,

$\frac{1}{\bar{X}_H}$, é nula ou seja

$$\sum_{i=1}^N d_i = \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{X_i} - \frac{1}{\bar{X}_H} \right) = 0$$

Demonstração

Calculam-se os desvios $d_i = \frac{1}{X_i} - \frac{1}{\bar{X}_H}$ ($i = 1, 2, \dots, N$) e somando-se,

temos:

$$d_1 = \frac{1}{X_1} - \frac{1}{\bar{X}_H}$$

$$d_2 = \frac{1}{X_2} - \frac{1}{\bar{X}_H}$$

... ..

$$d_N = \frac{1}{X_N} - \frac{1}{\bar{X}_H}$$

$$\sum_{i=1}^N d_i = \sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i} - \frac{N}{\bar{X}_H}$$

Considerando que $\bar{X}_H = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i}}$ ou $\frac{1}{\bar{X}_H} = \frac{\sum X_i}{N}$, temos

$$\sum_{i=1}^N d_i = \sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i} - N \left(\frac{\sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i}}{N} \right) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i} - \sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i} = 0 \quad \text{c.q.d}$$

2.ª PROPRIEDADE — De uma série de observações Estatísticas, X_1, X_2, \dots, X_N , a soma dos quadrados dos desvios é mínima quando esses são calculados entre as recíprocas das observações, $\frac{1}{X_1}, \frac{1}{X_2}, \dots, \frac{1}{X_N}$, e a recíproca da média Harmônica destas,

I — Demonstração pela álgebra elementar

Representamos por s as somas dos quadrados dos desvios entre cada recíproca, $\frac{1}{X_i}$, e uma recíproca qualquer $\frac{1}{X_s}$, da série dada em que X_i e $X_s \neq 0$.

Temos, então. $S = \sum \left(\frac{1}{X_i} - \frac{1}{X_s} \right)^2$

Representando-se por $q = \frac{1}{X_i} - \frac{1}{X_s}$ a diferença entre os valores, $\frac{1}{X_i}$, e um valor qualquer, $\frac{1}{X_s}$, e por ε a diferença $\frac{1}{\bar{X}_H} - \frac{1}{X_s} = \varepsilon$, temos

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{1}{X_1} - \frac{1}{X_s} \\ q_2 &= \frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_s} \\ &\dots \dots \dots \\ q_N &= \frac{1}{X_N} - \frac{1}{X_s} \end{aligned}$$

— Como $\frac{1}{X_s} = \frac{1}{\bar{X}_H} - \varepsilon$, podemos escrever $q_i = \frac{1}{X_i} - \left(\frac{1}{\bar{X}_H} - \varepsilon \right) = \frac{1}{X_i} - \frac{1}{\bar{X}_H} + \varepsilon$ para $i = 1, 2, \dots, N$

Por outro lado representando por.

$d_i = \frac{1}{X_i} - \frac{1}{\bar{X}_H}$ donde $q_i = d_i + \varepsilon$ para $i = 1, 2, \dots, N$.

Elevando ao quadrado cada q_i e somando-os membro a membro, vem:

$$q_1^2 = d_1^2 + 2 d_1 \varepsilon + \varepsilon^2$$

$$q_2^2 = d_2^2 + 2 d_2 \varepsilon + \varepsilon^2$$

$$q_N^2 = d_N^2 + 2 d_N \varepsilon + \varepsilon^2$$

$$\sum_{i=1}^N q_i^2 = \sum_{i=1}^N d_i^2 + 2 \sum_{i=1}^N d_i \varepsilon + N \varepsilon^2$$

Sendo $\sum d_i = 0$ em virtude da 1.ª propriedade, temos

$\sum q_i^2 = \sum d_i^2 + N \varepsilon^2$ como $N \varepsilon^2 > 0$ (positivo), conclui-se

$$\sum d_i^2 \leq \sum q_i^2$$

Portanto, qualquer que seja o valor $\frac{1}{X_S}$ escolhido, a soma dos quadrados dos desvios em relação $\frac{1}{\bar{X}_H}$ será sempre menor ou igual à relação dos desvios, calculados em relação a $\frac{1}{X_S} \neq \frac{1}{\bar{X}_H}$

II — Demonstração pelo cálculo diferencial

Tomemos novamente a expressão da soma dos quadros dos desvios.

$$\begin{aligned} S(X_S) &= \sum \left(\frac{1}{X_i} - \frac{1}{X_S} \right)^2 = \sum \left(\frac{1}{X_i^2} - \frac{2}{X_i X_S} + \frac{1}{X_S^2} \right) \\ &= \sum \frac{1}{X_i^2} - \frac{2}{X_S} \sum \frac{1}{X_i} + \frac{N}{X_S^2} \end{aligned}$$

Para termos um máximo ou mínimo da função $S(X_S)$, faremos a 1.ª derivada igual a zero, vem

$$\begin{aligned} \frac{dS(X_S)}{dX_S} &= \frac{2}{X_S^3} \sum \frac{1}{X_i} - \frac{2N}{X_S^3} = 0 \\ \frac{2N}{X_S^3} \sum \left(\frac{1}{X_i} - \frac{1}{X_S} \right) &= 0 \end{aligned}$$

Para a solução desta equação devemos fazer:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum \left(\frac{1}{X_i} - \frac{1}{X_S} \right) = 0 \\ \frac{2N}{X_S^3} = 0 \end{array} \right. \quad X_S \neq 0$$

Portanto resolvendo a equação, temos:

$$\sum \left(\frac{1}{X_i} - \frac{1}{X_S} \right) = 0$$

Aplicando-se o operador somatório, vem

$$\sum \frac{1}{X_i} - \frac{N}{X_S} = 0 \implies \sum \frac{1}{X_i} = \frac{N}{X_S} \implies X_S = \frac{\sum \frac{1}{X_i}}{N}$$

Logo:
$$X_S = \frac{\sum \frac{1}{X_i}}{N} = \frac{1}{\frac{\sum \frac{1}{X_i}}{N}} = \bar{X}_H$$

Valor esse que torna a função, $S(\mathbf{X}_s)$, máxima ou mínima, segundo seja negativa ou positiva a 2.^a derivada neste ponto

Calculemos, então a derivada 2.^a

$$\begin{aligned} \frac{d_2 S(X_S)}{dX_S^2} &= \frac{2(-2X_S)}{X_S^3} = \sum \frac{1}{X_i} - \frac{2N(-3X_S^2)}{X_S^3} = -\frac{4}{X_S^3} \sum \frac{1}{X_i} + \frac{6N}{X_S^3} = \\ &= \frac{2}{X_S^3} \left(\frac{3N}{X_S} - 2 \sum \frac{1}{X_i} \right) = \frac{2N}{X_S^3} \left(\frac{3}{X_S} - \frac{2 \sum \frac{1}{X_i}}{N} \right) = \frac{2N}{X_S^3} \left(\frac{3}{X_S} - \frac{2}{\bar{X}_H} \right) \end{aligned}$$

Substituindo-se, nesta expressão, o valor que torna máximo ou mínimo a função $S(\mathbf{X}_s)$, isto é: \mathbf{X}_s por \bar{X}_H

resulta:
$$\frac{2N}{\bar{X}_H^3} \left(\frac{3}{\bar{X}_H} - \frac{2}{\bar{X}_H} \right) = \frac{2N}{\bar{X}_H^4} > 0$$

Como a derivada 2.^a é positiva, concluímos que a média harmônica é o valor que torna mínima a função $S(\mathbf{X}_s)$

Exemplo ilustrativo

Tomemos os mesmos valores utilizados para ilustrar a 1.^a e 2.^a propriedade da média aritmética.

Sejam 2, 3, 4, 5, e 6 os valores considerados

Façamos uma disposição prática.

Utilizando a tabela a seguir.

Tabela auxiliar para o estudo da 1.^a e 2.^a Propriedade da média Harmônica.

X_i	$\frac{1}{X_i}$	$\frac{1}{X_i}$	1a Propriedade $d_i = \frac{1}{X_i} - \frac{1}{\bar{X}_H}$	2a Propriedade $S(X_S) = \sum \frac{1}{X_i^2} - 2 \sum \frac{1}{X_i} \frac{1}{X_S} + \frac{N}{X_S^2}$ $S(X_S) = 0,49 - \frac{2,90}{X_S} + \frac{5}{X_S^2}$
2	$\frac{1}{2} = 0,5000$	$\frac{1}{4} = 0,2500$	0,21	$S(2) = 0,49 - 1,45 + 1,25 = 0,29$
3	$\frac{1}{3} = 0,3333$	$\frac{1}{9} = 0,1111$	0,04	$S(3) = 0,49 - 0,97 + 0,56 = 0,8$
4	$\frac{1}{4} = 0,2500$	$\frac{1}{16} = 0,0652$	-- 0,04	$S(4) = 0,49 - 0,73 + 0,31 = 0,07$
5	$\frac{1}{5} = 0,2000$	$\frac{1}{25} = 0,0400$	-- 0,09	$S(5) = 0,49 - 0,58 + 0,20 = 0,11$
6	$\frac{1}{6} = 0,1667$	$\frac{1}{36} = 0,0278$	-- 0,12	$S(6) = 0,49 - 0,48 + 0,14 = 0,15$
	$\frac{1}{X} = 1,4500$	$\frac{1}{X_i} = 0,4914$	--	$S(4) = 0,07$ mínima

Consideremos a soma dos quadrados dos desvios, temos:

$$S(X_S) = \sum \left(\frac{1}{X_i} - \frac{1}{X_S} \right)^2 = \sum \left[\left(\frac{1}{X_i} \right)^2 - 2 \left(\frac{1}{X_i} \right) \left(\frac{1}{X_S} \right) + \left(\frac{1}{X_S} \right)^2 \right]$$

$$S(X_S) = \sum \frac{1}{X_i^2} - 2 \sum \frac{1}{X_i} \cdot \frac{1}{X_S} + \frac{N}{X_S^2}$$

$$S(X_S) = 0,4914 = 2 \times 1,45 \times \frac{1}{X_S} + \frac{1}{X_S^2} = 0,49 - \frac{2,90}{X_S} + \frac{5}{X_S^2}$$

$$\sum_{i=1}^5 \frac{1}{X_i} = 1,45$$

$$\sum_{i=1}^5 \frac{1}{X_i^2} = 0,4914$$

$\sum d_i = 0$ (1.^a propriedade)

$$\bar{X}_H = \frac{5}{\sum_{i=1}^5 \frac{1}{X_i}} = \frac{5}{1,45} = 3,45$$

Determinação do mínimo da função $S(X_0)$

Seja $S(X_S) = 0,49 - \frac{2,90}{X_S} + \frac{5}{X_S^2}$

Achando-se derivada 1.^a e igualando-se a zero, para determinar o ponto em que $S(X_s)$ torna mínima. Temos.

$$\frac{2,90}{X_s^2} - \frac{10}{X_0^3} = 0 \implies \frac{10}{X_0} = 2,90 \implies X_0 = \frac{10}{2,90} = 3,45$$

Portanto $X_s = \bar{X} = 3,45$

Se a derivada 2.^a de $S(X_s)$ for positiva comprova que a função $S(X_s)$ passou por um mínimo no ponto X_s , tem, então:

$$\frac{d^2 S(X_s)}{d X_s^2} = \frac{2}{X_s^2} \left(\frac{3N}{X_s} - 2 \frac{1}{X_i} \right) \text{ é positivo,}$$

$$\frac{3N}{X_s} > 2 \sum \frac{1}{X_i} \quad \text{Como podemos verificar numericamente}$$

$$\frac{3 \times 5}{3,45} > 2 \times 1,45 > 0 \quad (4,35 > 2,90) \quad \text{ou} \quad 1,45 > 0$$

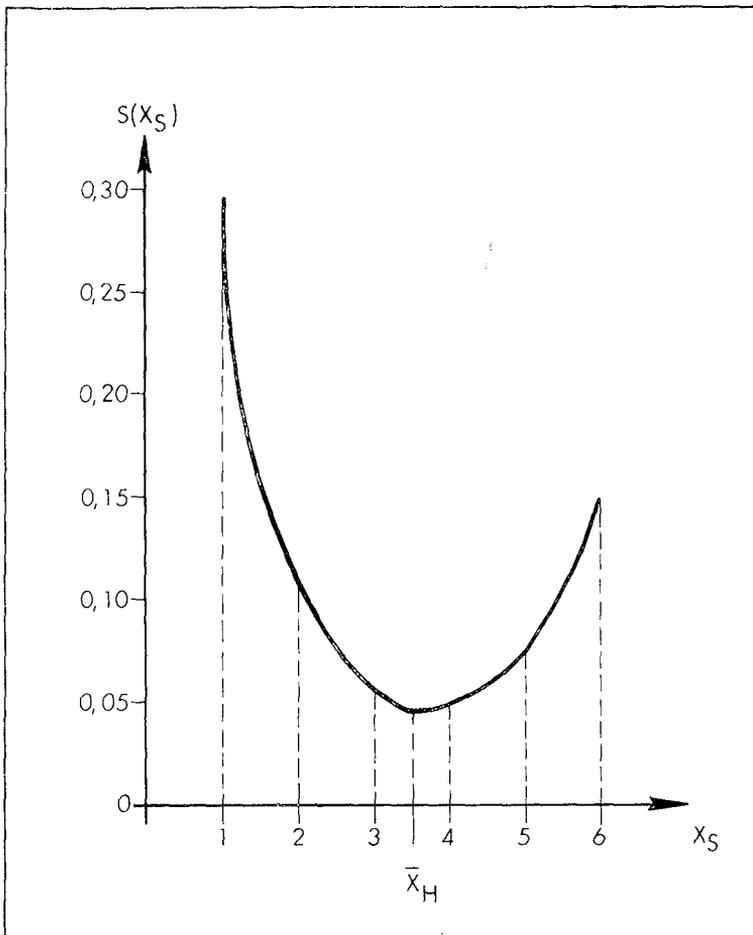


Fig. 18

Conclui-se que $X_s = \bar{X} = 3,45$ é o ponto que torna mínima a função $S(X_s)$.

Representação Gráfica da Função

$$S(X_s) = 0,49 \frac{2,90}{X_s} + \frac{5}{X_s^2}$$

Para isso usamos os dados da tabela anterior

Obs Notamos no gráfico deformações decorrentes das características da média harmônica

Dar grande importância (ponderação) aos valores pequenos e pouco aos grandes

A média Harmônica é menor que a média aritmética ($\bar{X} > \bar{X}_H$), isto é

$$\bar{X} = 4 \quad \bar{X}_H = 3,45$$

4. Característica da Média Harmônica

- 1 É capaz de tratamento algébrico;
- 2 Não é uma média tão familiar e seu cálculo é laborioso,
- 4 É usada no campo econômico e na manipulação de estatística de preços;
- 4 Dá mais peso aos valores (importância) pequenos e menos aos grandes daí ser menor do que a média aritmética, \bar{X} , e geométrica, \bar{X}_G .
A média harmônica dá grande importância aos pequenos valores, pois ela trabalha com inversos de seus valores, isto é, $\frac{1}{X_i}$ para $X_i \neq 0$
5. Se um valor for igual a zero traz como consequência a impossibilidade do cálculo da média harmônica, uma vez que depende do inverso dos dados, $\frac{1}{X_i}$, portanto $\frac{1}{0} = \infty$ representando um caso de indeterminação;
- 6 É rigorosamente definida e exata,
- 7 Serve para cálculos posteriores;
- 8 Representa uma série de razões ou de grandezas inversamente proporcionais;
- 9 O seu valor depende do valor de todos os termos da série de observação

APLICAÇÃO

- i) Seja uma transformação isotérmica (Lei de Boyle-Mariotte: $PV = \text{const.}$) em que a média aritmética \bar{P} dos valores da pressão deve-se tomar a média harmônica \bar{V}_H dos volumes.

- ii) Uma série de taxas cambiais observadas de uma certa moeda, t_1, t_2, \dots, t_N e seu valor numa outra moeda, p_1, p_2, \dots, p_N . A média harmônica das taxas,

$$\bar{t}_H = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{t_i}}$$

corresponde a média aritmética de seus valores na outra moeda,

$$\bar{p} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i$$

- iii) A média aritmética das cotações dos títulos na Bolsa de Valores corresponde a média harmônica das taxas de juros
- iv) A média aritmética das séries demográficas de densidades da população corresponde a média harmônica da média territorial
- v) A média aritmética da mortalidade corresponde a média harmônica da duração da vida (ou vice-versa)
- vi) A média aritmética dos preços das mercadorias corresponde a média harmônica das quantidades de mercadorias por unidade monetária, etc

5 Relação de reciprocidade entre a média aritmética e a harmônica e sua aplicação

Na prática encontramos frequentemente fenômenos que guardam uma lei de reciprocidade, de modo que média aritmética de uma série de valores observados corresponde a média harmônica da outra. Este fato se fundamenta na lei hiperbólica. Seja, portanto, a hipérbole equilátera $XY = A$ explicitando X em função de Y , temos.

$X = \frac{A}{Y}$ aplicando-se o operador do somatório ao 1º e 2º membros,

temos

$$\sum_{i=1}^N X_i = \sum_{i=1}^N \frac{A}{Y_i}$$

dividindo-se ambos os membros por N , temos:

$$\frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{A}{Y_i}}{N} = \frac{1}{\frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{A}{Y_i}}}$$

Para $A = 1$, temos que

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} = \bar{X} \\ \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{Y_i}} = \bar{Y}_H \end{array} \right.$$

Logo $\boxed{\bar{X} = \frac{1}{\bar{Y}_H}}$ ou $\boxed{\bar{X} \bar{Y}_H = K}$

MÉDIA GEOMÉTRICA

1 Dados não Grupados (Média Geométrica Simples)

1.1 Processo Geral

DEFINIÇÃO — A média geométrica de uma série de valores observados X_1, X_2, \dots, X_N , é a raiz enésima do produto destes valores.

Representando-a por \bar{X}_G tem-se:

$$\bar{X}_G = \sqrt[N]{X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_N} \quad \text{ou} \quad \bar{X}_G = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N X_i} \quad X_i \neq 0$$

Obs.. a média geométrica não é definida para valor nulo. $X_i = 0$ e para número ímpar de valores negativos ela se torna complexa (imaginária).

Π — Representa o operador produto que aplicado a X_i resulta $\prod_{i=1}^N X_i$

Em geral, trabalha-se com logaritmo, por envolver exaustivos cálculos de produtos, potenciações e radiações. Logo, através dos logaritmos temos a seguinte fórmula.

$$\log \bar{X}_G = \frac{\log X_1 + \log X_2 + \dots + \log X_N}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log X_i$$

Tomando-se o antilogaritmo, resulta:

$$\bar{X}_G \text{ antilog} \left[\frac{\sum_{i=1}^N \log X_i}{N} \right]$$

Exemplo: 1

Dados os valores, 8, 27, 32 e 243, calcular a média geométrica.

Para este tipo de problema usamos o recurso da fatoração e a seguir por simplificação obteremos a média geométrica.

$$\begin{aligned}\bar{X}_G &= \sqrt[4]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4} = \sqrt[4]{8 \times 27 \times 32 \times 243} = \sqrt[4]{2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^5 \cdot 3^5} = \\ &= \sqrt[4]{2^8 \cdot 3^8} = 2^2 \cdot 3^2 = 36\end{aligned}$$

$$\text{ou } \bar{X}_G = \sqrt[4]{1\ 679\ 616} = \sqrt[4]{1\ 296} = 36$$

Exemplo. 2

Calcular a média e a taxa média geométrica de crescimento da população brasileira no período 1960/70, usando para isso os resultados correspondentes dos censos de 1960 e de 1970, publicados no Anuário Estatístico do Brasil de 1971 — IBGE:

ANO	POPULAÇÃO (1 000 habitantes)
1960	69 730
1970	93 215

Solução

I) Cálculo do crescimento médio geométrico:

i) Sem uso de logaritmo

$$\bar{X}_G = \sqrt{X_1 \cdot X_2} = \sqrt{69\ 730 \times 93\ 215} = \sqrt{6\ 499\ 881\ 950} = 80.622$$

ii) utilizando logaritmo:

$$\begin{aligned}\log \bar{X}_G &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \log X_i = \frac{1}{2} (\log X_1 + \log X_2) = \\ &= \frac{1}{2} (4,8434197 + 4,9694858) = \frac{9,8129055}{2}\end{aligned}$$

$$\log \bar{X}_G = 4,9064528$$

$$\bar{X}_G = \text{antilog } 4,9064528$$

$$\bar{X}_G = 80\ 622$$

Portanto, o crescimento médio geométrico no período 1960/70, da população brasileira, foi de 80.622 milhares de habitantes.

II) Cálculo da taxa geométrica média de crescimento

Comentário

Partindo da fórmula $P_t = P_o (1 + r)^t$ onde:

P_o = população referente ao ano base, ou seja, da época zero

r = taxa de crescimento da população

Para calcular a taxa, temos que explicitar r :

$$P_t = P_o (1 + r)^t \Rightarrow (1 + r)^t = \frac{P_t}{P_o}$$

logaritmando-a, vem:

$$t \log (1 + r) = \log \frac{P_t}{P_o} \Rightarrow \log (1 + r) = \frac{1}{t} \log \frac{P_t}{P_o} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + r = \text{antilog} \frac{1}{t} \log \frac{P_t}{P_o} \Rightarrow r = \text{antilog} \left[\left(\frac{1}{t} \log \frac{P_t}{P_o} - 1 \right) \right]$$

Com a disposição prática abaixo, pode-se calcular diversas taxas utilizando o mesmo cabeçalho:

TÍTULOS OU ESPE- CIFICAÇÕES	P_{70}	P_{60}	$\frac{P_{70}}{P_{60}}$	$\log \frac{P_{70}}{P_{60}}$	$\frac{1}{10} \log \frac{P_{70}}{P_{60}}$	$\frac{1 + r =}{= \text{antilog}}$ $\left(\frac{\log \frac{P_{70}}{P_{60}}}{10} \right)$	$i =$ $= \text{antilog}$ $\left(\frac{1}{10} \log \frac{P_{70}}{P_{60}} \right)$	PER- CENTA- GEM $r \times 100$
População	93 215	69 730	1,3368	0,1260664	0,0126066	1,02955	0,02955	2,96

Portanto, a taxa geométrica de crescimento anual é de 2,96%

Exemplo. 3

O preço de um artigo aumenta de 20%, durante o 1º ano, 25% durante o 2.º ano e $33 \frac{1}{3}$ % durante o 3º ano. Qual é a taxa média de crescimento?

Solução.

Se o preço original é tomado como unitário, temos.

i) no período inicial ou época zero: $\frac{100}{100} = 1,0$

ii) no fim do 1.º ano. $\frac{120}{100} = 1,2$

iii) no fim do 2.º ano. $\frac{120}{100} \times \frac{125}{100} = 1,5$

iv) no fim do 3.º ano: $\frac{120}{100} \times \frac{125}{100} \times \frac{400}{100} = 2,0$

Admitindo que o aumento seja uniforme a taxa média seria:

$$\bar{X}_G = \sqrt[3]{\frac{120}{100} \times \frac{125}{100} \times \frac{400}{100}} = \sqrt[3]{2} = 1,2599$$

Aplicando logaritmo, temos:

$$\log \bar{X}_G = \frac{1}{3} \log 2 = \frac{1}{3} \times 0,30103 = 0,10043 \implies \bar{X}_G = 1,2599$$

Portanto, a taxa média de aumento é:

$$1,26 \times 100 = 126, \text{ isto é, } 26\% \text{ de acréscimo.}$$

1.2 Processo Particular (ou Método indireto)

Devemos observar, de início, que o desvio geométrico, D_i de uma série de dados observados, X_1, X_2, \dots, X_N , em relação a média geométrica (\bar{X}_G) é o quociente:

$$\frac{X_i}{\bar{X}_G} \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

Pois a média geométrica \bar{X}_G , tem por base uma proporção geométrica, em que o quociente entre X_i e X_{i-1} é constante:

$$\frac{X_i}{X_{i-1}} = K, \quad \text{isto é,} \quad \frac{X_2}{X_1} = \frac{X_3}{X_2} = \dots = \frac{X_N}{X_{N-1}} = K$$

O processo indireto para cálculo da média geométrica baseia-se na seguinte propriedade.

“O produto dos desvios geométricos é igual a unidade”. Assim sendo, temos:

$$\prod_{i=1}^N D_i = \prod_{i=1}^N \left(\frac{X_i}{\bar{X}_G} \right) = \frac{\prod_{i=1}^N X_i}{\bar{X}_G^N} = 1$$

pois

$$\prod_{i=1}^N X_i = \bar{X}_G^N$$

Mas, se tomarmos um valor qualquer da série X_1, X_2, \dots, X_N como média geométrica suposta X_s e se o produto dos desvios, D_i , for igual a unidade, então $X_s = \bar{X}_G$, e se não o for, deverá ser corrigido, tomando-se para isso a média geométrica dos desvios em relação a $X_s \neq \bar{X}_G$. Portanto a média geométrica é

$$\bar{X}_G = X_s \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N \left(\frac{X_i}{X_s} \right)}$$

em que

$$\sqrt[N]{\prod_{i=1}^N \left(\frac{X_i}{X_s} \right)}$$

é a média geométrica dos desvios geométricos em relação à $X_s \neq \bar{X}_G$

Disposição prática para cálculo

Dada a série de dados não grupados, X_1, X_2, \dots, X_N , calcula-se a média geométrica pelo processo indireto

- 1) Constroe-se a tabela com os dados (coluna 1);
- 2) Toma-se para média geométrica suposta $X_s = X_k$ pertencente a série dada,
- 3) Calculam-se os desvios geométricos (os quocientes $\frac{X_i}{X_s}$)

$$D_i = \frac{X_i}{X_s} \quad (\text{coluna 2})$$

- 4) Determinam-se os logaritmos dos desvios, d_i .

$$d_i = \log D_i = \log X_i - \log X_s \quad (\text{coluna 3})$$

VALORES	DESVIOS	LOGARITMO DOS DESVIOS
X_i	$D_i = \frac{X_i}{X_s}$	$d_i = \log D_i = \log X_i - \log X_s$
X_1	$D_1 = \frac{X_1}{X_s}$	$d_1 = \log X_1 - \log X_s$
X_k	$1 = \frac{X_k}{X_s}$	— —
X_N	$D_N = \frac{X_N}{X_s}$	$d_N = \log X_N - \log X_s$
TOTAL	$\prod_{i=1}^N D_i = \prod_{i=1}^N \left(\frac{X_i}{X_s} \right)$	$\sum_{i=1}^N d_i = \sum_{i=1}^N (\log X_i - \log X_s)$

A média geométrica calculada pelo processo indireto é:

$$\bar{X}_G = X_S \sqrt[N]{\frac{X_1}{X_S} \cdot \frac{X_2}{X_S} \cdots \frac{X_N}{X_S}} = X_S \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N D_i}$$

Através dos logaritmos, tem-se.

$$\log \bar{X}_G = \log X_S + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\log X_i - \log X_S)$$

$$\bar{X}_G = \text{antilog} \left[\log X_S + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i \right]$$

Exemplo.

Dada a série 8, 27, 32 e 243, calcular a média geométrica pelo processo indireto.

VALORES X_i	DESVIOS $D_i = \frac{X_i}{X_S}$	LOGARITMOS $d_i = \log X_i - \log X_S$
8	$\frac{8}{32} = \frac{1}{2^2}$	$\bar{1},3979400$
27	$\frac{27}{32} = \frac{3^3}{2^5}$	$\bar{1},9262138$
32	$\frac{32}{32} = 1$	—
243	$\frac{243}{32} = \frac{3^5}{2^5}$	0,8804563
TOTAL	$\prod_{i=1}^4 D_i = \frac{3^8}{2^{12}}$	0,2046101

Toma-se para média suposta $X_S = X_3 = 32$

$$\bar{X}_G = X_S \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N \left(\frac{X_i}{X_S} \right)} = 32 \sqrt[4]{\frac{3^8}{2^{12}}} = 32 \times \frac{3^2}{2^2} = 36$$

Através dos logaritmos, tem-se.

$$d_1 = -\log 4 = -2 \times 0,30103 = 0,6020600 = \bar{1},3979400$$

$$d_2 = -\log 27 - \log 32 = 1,4313638 + (-1,5051500) = \bar{1},3979400$$

$$d_3 = 0$$

$$d_4 = \log 243 = \log 32 - 2,3856063 + (-1,5051300) = 0,8804563$$

$$\begin{aligned} \log \bar{X}_G &= \log X_S + \frac{1}{N} \sum (\log X_i - \log X_S) = \log 32 + \\ &+ \frac{1}{4} (\bar{1},3979400 + \bar{1},3979400 + 0 + 0,8804563) = 1,5051500 + \frac{0,2046101}{4} \end{aligned}$$

$$\log \bar{X}_G = 1,5563025$$

$$\bar{X}_G = \text{antilog } 1,5563025 = 36 \quad \therefore$$

$\bar{X}_G = 36$

2. Dados Grupados (Média Geométrica Ponderada)

2.1 Freqüência por Valor

2.1.1 Processo Geral

A Média Geométrica Ponderada de uma série de valores observados, X_1, X_2, \dots, X_N , os quais são influenciados, respectivamente, por pesos (freqüências), f_1, f_2, \dots, f_N é por definição

$$\bar{X}_G = \sqrt[f_1 + f_2 + \dots + f_N]{X_1^{f_1} \cdot X_2^{f_2} \cdot \dots \cdot X_N^{f_N}} = \sqrt[\sum_{i=1}^N f_i]{\prod_{i=1}^N X_i^{f_i}} = \sqrt[\sum_{i=1}^N f_i]{\prod_{i=1}^N X_i^{f_i}}$$

$$\log \bar{X}_G = \frac{1}{\sum f_i} \sum_{i=1}^N f_i \log X_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i \log X_i \quad (\text{em escala logarítmica})$$

$$\bar{X}_G = \text{antilog} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i \log X_i \right) \quad (\text{em escala aritmética})$$

Disposição Prática

VALORES X_i	FREQÜÊNCIAS f_i	$\log X_i$	$f_i \log X_i$
X_1	f_1	$\log X_1$	$f_1 \log X_1$
X_2	f_2	$\log X_2$	$f_2 \log X_2$
\dots	\dots	\dots	\dots
X_N	f_N	$\log X_N$	$f_N \log X_N$
TOTAL	$\sum_{i=1}^N f_i$	—	$\sum_{i=1}^N \log X_i$

A média geométrica ponderada é:

$$\log \bar{X}_G = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i \log X_i$$

$$\bar{X}_G = \text{antilog} \left[\frac{\sum_{i=1}^N f_i \log X_i}{N} \right]$$

Exemplo 4

Num país o crescimento da população foi de 10% durante 3 períodos censitários de 10 anos, 20% durante 2 períodos sucessivos e 30% no próximo período, censitário. Achar a taxa média de crescimento.

A média geométrica ponderada é:

$$\bar{X}_G = \sqrt[6]{\left(\frac{110}{100}\right)^3 \times \left(\frac{120}{100}\right)^2 \times \left(\frac{130}{100}\right)} = \sqrt[6]{1,1^3 \times 1,2^2 \times 1,3} = 116,4$$

Disposição Prática

VALORES X_i	FREQÜÊNCIAS f_i	$\log X_i$	$f_i \log X_i$
1,1	3	0,04139	0,12417
1,2	2	0,07918	0,15836
1,3	1	0,11394	0,11394
TOTAL	6	—	0,39647

$$\log \bar{X}_G = \frac{0,39647}{6} = 0,06607$$

$$\bar{X}_G = \text{antilog } 0,06607 = 1,164$$

Portanto, a taxa média de crescimento é $1,64 \times 100 = 116,4$, isto é, 16% de acréscimo

2 1 2 Processo Particular

Baseia-se nas considerações já feitas no cálculo da média geométrica pelo processo indireto para dados não agrupados, tendo apenas, que considerar as frequências f_i , relativas aos valores X_i ($i = 1, 2, \dots, N$).

Portanto, o produto dos desvios geométricos, D_i , será igual a unidade, em virtude da 1ª propriedade

$$D_i^{f_i} = \frac{X_i^{f_i}}{\bar{X}_G^{f_i}}$$

Aplicando-se o operador produto, vem:

$$\prod_{i=1}^N D_i^{f_i} = \prod_{i=1}^N \left(\frac{X_i}{\bar{X}_G} \right)^{f_i} = 1$$

pois

$$\frac{\prod_{i=1}^N X_i^{f_i}}{\bar{X}_G^N} = \frac{\bar{X}_G^N}{\bar{X}_G^N} = 1$$

ou
$$\sum f_i d_i = \sum f_i \log D_i = \sum f_i (\log X_i - \log \bar{X}_G) = 0$$

Portanto, para a média suposta $X_S \neq \bar{X}_G$, temos a média geométrica dos desvios

$$\sqrt[N]{\prod_{i=1}^N \left(\frac{X_i}{X_S} \right)^{f_i}} = \sqrt[N]{\frac{\prod_{i=1}^N X_i^{f_i}}{X_S^N}}$$

que multiplicando por X_S nos dará a média geométrica ponderada.

Para dados grupados: frequências por valores é:

$$\bar{X}_G = X_S \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N \left(\frac{X_i}{X_S}\right)^{f_i}}$$

Aplicando-se logaritmo:

$$\log \bar{X}_G = \log X_S + \frac{1}{N} \sum f_i (\log X_i - \log X_S)$$

$$\log \bar{X}_G = \log X_S + \frac{1}{N} \sum f_i d_i$$

$$\bar{X}_G = \text{antilog} \left(\log X_S + \frac{\sum f_i d_i}{N} \right)$$

Disposição Prática

VALORES X_i	FRE- QUÊN- CIAS f_i	DESVIOS $D_i = \frac{X_i}{X_S}$	$d_i = \log X_i - \log X_S$	$f_i d_i$
X_1	f_1	$\frac{X_1}{X_S}$	$d_1 = \log X_1 - \log X_S$	$f_1 d_1$
X_2	f_2	$\frac{X_2}{X_S}$	$d_2 = \log X_2 - \log X_S$	$f_2 d_2$
X_k	f_k	1	—	—
X_N	f_N	$\frac{X_N}{X_S}$	$d_N = \log X_N - \log X_S$	$f_N d_N$
TOTAL	$\sum f_i = N$	—	—	$\sum_{i=1}^N f_i d_i$

A média geométrica ponderada calculada pelo processo indireto para dados grupados (tabuladas) Frequências por valores — é:

$$\bar{X}_G = X_S \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N \left(\frac{X_i}{X_S}\right)^{f_i}}$$

utilizando-se logaritmo, temos:

$$\log \bar{X}_G = \log X_S + \frac{1}{N} \sum f_i (\log X_i - \log X_S) = \log X_S + \frac{1}{N} \sum f_i d_i$$

$$\bar{X}_G = \text{antilog} \left[\log X_S + \frac{\sum f_i d_i}{N} \right]$$

Exemplo. 5

VALORES X_i	FREQÜÊN- CIAS f_i	DESVIOS $D_i = \frac{X_i}{X_s}$	$d_i = \log X_i -$ $-\log X_s$	$f_i d_i$
2	1	$\frac{2}{8} = 0,25$	$\bar{1},39794$	$\bar{1},39794$
4	3	$\frac{4}{8} = 0,50$	$\bar{1},69897$	1,09691
8	4	1	—	—
16	2	$\frac{16}{8} = 2$	0,30103	0,60206
32	1	$\frac{32}{8} = 4$	0,60206	0,60206
TOTAL	11			0,69897

Média suposta: $X_s = X_g = 8 \Rightarrow \log 8 = 0,90309$

$$\log \bar{X}_G = \log X_s + \frac{1}{N} \sum f_i d_i = 0,90309 + \frac{0,90309}{11}$$

$$\log \bar{X}_G = 0,90309 + 0,08210 = 0,98519$$

$$\log \bar{X}_G = 0,98519$$

$$\bar{X}_G = 9,6648$$

2.2 Freqüências por Classe de Valores

2.2.1 Processo Geral

A Média Geométrica de uma distribuição por classe de valores em que os pontos médios x_1, x_2, \dots, x_N das classes h_1, h_2, \dots, h_N são influenciados, respectivamente, por pesos (freqüências), f_1, f_2, \dots, f_N é por definição

$$\bar{X}_G = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N x_i^{f_i}} \Rightarrow \log \bar{X}_G = \frac{\sum_{i=1}^N f_i \log x_i}{\sum_{i=1}^N f_i} \Rightarrow \bar{X}_G = \text{antilog} \left(\frac{\sum_{i=1}^N f_i \log x_i}{\sum_{i=1}^N f_i} \right)$$

Disposição Prática

CLASSES $X_i \vdash X_{i+1}$	FREQÜÊN- CIAS f_i	PONTOS MÉDIOS x_i	$\log x_i$	$f_i \log x_i$
$X_1 \vdash X_2$	f_1	x_1	$\log x_1$	$f_1 \log x_1$
$X_2 \vdash X_3$	f_2	x_2	$\log x_2$	$f_2 \log x_2$
$X_{N-1} \vdash X_N$	f_N	x_N	$\log x_N$	$f_N \log x_N$
TOTAL	$\sum_{i=1}^N f_i$	—	—	$\sum_{i=1}^N f_i \log x_i$

$$\log \bar{X}_G = \frac{\sum_{i=1}^N f_i \log x_i}{\sum_{i=1}^N f_i} \Rightarrow \bar{X}_G = \text{antilog} \left(\frac{\sum_{i=1}^N f_i \log x_i}{\sum_{i=1}^N f_i} \right)$$

Exemplo: 6

PREÇOS UNITÁRIOS $X_i \vdash X_{i+1}$	QUANTI- DADES f_i	PONTOS MÉDIOS x_i	$\log x_i$	$f_i \log x_i$
10 \vdash 12	2	11	1,04139	2,08278
12 \vdash 16	4	14	1,14613	4,58452
16 \vdash 24	8	20	1,30103	10,40824
24 \vdash 40	5	32	1,50515	7,52575
40 \vdash 72	1	56	1,74819	1,74819
TOTAL	$\sum_{i=1}^5 f_i = 20$	—	—	26,34948

A média geométrica ponderada é.

$$\log \bar{X}_G = \frac{26,34948}{20} = 1,31747$$

$$\bar{X}_G = 20,772$$

O preço unitário médio é Cr\$ 20,80.

2.2.2 Processo Particular

Para o cálculo da média geométrica pelo método indireto (abreviado) os intervalos de classes deverão estar em progressão geométrica, de modo que ao representar em escala logarítmica eles ficarão em progressão aritmética. Portanto, a razão da progressão geométrica dos intervalos de classe será

$$\frac{X_{i+1}}{X_i} = H$$

que transformado em escala logarítma, resulta

$$\log X_{i+1} - \log X_i = \log H = h$$

que é o novo intervalo de classe

Os pontos médios serão em escala:

i) Aritmética

$$x_i = \sqrt{X_i \cdot X_{i+1}}$$

ii) Logarítmica

$$\log x_i = \frac{1}{2} (\log X_i + \log X_{i+1})$$

Calculam-se os desvios d_i (em escala logarítmica) subtraindo-se de cada ponto médio, $\log x_i$, a média suposta, $\log x_s$, e dividindo a diferença encontrada pelo intervalo de classe, h (em escala logarítmica)

Tem-se então

$$d'_i = \frac{\log x_i - \log x_s}{h} \quad (\text{para } h \neq 0 \text{ e constante})$$

Logo, a média geométrica será dado pela expressão

$$\begin{aligned} \log \bar{X}_G &= \log x_s + \frac{h}{N} \sum f_i d'_i \\ \bar{X}_G &= \text{antilog} \left(\log x_s + \frac{h}{N} \sum f_i d'_i \right) \end{aligned}$$

Disposição prática para o cálculo da média geométrica pelo processo indireto (abreviado) para dados tabulados, por classes de valores

- 1) Determine os logaritmos das classes que estão na 1ª coluna e colocando este resultado na 3ª, coluna,

2) Calcule os pontos médios destas classe (em escala logarítmica)

$$\log x_i = \frac{\log X_i + \log X_{i+1}}{2} \quad (4^a \text{ coluna});$$

3) Escolha um ponto médio como média suposta, $\log x_s$, de preferência a que corresponder a classe de maior frequência;

4) Calcule os desvios $d'_i = \frac{\log x_i - \log x_s}{h}$ (5ª coluna);

5) Multiplique cada frequência, f_i pelo seu respectivo desvio, d_i , isto é, $f_i d_i$ (6.ª coluna),

6) Calcule a média dos desvios $\frac{h}{N} \sum f_i d'_i$

Temos, assim, a média geométrica calculada pelo método indireto.

$$\log \bar{X}_G = \log x_s + \frac{h}{N} \sum_{i=1}^N f_i d'_i$$

$$\bar{X}_G = \text{antilog} \left(\log x_s + \frac{1}{N} \sum f_i d'_i \right)$$

CLASSES $X_i \text{---} X_{i+1}$	FRE- QUÊN- CIAS f_i	CLASSES EM ESCALA LOGARÍ- TMICA $\log X_i \text{---} \log X_{i+1}$	PONTOS MÉDIOS $\log x_i$	$d'_i =$ $= \frac{\log x_i - \log x_s}{h}$	$f_i d'_i$
$X_1 \text{---} X_2$	f_1	$\log X_1 \text{---} \log X_2$	$\log x_1$	$d'_1 =$ $= \frac{\log x_1 - \log x_s}{h}$	$f_1 d'_1$
$X_2 \text{---} X_3$	f_2	$\log X_2 \text{---} \log X_3$	$\log x_2$	$d'_2 =$ $= \frac{\log x_2 - \log x_s}{h}$	$f_2 d'_2$
$X_k \text{---} X_{k+1}$	f_k	$\log X_k \text{---} \log X_{k+1}$	$\log x_k$	$d_k = 0$	—
$X_{N-1} \text{---} X_N$	f_N	$\log X_{N-1} \text{---} \log X_N$	$\log x_N$	$d'_N =$ $= \frac{\log x_N - \log x_s}{h}$	$f_N d'_N$
TOTAL	$\sum_{i=1}^N f_i$	—	—		$\sum_{i=1}^N f_i d'_i$

Exemplo. 7

Calcular a média geométrica pelo processo abreviado (indireto) dos dados constantes da tabela seguinte:

CASSES $X_i \vdash X_{i+1}$	FRE- QUÊN- CIAS f_i	CLASSES ME ESCALA LOGARÍ- TMICA $\log X_i \vdash \log X_{i+1}$	PONTOS MÉDIOS $\log x_i$	$d'_i = \frac{\log x_i - \log x_s}{h}$	$f_i d'_i$
100 200	50	2,000 000 \vdash 2,301030	2,150551	$d'_1 = \frac{2,150515 - 2,752575}{0,301030}$ $d'_1 = -2$	-100
200 \vdash 400	150	2,301030 \vdash 2,602060	2,451545	$d'_2 = \frac{2,451545 - 2,752575}{0,301030}$ $d'_2 = -1$	-150
400 \vdash 800	450	2,602060 \vdash 2,903090	2,752575	$d'_3 = 0$	—
800 \vdash 1 600	250	2,903090 \vdash 3,204120	3,053605	$d'_4 = \frac{3,053605 - 2,752575}{0,301030}$ $d'_4 = 1$	250
1 600 \vdash 3 200	100	3,204120 \vdash 3,505150	3,354635	$d'_5 = \frac{3,354635 - 2,752575}{0,301030}$ $d'_5 = 2$	200
TOTAL	1 000		--	--	200

Média suposta: $\log x_s = \log x_s = 2,752575$

Intervalo de classe $h = 0,301030$

Média Geométrica $\log \bar{X}_G = \log x_s + \frac{h}{N} \sum_{i=1}^N f_i d'_i$

$$\log \bar{X}_G = 2,752575 + \frac{0,301030}{1\ 000} \times 200$$

$$\log \bar{X}_G = 2,752575 + 0,060206 = 2,812781$$

$$\bar{X}_G = \text{antilog } 2,812781$$

$$\bar{X}_G = 651,30$$

3 Propriedades da Média Geométrica

1ª PROPRIEDADE — A soma algébrica dos logaritmos dos desvios geométricos, $d_i = \log D_i$ entre o logaritmo de cada valor X_i de uma série de observações e o logaritmo de sua média geométrica, $\log \bar{X}_G$, é nula

$$\sum d_i = \sum \log D_i = \sum (\log X_i - \log \bar{X}_G) = 0$$

Demonstração

Dividindo-se cada valor X_i de uma série de valores observados, $X_1, X_2, \dots, X_N, X_i \neq 0, \forall i \in \mathbb{N}$, pela sua respectiva média geométrica, \bar{X}_G , obtém-se o desvio geométrico $D_i = \frac{X_i}{\bar{X}_G}$ que logaritmicado resulta

$$d_i = \log D_i = \log X_i - \log \bar{X}_G$$

Apresentaremos a demonstração nas 2 escalas.

Aritmética (D_i) e *logarítmica* ($d_i = \log D_i$)

$$D_1 = \frac{X_1}{\bar{X}_G} \quad \implies \quad d_1 = \log D_1 = \log X_1 - \log \bar{X}_G$$

$$D_2 = \frac{X_2}{\bar{X}_G} \quad \implies \quad d_2 = \log D_2 = \log X_2 - \log \bar{X}_G$$

$$D_N = \frac{X_N}{\bar{X}_G} \quad \implies \quad d_N = \log D_N = \log X_N - \log \bar{X}_G$$

$$\prod_{i=1}^N D_i = \prod_{i=1}^N \left(\frac{X_i}{\bar{X}_G} \right) \quad \implies \quad \sum_{i=1}^N d_i = \sum_{i=1}^N \log D_i = \sum_{i=1}^N (\log X_i - \log \bar{X}_G)$$

Aplicando o operador produtivo Π , sobre X_i na 1ª expressão e o operador somatório na 2ª, temos:

$$\begin{aligned} \prod_{i=1}^N D_i &= \prod_{i=1}^N \left(\frac{X_i}{\bar{X}_G} \right) = \frac{\prod_{i=1}^N X_i}{\bar{X}_G^N} = \frac{\bar{X}_G^N}{\bar{X}_G^N} = 1 & \sum_{i=1}^N d_i &= \sum_{i=1}^N \log X_i - \\ & & & - N \log \bar{X}_G = \sum_{i=1}^N \log X_i - N \cdot \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log X_i = 0 \quad \text{c q d} \end{aligned}$$

2.ª PROPRIEDADE — A soma dos quadrados dos logaritmos dos desvios geométricos, $d_i = \log D_i$, entre o logaritmo de cada valor X_i de uma série de observações, $X_1, X_2, \dots, X_N, X_i \neq 0, \forall i \in \mathbb{N}$, e o logaritmo de sua respectiva média geométrica, $\log \bar{X}_G$, é um mínimo:

$$\sum (\log X_i - \log \bar{X}_G)^2 = \text{mínimo}$$

Demonstração

Consideremos uma série de dados observados X_1, X_2, \dots, X_N . Escolhe-se o logaritmo de um valor qualquer, $\log X_i = \log X_s$, da série dada e representando-se a soma dos quadrados dos logaritmos dos desvios, entre cada $\log X_i$ e $\log X_s$, por S ($\log X_s$).

Temos.

$$S(\log X_S) = \sum_{i=1}^N (\log X_i - \log X_S)^2 = \text{mínimo}$$

Desenvolvendo-se a soma dos quadrados, do 2º membro, temos:

$$S(\log X_S) = \sum_{i=1}^N [(\log X_i)^2 - 2 X_i \log X_S + (\log X_S)^2]$$

Aplicando-se o operador somatório às parcelas dentro dos colchetes, temos.

$$S(\log X_S) = \sum (\log X_i)^2 - 2 \sum \log X_i \cdot \log X_S + N (\log X_S)^2$$

Para termos um máximo ou um mínimo, faremos a 1.ª derivada igual a zero.

$$\frac{dS(\log X_S)}{dX_S} = - \sum 2 \log X_i \left(\frac{\log e}{X_S} \right) + 2 N \cdot \log X_S \cdot \frac{\log e}{X_S} = 0$$

Para a solução desta equação devemos fazer:

$$\begin{cases} \frac{2 \log e}{X_S} = 0 \text{ para } X_S \neq 0 \\ N \log X_S - \sum \log X_i = 0 \end{cases}$$

Portanto, a solução é dada por:

$$N \log X_S - \sum \log X_i = 0, \text{ temos}$$

$$N \log X_S = \sum \log X_i \implies \log X_S = \frac{\sum (\log X_i)}{N} = \log \bar{X}_G$$

$$\text{logo: } \log X_S = \log \bar{X}_G \text{ ou } X_S = \bar{X}_G$$

Valor esse que torna a função, $S(\log X_S)$, máxima ou mínima, segundo seja negativa ou positiva a 2.ª derivada neste ponto.

Calculemos, então, a derivada 2.^a:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 S(\log X_s)}{dX_s^2} &= -2 \log e \sum \log X_i \left(-\frac{1}{X_s} \right) + 2N \log e \left(\frac{\log e - \log X_s}{X_s^2} \right) = \\ &= \frac{2 \log e}{X_s^2} \left[\sum \log X_i + N (\log e - \log X_s) \right] \\ &= \frac{2 N \cdot \log e}{X_s^2} \left(\frac{\sum \log X_i}{N} - \log X_s + \log e \right) \end{aligned}$$

No ponto $\log X_s = \log \bar{X}_G$, ou $X_s = \bar{X}_G$, a derivada 2.^a torna-se positiva

$$\frac{2 N \log e}{\bar{X}_G} (\log \bar{X}_G - \log \bar{X}_G + \log e) = \frac{2 N (\log e)^2}{\bar{X}_G} > 0$$

Como a derivada 2.^a é positiva, concluímos, portanto, que \bar{X}_G é o valor que torna mínima a função $S(\log X_s)$.

Exemplo ilustrativo 8

Consideremos uma série de valores, 2, 4, 8, 16 e 32 para verificação da 1.^a e 2.^a propriedade da média geométrica.

Para melhor compreensão construiremos a tabela a seguir

VALORES X_i	1. ^a PRO- PRIEDADE $D_i = \frac{X_i}{X_G}$	VALORES $\log X_i$	$(\log X_i)^2$	1. ^a PRO- PRIEDADE $d_i = \log X_i - \log \bar{X}_G$	2. ^a PROPRIEDADE	
					$S(\log X_s)$	$S(X_s)$
2	$\frac{2}{8}$	0,30103	0,09062	- 0,60206	2,71858	523
4	$\frac{4}{8}$	0,60206	0,36248	- 0,30103	1,35931	23
8	1	0,90309	0,81557	0	0,90618	8
16	$\frac{16}{8}$	1,20412	1,44990	0,30103	1,35931	23
32	$\frac{32}{8}$	1,50515	2,26542	0,60206	2,71859	523
$\prod_{i=1}^5 X_i = 2^{15}$	$\prod_{i=1}^5 \left(\frac{X_i}{X_G} \right) = 1$	$\sum_{i=1}^5 \log X_i = 4,51545$	$\sum_{i=1}^5 (\log X_i)^2 = 4,98405$	$\sum_{i=1}^5 d_i = 0$	—	—

Média suposta $\log X_3 = \log X_S = 0,90309$

$\log e = 0,43429$

Média Geométrica.

$$i) \bar{X}_G = \sqrt[5]{\prod_{i=1}^5 \left(\frac{X_i}{\bar{X}_G}\right)} = \sqrt[5]{2^{15}} = 2^3 = 8$$

$$ii) \log \bar{X}_G = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \log X_i = \frac{4,51545}{5} = 0,90309$$

$$X_G = \text{antilog}, 0,90309 = 8$$

Variação da função $S(\log X_S)$

$$S(\log X_S) = (\log X_i - \log X_S)^2 = \sum (\log X_i)^2 - 2 \sum \log X_i \cdot \log X_S + N(\log X_S)^2$$

Temos que:

$$\sum (\log X_i)^2 = 4,98405$$

$$\sum \log X_i = 4,51545$$

$$N = 5$$

Como X_S assumirá os valores $X_1 = 2$, $X_2 = 4$, $X_3 = 8$, $X_4 = 16$ e $X_5 = 32$, teremos

$$S(\log X_S) = 4,98405 - 9,03090 \log X_S + 5 (\log X_S)^2$$

Para.

$$X_1 = 2 \quad S(\log X_1) = 4,98405 - 9,03090 \times 0,30103 + 5 \times 0,09062 = 2,71858$$

$$X_2 = 4: \quad S(\log X_2) = 4,98405 - 9,03090 \times 0,060206 + 5 \times 0,36248 = 1,35931$$

$$X_3 = 8 \quad S(\log X_3) = 4,98405 - 9,03090 \times 0,90309 + 5 \times 0,81557 = 0,90618$$

$$X_4 = 16 \quad S(\log X_4) = 4,98405 - 9,03099 \times 1,20412 + 5 \times 1,44990 = 1,35926$$

$$X_5 = 32: \quad S(\log X_5) = 4,98405 - 9,03090 \times 1,50515 + 5 \times 2,26548 = 2,71859$$

Podemos observar que o valor que torna mínima a função $S(\log X_S)$ é o valor $X_3 = 8$ ou $\log X_3 = 0,90309$ que é a média geométrica, \bar{X}_G , da série dada. Portanto $S(\log X_3) = 0,90618$ ou $S(X_S) = 8$

Determinação do mínimo da função $S(\log X_S)$

$$\text{Seja:} \quad S(\log X_S) = 4,98405 - 9,03090 \log X_S + 5 (\log X_S)^2$$

i) 1.^a derivada.

$$\frac{dS(\log X_s)}{dX_s} = - 9,03090 \times \frac{\log e}{X_s} + 10 \log X_s \cdot \frac{\log e}{X_s}$$

$$\frac{\log e}{X_s} (10 \log X_s - 9,03090 = 0) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\log e}{X_s} = 0 \implies \lim_{X_s \rightarrow \infty} \frac{\log e}{X_s} = 0 \\ 10 \log X_s - 9,03090 = 0 \end{array} \right.$$

$$10 \log X_s = 9,03090$$

$$\log X_s = 0,90309 \implies X_s = 8 \implies \bar{X}_G = 8$$

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA FUNÇÃO S (log X_i)

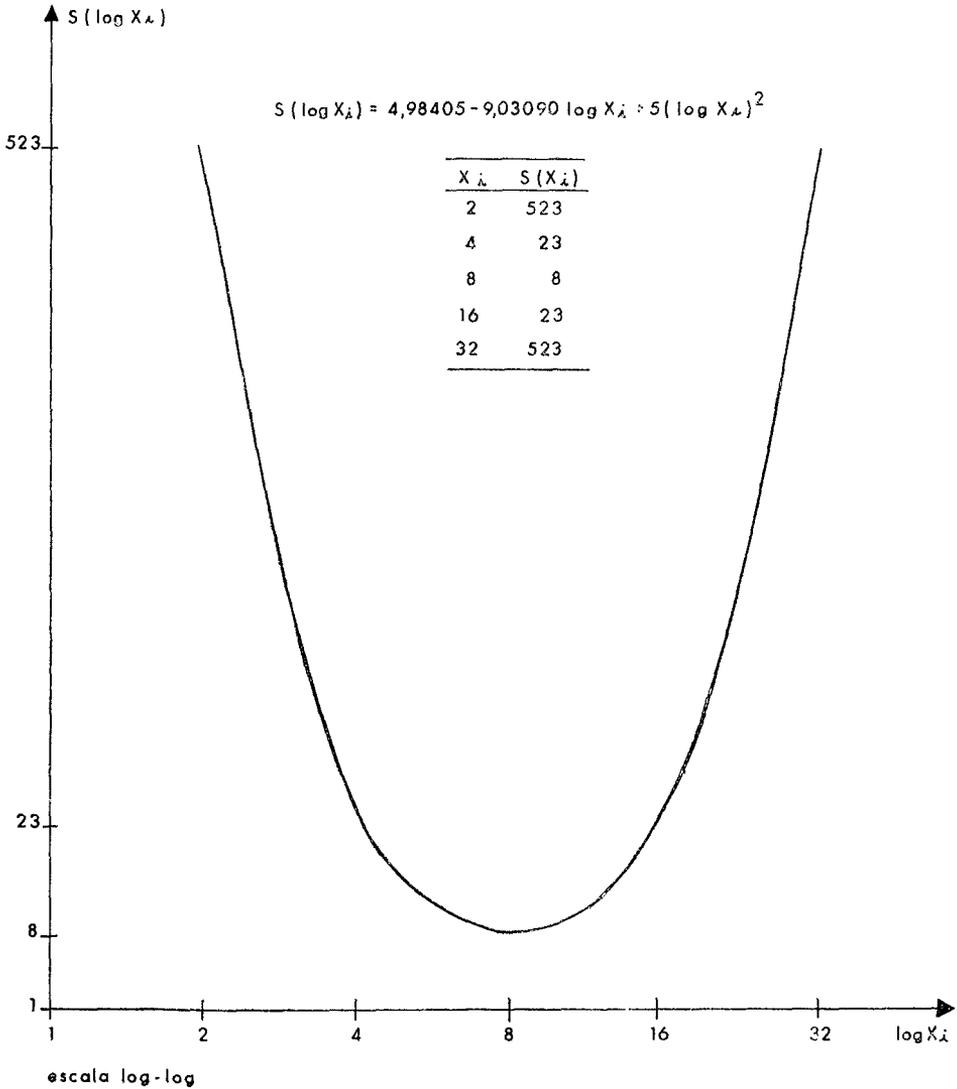


Fig 17

ii) 2ª derivada.

$$\frac{d^2 S(\log X_S)}{dX_S^2} = -9,03090 \times \log e \left(-\frac{1}{X_S^2} \right) + 10 \log e \left(\frac{\log e - \log X_S}{X_S^2} \right)$$

$$\frac{d^2 S(\log X_S)}{dX_S^2} = \frac{2N(\log e)}{X_S^2} = \frac{2 \times 5(0,43429)}{8^2} = \frac{18,86078}{64} = 0,29469 > 0$$

Sendo a derivada 2ª positiva, concluímos que a função $S(\log X_S)$ passa por um mínimo e seu valor no ponto é a média geométrica, $\bar{X}_G = 8$

3ª PROPRIEDADE — A média geométrica de uma série constituída de r séries de diferentes valores mas de igual frequência é igual à média geométrica das médias geométricas das respectivas séries

Sejam N séries de r valores, representando cada qual por X_1, X_2, \dots, X_N com suas respectivas médias geométricas

$$\bar{X}_{1G}, \bar{X}_{2G}, \dots, \bar{X}_{NG}$$

Temos, portanto

$$X_1 = \{X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1r}\} \Rightarrow \bar{X}_{1G} = \sqrt[r]{X_{11} X_{12} \dots X_{1r}} = \sqrt[r]{\prod_{i=1}^r X_{1i}}$$

$$X_2 = \{X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2r}\} \Rightarrow \bar{X}_{2G} = \sqrt[r]{X_{21} X_{22} \dots X_{2r}} = \sqrt[r]{\prod_{i=1}^r X_{2i}}$$

$$X_N = \{X_{N1}, X_{N2}, \dots, X_{Nr}\} \Rightarrow \bar{X}_{NG} = \sqrt[r]{X_{N1} X_{N2} \dots X_{Nr}} = \sqrt[r]{\prod_{i=1}^r X_{Ni}}$$

Logo, a média geométrica de todas as séries combinadas

$$X = \{X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1r}, X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2r}, \dots, X_{N1}, X_{N2}, \dots, X_{Nr}\}$$

é

$$\bar{X}_G = \sqrt[N]{(X_{11} X_{12} \dots X_{1r}) (X_{21} X_{22} \dots X_{2r}) \dots (X_{N1} X_{N2} \dots X_{Nr})}$$

$$\bar{X}_G = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^r X_{1i} \prod_{i=1}^r X_{2i} \dots \prod_{i=1}^r X_{Ni}} = \sqrt[N]{\bar{X}_{1G} \bar{X}_{2G} \dots \bar{X}_{NG}} = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N \bar{X}_{iG}}$$

c q d

Exemplo ilustrativo 9

Sejam 3 séries de valores observadas

$$X_1 = \{2, 4\}$$

$$X_2 = \{8, 16\}$$

$$X_3 = \{32, 512\}$$

Calcular.

i) Médias geométricas das séries:

$$\bar{X}_{1G} = \sqrt{X_{11} \cdot X_{12}} = \sqrt{2 \times 4} = \sqrt{2^3}$$

$$\bar{X}_{2G} = \sqrt{X_{21} \cdot X_{22}} = \sqrt{8 \times 16} = \sqrt{2^7}$$

$$\bar{X}_{3G} = \sqrt{X_{31} \cdot X_{32}} = \sqrt{32 \times 512} = \sqrt{2^{14}}$$

ii) Média geométrica da média geométrica da séries:

$$\bar{X}_G = \sqrt[3]{\bar{X}_{1G} \cdot \bar{X}_{2G} \cdot \bar{X}_{3G}} = \sqrt[3]{2^3 \times 2^7 \times 2^{14}} = \sqrt[3]{2^{24}} = \sqrt[3]{2^{12}} = 2^4 = 16$$

iii) Média geométrica de toda série fundidas numa única.

$$X = \{X_{11}, X_{12}, X_{21}, X_{22}, X_{31}, X_{32}\}$$

$$\begin{aligned} \bar{X}_G &= \sqrt[6]{X_{11} \cdot X_{12} \cdot X_{21} \cdot X_{22} \cdot X_{31} \cdot X_{32}} = \sqrt[6]{2 \times 4 \times 8 \times 16 \times 32 \times 512} = \\ &= \sqrt[6]{2 \times 2^2 \times 2^3 \times 2^4 \times 2^5 \times 2^9} = \sqrt[6]{2^{24}} = 2^4 = 16 \end{aligned}$$

Obs.: A média aritmética é $\bar{X} = 95,67$, isto é, quase $6\bar{X}_G$. Isto mostra como a média aritmética é influenciada pelos valores extremos

4.^a PROPRIEDADE — A média geométrica dos quocientes de duas séries que se correspondem termo a termo é igual ao quociente das médias geométricas respectivas.

Sejam duas séries de valores observados

$$X_1, X_2, \dots, X_N \text{ e } Y_1, Y_2, \dots, Y_N$$

Logo a série de seus respectivos quocientes é

$$\frac{X_1}{Y_1}, \frac{X_2}{Y_2}, \dots, \frac{X_N}{Y_N}$$

cuja média geométrica representaremos por.

$$\bar{Z}_G = \sqrt[N]{\left(\frac{X_1}{Y_1}\right) \left(\frac{X_2}{Y_2}\right) \dots \left(\frac{X_N}{Y_N}\right)} = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N \left(\frac{X_i}{Y_i}\right)}$$

aonde podemos escrever.

$$\bar{Z}_G = \frac{\sqrt[N]{X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_N}}{\sqrt[N]{Y_1 \cdot Y_2 \cdot \dots \cdot Y_N}} = \frac{\sqrt[N]{\prod_{i=1}^N X_i}}{\sqrt[N]{\prod_{i=1}^N Y_i}} = \frac{\bar{X}_G}{\bar{Y}_G} \implies \bar{Z}_G = \frac{\bar{X}_G}{\bar{Y}_G} \quad c \ q \ d$$

Consequência da 4ª Propriedade

$$\text{i) } \frac{\frac{1}{\bar{Y}_G}}{\bar{X}_G} = \frac{\bar{X}_G}{\bar{Y}_G}$$

$$\text{ii) } \frac{\frac{1}{\bar{X}_G}}{\bar{Y}_G} = \bar{X}_G$$

Exemplo ilustrativo: 10

Sejam dois conjuntos de valores:

$X = \{16, 32, 512\}$ e $Y = \{2, 4, 8\}$, calcular a média geométrica dos quocientes entre seus respectivos elementos.

Representemos a média geométrica dos quocientes por Z_G , temos, então

$$\bar{Z}_G = \sqrt[3]{\frac{16}{2} \times \frac{32}{4} \times \frac{512}{8}} = \sqrt[3]{8 \times 8 \times 64} = \sqrt[3]{2^3 \times 2^3 \times 2^6} = \sqrt[3]{2^{12}} = 16$$

$$\bar{Z}_G = \frac{\bar{X}_G}{\bar{Y}_G} = \frac{\sqrt[3]{16 \times 32 \times 512}}{\sqrt[3]{2 \times 4 \times 8}} = \frac{\sqrt[3]{2^4 \times 2^5 \times 2^9}}{\sqrt[3]{2 \times 2^2 \times 2^3}} = \frac{\sqrt[3]{2^{18}}}{\sqrt[3]{2^6}} = \frac{2^6}{2^2} = 2^4 = 16$$

RELAÇÃO ENTRE MÉDIA ARITMÉTICA, GEOMÉTRICA E HARMÔNICA

$$\bar{X} > \bar{X}_G > \bar{X}_H$$

Para melhor compreensão faremos as demonstrações, apenas, para dois valores.

Sejam X_1 e X_2 os valores de uma série estatística em que X_1 e X_2 são estritamente positivos.

$$\text{i) Média Aritmética } \bar{X} = \frac{1}{2} (X_1 + X_2)$$

$$\text{ii) Média Geométrica } \bar{X}_G = \sqrt{X_1 \cdot X_2}$$

$$\text{iii) Média Harmônica } \bar{X}_H = \frac{2}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2}}$$

Demonstração: $\bar{X} > \bar{X}_G$

Consideremos inicialmente a desigualdade entre a média aritmética e a geométrica, isto é, $\bar{X} > \bar{X}_G$

$$\begin{aligned} \bar{X} > \bar{X}_G &\Rightarrow \frac{X_1 + X_2}{2} > \sqrt{X_1 X_2} \Rightarrow \left(\frac{X_1 + X_2}{2}\right)^2 > X_1 X_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (X_1 + X_2)^2 > 4 X_1 X_2 \Rightarrow X_1^2 + 2 X_1 X_2 + X_2^2 > 4 X_1 X_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow X_1^2 - 2 X_1 X_2 + X_2^2 > 0 \Rightarrow (X_1 - X_2)^2 > 0 \end{aligned}$$

de onde podemos concluir que $\bar{X} > \bar{X}_G$

Demonstração: $\bar{X}_G > \bar{X}_H$

Consideremos agora a seguinte desigualdade.

$$\begin{aligned} \bar{X}_G > \bar{X}_H &\Rightarrow \sqrt{X_1 X_2} > \frac{2}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2}} \Rightarrow X_1 X_2 > \left(\frac{2 X_1 X_2}{X_1 + X_2}\right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow X_1 X_2 (X_1 + X_2)^2 > (2 X_1 X_2)^2 \Rightarrow \frac{X_1 X_2 (X_1 + X_2)^2}{X_1 X_2} > \frac{(2 X_1 X_2)^2}{X_1 X_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow (X_1 + X_2)^2 > 4 X_1 X_2 \Rightarrow X_1^2 + 2 X_1 X_2 + X_2^2 > 4 X_1 X_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow X_1^2 - 2 X_1 X_2 + X_2^2 > 0 \Rightarrow (X_1 - X_2)^2 > 0 \text{ logo } \bar{X}_G > \bar{X}_H \end{aligned}$$

A título de ilustração apresentamos a demonstração da relação entre a média aritmética e a geométrica com base na geometria.

Tracemos uma semicircunferência de diâmetro igual à soma dos valores X_1 e X_2

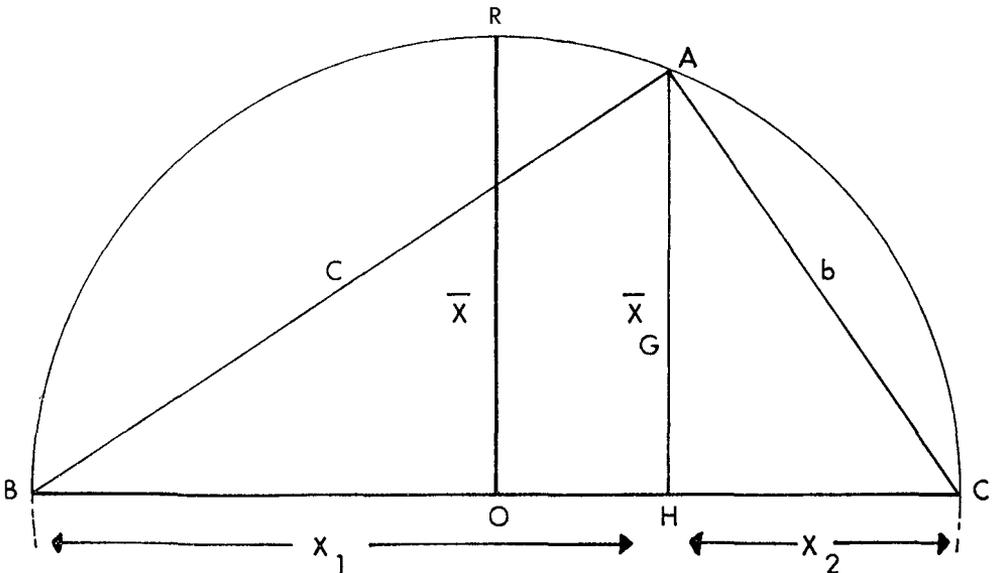


Fig. 19

Com base nas relações métricas no triângulo (Teorema de Pitágora), temos:

$$b^2 + c^2 = (X_1 + X_2)^2, \quad \text{como} \quad \begin{cases} b^2 = \bar{X}_G^2 + X_2^2 \\ c^2 = \bar{X}_G^2 + X_1^2 \end{cases}, \quad \text{temos,}$$

$$\begin{aligned} \bar{X}_G^2 + X_2^2 + \bar{X}_G^2 + X_1^2 &= (X_1 + X_2)^2 \Rightarrow 2\bar{X}_G^2 = (X_1 + X_2)^2 - X_1^2 - X_2^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2\bar{X}_G^2 &= X_1^2 + 2X_1X_2 + X_2^2 - X_1^2 - X_2^2 = 2X_1X_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \bar{X}_G^2 &= X_1X_2 \Rightarrow \bar{X}_G = \sqrt{X_1X_2} \quad \text{c q d} \end{aligned}$$

Portanto, a média geométrica de X_1 e X_2 corresponde ao seguimento \overline{AH} que é a altura do triângulo retângulo ABC. A altura seria máxima se $\overline{AH} = \overline{OR} = X_1 = X_2$, logo, $\bar{X}_G = \bar{X}$.

Daí se concluir que a média geométrica é menor do que a aritmética.

Características:

1 — A média geométrica é sempre menor que a média aritmética, $\bar{X}_G < \bar{X}$, a não ser que os valores da série de dados observados sejam constantes, isto é,

$$X_1 = X_2 = \dots = X_N$$

em que

$$X_i = \bar{X} = X_G \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

2 — É menos influenciada pelos valores extremos do que a média aritmética.

Exemplo ilustrativo:

Podemos tomar, para isso, o 1º exemplo de média geométrica dado no início do capítulo em que seus valores são:

8, 27, 32 e 243

1) Média geométrica. $\bar{X}_G = \sqrt[4]{8 \times 27 \times 32 \times 243} = 36$

2) Média aritmética. $\bar{X} = \frac{8 + 27 + 32 + 243}{4} = 77,5$

Podemos observar que a média aritmética foi fortemente influenciada pelo valor 243.

Podemos admitir, ainda, para fins de ilustração que estas séries assumissem valores negativos e, assim, observaremos o comportamento das duas médias em questão:

$$\begin{aligned}
 \text{i) } -8, -27, 32, 243 &\Rightarrow \begin{cases} \bar{X}_G = \sqrt[4]{(-8) \times (-27) \times 32 \times 243} = 36 \\ \bar{X} = \frac{-8 - 27 + 32 + 243}{4} = \frac{240}{4} = 60 \end{cases} \\
 \text{ii) } 8, -27, -32, 243 &\Rightarrow \begin{cases} \bar{X}_G = \sqrt[4]{8 \times (-27) \times (-32) \times 243} = 36 \\ \bar{X} = \frac{8 - 27 - 32 + 243}{4} = \frac{192}{4} = 48 \end{cases} \\
 \text{iii) } -8, 27, 32, -243 &\Rightarrow \begin{cases} \bar{X}_G = \sqrt[4]{(-8) \times 27 \times 32 \times (-243)} = 36 \\ \bar{X} = \frac{-8 + 27 + 32 - 243}{4} = -48 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Observamos que a média geométrica permanece constante enquanto a média aritmética assume valores completamente diversos, dependendo do sinal tomado pelos valores da série;

- 3) É matematicamente determinada e utiliza para seu cálculo todos elementos (valores) da série,
- 4) Dá menor peso a valores extremos e, assim, a média geométrica fica entre a média aritmética e a mediana
- 5) Necessita de mais tempo para seu cálculo, pois todos os elementos da série são tomados como fatores e seu número constitui o índice da raiz. Em seu cálculo é quase sempre necessário o uso de logaritmo
- 6) A Soma dos logaritmos de todos os afastamentos geométricos contados a partir da média geométrica é nula (1ª propriedade).
- 7) A soma dos quadrados dos logaritmos de todos os afastamentos geométricos contados a partir da média geométrica é um mínimo (2ª propriedade).
- 8) A média geométrica de um produto é o produto das médias geométricas dos fatores, a média geométrica de relação é a das médias geométricas dos termos, isto é

$$(\overline{XY})_G = \bar{X}_G \cdot \bar{Y}_G \qquad (\overline{XY^{-1}})_G = \frac{\bar{X}_G}{\bar{Y}_G}$$

- 9) A média geométrica dos quocientes de valores de duas séries que se correspondem termo a termo é igual ao quociente das médias geométricas respectivas (4.^a propriedade)
- 10) É aplicada em fenômenos em que os valores dos termos de uma série se dispõem em uma progressão aritmética e outra com valores segundo os termos de uma progressão geométrica, a média aritmética da primeira corresponde a média geométrica da segunda Assim segundo a lei de Malthus a população tende a crescer segundo uma progressão geométrica em quanto o tempo ou série temporal cresce em progressão aritmética

A relação entre a média aritmética e a geométrica é dada pela Lei Exponencial:

i) Seja $a^X = Y$ logaritmizando, temos

$$X = \frac{I}{\log a} \cdot \log Y \text{ aplicando o operador somatório e dividindo por}$$

N os termos da igualdade, temos

$$\frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} = \frac{I}{\log a} \frac{\sum_{i=1}^N \log Y_i}{N}, \text{ sendo } \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} = \bar{X} \text{ e } \frac{\sum_{i=1}^N \log Y_i}{N} = \log \bar{X}_G,$$

temos

$$\bar{X} = \frac{I}{\log a} \cdot \log \bar{X}_G \implies a^{\bar{X}} = \bar{Y}_G$$

ii) Seja $P_t = \alpha P_0 e^{pt}$ em que P_t é a população na época t , P_0 = a população na época inicial $t = 0$, α e p são constantes Então a média aritmética de t corresponde a média geométrica de P_t

Vantagens

- 1) A média geométrica é útil no cálculo de taxas de crescimento, médias e de razões, de coeficientes de aumento ou diminuição, na estatística econômica e demográfica
- 2) É passível de tratamento algébrico, o que decorre de suas propriedades
- 3) Torna-se peculiarmente útil no cálculo de números índices e coeficientes de variações de preços, pois dá ponderação igual a coeficientes de variabilidade igual

Desvantagens

- 1) Se a série de dados observados tiver valor nulo (zero) ela resultará nula, pois para seu cálculo tomará como fator todos os elementos da série dada

- 2) Se houver valores negativos em número ímpar a média se tornará imaginária.

Exemplos.

Calcular a média geométrica de.

i) $0 \text{ e } 2 \implies \bar{X}_G = \sqrt{0 \times 2} = 0$

ii) $-2 \text{ e } 8 \implies \bar{X}_G = \sqrt{(-2) \times 8} = \sqrt{-16} = 4i$

- 3) É menos conhecida e menos intuitiva do que a média aritmética.
 4) Não pode ser facilmente calculada. Necessita quase sempre do uso de logaritmo

SEPARATRIZES

Dividindo-se uma distribuição de freqüências em M partes iguais, determinam-se no correspondente eixo das abscissas $M - 1$ separatrizes.

Representando-se a separatriz de ordem K por:

$$S_M^K = X_{i+x}$$

X_i corresponde ao limite inferior da classe que contém a separatriz de ordem K

x pertence também a esta mesma classe, portanto,

$$x \in [X_i; X_{i+1})$$

Para localização da separatriz (S_M^K) na distribuição dada, é necessário construir as freqüências acumuladas crescentes ou decrescentes, se for o caso, de modo que a posição esteja entre as freqüências acumuladas F_{i-1} e F_i , isto é:

$$P_{S_M^K} \in [F_{i-1}, F_i)$$

Como $F_i - F_{i-1} = f_i$, logo f_i é a freqüência simples correspondente ao intervalo de classe ($X_{i+1} - X_i = h$) que contém a separatriz S_M^K

Para determinar a posição da separatriz ($P_{S_M^K}$) utilizamos a seguinte relação:

$$\frac{P_{S_M^K}}{K} = \frac{\sum_{i=1}^N f_i}{M}$$

Sendo que a P_{SM}^K está para as K primeiras partes assim como a soma das frequências simples $\sum_{i=1}^N$ está para M

Logo. $P_{SM}^K = \frac{K}{M} \sum_{i=1}^N f_i$ Para $M = 2, 3, \dots, 100$ e
 $K = 1, 2, \dots, 99$

Como $P_{SM}^K \in [F_{i-1}; F_i)$, podemos escrever que.

$$Y = P_{SM}^K - \sum_{j=1}^{i-1} f_j$$

é um valor no eixo das ordenadas e tem como correspondente ao eixo das abcissas.

$$x = S_M^K - x_i$$

Portanto, com este par de valores (x, y) determinaremos uma fórmula, genérica das separatrizes (S_M^K)

Determinação de x e y — Admitindo-se que f_i esteja normalmente distribuída no intervalo correspondente temos a seguinte relação:

$$\frac{x}{X_{i+1} - X_i} = \frac{y}{F_i - F_{i-1}}$$

como nos mostra a Fig 14.

Representando-se por h cada intervalo de classe da distribuição dada e por f_i a frequência simples do intervalo considerado, temos:

$$X_{i+1} - X_i = h \text{ e } F_i - F_{i-1} = f_i$$

Assim sendo

$$\frac{x}{h} = \frac{y}{f_i} \implies y = \frac{x f_i}{h}$$

Substituindo-se, na expressão a seguir, y pelo seu valor, temos.

$$y = P_{SM}^K - \sum_{j=1}^{i-1} f_j \text{ portanto } \frac{x f_i}{h} = P_{SM}^K - \sum_{j=1}^{i-1} f_j \text{ logo.}$$

$$x = \frac{h}{f_i} \left(P_{SM}^K - \sum_{j=1}^{i-1} f_j \right)$$

Substituindo-se o valor de x na expressão genérica, temos:

$$S_M^K = X_i + x \text{ logo: } S_M^K = X_i + \frac{h}{f_i} \left(P_{S_M^K} - \sum_{j=1}^{i-1} f_j \right)$$

$$S_M^K = X_i + \frac{h}{f_i} \left(P_{S_M^K} - \sum_{j=1}^{i-1} f_j \right)$$

Para $M = 2, 3, \dots, 100$
 $K = 1, 2, \dots, 99$

Exemplo — modelo — literal

Dada uma distribuição de frequências por classes de valores, calcular as separatrizes:

CLASSES $X_i \vdash X_{i+1}$	FREQÜÊNCIAS SIMPLES f_i	FREQÜÊNCIAS ACUMULADAS F_i
$X_1 \vdash X_2$	f_1	$F_1 = f_1$
$X_2 \vdash X_3$	f_2	$F_2 = f_1 + f_2$
\vdots	\vdots	\vdots
$X_{i-1} \vdash X_i$	f_{i-1}	$F_{i-1} = \sum_{j=1}^{i-1} f_j$
$S_M^K \rightarrow X_i \vdash X_{i+1}$	f_i	$F_i = \sum_{j=1}^i f_j \quad F_i \supset P_{S_M^K}$
\vdots	\vdots	\vdots
$X_{N-1} \vdash X_N$	f_N	$F_N = \sum_{i=1}^N f_i$
TOTAL	$\sum_{i=1}^N f_i$	

A posição da separatriz é $P_{S_M^K} = \frac{K}{M} \sum_{i=1}^N f_i$

Para $m = 2$ e $K = 1$, temos a mediana, Md .

Posição da mediana, Md , é $P_{S_2^1} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N f_i$

$$Md = S_2^1 = X_i + \frac{h}{f_i} \left(\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N f_j - \sum_{j=1}^{i-1} f_j \right)$$

Para $M = 4$ temos os Quartis

Para $K = 1$, temos o 1.º Quartil, Q_1 :

Posição do 1.º Quartil é

$$P_{S_4^1} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^N f_i$$

$$Q_1 = S_4^1 = X_i + \frac{h}{f_i} \left(\frac{1}{4} \sum_{i=1}^N f_i - \sum_{j=1}^{i-1} f_j \right)$$

Para $K = 2$, temos o 2.º Quartil que é igual a mediana.

Para $K = 3$, temos o 3.º Quartil, Q_3 :

Posição do 3.º Quartil é

$$P_{S_4^3} = \frac{3}{4} \sum_{i=1}^N f_i$$

$$Q_3 = S_4^3 = X_i + \frac{h}{f_i} \left(\frac{3}{4} \sum_{i=1}^N f_i - \sum_{j=1}^{i-1} f_j \right)$$

Para $M = 10$, temos os Decis

Para $K = 1$, temos o 1.º Decil, D_1 :

Posição de D_1 é

$$P_{S_{10}^1} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^N f_i$$

$$D_1 = S_{10}^1 = X_i + \frac{h}{f_i} \left(\frac{1}{10} \sum_{i=1}^N f_i - \sum_{j=1}^{i-1} f_j \right)$$

os demais Decis são calculados utilizando a mesma fórmula geral, fazendo $K = 2, 3, \dots, 9$

Para $M H = 100$, temos os Percentis ou Centis

Para $K = 1$, temos o 1.º Percentil, P_1 :

Posição de P_1 é

$$P_{S_{100}^1} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^N f_i$$

$$P_1 = S_{100}^1 = X_i + \frac{h}{f_i} \left(\frac{1}{100} \sum_{i=1}^N f_i - \sum_{j=1}^{i-1} f_j \right)$$

Os demais percentis calcula-se pela fórmula genérica, fazendo-se $K = 2, 3, \dots, 99$.

Obs. $M_d = Q_2 = D_5 = P_{50}$

Até aqui, falamos sobre as separatrizes no campo discreto, isto é, no qual a variável apresenta descontinuidade, agora vamos dar algumas noções sobre as separatrizes no campo contínuo, onde a variável no intervalo $[a, b]$ não apresenta ponto de descontinuidade

Sejam $F(x)$ a função de distribuição e $f(x)$ a função de frequência definidas no intervalo $[a, b]$. A área compreendida entre $[a, b]$ é igual ao total das frequências relativas, isto é,

$$F(x) = \int_a^b f(x) dx = 1$$

Como $F(x)$ e $f(x)$ são contínuas no intervalo $[a, b]$, é suficiente dividirmos a $F(x)$ em M partes iguais, determinando, assim nas correspondentes abscissas, $M-1$, separatrizes

Representando-se a separatriz de ordem K por

$$S_M^K = \int_a^t f(x) dx = \frac{K}{M} \quad \text{para } M = 2, 3, \dots, 100 \text{ e} \\ K = 1, 2, \dots, 90$$

Em que M é o n.º de divisões da $F(x)$ e K é a ordem da separatriz

Para $M = 2$ e $K = 1$, temos a mediana

$$Md = S_2^1 = \int_a^t f(x) dx = \frac{1}{2}$$

Para $M = 4$, temos os quartis

1.º Quartil $K = 1$

$$Q_1 = S_4^1 = \int_a^t f(x) dx = \frac{1}{4}$$

3.º Quartil $K = 3$

$$Q_3 = S_4^3 = \int_a^t f(x) dx = \frac{3}{4}$$

Para $M = 10$, temos os decis

1.º Decil $K = 1$

$$D_1 = S_{10}^1 = \int_a^t f(x) dx = \frac{1}{10}$$

Para $K = 2, 3, \dots, 9$, temos os demais decis

Para $M = 100$, temos os Percentis ou Centis

1.º Percentil $K = 1$

$$P_1 = S_{100}^1 = \int_a^t f(x) dx = \frac{1}{100}$$

Para $K = 2, 3, \dots, 99$, temos os demais percentis

Exemplo ilustrativo

Calcular as separatrizes da variável aleatória X que tem função de distribuição.

$$F(X) = \begin{cases} 0 & \text{para } X \leq 0 \\ \frac{X^2}{4} & \text{para } 0 < X \leq 2 \\ 1 & \text{para } X > 2 \end{cases}$$

e conseqüentemente, a sua função de frequência é

$$f(X) = \frac{dF(X)}{dX} = \frac{X}{2}.$$

A separatriz de ordem K é

$$S_M^K = \int_0^t \frac{X}{2} dX = \frac{K}{M}$$
$$S_M^K = \int_0^t \frac{X}{2} dX = \frac{K}{M} \Rightarrow \left[\frac{X^2}{4} \right]_0^t = \frac{K}{M} \Rightarrow \frac{t^2}{4} - \frac{0^2}{4} = \frac{K}{M}$$
$$\frac{t^2}{4} = \frac{K}{M} \Rightarrow t^2 = \frac{4K}{M} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{4K}{M}}$$

A separatriz de ordem K da função de distribuição dada é

$$S_M^K = \sqrt{\frac{4K}{M}}$$

Para $M = 2$ e $K = 1$, temos a mediana,

$$Md = S_2^1 = \sqrt{\frac{4}{2}} = \sqrt{2}$$

Para $M = 4$, temos os Quartis:

1.º Quartil $K = 1$

$$Q_1 = S_4^1 = \sqrt{\frac{4}{4}} = 1$$

3.º Quartil $K = 3$

$$Q_3 = S_4^3 = \sqrt{\frac{4 \times 3}{4}} = \sqrt{3}$$

Para $M = 10$, temos os decis

1.º Decil $K = 1$

$$D_1 = S_{10}^1 = \sqrt{\frac{4 \times 1}{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}}$$

9.º Decil $K = 9$

$$D_9 = S_{10}^9 = \sqrt{\frac{4 \times 9}{10}} = \frac{6}{\sqrt{10}}$$

Fazendo $K = 2, 3, \dots, 8$ em $S_{10}^K = \sqrt{\frac{4K}{10}}$, tem-se os demais Decis.

Para $M = 100$, temos os Percentis ou Centis:

1.º Percentil. $K = 1$

$$P_1 = S_{100}^1 = \sqrt{\frac{4 \times 1}{100}} = \frac{2}{10} = 0,2$$

Fazendo em

$$S_{100}^K = \sqrt{\frac{4K}{100}} \quad K = 2, 3, \dots, 99,$$

temos os demais Percentis

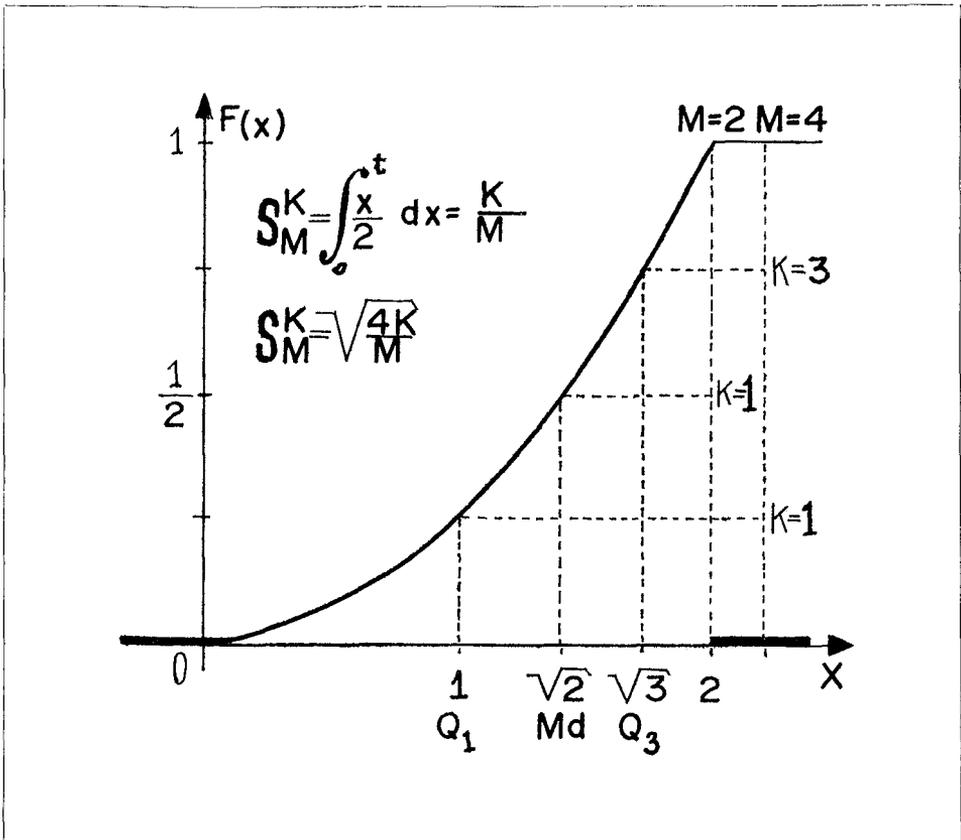


Fig 13

DETERMINAÇÃO GRÁFICA DAS SEPARATRIZES

Considerando-se que uma distribuição de freqüências tenha as seguintes sub-classes

$$(X_1; X_2), (X_2, X_3), \dots, (X_i, X_{i+1}), \dots, (X_{N-1}, X_N),$$

e, sendo $f_1, f_2, \dots, f_i, \dots, f_N$, as respectivas freqüências, com os pares de valores formados

$$\left(X_i, \sum_{j=1}^{i-1} f_j \right),$$

marcam-se os pontos num sistema de coordenadas ortogonais

$$\begin{aligned} & (X_1, 0), (X_2, f_1), (X_3, f_1 + f_2), \dots, \left(X_i, \sum_{j=1}^{i-1} f_j \right), \left(X_{i+1}, \sum_{j=1}^i f_j \right), \dots, \\ & \left(X_{N-1}, \sum_{j=1}^{N-2} f_j \right), \left(X_N, \sum_{j=1}^{N-1} f_j \right) \end{aligned}$$

Unindo-se estes pontos, podemos traçar uma poligonal ou uma curva que será a linha das freqüências acumuladas. Chama-se a curva das freqüências acumuladas ou Ogivas de Galton.

Sobre o eixo vertical ou eixo das ordenadas, assinala-se um dos pontos de ordenada.

$$P_{SM}^K = \frac{K}{M} \sum_{i=1}^N f_i \quad \begin{array}{ll} M = 2, 3, & 100 \\ K = 1, 2, & 99 \end{array}$$

Por ele traça-se uma paralela ao eixo horizontal, até à linha de freqüências acumuladas (Ogiva de Galton). Deste ponto traça-se uma paralela ao eixo das ordenadas até encontrar o eixo das abcissas e estará determinada a separatriz procurada.

No caso de $M = 2$ e $K = 1$ temos a mediana

$$P_{S_2^1} = \frac{f}{2} \sum_{i=1}^N f_i$$

sendo esta separatriz a que divide a distribuição em duas partes iguais, isto é, 50% para cada parte.

GRÁFICO DAS SEPARATRIZES

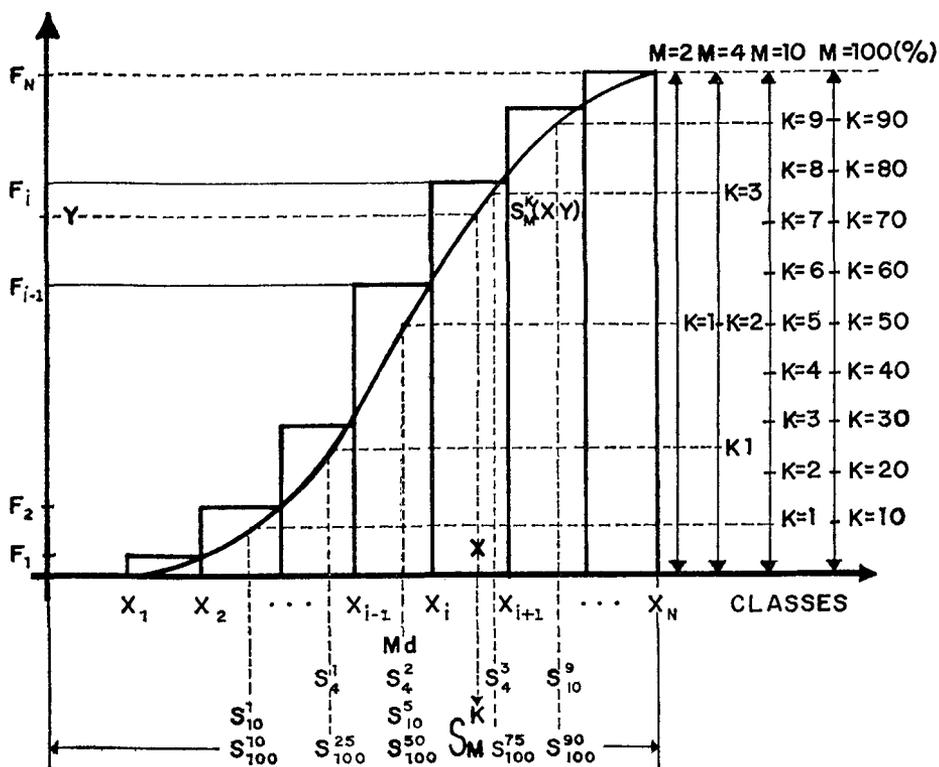


Fig 14

(Resumo)

$$S_M^K = X_i + x \dots P_{SM}^K \in [F_{i-1}, F_i) \Rightarrow S_M^K \subset [X_i, X_{i+1}) \Rightarrow$$

$$\frac{P_{SM}^K}{K} = \frac{\sum_{j=1}^N f_j}{M} \therefore P_{SM}^K = \frac{K}{M} \sum_{j=1}^N f_j$$

$$\begin{cases} x = S_M^K - X_i \\ y = P_{SM}^K - \sum_{j=1}^{i-1} f_j \end{cases} \frac{S_M^K - X_i}{X_{i+1} - X_i} = \frac{P_{SM}^K - \sum_{j=1}^{i-1} f_j}{F_i - F_{i-1}} \Rightarrow \frac{x}{h} = \frac{y}{f_i} \cdot y = \frac{x f_i}{h}$$

$$\frac{x f_i}{h} = P_{SM}^K - \sum_{j=1}^{i-1} f_j \Rightarrow x = \frac{f_i}{h} \left(P_{SM}^K - \sum_{j=1}^{i-1} f_j \right) \Rightarrow$$

$$S_M^K = X_i + x = X_i + \frac{h}{f_i} \left(P_{SM}^K - \sum_{j=1}^{i-1} f_j \right) \quad c q d$$

Para $M = 2, 3, \dots, 100$ e $K = 1, 2, \dots, 99$

Exemplo-modelo com dados numéricos.

Dada uma distribuição de frequências por classes de valores, calcular as separatrizes: mediana, quartis e percentis

CLASSES $X_i \text{ † } X_{i+1}$	FREQÜÊN- CIAS f_i	FREQÜÊN- CIAS ACU- MULADAS F_i
$P_1 \rightarrow 30 \text{ † } 35$	4	4
$35 \text{ † } 40$	5	9
$Q_1 \rightarrow 40 \text{ † } 45$	6	15
$Md = D_5 = P_{50} \rightarrow 45 \text{ † } 50$	12	27
$50 \text{ † } 55$	10	37
$Q_3 \rightarrow 55 \text{ † } 60$	8	45
$P_{99} \rightarrow 60 \text{ † } 65$	5	50
TOTAL	50	—

Cálculo das separatrizes:

$$X_i = 45$$

$$h = 5$$

$$P_{S_2}^1 = 25$$

$$F_{i-1} = 15$$

$$f_i = 12$$

Para $M = 2$, temos a mediana

$$K = 1$$

Posição da mediana:

$$P_{S_2}^1 = \frac{50}{2} = 25 \therefore P_{S_2}^1 \in [45 \text{ † } 50)$$

$$Md = S_2^1 = 45 + \frac{5(25 - 15)}{12} = 49,17$$

Para $M = 4$, temos os Quartis

$$X_i = 40$$

$$h = 5$$

$$P_{S_4}^1 = 12,5$$

$$F_{i-1} = 9$$

$$f_i = 6$$

1.º Quartil: $K = 1$

$$P_{S_4}^1 = \frac{1}{4} \times 50 = 12,5 \therefore P_{S_4}^1 \in [40 \text{ † } 45)$$

$$Q_1 = S_4^1 = 40 + \frac{5}{6} (12,5 - 9) = 42,91$$

3.º Quartil

$$K = 3$$

$$P_{S_4}^3 = \frac{3}{4} \times 50 = 37,5 \therefore P_{S_4}^3 \in [55 \text{ † } 60)$$

$$X_i = 55$$

$$h = 5$$

$$P_{S_4}^3 = 37,5$$

$$Q_3 = S_4^1 = 35 + \frac{5}{8} (37,5 - 37) = 55,31$$

$$F_{i-1} = 37$$

$$f_i = 8$$

Para $M = 100$, temos os percentis ou centis

1.º Percentil

$$K = 2 \quad P_{S_{100}}^1 = \frac{1}{100} \times 50 = 0,5 \quad \therefore P_{S_{100}}^1 \in [30 \vdash 35)$$

$$X_i = 30$$

$$F_{i-1} = 0 \quad P_1 = S_{100}^1 = 30 + \frac{5}{4} (0,5 - 0) = 30,62$$

$$f_i = 4$$

99.º percentil

$$K = 99 \quad P_{S_{100}}^{99} = \frac{99}{100} \times 50 = 49,5 \quad \therefore P_{S_{100}}^{99} \in [60 \vdash 65)$$

$$X_i = 60$$

$$F_{i-1} = 45 \quad P_{99} = S_{100}^{99} = 60 + \frac{5}{5} (49,5 - 45) = 64,5$$

$$f_i = 5$$

Os demais percentis são calculados pelo mesmo processo

Obs. a Mediana (M_d), 2.º Quartil (Q_2), 5.º Decil (D_5) e 50.º Percentil (P_{50}) são iguais, pois, representa 50% da distribuição

Dada uma distribuição de valores por freqüências, calcular a mediana. Temos.

VALORES X_i	FREQÜÊNCIAS f_i	FREQÜÊNCIAS ACUMULADAS CRESCENTES F_{ic}	FREQÜÊNCIAS ACUMULADAS DECRESCENTES F_{id}
19	1	1	25
20	2	3	24
21	5	8	22
22	8	16	17
23	6	22	9
24	2	24	3
25	1	25	1
TOTAL	25	—	—

Cálculos:

Posição da mediana:

$$P_{S_2}^1 = \frac{1}{2} \times 25 = 12,5 \quad \text{como} \quad P_{S_2}^1 < 16 = F_{ic}$$

portanto, a mediana está compreendida entre os valores 21 e 22, temos, então.

$$S_2^I = M_d = 21 + \frac{1(12,5 - 8)}{8} = 21,56,$$

com base na frequência acumulada crescente. (F_{ic})

Cálculo da mediana com referência à frequência acumulada decrescente. (F_{id})

Posição da mediana $P_{S_2^I} < 17$, portanto a mediana está compreendida entre os valores 22 e 23. Tem-se

$$Md = S_2^I = X_i - \frac{1}{f_i} \left(P_{S_2^I} - \sum_{j=1}^{i-1} f_j \right) = 22 - \frac{12,5 - 9}{8} = 21,56$$

Obs — Sendo que numa distribuição por classe de valores, para frequência acumulada decrescente (F_{id}), tomamos o limite superior da classe (X_{i+1}).

DETERMINAÇÃO GRÁFICA DAS SEPARATRIZES

OGIVA DE GALTON

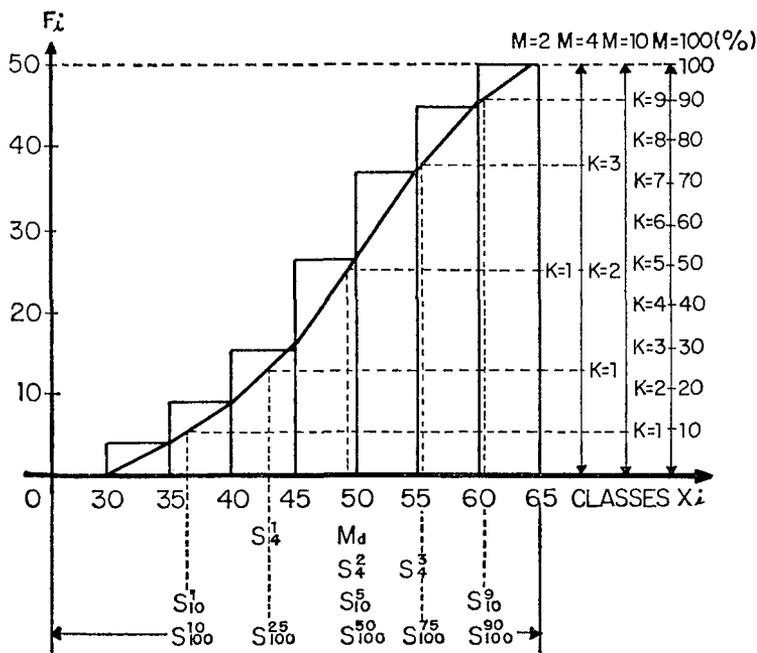


Fig 15

Os pares de valores correspondentes às sub-classes da distribuição dada

$$(30,0), (35,4), (40,9), (45,15), (50,27); (55,37); (60,45), (65,50)$$

MEDIANA

DEFINIÇÃO

A mediana é o elemento central de uma série de observações estatísticas quando seus valores estão dispostos em ordem crescente ou decrescente

Seja a série X_1, X_2, \dots, X_N disposta em ordem crescente

$$X_1 \quad X_2 \quad X_3 \quad \dots \quad X_N$$

Se N for ímpar, a mediana (M_d) é $X_{\frac{N+1}{2}}$ ou seja $M_d = X_{\frac{N+1}{2}}$

Se N for par, a mediana não é definida por não ser um único valor

$$X_N = X_{N+1}$$

Neste caso, convencionalmente, toma-se a média de

$$\frac{1}{2} (X_N + X_{N+1})$$

como a mediana da série dada

1) *Exemplo.* Dada a série, 1, 2, 3, 5, 9, 10, 12, achar a mediana

Solução. $N = 7$, temos $M_d = X_{\frac{N+1}{2}} = X_{\frac{7+1}{2}} = X_4$, isto quer dizer

que a mediana ocupa o 4.º termo da série dada e seu valor é o 5, pois ele é antecedido e sucedido por 3 termos da série ou podendo, ainda, ser expresso em termo de percentagem, isto é, 50% dos elementos estão abaixo e 50% acima da mediana

2) *Exemplo* Dada a série, 1, 2, 3, 5, 9, 12, 14, calcular a mediana.

Solução $N = 8$ como N é par, temos 2 valores para a mediana,

pois $\frac{N}{2} = \frac{8}{2} = 4$, portanto 2 valores da série são 5 e 9, então a

mediana será a média dos 2 valores $\bar{x} = \frac{5+9}{2} = 7$ Como podemos

ver, este valor não corresponde a nenhum valor da série dada.

Nota: Quando o valor de N for elevado, não há necessidade de acrescentar mais 1, pois será desprezível. Portanto para N par ou ímpar a posição será $\frac{N}{2}$

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA
 MEDIANA PARA FREQUÊNCIA
 ACUMULADA CRESCENTE E
 ————— DECRESCENTE —————

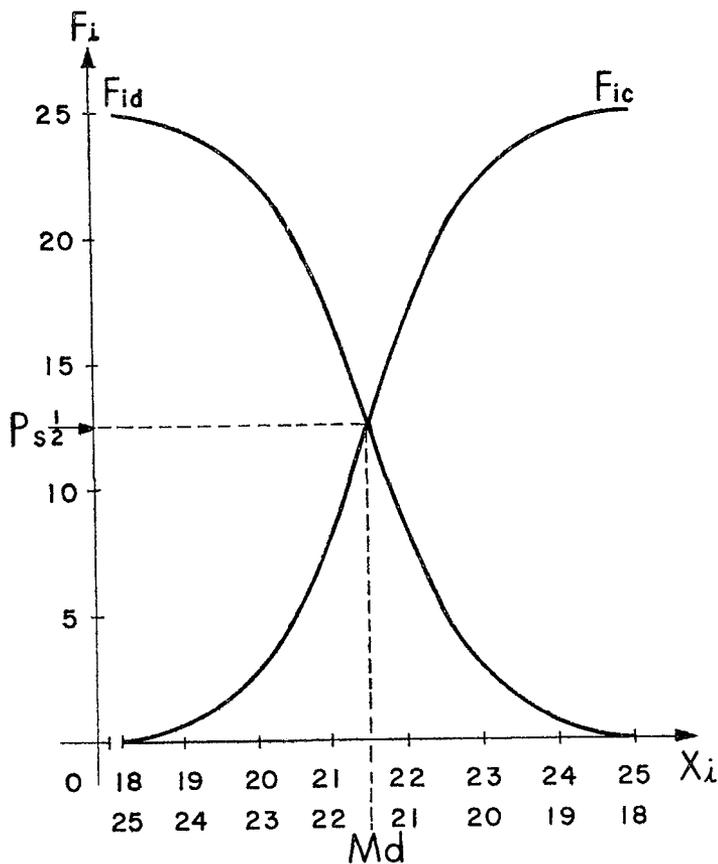


Fig 16

Mediana — Características

- 1) A mediana é uma medida de posição.
- 2) A mediana é afetada pelo número de valores, não pelos valores extremos.
- 3) A soma dos valores absolutos dos desvios a partir da mediana é um mínimo.
- 4) A mediana é mais típica onde os valores centrais das séries são intimamente agrupados.
- 5) Um valor escolhido ao acaso está tão provavelmente localizado acima como abaixo da mediana. Por vezes, portanto, a mediana é chamada valor “possível”.

Mediana — Vantagens

- 1) A mediana é facilmente calculada
- 2) O seu cálculo exige o ordenamento dos valores.
- 3) É a mais típica da série, dada a sua independência dos valores extremos.
- 4) Mesmo quando faltar valores iniciais ou finais de uma distribuição, a mediana pode ser determinada.

Mediana — Desvantagens

- 1) A mediana é menos familiar do que a média aritmética.
- 2) O seu cálculo exige o ordenamento dos valores.
- 3) Seu erro padrão e provável é maior que o da média.
- 4) Não pode ser tratada algebricamente. Das medianas de subgrupos não se pode determinar a mediana geral

MÉTODO PRÁTICO, SEGURO E RÁPIDO PARA SOLUÇÃO DE SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES (MÉTODO DE P. D. CROUT)

Seja o sistema de equações lineares:

$$\begin{array}{r} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 + \dots + a_{1n} x_n = b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 + \dots + a_{2n} x_n = b_2 \\ \text{-----} \\ a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + a_{n3} x_3 + \dots + a_{nn} x_n = b_n \end{array}$$

Este processo prático consiste em resolver um sistema linear usando as duas seguintes Tabelas:

Tabela I

É formada por uma matriz aumentada cujos elementos são:

- I) Os coeficientes das incógnitas:

$$a_{ij} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n),$$

- II) Os termos independentes.

$$b_i \quad (i = 1, 2, \dots, n);$$

- III) Coluna de controle:

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} + b_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Assim temos a Tabela I construída:

Tabela I

COEFICIENTES	TERMOS INDEPENDENTES	CONTROLE
$a_{11} \quad a_{12} \quad a_{13} \quad a_{1n}$	b_1	$\sum_{j=1}^N a_{1j} + b_1$
$a_{21} \quad a_{22} \quad a_{23} \quad a_{2n}$	b_2	$\sum_{j=1}^N a_{2j} + b_2$
-----	-----	-----
$a_{n1} \quad a_{n2} \quad a_{n3} \quad a_{nn}$	b_n	$\sum_{j=1}^N a_{nj} + b_n$

Construção da Tabela II

Esta Tabela é construída tomando-se por base a Tabela I e sua forma é

COEFICIENTES	TERMOS INDEPENDENTES	CONTROLE
$A_{11} \quad A_{12} \quad A_{13} \quad A_{1n}$	B_1	C_1
$A_{21} \quad A_{22} \quad A_{23} \quad A_{2n}$	B_2	C_2
-----	-----	-----
$A_{n1} \quad A_{n2} \quad A_{n3} \quad A_{nn}$	B_n	C_n

Solução do Sistema

$$x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_n$$

Controle das Soluções

$$1 + x_1 \quad 1 + x_2 \quad 1 + x_3 \quad 1 + x_n$$

Observação

$$B_n = x_n \quad \text{e} \quad C_n = 1 + x_n$$

Cálculo dos Elementos da Tabela II

1) Repete-se os elementos da primeira coluna da Tabela I

$$A_{il} = a_{il} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \text{ ou}$$

$$A_{11} = a_{11}, \quad A_{21} = a_{21}, \quad \dots, \quad A_{n1} = a_{n1}$$

- 2) Os elementos da primeira linha, a partir de a_{12} , são obtidos dividindo-se os correspondentes da Tabela I por a_{11} , ou seja:

$$\text{I) — } A_{1j} = \frac{a_{1j}}{a_{11}} \quad j = 2, 3, \dots, n$$

$$\text{II) — } B_1 = \frac{b_1}{a_{11}}$$

$$\text{III) — } C_1 = \frac{\sum_{j=1}^N a_{1j} + b_1}{a_{11}} = \sum_{j=2}^N A_{1j} + B_1 + 1$$

Obs. — Antes de determinar os elementos da linha seguinte deve-se verificar o controle.

$$C_1 = \sum_{j=2}^N A_{1j} + B_1 + 1$$

- 3) Determinação dos elementos da segunda linha

I) A diagonal $A_{22} = a_{22} - A_{21} A_{12}$

II) Os elementos após a diagonal A_{22} são obtidos pelas expressões:

$$A_{2j} = \frac{a_{2j} - A_{21} A_{1j}}{A_{22}} \quad (j = 3, 4, \dots, n)$$

$$B_2 = \frac{b_2 - A_{21} B_1}{A_{22}}$$

$$C_2 = \frac{\sum_{j=1}^N a_{2j} + b_2 - A_{21} C_1}{A_{22}} = \sum_{j=3}^N A_{2j} + B_2 + 1$$

Obs. — Verifique o controle $\sum_{j=3}^N A_{2j} + B_2 + 1 = C_2$ antes de passar à etapa seguinte

- 4) Determinação dos elementos da 3.^a linha.

I) A diagonal $A_{33} = a_{33} - A_{31} A_{13} - A_{32} A_{23}$

II) O elemento à esquerda da diagonal A_{33} é. $A_{32} = a_{32} - A_{31} A_{12}$

III) Os elementos à direita da diagonal são:

$$A_{3j} = \frac{a_{3j} - A_{31} A_{1j} - A_{32} A_{2j}}{A_{33}} \quad (j = 4, 5, \dots, n)$$

$$B_3 = \frac{b_3 - A_{31} B_1 - A_{32} B_2}{A_{33}}$$

$$C_3 = \frac{\sum_{j=1}^N a_{3j} + b_3 - A_{31} C_1 - A_{32} C_2}{A_{33}} = \sum_{j=4}^N A_{3j} + B_3 + 1$$

Obs — Verifique o controle antes de passar à etapa seguinte.

$$\sum_{j=4}^N A_{sj} + B_s + 1 = C_s$$

5) Em geral, o elemento da diagonal é:

$$I) \quad A_{ii} = a_{ii} - \sum_{s=1}^{i-1} A_{is} A_{si}$$

II) Os elementos à esquerda da diagonal A_{ij} são:

$$A_{ij} = a_{ij} - \sum_{s=1}^{i-1} A_{is} A_{sj} \quad (i = 1, 2, \dots, j-1)$$

III) Os elementos à direita da diagonal A_{ij} são:

$$A_{ij} = \frac{a_{ij} - \sum_{s=1}^{i-1} A_{is} A_{sj}}{A_{ii}} \quad (j = i+1, i+2, \dots, n)$$

$$B_i = \frac{b_i - \sum_{s=1}^{i-1} A_{is} B_s}{A_{ii}}$$

$$C_i = \frac{\sum_{j=1}^N a_{ij} + b_i - \sum_{s=1}^{i-1} A_{is} C_s}{A_{ii}} = \sum_{s=i+1}^N A_{is} + B_i + 1$$

DETERMINAÇÕES DAS RAIZES

a) A solução aparece abaixo da Tabela II em que centrado-se no elemento A_{nn} e com raio atingindo B_n e C_n descreve-se um arco de 90° obtendo-se linhas das soluções e do controle.

Temos, de imediato, a raiz de ordem n que é:

$$B_n = x_n \quad \text{e} \quad C_n = 1 + x_n \quad (\text{o controle desta solução}).$$

b) Cálculo da raiz de ordem $n-1$:

$$x_{n-1} = B_{n-1} - x_n A_{n-1, n}$$

Seu respectivo controle é:

$$x_{n-1} + 1 = C_{n-1} - (1 + x_{n-1}) A_{n-1, n}$$

c) Cálculo da raiz de ordem $n-2$:

$$x_{n-2} = B_{n-2} - x_n A_{n-2, n} - x_{n-1} A_{n-2, n-1}$$

Seu respectivo controle é:

$$l + x_{n-2} = C_{n-2} - x_n A_{n-2, n} - x_{n-1} A_{n-2, n-1}$$

d) Em geral, temos a raiz de ordem i :

$$x_i = B_i - \sum_{s=i+1}^N A_{is} x_s$$

Seu respectivo controle é.

$$l + x_i = C_i - \sum_{s=i+1}^N A_{is} (l + x_s)$$

Este método, especialmente prático, dispõe de controle sucessivo permitindo a sua utilização em computação eletrônica

EXEMPLO NUMÉRICO

Resolver o seguinte sistema de equações lineares

$$x_1 + 0,8170553 x_2 + 0,7924722 x_3 + 0,2048270 x_4 = 0,9730433$$

$$0,8170553 x_1 + x_2 + 0,7307471 x_3 + 0,1022013 x_4 = 0,7966081$$

$$0,7924722 x_1 + 0,7307471 x_2 + x_3 - 0,2350275 x_4 = 0,7666637$$

$$0,2048270 x_1 + 0,1022013 x_2 - 0,2350275 x_3 + x_4 = 0,1886650$$

Cálculo dos Elementos da Tabela II

1) *1.^a Coluna:*

$$A_{11} = 1, \quad A_{21} = 0,8170553, \quad A_{31} = 0,7924722; \quad A_{41} = 0,2048270$$

2) Os elementos da *1.^a* linha, a partir de a_{12} , são obtidos dividindo-se os elementos da Tabela I por a_{11} mas como $a_{11} = 1$ a *1.^a* linha da Tabela II permanece igual a *1.^a* da Tabela I, ou seja,

$$\text{I} \quad A_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_{11}} \quad (j = 2, 3, 4)$$

$$A_{12} = 0,8170553; \quad A_{13} = 0,7924722, \quad A_{14} = 0,2048270$$

$$\text{II} \quad B_1 = \frac{b_1}{a_{11}} = 0,9730433$$

$$\text{III} \quad C_1 = \frac{\sum_{j=1}^4 a_{1j} + b_1}{a_{11}} = 3,7373978$$

O controle está OK

3) Determinação dos elementos da 2.^a linha:

$$\text{I — A diagonal } A_{22} = a_{22} - A_{21} A_{12} = A_{22} = 1 - 0,8170553 \times \\ \times 0,8170553 = 0,3324207$$

II — Os elementos após a diagonal A_{22} são obtidos pela expressão.

$$A_{2j} = \frac{a_{2j} - A_{21} A_{1j}}{A_{22}} \quad (j = 3, 4)$$

$$A_{23} = \frac{a_{23} - A_{21} A_{13}}{A_{22}} = \frac{0,7307471 - 0,8170553 \times 0,7924722}{0,3324207} = 0,2504462$$

$$A_{24} = \frac{a_{24} - A_{21} A_{14}}{A_{22}} = \frac{0,1022013 - 0,8170553 \times 0,2048270}{0,3324207} = - \\ - 0,1959977$$

$$\text{III — } B_2 = \frac{b_2 - A_{21} B_1}{A_{22}} = \frac{0,7966081 - 0,8170553 \times 0,9730433}{0,3324207} = 0,0047467$$

$$\text{IV — } C_2 = \frac{\sum_{j=1}^4 a_{2j} + b_2 - A_{21} C_1}{A_{22}} = \frac{3,4466118 - 0,8170553 \times 3,7873978}{0,3324207} = \\ = 1,0591952$$

O controle está OK

4) Determinação dos elementos da 3.^a linha.

$$\text{I — A diagonal } A_{33} = a_{33} - A_{31} A_{13} - A_{32} A_{23}$$

$$A_{33} = 1 - 0,7924722 \times 0,7924722 - 0,0832535 \times 0,2504462 = 0,3511373$$

II — Os elementos à esquerda da diagonal A_{33} são.

$$A_{31} = a_{31} = 0,7924722$$

$$A_{32} = a_{32} - A_{31} A_{12} = 0,7307471 - 0,7924722 \times 0,8170553 = 0,0832535$$

III — Os elementos à direita da diagonal A_{33} são

$$A_{3j} = \frac{a_{3j} - A_{31} A_{1j} - A_{32} A_{2j}}{A_{33}} \quad (j = 4)$$

$$A_{34} = \frac{-0,2350275 - 0,7924722 \times 0,2048270 - 0,0832535 (-0,1959977)}{0,3511373} = \\ = -1,0851302$$

IV —

$$B_3 = \frac{0,7666637 - 0,7924722 \times 0,9730433 - 0,0832535 \times 0,0047467}{0,3511373} = -0,0137875$$

$$V - C_3 = \frac{\sum_{j=1}^4 a_{3j} + b_3 - A_{31} C_1 - A_{32} C_2}{A_{33}}$$

$$C_3 = \frac{3,0548555 - 0,7924722 \times 3,7873978 - 0,0832535 \times 1,0591952}{0,3511373} = -0,0989177$$

O controle está OK

5) Determinação dos elementos da 4.^a linha.

I — A diagonal $A_{ii} = a_{ii} - A_{i1} A_{1i} - A_{i2} A_{2i} - A_{i3} A_{3i}$

$$A_{44} = 1 - 0,2048270 \times 0,0248270 - (-0,0651537) \times (-0,195997) - (-0,3810297) \times (-1,0851302) = 0,5318091$$

II — Os elementos à esquerda da diagonal A_{ij} são:

$$A_{4j} = a_{4j} - \sum_{s=1}^3 A_{4s} A_{sj}$$

Para $j = 1$, tem-se $A_{41} = a_{41}$

$j = 2$, tem-se $A_{42} = a_{42} - A_{41} \times A_{12}$

$$A_{42} = 0,1022013 - 0,2048270 \times 0,8170553 = -0,0651537$$

$j = 3$, tem-se

$$A_{43} = a_{43} - A_{41} A_{13} - A_{42} A_{23}$$

$$A_{43} = -0,2350275 - 0,2048270 \times 0,7924722 - (-0,0651537) \times (0,2504462) = -0,3810297$$

III — Os elementos à direita da diagonal A_{ij}

$$B_4 = \frac{b_4 - A_{41} B_1 - A_{42} B_2 - A_{43} B_3}{A_{44}}$$

$$B_4 = \frac{0,1886650 - 0,2048270 \times 0,9730433 - (-0,0651537) (0,0047467) - (-0,3810297) (-0,0137875)}{0,5318091}$$

$$= \frac{-(-0,3810297) (-0,0137875)}{0,5318091}$$

$$IV - C_4 = \frac{\sum_{j=1}^4 a_{4j} + b_4 - A_{41} C_1 + A_{42} C_2 - A_{43} C_3}{A_{44}}$$

$$C_4 = \frac{1,2606658 - 0,2048270 \times 3,7873978 - (-0,0651537) 1,0591952 - (-0,3810297) (-0,0137875)}{0,5318091}$$

$$= \frac{-(-0,3810297) (-0,0137875)}{0,5318091} = 0,9706949$$

A determinação das Raízes e os respectivos controles é dada pelas fórmulas abaixo:

a) Raízes: $x_i = B_i - \sum_{s=i+1}^4 A_{i's} x_s$

b) Controle: $1 + x_i = C_i - \sum_{s=i+1}^4 A_{is} (1 + x_s)$

As soluções são dadas em ordem inversa a das incógnitas

- 1) A primeira solução é o próprio $B_4 = x_4 = -0,0293049$ e seu controle

$$C_4 = 1 + x_4 = 0,9706949$$

- 2) A segunda solução

$$x_3 = B_3 - A_{34} x_4 = -0,0137875 - (1,0851302) (-0,0293049) = -0,0455871$$

Seu controle é.

$$1 + x_3 = C_3 - A_{34} (1 + x_4) = -0,0989177 - (1,0851302) (0,9706949) = 0,9544127$$

- 3) Terceira solução:

$$x_2 = B_2 - (A_{24} x_4 + A_{23} x_3) = 0,0047467 - [(-0,1959977) (-0,0293049) + (0,2504462) (-0,0455871)] = 0,0104201$$

Seu controle é:

$$1 + x_2 = C_2 - [A_{24} (1 + x_4) + A_{23} (1 + x_3)] = 1,0591952 - [(-0,1959977) \times (-0,0293049) + (0,2504462) (-0,0455871)] = 0,0104201$$

- 4) A quarta solução.

$$x_1 = B_1 - [A_{14} x_4 + A_{13} x_3 + A_{12} x_2] = 0,9730433 - [0,2048270 \times (-0,0293049) + 0,7924722 \times (-0,0455871) + 0,8170553 \times 0,0104201] = 1,0066584$$

Seu controle é:

$$1 + x_1 = C_1 - [A_{14} (1 + x_4) + A_{13} (1 + x_3) + A_{12} (1 + x_2)] = 3,7873978 - [0,2048270 \times (-0,0293049) + 0,7924722 \times (0,0455871) + 0,8170553 \times 0,0104201] = 2,0066586$$

Temos, portanto a solução do Sistema linear dado.

$$x_1 = 1,0066584$$

$$x_2 = 0,0104201$$

$$x_3 = - 0,0455871$$

$$x_4 = - 0,0293049$$

Verificação:

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 + a_{14} x_4 = b_1$$

$$1,0066584 + 0,8170553 \times 0,0104201 + 0,7924722 \times (- 0,0455871) + \\ + 0,2048270 \times (- 0,0293049) = 0,9730433$$

Observemos o exemplo a seguir:

Exemplo:

Resolver o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{aligned} x_1 + 0,8170553 x_2 + 0,7924722 x_3 + 0,2048270 x_4 &= 0,9730433 \\ 0,8170553 x_1 + x_2 + 0,7307471 x_3 + 0,1022013 x_4 &= 0,7966081 \\ 0,7924722 x_1 + 0,7307471 x_2 + x_3 - 0,2350275 x_4 &= 0,7666637 \\ 0,2048270 x_1 + 0,1022013 x_2 - 0,2350275 x_3 + x_4 &= 0,1886650 \end{aligned}$$

TABELA I

	COEFICIENTES		TERMOS INDEPENDENTES		CONTROLE
1	0,8170553	0,7924722	0,2048270	0,9730433	3,7873978
0,8170553	1	0,7307471	0,1022013	0,7966081	3,4466118
0,7924722	0,7307471	1	-- 0,2350275	0,7666637	3,0548555
0,2048270	0,1022013	-- 0,2350275	1	0,1886650	1,2606658

TABELA II

	COEFICIENTES		TERMOS INDEPENDENTES		CONTROLE
1	0,8170553	0,7924722	0,2048270	0,9730433	3,7873978
0,8170553	0,3324207	0,2504462	-- 0,1959977	0,0047467	1,0591952
0,7924722	0,0832535	0,3511373	-- 1,0851302	-- 0,0137875	-- 0,0989177
0,2048270	-- 0,0651537	-- 0,3810297	0,5318091	-- 0,0293049	0,9706949

Solução do sistema:

$$1,0066584 \quad 0,0104201 \quad -- 0,0455871 \quad -- 0,0293049$$

Controle das soluções:

$$2,0066586 \quad 1,0104202 \quad 0,9544127 \quad 0,9706949$$

portanto: $x_1 = 1,0066584$

$$x_2 = 0,0104201 \quad \text{Verificação: } a_{11} x_1 - a_{12} x_2 + a_{13} x_3 + a_{14} x_4 = b_1$$

$$x_3 = -0,0455871 \quad 1,0066584 + 0,0085138 - 0,031235 - 0,0060024 = 0,9730433$$

$$x_4 = -0,0293049$$

SIMBOLOGIA

\in	pertence
\notin	não pertence
$A \supset B$	A contém B
$B \subset A$	B está contido em A
\implies	acarreta ou implica
\forall	para todo
Σ	somatório (ou operador soma)
π	Produtório (ou operador produto)
\int	integral
X_i	valor de ordem i de uma série dada
x_i	ponto médio da classe de ordem i
f_i	frequência de ordem i
F_i	frequência acumulada de ordem i
d_i	desvio de ordem i, isto é, a diferença entre um valor X_i e a média suposta X_s ou X_0
h	intervalo de classe de uma distribuição
\bar{X}	média aritmética
\bar{X}_H	média harmônica
\bar{X}_G	média geométrica
P_{SM}^K	Posição da separatriz de ordem K
S_M^K	Separatriz de ordem K
(X_i, X_{i+1}) ou $X_i - X_{i+1}$	intervalo aberto — não inclui X_i nem X_{i+1}
$[X_i, X_{i+1}]$ ou $X_i \vdash X_{i+1}$	intervalo fechado — inclui X_i e X_{i+1}
$(X_i, X_{i+1}]$ ou $X_i \dashv X_{i+1}$	intervalo semi-aberto à esquerda — não inclui X_i e inclui X_{i+1}
$[X_i, X_{i+1})$ ou $X_i \vdash X_{i+1}$	intervalo semi-aberto à direita — inclui X_i e não inclui X_{i+1}

F_i^c ou F_i frequência acumulada crescente

F_i^d ou F_i^p frequência acumulada decrescente

$F_{i,i}$ frequência relativa de ordem i $d_i = \frac{X_i - X_s}{h}$

H intervalo total; isto é, $X_N - X_1$, sendo, respectivamente, X_N e X_1 o maior e o menor da série dada.

$e = 2,7182818$

$\log e = 0,4342945$ (na base 10)

D_i desvio geométrico $D_i = \frac{X_i}{\bar{X}_G} \quad \forall_i [1, N]$

Q_i ($i = 1, 2, 3$) quartis

D_i ($i = 1, 2, \dots, 9$) decis

P_i ($i = 1, 2, \dots, 99$) Percentis

BIBLIOGRAFIA

- ALCIDES TÔRRES, ANARDO DE CASTRO, BELMIRO SIQUEIRA e NILTON FERREIRA REIS — Noções de Estatística — Apostilha do DASP — 1947.
- ARKIN, H. e COLTON, R. R — An Outline of Statistical Methodes, 4.^a ed. — 1966 — New York, Bornes & Noble, Inc.
- BOLETIM TÉCNICO DO SEPT — n.º 4 — Setembro de 1966.
- CÂMARA, LOURIVAL — Estatística Descritiva
- KAFURI, George — Lições de Estatística Matemática.
- KEEPING, E. S. — Introduction to Statistical Inference.
- KENNEDY, J. B. — NEVILLE, Adam M. — Basic Statistical Methods
- HOEL, P. G. — Estatística Elementar.
- MEYER, P L — Introductory Probability and Statistical Applications
- PAGANO, AUTO — Lições de Estatística
- RODRIGUES, MILTON DA SILVA — Dicionário Brasileiro de Estatística — 2.^a edição — Rio de Janeiro — 1970.
- VIVEIROS DE CASTRO, LAURO SODRÉ — Pontos de Estatística, 13.^a edição — 1964
- YULE, G. V — KENDALL, M. G — Introduccion a la Estadística Matemática
- P. D CROUT — Transaction of the American Institute of Electrical Engineer, vol. (1941).
- Econometrica, vol 15 (1947).
- P S DWYER — Linear Computations (New York, 1951).
- D. B. DUNCAN and J. F. KENNEY — Normal Equations and Related Topics (Ann Arb, Mich, 1946).
- LOBO, Ary Maurell — Tratado Teórico e Prático de Estatística das Grandes Massas de Dados e de Estatística das Amostras.
- BARBOSA, Ruy Madsen — Estatística Elementar — Estatística Descritiva.

COMEMORAÇÕES DO DIA DO IBGEANO

Foi solenemente comemorado, em todo o Brasil, o DIA DO IBGEANO, transcorrido em 29 de maio último.

Na Guanabara as festividades constaram da tradicional Missa em Ação de Graças e Comunhão Pascal, às 9,30 horas, no Clube da Aeronáutica, seguindo-se lanche para os funcionários da Casa, oferecido pela Fundação. Às 11,30 horas, realizou-se no mesmo local sessão comemorativa, sob a presidência do Professor Isaac Kerstenetzky, Presidente da Fundação IBGE, que falou sobre a data. A mesa estava assim constituída: Afonso Armando de Lima Vitule, Secretário-Geral Adjunto MINIPLAN, Dr. Lourenço Guimarães Monteiro, Chefe de Gabinete do Ministro do Planejamento e Coordenação Geral, Comandante Horácio Rubens de Mello e Souza, Secretário-Geral da Fundação IBGE, Sr. Rodolf Walter Franz Wuensche, Diretor Superintendente do Instituto Brasileiro de Estatística,

Prof. Miguel Alves de Lima, Diretor Superintendente do Instituto Brasileiro de Geografia, Sr. Paulo de Souza Vieira, Superintendente Adjunto do Serviço Gráfico, Prof. Speridião Faissol, Representante do Ministério do Interior no Conselho Diretor da FIBGE, Dr. Cory Loureiro Acyoli, Membro do Conselho Fiscal da FIBGE, Dr. Nelsy Carlos Lauro Pereira, Membro do Conselho Fiscal da Fundação IBGE e Dr. Raul Romero de Oliveira, Diretor do Serviço de Estatística do Ministério da Educação.

Durante a sessão foram homenageados os servidores com mais de 30 anos de serviço prestados à Fundação IBGE, tendo sido entregue a cada um deles o distintivo com o novo símbolo da Fundação IBGE.

Às 20,30 horas, o Sr. e Sra. Isaac Kerstenetzky ofereceram um coquetel na sede esportiva do Clube Naval.

É o seguinte o texto do discurso do Presidente da Fundação

pronunciado na sessão comemorativa no Clube da Aeronáutica.

“Das oportunidades que se abrem para manifestações desta Presidência perante a numerosa comunidade ibgeana, a que se mostra sobremodo adequada a uma comunicação mais aberta e isenta de formalismos com a grande massa de servidores da Casa é aquela em que se comemora uma data tão grata a todos nós. a que registra mais um aniversário da criação do IBGE e o transcurso do “Dia do Estatístico e do Geógrafo”.

A Fundação IBGE está atravessando um período de intensas atividades, as quais envolvem não só absorventes tarefas de ordem administrativa, principalmente aquelas mais de perto relacionadas às medidas complementares da transformação institucional operada em 1967, como implantação de novos métodos e processos de trabalhos nos setores técnicos.

Todavia, o vulto do trabalho decorrente da adoção de novos modelos administrativos, bem assim de modernas técnicas para a produção integrada de informações estatísticas, geográficas e cartográficas em nada afetou a execução, em termos altamente satisfatórios, do VIII Recenseamento Geral do Brasil. O Censo Demográfico acha-se praticamente concluído, com os resultados preliminares divulgados em tempo recorde e devendo estar publicados os definitivos até o fim deste ano. Quanto aos Censos Econômicos, terminada a coleta dos dados respectivos, a qual fora programada com retardo indispensável para que nela se incluisse o movimento das empresas referente a todo o

ano de 1970, já se encontram em grande parte publicados os dados preliminares do Censo Agropecuario, prosseguindo os trabalhos preparatórios das apurações restantes por computação eletrônica.

No concernente ao setor geográfico-cartográfico, estão sendo aplicados os modernos métodos quantitativos aos estudos geográficos, em especial com referência à Geografia Urbana e se intensifica a produção de cartas topográficas. Foram empreendidos trabalhos relativos à divisão regional do Brasil e às regiões funcionais urbanas, e publicada importante matéria a respeito, para fins de ação administrativa dos órgãos oficiais, bem como pesquisas que permitam o conhecimento dos processos agrário, urbano e industrial do País, com vistas à elaboração do modelo de divisão regional para fins de planejamento. O setor geográfico-cartográfico está preparando, de outra parte, um álbum da Carta do Brasil ao Milionésimo, comemorativo do Sesquicentenário da Independência.

Foram também publicados estudos do maior interesse sobre geografia física e humana, na REVISTA BRASILEIRA DE GEOGRAFIA, como resultado do intenso trabalho de pesquisa dos vários departamentos do IBG. De outra parte, a REVISTA BRASILEIRA DE ESTATÍSTICA, divulgou importante e variada matéria, no campo da teoria estatística e de suas aplicações.

Na realização desse intenso programa de atividades, a Fundação IBGE contou com a experiência, a dedicação, o zelo, a capacidade e, em muitos casos, o espírito

de sacrifício dos quadros profissionais da Casa. Deixo aqui consignado o reconhecimento da Presidência por tudo quanto se pode fazer em 1971/72, não só no que diz respeito à regular continuidade dos trabalhos que incluem a conclusão do Recenseamento Geral de 1970, como também quanto aos reajustamentos estruturais indispensáveis para que a nossa Instituição possa fazer face à expansão de seus encargos e atribuições.

A esse respeito, desejo salienta-
r que a alta Direção da Fundação IBGE se acha empenhada no sentido de colocar a Entidade em condições de atender da melhor maneira possível à produção integrada de dados e informações estatísticas e geográfico-cartográficas, cobrindo o amplo espectro do quadro sócio-econômico brasileiro, com aplicação dos modernos processos de manipulação e armazenamento do acervo de dados recolhidos pela rede-de-coleta de nossa Instituição. Aí está o Instituto Brasileiro de Informática (IBI) já em pleno funcionamento, com suas novas instalações a serem inauguradas, produzindo informações e se impondo nos meios científicos do País pela alta qualificação técnica do seu pessoal dirigente e pela natureza e apuro dos seus trabalhos.

Nesse sentido, duas ordens de medidas se fizeram necessárias. De um lado, medidas de ordem material, relacionadas à aquisição de moderno equipamento de computação eletrônica, sua instalação, expansão do aparelhamento já existente e providências outras visando a melhorar as condições de funcionamento dos serviços, e, de outro lado, medidas de valorização

dos recursos humanos da Fundação IBGE, tais como as relativas ao aperfeiçoamento profissional dos quadros funcionais — técnicos e administrativos, bem assim de formação e treinamento de pessoal.

Tudo isso sem esquecer o imperativo, que certamente está no consenso geral, de readaptações estruturais indispensáveis, para que a Fundação IBGE possa acompanhar o ritmo de desenvolvimento acelerado da vida do País.

Ainda na esfera do pessoal, particularmente grato é, para o Presidente da Fundação, nesta oportunidade, anunciar que, até dezembro deste ano, centenas de servidores do QPEX, em cada um dos órgãos integrantes da Entidade, já estarão assimilados no Quadro Geral de Pessoal. Prosseguem, com a celeridade possível, os trabalhos de enquadramento e, dentro das prioridades estabelecidas, perto de 1.500 propostas já se acham aprovadas, beneficiando, desde logo, a espinha dorsal da Instituição, que é a sua dedicada e eficiente rede-de-coleta.

Se nada mais houvesse feito a Presidência da Instituição no biênio iniciado com a bem sucedida execução do Recenseamento Geral de 1970, incluindo a divulgação dos resultados preliminares em tempo recorde, a implantação de novos métodos e processos de trabalho com a criação do Instituto Brasileiro de Informática, a formulação do plano de reestruturação orgânica da Casa ora encaminhado à apreciação das autoridades superiores — restaria a satisfação de ter vencido todos os obstáculos que se vinham antepondo à absorção do pessoal do QPEX no QGP da Fundação.

A esta altura, desejo acentuar que a alta direção da Casa tem encontrado, nos antigos servidores da Instituição, elementos de apoio inestimável, sendo de inteira justiça creditar em seu favor, pela experiência e tirocínio de que são possuidores, grande parte dos êxitos até agora conseguidos por parte da atual administração. A todos deixo aqui consignada a expressão de meus melhores agradecimentos, com a certeza de que contarei, no futuro, com a valiosa colaboração até agora recebida. Isso não exclui, porém, uma especial e permanente preocupação de renovação, tanto pela perspectiva bem próxima de aposentadorias, como pelo desdobramento de atribuições que passarão a caber à Fundação IBGE.

Ao externar esses agradecimentos, não quero deixar de assinalar o testemunho de dedicação e espírito público de modestos servidores, recolhido pelo Presidente da Fundação IBGE, nas observações que tem tido ensejo de fazer quando das visitas realizadas às Agências de Estatística, integrante da rede-de-coleta do IBE e às Divisões de Levantamentos do IBG, em diferentes Estados.

A Presidência sabe que pode contar, como vem acontecendo, com a pronta colaboração de todos e, de sua parte, deseja reafirmar o maior interesse no sentido de proporcionar as melhores condições possíveis de trabalho incluindo remuneração condigna, valorização profissional, meios de aperfeiçoamento, justa avaliação de méritos, dignificação, enfim, dos que, em qualquer degrau da hierarquia funcional, cumprem com

exação os deveres que lhes competem.

Tendo feito referências ao vulto e significação dos trabalhos realizados pelos órgãos integrantes da Fundação IBGE — os Institutos de Estatística, de Geografia e de Informática, este último de criação muito recente mas com acervo já apreciável de excelentes serviços prestados —, desejo aludir ao incessante esforço desenvolvido pela Escola Nacional de Ciências Estatísticas, na formação e aperfeiçoamento de Estatísticos profissionais, bem como no desempenho de suas novas atribuições de treinamento não só interno como para a área do Ministério do Planejamento e Coordenação Geral nos assuntos atinentes à Fundação IBGE. Quero, igualmente, salientar o alto índice de aprimoramento alcançado pelos trabalhos do Serviço Gráfico da Fundação, nada obstante o extraordinário volume de tarefas entregue aos seus cuidados.

Julgo de toda pertinência, também, referir-me ao elevado grau de confiança com que, tanto nos setores governamentais como nos da iniciativa privada, vêm sendo consideradas as informações estatísticas de responsabilidade da Fundação IBGE, bem como à rapidez com que a nossa Instituição vem abordando os fatos que merecem pesquisa imediata, ao influxo de conjunturas novas e próprias da fase de desenvolvimento geral e acelerado que vive o País. A esse respeito, torna-se igualmente oportuno acentuar o apuro que vem caracterizando o trabalho dos especialistas desta Fundação, com a utilização de técnicas cada vez mais aperfeiçoadas e consistentes.

Muito sensibiliza a Presidência da Fundação IBGE a presença, nesta solenidade, do Sr. Secretário-Geral Adjunto do Ministério do Planejamento e Coordenação Geral, Dr. Affonso de Lima Vitule, que aqui veio, também, representando o Exmo. Sr. Ministro João Paulo dos Reis Velloso. Ao manifestar, de minha parte e da parte do numeroso contingente de servidores da Casa aqui reunido, o reconhecimento por mais essa demonstração de prestígio e apoio aos programas de trabalho que vêm sendo desenvolvidos pela Fundação IBGE, cumpre-se consignar que, sem esse apoio e a elevada compreensão da participação desta Entidade no esforço comum de desenvolvimento do País — e mais a confiança externada pela Presidência da República —, não teria sido possível a efetivação bem sucedida daqueles programas.

Encerrando estas palavras de saudação à grande comunidade ibgeana e de congratulações pelo que temos conseguido fazer no campo de nossas atividades específicas, juntos e irmanados pelo

mesmo propósito de engrandecimento da nossa Entidade e do Brasil, quero formular os melhores agradecimentos, em meu nome e no da coletividade pertencente aos quadros funcionais da Fundação IBGE, pela presença dos amigos da Casa e das demais autoridades e seus dignos representantes, que vieram trazer o calor e a expressão de sua solidariedade às comemorações do “Dia do Estatístico e do Geógrafo”. A todos muito obrigado”.

Também nos Estados a data foi solenemente comemorada, ocasião em que foram entregues nos demais órgãos do Instituto distintivos aos funcionários com mais de 20 anos de serviço. Em Porto Alegre, numa promoção do Governo do Estado, realizou-se de 21 a 29 de maio a 1.^a Semana de Estatística do Rio Grande do Sul, que teve por objetivo atrair o interesse daqueles que direta ou indiretamente fazem uso dos trabalhos estatísticos, estudiosos e pesquisadores, bem como destacar e divulgar a atuação dos profissionais em estatística.

MENSAGEM DO DIRETOR-SUPERINTENDENTE DO IBE

“Prezados colegas

Ao ensejo do transcurso do “Dia do Estatístico e do Geógrafo”, quando também se comemora o 35.^o aniversário do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, volta o Diretor-Superintendente do

IBE a dirigir, mais uma vez, palavras de estímulo e reconhecimento àqueles que, na Sede, nas Delegacias e nos Municípios souberam compreender as responsabilidades assumidas pela nossa Instituição em prol do esforço nacional para

elevação do Brasil ao nível dos países que, na atualidade, se situam entre os mais importantes no conceito das demais nações

As novas missões que nos foram impostas pela crescente importância hoje em dia atribuída à aplicação da Estatística às atividades de planejamento e controle, nas empresas, públicas ou privadas, levaram a Fundação IBGE a integrar-se em novos métodos de trabalho, a reavaliar suas responsabilidades, visando a tornar-se cada vez mais eficiente como fonte de informações estatísticas indispensáveis ao desenvolvimento do País

Essa tomada de posição encontrou, afortunadamente, uma classe funcional consciente, capacitada de que só pelo cumprimento fiel de suas tarefas poderá mostrar-se digna da confiança nela depositada e de comemorar este dia festivo com a satisfação do dever cumprido

Atenta à imperiosa necessidade dessa revitalização, iniciou a Fundação IBGE a reformulação de suas estruturas, voltando, de início, suas vistas para a rede-de-coleta — espinha dorsal da Instituição, convicção nossa e já expressa em outras oportunidades

Inúmeras dificuldades tiveram que ser superadas, em face do vulto e da complexidade da obra encetada. O engajamento da Fundação IBGE em operações de absoluta

prioridade, acarretou, como era inevitável, retardamento na aplicação das novas diretrizes, decorrendo daí naturais perplexidades. Neste instante, deve estar sendo divulgada a primeira relação de servidores que, por proposta nossa e autorização do Senhor Presidente da Instituição, poderão ingressar no Quadro de Cargos Efetivos do *Quadro Geral de Pessoal*, como Agentes de Coleta. Concomitantemente, cumpridas as formalidades legais, estão sendo processadas as primeiras designações para Chefes de Agência de Coleta em diversos Estados da Federação.

A conscientização dos deveres funcionais, a busca de adestramento profissional, a absorção de novas técnicas de trabalho e a capacidade de adaptação às situações mais diversas, conduziram a Instituição à condição prestigiosa de que desfruta e que vem a ser, afinal, o reflexo da expressiva dedicação de seu corpo de servidores, do mais qualificado ao mais modesto, cada qual em seu setor, em união de esforços digna do respeito e admiração geral

Congratulo-me, mais uma vez, com todos os colegas da Fundação IBGE nesta data tão grata a todos quantos dedicamos o melhor de nossas capacidades ao engrandecimento da nossa Instituição e do Brasil

Rudolf W. F. Wuensche
DIRETOR-SUPERINTENDENTE

DISTRIBUIÇÃO COMPARADA DA RENDA NAS GRANDES CIDADES E RESPECTIVOS PAÍSES (*)

Os desníveis sócio-econômicos entre as grandes cidades da América Latina e o resto de cada país constituem característica evidente do processo de desenvolvimento da região. A determinação de suas causas é muito importante, tanto do ponto-de-vista da teoria do desenvolvimento, como no campo prático do planejamento espacial.

Dentro deste amplo contexto, a CEPAL — que estuda periodicamente os problemas regionais do desenvolvimento e suas origens — elaborou uma análise específica sobre “Distribuição comparada da renda em algumas grandes cidades da América Latina e seus respectivos países”. Nesse trabalho são estudadas principalmente as seguintes cidades ou áreas metropolitanas: Caracas (Venezuela), Distrito Federal (México), Grande Santiago (Chile), Rio de Janeiro e São Paulo (Brasil) e San José (Costa Rica)

O documento da CEPAL chama a atenção para o fato de que mesmo nos casos em que se dispõe de informações fidedignas, os dados anteriores disponíveis sobre a matéria não são contínuos e sua utilização está sujeita às devidas reservas e a novas definições. Porém acrescenta que, no que refere às áreas metropolitanas, são suficientes para caracterizar o perfil da sua distribuição de renda, bem como para deduzir algumas obser-

vações sobre as relações com os esquemas globais dos respectivos países. Seguem-se alguns dos conceitos e dados divulgados no referido estudo

PADRÕES DE VIDA

Os padrões de vida nas áreas metropolitanas tendem a ser mais elevados do que no resto do país de que se trate. Isto se deve ao fato de que a população dispõe de maior renda e, além disso, beneficia-se com a ampliação dos meios creditícios e a concentração dos serviços públicos, o que se traduz em maior capacidade de gasto.

Portanto, a despesa média nas grandes cidades supera em um terço ou mais as médias nacionais e também, em certos casos, duplica com excesso a média do resto da população. A esse respeito, é ilustrativa a distribuição geográfica das vendas comerciais nos diversos países. De acordo com estimativas do Banco Central da Venezuela, a área metropolitana de Caracas concentra, em média, mais de 40% do total das vendas comerciais efetuadas no país, o que significa o triplo da média por habitante do resto do país.

Assim, o padrão mais alto de renda da população metropolitana facilita uma diversificação maior de seus gastos, visto que lhe per-

(*) Notas sobre a economia e o desenvolvimento da América Latina, preparadas pelos Serviços Informativos da CEPAL, n.º 96, 16 de maio de 1972. Tradução de Ruth Göttert

mite satisfazer necessidades mais amplas dos que as constituídas pelo consumo de absoluta primeira necessidade. A alimentação representa nela menor proporção das despesas totais (entre 30% e 40%) do que no resto dos respectivos países (50% ou mais); o vestuário, uma proporção semelhante (cerca de 12%); e a habitação, os bens de consumo duráveis e os serviços, uma fração muito maior do total dos desembolsos.

No caso da Venezuela, a composição geográfica das vendas comerciais revela que os bens de consumo não duráveis representam uma proporção menor na área metropolitana (74,4%) que no restante do país (82%), embora a despesa absoluta, por habitantes, com os mesmos seja equivalente nessa cidade a 2,6 vezes a média registrada no resto do país. Essa representação menor do consumo de bens não duráveis na área metropolitana deve-se à menor ponderação dos produtos alimentares (33%) e do vestuário (12%) em relação às respectivas médias nacionais (52% e 13%), se bem que os gastos por habitante nessas rubricas equivalham em Caracas, a 1,6 e 2,6 vezes, respectivamente, aos registrados no resto do país. Em compensação, os produtos farmacêuticos, os combustíveis e outros têm maior representação nas vendas efetuadas nessa cidade (19%) do que no restante do país (17%).

Deste modo, a maior renda de que se dispõe na área metropolitana permite que os gastos com alimentação, vestuário e outros bens de consumo não duráveis, embora sejam elevados em valores absolutos, representem uma fração

da renda ou da despesa menor que a média nacional. É isso faz com que se disponha de um maior excedente para a aquisição de bens duráveis e serviços. Nos países considerados no estudo, os centros metropolitanos constituem o maior mercado para esse último tipo de bens. São, também, os principais centros consumidores os usuários de serviços, entre os quais destacam-se os educacionais, habitacionais e sanitários.

No campo educacional, junto com uma percentagem relativamente baixa de analfabetismo — cuja taxa em certos países, como o Chile e o México, representa menos da metade da média nacional — observa-se nas áreas metropolitanas maior habilitação da mão-de-obra. É o caso do Rio de Janeiro e de São Paulo, onde em 1962, a média de escolaridade era de cerca de 7 anos, enquanto a média nacional equivalia, aproximadamente, à metade.

Ocorrem diferenças semelhantes nas condições habitacionais e sanitárias. É muito mais baixa a proporção de moradias deficientes nas áreas metropolitanas (17% do total nas capitais do Chile e México) que nos respectivos países (cerca de um terço do total). Ao mesmo tempo, as habitações nas primeiras zonas oferecem maiores comodidades.

Em matéria de saúde, as áreas metropolitanas são favorecidas, não só pelas maiores verbas a elas destinadas, como também por melhores condições ambientais, pela concentração dos serviços sanitários públicos e por uma população maior com seguro médico (35% do total em São Paulo e na Cidade do México). Um dos indicadores ex-

pressivos a esse respeito é a taxa de mortalidade infantil, que nessas cidades é muito mais baixa (entre 6% e 8%) do que nos respectivos países (entre 8% e 11%).

CATEGORIAS SÓCIO-ECONÔMICAS

As diferenças dos padrões de vida entre as áreas metropolitanas e o resto do país mostram a distribuição geográfica desigual da renda. E a elas também se superpõem outras entre as categorias sócio-econômicas de uma mesma zona, que se vinculam à distribuição desigual da sua renda (ver tabela sobre a renda média, por tratamentos). Conseqüentemente, observa-se que embora as áreas metropolitanas apresentem a prazo médio os melhores índices do país nos diversos aspectos que configuram o padrão de vida, essa situação vantajosa não se reflete uniformemente em todos os estratos de sua população.

Assim, a proporção das despesas com a alimentação, no total, decresce à medida que aumenta a renda. Desse modo, o nível de 20% mais pobre é comparável com as médias nacionais (entre 44% e 55%, em Caracas e São Paulo) embora seja menor que a fração gasta nessa rubrica pela categoria semelhante a nível nacional (mais de 60%).

A proporção vai diminuindo nos estratos de rendas mais elevadas. As famílias integrantes do nível 5% superior da distribuição destinam à alimentação menos de 30% do que gastam, embora sua despesa média familiar nesse item supere a 10 ou mais vezes o de uma

família que pertença ao nível 20% mais pobre.

A tendência é menos definida no caso dos gastos com o vestuário, cuja proporção cresce com a renda entre os estratos que integram os primeiros 80% e se estabiliza no nível de 20% superior, ainda que algumas vezes decresça entre 15% e 5% do nível mais alto.

Por outro lado, desperta a atenção a elevada percentagem das despesas com a habitação nas grandes cidades e a sua tendência ascendente. Essa despesa representa nada menos que 20% do total para a categoria de menor renda e alcança até 37,7% no estrato mais alto. Porém o documento frisa que o elevado custo da habitação evidentemente sofre a influência da especulação com os terrenos urbanos.

Como no caso da habitação, os diversos serviços representam uma elevada e crescente proporção dos gastos nessas cidades. Os desembolsos com esse item flutuam entre 17% (Rio de Janeiro) e 22% (Caracas) do total para o nível de 20% mais pobre da população e alcança até 36% do mesmo no de 5% superior. Essas diferentes percentagens significam uma relação de despesa média absoluta, nessas rubricas, de 1 para 42 entre os grupos extremos considerados, o que dá uma idéia dos contrastes existentes em matéria de cuidado pessoal, saúde, ensino e recreação.

NÍVEIS DE POUPANÇA

As informações sobre a distribuição dos gastos por níveis de renda mostram que as pautas de consumo dos grupos metropolita-

nos, geralmente apoiadas nas facilidades creditícias, influiriam de modo negativo sobre sua capacidade de poupança.

Com as devidas ressalvas quanto às estatísticas pertinentes e as variações na ponderação das rendas em espécie, segundo as zonas, o confronto entre as categorias metropolitanas e as radicadas nas localidades rurais ou urbanas menores indica que é muito reduzida a proporção de poupança das primeiras. Esse processo para aquelas começa a partir dos níveis de renda muito mais altos que para as outras

A esse respeito, é bem esclarecedor o que já foi mencionado em relação à Venezuela, referente ao ano de 1962

De acordo com isso, enquanto nas grandes cidades as famílias começavam a poupar a partir de uma renda média de 2 000 bolívares mensais, nas localidades urbanas menores e nas rurais, pouparam, respectivamente, a partir de 500 e 400 bolívares. Portanto, a proporção das famílias com “deficit” era apenas 22% do total nas zonas rurais ou urbanas pequenas, ao passo que alcançava dois terços nas grandes cidades e até 80% em Caracas. Além disso, cabe salientar o ocorrido com o balanço final entre renda e despesa, ou seja a medida em que o “superavit” de determinados grupos consegue compensar o “deficit” de outros. A pesquisa mencionada revela que enquanto os gastos superavam a renda em 19% nas grandes cidades e até 16,5% em Caracas, a situação era inversa nas localidades rurais, onde se economizava 10% da renda mensal

Uma tendência semelhante mostra a comparação dos dados citados entre cidades do Brasil de diferentes graus de desenvolvimento sócio-econômico.

Assim, em São Paulo, a poupança familiar começava com uma renda média igual a pouco mais de três vezes o nível a partir do qual já se registrava “superavit” em Belém. Isto significa que só 3% das famílias economizavam no primeiro caso, contra cerca de 70% no segundo. No total, a relação entre renda média anual e a despesa correspondente registra uma poupança evidentemente positiva em Belém, enquanto a inclusão de rubricas como a aquisição de automóveis, que têm elevada ponderação nas despesas, deixa dúvida quanto a ser positiva ou negativa a poupança média total em São Paulo

Estes fatos — que se repetem em outras cidades — parecem mostrar que seria compensada pelo elevado nível de consumo a influência positiva que a maior renda pessoal média deveria exercer nas áreas metropolitanas sobre a formação de capital

Entretanto, não se pode concluir que a poupança familiar nas grandes cidades seja nula ou negativa. O estudo da CEPAL acha provável que nesses gastos não estejam devidamente incluídas as informações sobre as diversas formas de poupança, ou que determinadas rubricas estejam incluídas indevidamente nas despesas correntes

Especialmente a concentração dos principais organismos de captação de poupanças (bancos de construção de moradias e outros,

bolsas, sociedades anônimas) nessas grandes cidades faz pensar que não pode ser nula a participação da população. Assim, um levantamento realizado no México, pela Secretaria de Indústria e Comércio, estabelece que, em termos do valor das ações e títulos de poupança adquiridos pelas famílias, no Distrito Federal economizava-se 14% da renda média familiar.

CONCENTRAÇÃO DEMOGRÁFICA E ECONÔMICA

O processo de concentração da população e da atividade econômica nas grandes cidades constitui uma das características típicas do desenvolvimento latino-americano

O documento da CEPAL dá especial destaque à concentração industrial como uma das origens principais deste fenômeno que atrai capitais e população. Os contrastes são notáveis. Assim, em meados do decênio de 1960, estimava-se que mais da terça parte do valor da população industrial latino-americana era proveniente das áreas metropolitanas de Buenos Aires, São Paulo e Cidade do México. E em diversos países, os dois ou três centros industriais mais importantes reuniam uma

parte significativa do total nacional: na Argentina, dois terços, somando Grande Buenos Aires e Rosário; no Brasil, 80% no triângulo que inclui São Paulo, Guanabara e Belo Horizonte; no Chile, 66% nas cidades de Santiago e Valparaíso; no México, 45% no Distrito Federal e Monterrey; no Peru, 56% em Lima e Callao; na Venezuela, 40% no Distrito Federal; e na Costa Rica, pouco mais de 59% na área metropolitana de São José.

Estes e outros fatores configuraram o grande desequilíbrio territorial do desenvolvimento latino-americano. As áreas metropolitanas, porém, constituíram os polos dinâmicos dos quais tem dependido o ritmo de desenvolvimento nacional e, portanto, vão adquirindo cada vez maior força. Por outro lado, as regiões da hinterlândia ou do resto do país parecem estar total ou relativamente estagnadas, passando a desempenhar um papel semelhante ao das zonas periféricas e nível mundial. Por isso mesmo, chegou a constituir um problema grave a incorporação plena dos recursos naturais e humanos dessas regiões ao processo produtivo, com a finalidade de atenuar as tensões resultantes do desequilíbrio espacial.

*Estimativas do produto e renda pessoal "per capita"
em alguns países e grandes cidades — 1965*

PAÍSES E CIDADES	PRODUTO INTERNO BRUTO "PER CAPITA" (US\$)	RENDA PESSOAL "PER CAPITA" (US\$)
Brasil	295	255
Guanabara		805
São Paulo		775
Costa Rica	465	386
São José		(1) 500
Chile	560	480
Grande Santiago	(1) 710	(1) 660
México	570	475
Distrito Federal	(1) 1 385	(1) 1 050
Venezuela	730	530
Área metropolitana de Caracas	(1) 1 219	870

Fontes — CEPAL, *Estudio Económico de América Latina*, 1968, para los países Publicações das Nações Unidas N° de venda: S 70 II G 1

— Fundação Getúlio Vargas, *Pesquisa sobre orçamentos familiares*, 1961-1962

(1) Calculada a partir de índices fornecidos pelas estatísticas nacionais

*Estimativas sobre a distribuição da renda pessoal média "per capita", segundo os tratos — 1965 (1)
(Valor do dólar em 1960)*

TRATOS	RENDA MÉDIA POR TRATOS (US\$)					
	Renda pessoal média "per capita"	20% mais pobre	30% inferior	30% superior	15% inferior	5% superior
Brasil	290	45	100	200	380	2 955
Rio de Janeiro	805	200	405	780	1 425	3 880
São Paulo	775	225	390	675	1 280	4 340
Chile	480	85	200	410	890	2 930
Grande Santiago	660	140	315	640	1 285	3 035
Costa Rica	385	115	155	280	640	2 695
São José	500	125	240	425	965	2 600
México	475	85	185	415	935	2 755
Distrito Federal	1 050	280	495	935	1 940	5 460
Venezuela	530	80	200	490	1 115	2 810
Área Metropolitana de Caracas	870	250	500	850	1 610	3 480
Noruega (2)	930	210	640	1 070	1 560	2 870
Reino Unido (2)	1 400	360	825	1 540	2 335	5 375

(1) Estimativas provisórias baseadas em dados anteriores não contínuos Renda pessoal em dólares nos níveis de produto "per capita", calculada pela CEPAL

(2) Esses níveis de renda para os países europeus correspondem aos de 1970 CEPAL, *Estudio Económico de América Latina*, 1969

ORGANIZAÇÃO E ADMINISTRAÇÃO ESTATÍSTICA*

APERFEIÇOAMENTO DAS ESTATÍSTICAS DEMOGRÁFICAS: PROGRAMA DE TRABALHO DA REPARTIÇÃO DE ESTATÍSTICA DAS NAÇÕES UNIDAS

A Repartição de Estatística das Nações Unidas, sob a orientação da Comissão de Estatística, executa programas que visam o aperfeiçoamento das estatísticas demográficas através de: (1) coleta, crítica e publicação de estatísticas em formato internacional, (2) assistência técnica aos governos.

Coleta, armazenamento e publicação de estatísticas. — Estatísticas demográficas são coletadas pelos órgãos de estatística dos governos através de questionários distribuídos mensal e anualmente e por meio de pesquisa das publicações oficiais. O programa de coleta abrange população, bioestatísticas e estatística de migrações internacionais. Os dados são procedidos e armazenados em cartões, que constituem parte do centro internacional de estatística mantido pela Repartição de Estatística.

O programa de coleta foi introduzido pela Comissão de Estatística, em 1947, quando aprovou um esquema do sumário do *Demographic Yearbook* (Anuário Demográfico) recomendado pela Comissão de População. Os 48 tópicos gerais aprovados nessa época já se ampliaram, mas o processa-

mento manual dos fichários tem limitado a coleta e publicação de dados adicionais. Para remediar tal situação, está bem encaminhado o trabalho de computação dessas fichas e de introdução de um banco de dados em fita. Dados recebidos a partir de 1967 tem sido automaticamente processados para o computador. Com o início do projeto de computação, foram levadas em consideração possíveis modificações no método e no conteúdo do programa de coleta. A primeira alteração a ser estudada é a revisão dos questionários anuais para o *Demographic Yearbook*, a fim de adaptá-los ao processamento em computadores. Está sendo levada em consideração também a possibilidade de se receber as fitas contendo tabulações nacionais de população e bioestatística dos governos capacitados a fornecê-las. Assim estariam automaticamente à disposição das agências internacionais e dos Estados-membros, não só os tipos limitados de dados atualmente exigidos, como também grande número de tabulações ainda não incluídas no programa. Estas modificações poderão ser introduzidas em breve, pelo menos em base experimental limitada.

* Transcrito da Review of the International Statistical Institute — Volume 38, n.º 3, 1970
Tradução de Maria Luiza Malet

Toda a estatística demográfica recebida através de questionários ou colhida em publicações nacionais e outras fontes é cuidadosamente examinada e sua consistência confrontada com dados similares já acumulados nos fichários. As divergências são resolvidas com base em fontes adicionais ou por meio de correspondência com os respectivos governos. O montante da avaliação analítica realizável é extremamente limitado quando estas técnicas são aplicadas manualmente. Quando as estatísticas demográficas são computadas, pode-se tratar de introduzir séries cronológicas melhores e mais amplas para maior número de países, o que automaticamente contribuirá para o aperfeiçoamento das estatísticas nacionais, bem como da comparabilidade internacional.

As estatísticas demográficas internacionais são divulgadas em três publicações periódicas. O *Demographic Yearbook*, anual, contém um núcleo dos dados essenciais, além de uma cobertura mais detalhada de um tópico especial com rotatividade quinquenal. O *Population and Vital Statistics Report* (Relatório de População e Bioestatística), que é trimestral, atualiza os resultados do censo de população e as estimativas anuais das taxas de população, natalidade, mortalidade e mortalidade infantil em cada país. O *Monthly Bulletin of Statistics* (Boletim Mensal de Estatística) atualiza as estimativas de população, bem como as taxas brutas anuais e mensais de natalidade e mortalidade e as taxas de nupcialidade em países com estatísticas fidedignas. O programa de publicação

também sofreu com as restrições do processamento manual. É de se esperar que, tão logo a computação dos dados esteja completa, possam ser fornecidas assinaturas de impressos com quaisquer dados necessários.

Assistência ao Governos — Censos de População — O Programa do Censo Mundial de População de 1970 constitui-se na mais importante iniciativa para o aperfeiçoamento das estatísticas demográficas. A parte essencial deste plano é a formulação de padrões para execução de censos demográficos entre 1965 e 1974. Em 1966, a Comissão de Estatística aprovou e, em 1967, o Conselho Econômico e Social endossou [resolução 1215 (XLII)] recomendações para facilitar o aperfeiçoamento das estatísticas da população e permitir a comparação internacional do tamanho, distribuição e características da população. Foram elas amplamente divulgadas entre os usuários em potencial e impressas na publicação *Principles and Recommendations for the 1970 Population Censuses* (Normas e Recomendações para Censos de População de 1970) (ST/STAT/SER M/44), para servirem de orientação aos governos em suas atividades censitárias.

Levantamentos demográficos por amostragem — A coleta censitária da população por amostra de domicílios, em vez de pelo universo todo, está se tornando um método cada vez mais popular para obter-se, tanto estimativas da população como da taxa contínua de crescimento segundo as taxas brutas de natalidade e mortalidade. Alguns destes levantamentos foram efetuados como parte de um

programa intercensitário de inquérito por amostragem num sistema integrado de coleta para obtenção dos dados da população básica em curtos intervalos de tempo. Outros levantamentos constituem tentativas iniciais de se obter informações sobre o tamanho, distribuição e características da população em países onde nunca se realizou um censo. Organizou-se um seminário interregional sobre a metodologia de levantamentos demográficos por amostragem, para o intercâmbio de experiências antes da formulação de diretrizes internacionais para levantamentos demográficos por amostragem

Bioestatística — Projetos destinados a aperfeiçoar a bioestatística, partindo dos registros civis, foram incluídos nos programas de trabalho aprovados pela Comissão de Estatística, desde 1947. Atendendo a um pedido da Comissão, vem sendo mantido, desde 1950, um fichário de referência da metodologia do registro civil e outras estatísticas vitais. Baseadas nestes dados, foram preparadas as recomendações para o aperfeiçoamento e padronização dos cadastros e das estatísticas do movimento da população, aprovadas pela Comissão e adotadas pelo Conselho Econômico e Social em 1953. Estão inseridas na publicação *Principles for a Vital Statistics System* (Normas para um Sistema de Bioestatística) (ST/STAT/SER M/19). Estas normas estão sendo reavaliadas agora, em vista da maior ênfase dada ao planejamento e outras circunstâncias que se modificam. Propostas de novos padrões (E/CN 3/388/Add. 1) foram enviadas aos governos e às agências especializadas

para os devidos comentários, um plano revisto será submetido à consideração da Comissão de População (ver também ISI Review 37.195) e da Comissão de Estatística

Ambas as Comissões enfatizaram a necessidade de se aperfeiçoar a bioestatística e de se fazer experiências com métodos não-conventionais de coleta. Estas entidades e a comissão econômica regional reconheceram que o programa do Censo Mundial de População de 1970 não fornecerá os dados demográficos necessários ao planejamento do desenvolvimento econômico e progresso social, a não ser que se providencie também a obtenção de um sólido conhecimento das taxas contínuas de crescimento demográfico. Para determinar a taxa de crescimento vegetativo, deveria ser introduzido e mantido em cada país um sistema adequado de bioestatística. Em 1965, a Comissão de Estatística solicitou à Secretaria que efetuasse, como plano *ad hoc* de prioridade máxima, um “estudo dos métodos de desenvolvimento dos sistemas de registro das estatísticas vitais e de métodos provisórios de fornecer coeficientes demográficos através de sistemas adequados de levantamento”. Este estudo foi realizado como parte do “World Programme for the Improvement of Vital Statistics” (Programa Mundial para o Aperfeiçoamento da Bioestatística) adotado pelo Conselho Econômico e Social em 1968 [resolução 1307 (XLIV)]. O objetivo do programa é a introdução de um sistema de registros e estatísticas vitais em todos os países, até 1979, ou o aperfeiçoamento do sistema vigente, de modo a fornecer estatísticas fide-

dignas de natalidade, mortalidade, nupcialidade e divórcios, para responder ao planejamento do desenvolvimento econômico e social. A expansão de cadastros civis fidedignos de ocorrências demográficas foi considerada como sendo de urgência, não só na utilização estatística dos registros, mas também como instrumentos legais para verificação de nome e nacionalidade, de casamento, divórcio, etc., sem o que os Estados modernos encontram dificuldade em agir no campo dos direitos humanos.

Padrões — A formulação de padrões, diretivas, definições e conceitos uniformes é função da Repartição de Estatística das Nações Unidas para facilitar o aperfeiçoamento das estatísticas. O preparo das recomendações publicadas em *Principles and Recommendations for the 1970 Population Censuses* e *Principles for a Vital Statistics System* foi previamente mencionado nas seções referentes a censos demográficos e bioestatística.

Seminários e grupos de trabalho — O atual intercâmbio de experiências em censos demográficos teve início com os grupos de trabalho regionais que se reuniram na Europa, Ásia e África, entre 1963 e 1966. Seguiram-se quatro Seminários regionais sobre Organização de Censos de População e de Domicílios, realizados na Europa, em 1965, na Ásia, em 1967, na América Latina e na África, em 1968. No mesmo período, teve lugar, na Ásia e na África, um Seminário sobre Métodos de Amostragem e outro sobre processamento de dados foi organizado para os países da Europa. O atual intercâmbio de experiências de métodos na bioestatística teve início com

o segundo Seminário Africano de Bioestatística, que foram realizados em 1964. De 1965 a 1967, foi dada prioridade às assembléias regionais interessadas em apresentar recomendações para os censos demográficos de 1970, mas a partir de 1968 a bioestatística tornou-se outra vez o centro das atividades regionais. Em julho de 1968 um Seminário Asiático sobre Registro Civil e Bioestatística teve lugar em Copenhague. No programa de trabalho aprovado pela quinta Conferência de Estatísticos Africanos está incluído um segundo Seminário Africano sobre Registro Civil e Bioestatística, na África. Um Seminário Interregional sobre o Aperfeiçoamento das Estatísticas Demográficas foi submetido ao Programa de Desenvolvimento das Nações Unidas.

Treinamento — O aperfeiçoamento das estatísticas demográficas é também incentivado através do treinamento das equipes nacionais, que está se processando nos centros regionais de treinamento e pesquisa estatística, mantidos pelas Nações Unidas na África (Cairo), Ásia (Chembur), América Latina (Santiago) e nos Centros de Treinamento Estatístico. Para estágio nestes centros e também noutros institutos, mantidos em base bilateral, são fornecidas bolsas de estudo.

Serviços consultivos — As Nações Unidas fornecem os serviços de consultoria técnica para o aperfeiçoamento das estatísticas demográficas, operando em nível internacional, regional e nacional. Foi designado, em fevereiro de 1967, no nível internacional um conselheiro interregional em estatísticas demográficas, que trabalhou na

África até setembro de 1968 e desde então na América Latina, onde visitou quase todos os países para verificar qual a assistência que necessitam. Conselheiros regionais em estatísticas demográficas são nomeados para a América Latina, África e Ásia para prestarem auxílio aos governos por breves períodos de tempo. Para períodos

mais longos de assistência, os conselheiros nacionais em bioestatística tem trabalhado na República Dominicana, Jamaica, Panamá e Peru; conselheiros censitários tem servido na Argélia, Madagascar, Marrocos, Tunísia e Samoa Ocidental; peritos em levantamentos por amostragem trabalharam no Senegal, Somália e Sudão.

BANCO DE DADOS ESTATÍSTICOS

O Ministério do Interior da República Federal da Alemanha incumbiu a Repartição Federal de Estatística de organizar um banco de dados estatísticos, como parte do sistema integrado de informações que está sendo preparado pelo Governo. A finalidade do banco de dados estatísticos será:

- 1) armazenar por um período mais longo os dados estatísticos exigidos para fins de análise e planejamento por diversos usuários da estatística nas juntas legislativas, na administração pública, em organizações internacionais, na iniciativa privada, por representantes dos empregadores e dos sindicatos, ciências, etc.;

- 2) manter esses dados, tanto quanto possível, comparáveis, combináveis e utilizáveis para as diversas exigências de análise;

- 3) torná-los prontamente recuperáveis em qualquer sentido desejado e efetuar cálculos rápidos, de acordo com pedidos específicos feitos por usuários de estatísticas oficiais e, principalmente,

pelo Parlamento e o Governo Federal.

Tendo-se em vista as múltiplas utilizações de quase todos os dados estatísticos, sua integração num fichário central foi considerada como sendo o único meio de evitar a duplicação e garantir a apresentação uniforme de resultados estatísticos. A instalação de um banco central de dados estatísticos na Repartição Federal de Estatística é, outrossim, motivada pela natureza dos dados estatísticos e pelas tarefas exigidas para obtenção de sua disponibilidade, sobretudo pelos esforços necessários à ampliação da comparabilidade e do número de possibilidades de combinação de resultados estatísticos provenientes de fontes e períodos diversos. Estas tarefas dificilmente poderão ser separadas da coleta e do processamento de dados. Devido à extensão do trabalho que a instalação e operação de um banco de dados estatísticos acarreta (tais como a composição dos índices e descrição de dados, tornando-os comparáveis, des-

dobramento de programas-padrão e de idiomas dominantes), torna-se impossível incluir, no banco de dados, todas as informações existentes. É preciso selecionar os dados de acordo com a ampla variedade de suas combinações e o grande número de usuários. No presente momento, não se cogita de armazenamento de dados individuais, embora isso bloqueie certas possibilidades de se fazer, futuramente, compilações especiais firmadas em material básico. Serão somente incluídos agregados (resultados estatísticos), com a classificação tão minuciosa quanto possível, de modo a fornecer campo suficiente para a compilação de dados, de acordo com outras tabulações, além das focalizadas inicialmente. Na seleção dos dados, que entretanto foi iniciada, estão sendo levados em conta alguns aspectos do maior alcance. Tratou-se inicialmente de elaborar um programa mínimo conjunto de estatísticas regionais para fins de planejamento federal e regional, de medidas concernentes à economia

regional e estrutura agrária, bem como todos os outros tipos de planejamento e pesquisas regionais, levando-se em consideração os preparativos já feitos neste campo por alguns *Laender* (Estados) federais e pelo Ministério Federal do Interior. Além disso, a Repartição Federal de Estatística está preparando sugestões para índices de dados sobre tendências econômicas a curto prazo, bem como estatísticas externas, para o banco de dados. Está sendo estudado também um programa de séries cronológicas para projeções etc. Os ministérios federais foram solicitados a expressar suas necessidades quanto a dados para pesquisas específicas. As exigências dos outros usuários de estatísticas oficiais serão também determinadas. A supracitada composição dos índices e descrição dos dados etc. já foi iniciada. Resta a solução de algumas questões básicas, tais como: sigilo acerca de dados individuais, seleção do meio adequado para armazenamento, problemas de custo e aspectos econômicos.

TABELAS DE NUPCIALIDADE LÍQUIDA DA POPULAÇÃO DOS PAÍSES BAIXOS

O Bureau Central de Estatística dos Países Baixos a partir de 1948, coleta dados anuais referentes ao número de casamentos de homens e mulheres, de acordo com o ano de nascimento e o estado civil anterior ao casamento. Baseadas nestes dados, foram compiladas as tabelas de nupcialidade líquida para os períodos 1948-1949; 1950-1955; 1956-1960; e 1961-1965,

abrangendo tanto os solteiros e solteiras como as pessoas viúvas e divorciadas. Recentemente estas tabelas foram publicadas numa edição especial, que apresenta um bom quadro das alterações no padrão de nupcialidade nos Países Baixos depois da II Guerra Mundial. Demonstra principalmente até que ponto a tendência cada vez maior para o casamento de pessoas mais

jovens influenciou a nupcialidade nos Países Baixos.

As tabelas indicam as probabilidades de casamento e recasamento segundo o sexo e a idade. Partindo de uma raiz de 100.000 nascidos vivos, respectivamente 100.000 homens e mulheres de 25 anos de idade, que sejam viúvos e divorciados, elas mostram também, ano a ano, o número dos que casam e dos que, com o mesmo estado civil, continuam vivos. Nesta última compilação também foi tomado em consideração o decréscimo, na raiz básica, em decorrência dos óbitos. As tabelas dão, além disso, para cada idade em separado, uma visão geral sobre a idade média na data do casamento,

apurando-se os contraídos depois de atingida esta idade no estado civil de casado, viúvo ou divorciado.

O método utilizado para calcular as tabelas de nupcialidade líquida baseia-se nos cálculos das médias simples das taxas de nupcialidade bruta para as idades de $15 \frac{1}{2}$ — $76 \frac{1}{2}$ para cada um dos anos de 1948-1965 inclusive, segundo o sexo, ano de nascimento e estado civil anterior, e em intervalos de classe de acordo com a idade média no início do respectivo ano. As probabilidades de casamento e recasamento em determinadas idades são computadas destas taxas aplicando-se a fórmula de interpolação de Lagrange baseada em quatro pontos centrais.

MEDALHA AO MÉRITO TAMANDARÉ PARA O DIRETOR-SUPERINTENDENTE DO IBE

Em solenidade realizada no dia 11 de junho, às 10 horas, no Quartel de Marinheiros, o Estatístico Rudolf Walter Franz Wuensche, Diretor-Superintendente do Instituto Brasileiro de Estatística, da Fundação IBGE, e outras personalidades brasileiras e estrangeiras receberam a Medalha “Mérito Tamandaré”, concedida pelo Exmo. Sr. Ministro da Marinha através da Portaria n.º 454, de 19 de maio do ano em curso. A Medalha “Mérito Tamandaré”, criada pelo Decreto 42.112, de 20 de agosto de 1957, é

destinada a agraciar autoridades, instituições e pessoas civis e militares, brasileiras ou estrangeiras, que tenham prestado relevantes serviços no sentido de divulgar ou fortalecer as tradições da Marinha do Brasil, honrando seus feitos ou realçando seus vultos históricos.

À cerimônia da entrega da condecoração compareceu grande número de autoridades civis e militares, colegas e amigos dos agraciados. Após a cerimônia foi oferecido aos presentes um “coquetel”.

NOVA ENTIDADE CONGREGA ESTATÍSTICOS DE PESQUISA

O Instituto Internacional de Estatística criou, em reunião realizada em agosto do ano passado, como uma das suas seções, a As-

sociação Internacional de Estatísticos de Pesquisa. A nova Entidade tem por finalidade promover o estudo e o desenvolvimento da teo-

ria e da prática de pesquisas censitárias e estatísticas, bem como de temas afins, e estimular o interesse por tais assuntos. Com esse objetivo, a Associação promoverá reuniões, seminários, conferências, programas de pesquisa e treinamento, editará publicações etc.

As pessoas interessadas nos trabalhos da nova Associação poderão se dirigir, para detalhes, ao Diretor do Escritório Permanente do Instituto Internacional de Es-

tatística, E. Lunenberg (2 Oostduinlaan, Haia).

A primeira atividade formal da Associação será organizar reuniões como parte do programa regular da próxima sessão do Instituto Internacional de Estatística a realizar-se em Viena, em agosto do próximo ano. Os técnicos interessados em contribuir com trabalhos deverão dirigir-se ao Presidente da Comissão de organização, I.P. Fellegi (Estatística/Canadá, Ottawa, Canadá).

CONCURSO PARA ESCOLHA DO SÍMBOLO DA FUNDAÇÃO IBGE

Foram os seguintes os vencedores do concurso interno instituído para escolha do símbolo do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística:

1.º Lugar (Prêmio Cr\$ 3.000,00) — PEDRO PAULO MACHADO do IBG/DEDIGEO/DivEd/D (Trabalho apresentado sob o pseudônimo PEPE).

2.º Lugar (Prêmio Cr\$ 1.500,00) — PEDRO MARCÍLIO DA SILVA LEITE do IBG/DEDIGEO/DivEd/D (Trabalho apresentado sob o pseudônimo CRIS).

3.º Lugar (Prêmio Cr\$ 500,00) PEDRO MARCÍLIO DA SILVA LEITE do IBG/DEDIGEO/DivEd/D (Trabalho apresentado sob o pseudônimo GOTA)

Acolhendo proposta da Comissão Julgadora, o Sr. Presidente da

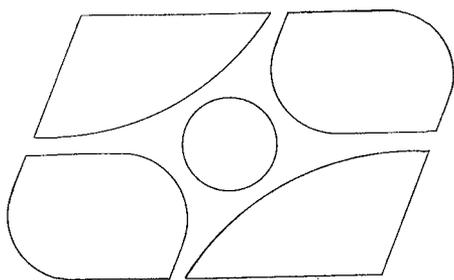
FIBGE determinou a concessão de 4 (quatro) prêmios, no valor de Cr\$ 250,00 cada, para os autores, cujos trabalhos lograram “Menção Honrosa”. Tais são:

JOSÉ CLOVIS MOTA DE ALENCAR — do Dep. Geodésia e Topografia — 1.ª Divisão — Fortaleza — Ceará (Trabalho apresentado sob o pseudônimo ALDEBARAN).

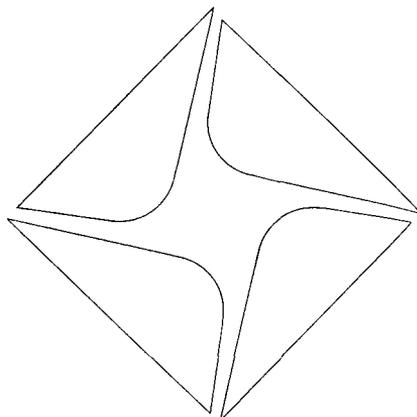
JOSÉ RICARDO ANASTÁCIO ALVES — da ASFIN — Administração Central (Trabalho apresentado sob o pseudônimo ASTERIX)

PEDRO MARCÍLIO DA SILVA LEITE do IBG/DEDIGEO/DivEd/D (Trabalho apresentado sob o pseudônimo KIKO).

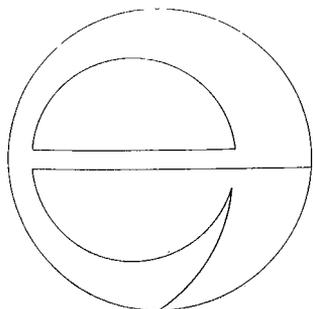
PEDRO PAULO MACHADO do DEDIGEO/DivEd/D (Trabalho apresentado sob o pseudônimo PEPE).



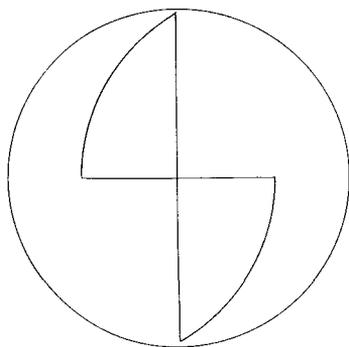
1.º Prêmio: Pedro Paulo Machado (IBG/DEDIGE/O/DivEd/D)



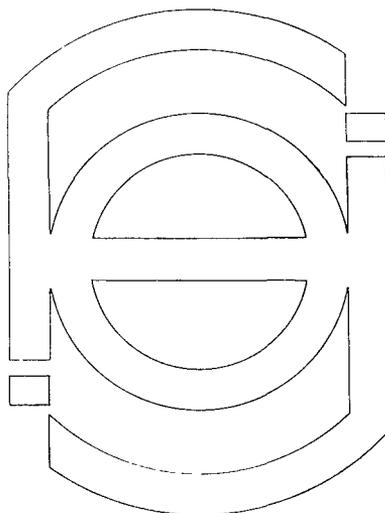
José Ricardo Anastacio Alves (da ASFIN — Administração Central)



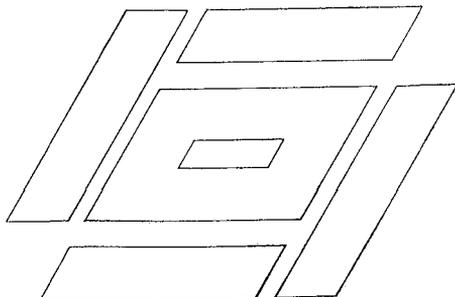
2.º Prêmio: Pedro Marcílio da Silva Leite (do IBG/DEDIGE/O/DivEd/D)



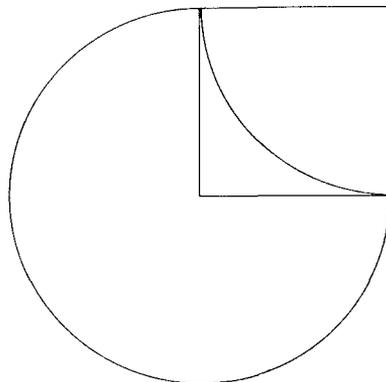
3.º Prêmio: Pedro Marcílio da Silva Leite (do IBG/DEDIGE/O/DivEd/D)



Pedro Marcílio da Silva Leite (IBG/DEDIGE/O/DivEd/DM)



José Clovis Mota de Alencar (Dep. Geodésia e Topografia — 1.ª Divisão Fortaleza — Ceará)



Pedro Paulo Machado (IBG/DEDIGE/O/DivEd/D)

Bibliografia

CENSO AGROPECUÁRIO DE 1970

A Fundação IBGE já completou a publicação dos cinco volumes em que são divulgados os dados preliminares do Censo Agropecuário de 1970; Região Norte, Região Nordeste, Região Sudeste, Região Sul e Região Centro-Oeste. Cada volume apresenta dados sobre o número de estabelecimentos, pessoal ocupado, tratores, bovinos, suínos e galinhas, por Unidade da

Federação, Microrregiões e Municípios. Inclui ainda o confronto dos mesmos aspectos, segundo os Recenseamentos Gerais de 1920, 1940, 1950, 1960 e 1970, além de dados e mapas sobre a distribuição geográfica do rebanho bovino, segundo sua densidade por Município, relacionando este aspecto específico com os demais dados preliminares.

INDÚSTRIA DA CONSTRUÇÃO

INQUÉRITO MENSAL SOBRE EDIFICAÇÕES

A Fundação IBGE, através do Departamento de Estatísticas Industriais, Comerciais e de Serviços — DEICOM, do Instituto Brasileiro de Estatística, acaba de publicar os resultados do “Inquérito Mensal sobre Edificações” referentes ao ano de 1971.

As informações contidas são levantadas com a cooperação das Prefeituras Municipais, sendo os questionários do inquérito preenchidos por ocasião do processamento das licenças, seja para início de construção, seja para ocupação (“habite-se”).

A publicação incluiu dados relativos às construções iniciadas ou concluídas pelas Companhias de Habitação Popular (COHABs), para cujo levantamento contou com a colaboração do BNH. Os dados referentes às construções das COHABs nas cidades do interior não abrangidas pela pesquisa do “Inquérito Mensal sobre Edificações” estão também incluídos nas apurações normais do Inquérito.

As apurações se referem a licenças para obras novas (início de construção ou “habite-se”) e para as de ampliação

Os resultados divulgados estão distribuídos em três partes, sendo a primeira, composta de oito tabelas, referente às licenças para início de construção; a segunda, também com oito tabelas, se refere às concessões de “habite-se”; a terceira parte reúne, em uma tabela, as apurações correspondentes às licenças de ampliação.

As informações serão particularmente úteis para orientar a política habitacional e o desenvolvimento da Indústria da Construção

REVISTA DO SNIC

O Sindicato Nacional da Indústria do Cimento entregou à circulação o primeiro número da Revista do SNIC, referente a janeiro/fevereiro de 1972

Publicação de excelente feição gráfica, destina-se a divulgar as realizações e os programas da indústria, bem como informar fatos e os aspectos com ela relacionados

No mais moderno estilo jornalístico, a nova Revista do SNIC incluirá em sua matéria reportagens, notícias e manterá seções sobre pesquisas e controle de qualidade, produção, comercialização, importação e exportação, custos e preços de cimento, com tabelas e gráficos comparativos, e sobre prevenção de acidentes na indústria e segurança no trabalho.

SISTEMA MUNDIAL DE INFORMAÇÃO CIENTÍFICA

Os resultados do estudo realizado conjuntamente pelo UNESCO e Conselho Internacional de Uniões Científicas (ICSU) sobre a possibilidade de estabelecer um Sistema Mundial de Informação Científica (UNISIST) acabam de ser publicados pela UNESCO, sob duas formas: UNISIST Informe del Estudio sobre la posibilidad de establecer un Sistema Mundial de Información Científica, Monte-

video, UNESCO, 1971, e UNISIST — Sinopsis del estudio sobre la posibilidad de establecer un Sistema de Información Científica, Paris, UNESCO, 1971.

Ambas as publicações estão digitadas em espanhol, francês, inglês e russo e constituem documentos de trabalho da Conferência Intergovernamental que será realizada em outubro próximo, para o estabelecimento do sistema.

PUBLICAÇÕES EDITADAS PELO INSTITUTO BRASILEIRO DE ESTATÍSTICA NO TRIMESTRE ABRIL-JUNHO DE 1972 *

CENTRO DE DOCUMENTAÇÃO E INFORMAÇÃO ESTATÍSTICA (CENDIE)

025.346

BOLETIM TRIMESTRAL DA BI-
BLIOTECA WALDEMAR LO-

PES Rio de Janeiro, v. 3, n. 1,
jan /mar. 1972

DEPARTAMENTO DE DIVULGAÇÃO ESTATÍSTICA (DEDIVE)

Periódicos

31 (81) (05)

BOLETIM ESTATÍSTICO. Rio de
Janeiro, v. 29, n. 116, out /dez
1971 Trimestral

311 (81) (05)

REVISTA BRASILEIRA DE ES-
TATÍSTICA Rio de Janeiro,
ano 32, n.º 127, jul./set. 1971.
Trimestral

* Bibliografia preparada pelo Centro de Documentação e Informação Estatística do IBE

séries

- 911.6 (812.12 VIT FRE)
Vitorino Freire, Maranhão. Texto de Rilza Ferreira Saldanha. Rio de Janeiro, 1972. 12 p., il. (Coleção de Monografias, 518).
- 911.6 (815.32 SÃO PED ALD)
São Pedro da Aldeia, Rio de Janeiro. Texto de Rilza Ferreira Saldanha. Rio de Janeiro, 1972. 16 p., il. (Coleção de Monografias, 521).
- 911.6 (816.12 AGU SÃO PED)
Águas de São Pedro, São Paulo. Texto de Maria de Lourdes Freitas Cianella. Rio de Janeiro, 1972. 12 p., il. (Coleção de Monografias, 516).
- 911.6 (816.12 EPI PES)
Presidente Epitácio, São Paulo. Texto de Rilza Ferreira Saldanha. Rio de Janeiro, 1972. 16 p., il. (Coleção de Monografias, 512).
- 911.6 (816.52 GAR)
Garibaldi, Rio Grande do Sul. Texto de Daisy Costa Lima. Rio de Janeiro, 1972, 24 p., il. (Coleção de Monografias, 517)
- 911.6 (816.52 SAN MAR)
Santa Maria, Rio Grande do Sul. 2. ed. Texto de Maria de Lourdes Freitas Cianella. Rio de Janeiro, 1972. 32 p., il. (Coleção de Monografias, 513)
- 911.6 (817.31 GOI)
Goiânia, Goiás. 2. ed. Texto de Maria de Lourdes Freitas Cianella. Rio de Janeiro, 1972. 36 p., il. (Coleção de Monografias, 514)

CENTRO BRASILEIRO DE ESTUDOS DEMOGRÁFICOS (CBED)

- 312 (81) (05)
BOLETIM DEMOGRÁFICO CBED. Rio de Janeiro, v. 2, n. 3 e 4, jan./mar. e abr./jun. 1972.

DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICAS INDUSTRIAIS, COMERCIAIS E DE SERVIÇOS (DEICOM)

- 31:66/69 (81)
Indústrias de transformação. Pesquisa mensal — janeiro/fevereiro 1972. Rio de Janeiro, 1972. 18 p., tab. Mimeografado.
- _____ *janeiro/abril 1972*. Rio de Janeiro, 1972. 26 p., tab. Mimeografado.
- _____ *janeiro/maio 1972*. Rio de Janeiro, 1972. 41 p., tab. Mimeografado.
- _____ *janeiro/março 1972*. Rio de Janeiro, 1972. 18 p., tab. Mimeografado.
- 31:69 (81)
Indústria da construção. Preços de material de construção no co-

- mércio atacadista; salários na indústria da construção outubro de 1971 a março de 1972.* Rio de Janeiro, 1972. 275 p, tab.
- . *Inquérito mensal sobre edificações — novembro de 1971 a março de 1972.* Rio de Janeiro, 1972. 243 p., tab.
- . — *dezembro de 1971.* Rio de Janeiro, 1972. 238 p., tab.
- . — *ano de 1971* Rio de Janeiro, 1972. 391 p., tab.
- . — *janeiro de 1972.* Rio de Janeiro, 1972, 235 p, tab
- . — *fevereiro de 1972.* Rio de Janeiro, 1972. 235 p, tab
- 338.5:31 (81)
Inquérito nacional de preços. Gêneros alimentícios; comércio varejista das Capitais — 1970 a abril de 1972. Rio de Janeiro, 1972. 112 p., tab Mimeografado.
- . — *1970 a maio de 1972.* Rio de Janeiro, 1972. 112 p., tab. Mimeografado.
- . — *1970 a junho de 1972* Rio de Janeiro, 1972. 112 p, tab. Mimeografado.
- . *Gêneros alimentícios e artigos do vestuário. Comércio atacadista e varejista nas Capitais — fevereiro de 1972* Rio de Janeiro, 1972 37 p, tab. Mimeografado.
- . — *março de 1972.* Rio de Janeiro, 1972 37 p., tab Mimeografado
- . — *abril de 1972.* Rio de Janeiro, 1972. 37 p., tab. Mimeografado
- . *Comércio atacadista e varejista nas Unidades da Federação — fevereiro de 1972.* Rio de Janeiro, 1972. 49 p., tab. Mimeografado
- . — *março de 1972.* Rio de Janeiro, 1972. 49 p, tab. Mimeografado
- . — *abril de 1972.* Rio de Janeiro, 1972. 49 p., tab Mimeografado.
- . — *maio de 1972.* Rio de Janeiro, 1972 49 p, tab Mimeografado
- 381 (817.3)
Exportação de Goiás. Comércio por vias internas — 1967. Rio de Janeiro, 1972. 68 p, tab Mimeografado
- 381 (814.1)
Comércio interestadual Exportação por vias internas — 1968 Sergipe Rio de Janeiro, 1972 25 p, tab. Mimeografado.
- 381 (813.3)
—————. — *1969. Paraíba.* Rio de Janeiro, 1972 84 p, tab Mimeografado
- 381 (813.4)
—————. — *1969 Pernambuco* Rio de Janeiro, 1972 136 p, tab. Mimeografado
- 381 (814 1)
—————. — *1970. Sergipe.* Rio de Janeiro, 1972. 27 p., tab. Mimeografado.

381 (817 1)
————— — 1970. *Mato Gros-*
so. Rio de Janeiro, 1972. 19 p., tab.
Mimeografado.

381 (815.4)
————— — 1971. *Guanabara*

(1.^o semestre). Rio de Janeiro,
1972. 114 p., tab. Mimeografado.

629.114 (81)

Veículos licenciados — 1970. Rio
de Janeiro, 1972. 478 p., tab.

RESOLUÇÕES DO CONSELHO DIRETOR

RESOLUÇÃO COD-306, DE 7 DE ABRIL DE 1972

Dispõe sobre a concessão e distribuição do auxílio financeiro aos Órgãos Regionais de Estatística

O CONSELHO DIRETOR da FUNDAÇÃO IBGE, no uso das atribuições que lhe confere o artigo 16, alínea *a*, do Estatuto

considerando o interesse de que ajuda financeira aos órgãos regionais de estatística seja mantida, como suplementação aos respectivos orçamentos, para possibilitar a continuidade das tarefas de natureza técnica que visem a atender ao Plano Nacional de Estatísticas Básicas, aprovado pelo Decreto n.º 63 010, de 18 de julho de 1968,

considerando as disponibilidades orçamentárias para o corrente exercício,

RESOLVE

Art 1.º — Da dotação contida na verba 3 2 7 6 01 06 — Assistência a Órgãos do Sistema Esta-

tístico Nacional, da Tabela Explicativa da Despesa do IBE, aprovada pela Resolução COD/292/72, de 10 de janeiro de 1972, será destacado o montante de Cr\$ 774 000,00 (setecentos e setenta e quatro mil cruzeiros), a título de auxílio financeiro a ser concedido pelo Instituto Brasileiro de Estatística aos Órgãos Regionais do Sistema Estatístico, de acordo com a seguinte distribuição

Rondônia	12 000,00
Acre	13 000,00
Amazonas	20 000,00
Roraima	12 000,00
Pará	20 000,00
Amapá	14 000,00
Maranhão	13 000,00
Piauí	20 000,00
Ceará	20 000,00
Rio Grande do Norte	20 000,00
Paraíba	20 000,00
Pernambuco	55 000,00
Alagoas	16 000,00
Sergipe	15 000,00
Bahia	50 000,00
Minas Gerais	80 000,00
Espírito Santo	22 000,00
Rio de Janeiro	47 000,00

São Paulo	70 000,00
Paraná	60 000,00
Santa Catarina	36 000,00
Rio Grande do Sul	83 000,00
Mato Grosso	28 000,00
Goiás	28 000,00
TOTAL	774 000,00

Art. 2.º — O auxílio de que trata a presente Resolução destina-se a reforçar os recursos orçamentários dos órgãos aos quais se destina, e deverá ser aplicado no desenvolvimento da programação de suas atividades técnicas

Art. 3.º — Na aplicação do auxílio financeiro ora concedido e na respectiva comprovação, deverão ser observadas as normas pertinentes

Art. 4.º — A liberação, pelo IBE, do auxílio para o ano corrente, fica condicionada à apresentação, pelo órgão beneficiado, da comprovação da aplicação do auxílio concedido para o ano de 1971

Art. 5.º — Esta Resolução entra em vigor a partir desta data

(a) *Regina Maria Lima Garcia*, Secretária-Assistente (ad hoc)
 — (a) *Horácio Rubens de Mello e Souza*, Secretário-Geral — (a) *Isaac Kerstenetzsky*, Presidente

RESOLUÇÃO COD-307, DE 7 DE ABRIL DE 1972

Dispõe sobre a distribuição do auxílio financeiro aos Órgãos Centrais Federais de estatística

O CONSELHO DIRETOR da FUNDAÇÃO IBGE, no uso das atribuições que lhe confere o artigo 16, alínea a, do Estatuto,

considerando a conveniência de manter continuidade ao apoio financeiro aos Órgãos Centrais Federais do Sistema Estatístico Nacional, como meio de lhes proporcionar condições de desenvolver as atividades estatísticas que interessem diretamente à execução do Plano Nacional de Estatísticas Básicas,

RESOLVE:

Art. 1.º — Da dotação atribuída à rubrica 3 2 7 6 01 06 — Assistência aos órgãos do Sistema Estatístico Nacional, da Tabela Explicativa da Despesa do IBE, aprovada pela Resolução COD/292/72, de 10 de janeiro de 1972, será destacado o montante de Cr\$ 216 000,00 (duzentos e dezesseis mil cruzeiros) a título de auxílio financeiro a ser concedido pelo Instituto Brasileiro de Estatística aos Órgãos Centrais Federais de Estatística, de acordo com a seguinte distribuição

Serviço de Estatística da Saúde — SES	20 000,00
Serviço de Estatística da Educação e Cultura — SEEC	45 000,00
Departamento de Estatísticas Industriais e Comerciais — DEIC	59 000,00
Centro de Informações Econômico-Fiscais — CIEF	22 000,00
Serviço de Estatística Demográfica Moral e Política — SEDMP	34 000,00
Equipe Técnica de Estatísticas Agropecuárias — ETEA	20 000,00
Serviço de Estatística do Departamento Nacional de Águas e Energia — SEDNAE	16 000,00
TOTAL	216 000,00

Art. 2º — O auxílio de que trata a presente Resolução destina-se ao reforço dos recursos orçamentários dos órgãos, a ser aplicado no desenvolvimento de suas atividades técnicas.

Art. 3º — Na aplicação do auxílio ora concedido e na respectiva comprovação, deverão ser observadas as normas pertinentes

Art. 4º — A liberação do auxílio pelo IBE fica condicionada à apresentação, pelo órgão beneficiado, da comprovação da aplicação do auxílio concedido no segundo semestre de 1971

Art 5º — Esta Resolução entra em vigor a partir desta data

(a) *Regina Maria Lima Garcia*, Secretária-Assistente (ad hoc). — (a) *Horácio Rubens de Mello e Souza*, Secretário-Geral — (a) *Isaac Kerstenetzky*, Presidente

RESOLUÇÃO COD-308, DE 12 DE ABRIL DE 1972

Passa à subordinação do Secretário-Geral da Fundação IBGE, os serviços de Assistência Médica, Odontológica e Social (SAMOS) e o Serviço de Transporte.

O CONSELHO DIRETOR da FUNDAÇÃO IBGE, no uso das atribuições que lhe confere o artigo 16, alínea e, do Estatuto,

considerando que o Serviço de Assistência Médica, Odontológica e Social (SAMOS) e o Serviço de Transporte integravam o Gabinete da Presidência da extinta autarquia IBGE, nos termos do Decreto nº 59 322, de 29-9-66;

considerando que esses Serviços, até ulterior deliberação deste

Conselho, foram distribuídos na Presidência da Fundação (art 3º item II, do Decreto n.º 61 127/67);

considerando que cabe à Secretaria-Geral da Fundação coordenar os órgãos administrativos e financeiros da Fundação (art. 17, parágrafo único, do Estatuto da Fundação);

considerando a conveniência de que o SAMOS e o Serviço de Transporte, desde logo, fiquem integrados na Secretaria-Geral, embora este órgão não tenha sido ainda estruturado,

RESOLVE

Art 1º — O Serviço de Assistência Médica, Odontológica e Social (SAMOS) e o Serviço de Transporte ficam subordinados diretamente ao Secretário-Geral da Fundação, até que seja estruturada a Secretaria-Geral.

Art 2º — Esta Resolução entrará em vigor a partir desta data

(a) *Regina Maria Lima Garcia*, Secretária-Assistente (ad hoc) — (a) *Horácio Rubens de Mello e Souza*, Secretário-Geral — (a) *Isaac Kerstenetzky*, Presidente

RESOLUÇÃO COD-309, DE 12 DE ABRIL DE 1972

Altera temporariamente as Resoluções COD/59/68 e COD/165/69, que dispõem sobre a remuneração de estudantes estagiários nos Órgãos da Fundação IBGE

O CONSELHO DIRETOR da FUNDAÇÃO IBGE, no uso das atribuições que lhe confere a alínea q do artigo 16 do Estatuto,

considerando as prescrições do Decreto n.º 69.927, de 13 de janeiro de 1972, que institui, em caráter nacional, o Programa de “Bolsa de Trabalho”;

considerando as disposições da Portaria n.º 1 002, de 29 de setembro de 1967, do Ministro do Trabalho e Previdência Social;

considerando não estar ainda regulamentado o Decreto n.º 69 927, de 13 de janeiro de 1972,

considerando entretanto, a necessidade de uniformizar as jornadas de trabalho e os salários de que tratam as Resoluções COD/59/68, de 18 de outubro de 1968 e COD/165/69, de 31 de outubro de 1969,

RESOLVE

Art. 1º — A ajuda financeira mensal aos estudantes estagiários de que tratam as Resoluções COD/59/68 e COD/165/69, passam a ser concedidas nas seguintes bases:

a) 30% do salário fixado para o padrão VIII, ref A, do QGP, aos estudantes dos cursos superiores de Estatística, Geografia, Cartografia, Engenharia e Geodésia, para uma jornada de quatro horas de trabalho. Caso seja atribuída ao estagiário, atividade de ensino, o salário acima corresponderá a 6 aulas semanais,

b) 30% do salário correspondente ao Padrão VII, ref A, do QGP, aos estudantes do Curso Técnico de Estatística, para uma jornada de trabalho de 4 horas

Art. 2º — Esta Resolução entra em vigor a partir desta data.

(a) *Regina Maria Lima Garcia*, Secretária-Assistente (ad hoc).
— (a) *Horácio Rubens de Mello*

e Souza, Secretário-Geral. — (a) *Isaac Keistenetzky*, Presidente

RESOLUÇÃO COD-310, DE 28 DE ABRIL DE 1972

Aprova minuta padrão de contrato de locação.

O CONSELHO DIRETOR da FUNDAÇÃO IBGE, considerando a necessidade de simplificar e dinamizar o processamento dos contratos de aluguel de imóveis destinados a órgãos existentes na estrutura da Fundação IBGE,

considerando a exigência contida no artigo 16, letra *l* do Estatuto aprovado pelo Decreto número 61 126, de 2-8-67,

considerando a conveniência de aliviar o Conselho Diretor de exames e estudos de rotina e de pequeno reflexo no orçamento da Fundação,

RESOLVE

Art. 1º — Fica aprovada a forma de contrato padrão que a este acompanha, exclusivamente para contratos de locação de imóveis para órgãos da estrutura da Fundação, que atendam as condições a seguir mencionadas:

a) quando o aluguel mensal estipulado na cláusula segunda da forma padrão anexa, não ultrapassar o valor de 4 (quatro) vezes o maior salário mínimo,

b) quando o órgão interessado se tenha manifestado favoravelmente ao CETAL quanto a:

1 — necessidade e conveniência da locação,

2 — existência de recursos específicos

Art. 2º — Os contratos de locação assinados de acordo com a forma padrão e condições acima estipuladas, ficam dispensados de nova aprovação pelo COD

Art 3.º — Esta Resolução entra em vigor a partir desta data

(a) *Regina Maria Lima Garcia*, Secretária-Assistente (ad hoc) — (a) *Horácio Rubens de Mello e Souza*, Secretário-Geral — (a) *Issac Kerstenetzky*, Presidente.

Contrato de locação do
(imóvel,
situação)

que fazem

(nome do Locador—a)

como LOCADOR/A, e a FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA e ESTATÍSTICA, como LOCATÁRIA.

(qualificar c/a LOCADORA, com indicação do nº de

registro no Ministério da Fazenda, proprietário/a

(ou promissário/a comprador/a, usufrutuário/a, etc)

do
descrição e

, como LOCADOR/A, situação do imóvel)

e a FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (FUNDAÇÃO IBGE),

como LOCATÁRIA, representada (*)

têm justo e contratado a locação do referido imóvel, de acordo com as condições constantes das cláusulas seguintes:

CLÁUSULA PRIMEIRA — Prazo — A locação será de
(ano, meses)

a começar em e a
(dia, mês e ano)

expirar em
(dia, mês e ano)

CLÁUSULA SEGUNDA — Aluguel — O aluguel mensal no primeiro ano será de Cr\$

()

correspondente a vezes o salário mínimo regional e será pago ao/a LOCADOR/A até o dia dez (10) do mês seguinte ao vencido em

local de pagamento

(*) 1º caso — quando o contrato é assinado pelo Presidente ou Presidente em exercício pelo seu Presidente (nome), nomeado pelo Decreto nº , de (data), publicado no de (data), forma dos arts 4º e 19, c e m do Estatuto aprovado pelo Decreto nº 61 126, de 2/8/67, ,

2º caso — quando o contrato é assinado por funcionário especificamente designado por (nome e cargo), conforme delegação outorgada em (data) pelo seu Presidente (nome), nos termos do art 19, n, do Estatuto acima mencionado,

A partir do segundo ano de locação, esse aluguel será automaticamente reajustado de 12 em 12 meses, multiplicando-se o valor do aluguel inicial pelo coeficiente obtido da fração ordinária cujo numerador será o valor do salário mínimo regional vigente no primeiro mes de cada período de 12 meses, e cujo denominador será o valor do salário mínimo regional vigente no início do contrato

CLÁUSULA TERCEIRA — Prorrogação — A locação considerará-se automaticamente prorrogada por períodos sucessivos de um ano, se nenhuma das partes, até 90 (noventa) dias antes da expiração do prazo previsto na Cláusula Primeira, ou do das suas prorrogações sucessivas, comunicar à outra, por escrito, a intenção de terminá-la

CLÁUSULA QUARTA — Tributos e Encargos — Além do aluguel, a LOCATÁRIA reembolsará ao/a LOCADOR/A, os impostos, taxas e despesas normais de condomínio, quando houver, relativos ao imóvel locado, mediante apresentação do recibo de reembolso e cópias dos competentes comprovantes, com antecedência mínima de 10 (dez) dias, para o devido processamento, no local indicado na Cláusula Segunda, excluídas as multas e a correção monetária em que, por ventura, venha a incorrer o/a LOCADOR/A

CLÁUSULA QUINTA — Destinação do Imóvel — O imóvel ora locado destinar-se-á à instalação de serviços da LOCATÁRIA, ficando esta autorizada a colocar as indicações, placas, distintivos e símbolos que julgar necessários,

bem como, a fazer modificações internas, desde que não afetem a estrutura e a segurança do imóvel e obedeçam às normas em vigor. Finda a locação, a LOCATÁRIA restituirá o imóvel vazio e limpo, bem como em boas condições de conservação e com todas as suas instalações em bom estado de funcionamento. Obs.: caso exigido pelo LOCADOR, “finda a locação, a LOCATÁRIA tudo reporá nas condições em que recebeu o imóvel locado”.

CLÁUSULA SEXTA — Alienação — O presente contrato vigorará ainda em caso de alienação do imóvel (art. 1 197 do Código Civil), obrigando-se o/a LOCADOR/A a fazer constar a presente estipulação, nas competentes escrituras.

CLÁUSULA SÉTIMA — Rescisão — A LOCATÁRIA poderá rescindir o presente contrato, em caso de transferência de seu órgão local, mediante aviso por escrito ao/a LOCADOR/A com antecedência mínima de 90 (noventa) dias, o/a qual não terá direito algum a indenização. O presente contrato, outrossim, considerar-se-á rescindido por infração de quaisquer de suas cláusulas e nas hipóteses antevistas em lei, passível a parte inadimplente das combinações legais.

CLÁUSULA OITAVA — Verba — Os alugueres e encargos relativos a este contrato correrão à conta da Verba, havendo sido comprometido o total das despesas referentes ao presente exercício

CLÁUSULA NONA — Foro — Quaisquer questões judiciais por-

ventura oriundas do presente contrato serão dirimidas pela Justiça Federal, processando-se, em primeira instância, perante Juiz Federal no Estado de (Decreto-lei n.º 161/67, art 26).

E, estando as partes contratantes de acordo com as condições e cláusulas acima, assinam o presente contrato, datilografado em .
vias, na presença de duas testemunhas

Local e data:

TESTEMUNHAS

LOCADOR/A

LOCATÁRIA

RESOLUÇÃO COD-311, DE 9 DE MAIO DE 1972

Cria, em caráter provisório, no Departamento de Geografia do IBG, o Órgão que indica e altera o Quadro de Lotação de Pessoal do DEGEO-IBG

O CONSELHO DIRETOR da FUNDAÇÃO IBGE, no uso das atribuições que lhe confere o artigo 16, alínea e, do Estatuto,

considerando que a evolução dos encargos que lhe competem torna necessária a alteração da estrutura do Departamento de Geografia — DEGEO-IBG, aprovada pela Resolução COD/35/68, de 17 de maio de 1968,

RESOLVE:

Art. 1.º — Fica criada, em caráter provisório, no Departamento de Geografia — DEGEO-IBG,

uma Seção Administrativa, diretamente subordinada ao Diretor do Departamento.

Art. 2.º — Caberá a esta Seção Administrativa planejar, controlar e executar os encargos administrativos do DEGEO, orientar e fiscalizar a observância da legislação e normas referentes a pessoal, material e aplicação de recursos financeiros; coordenar a preparação de proposta orçamentária e controlar a execução do orçamento aprovado; organizar e elaborar prestação de contas relativas ao crédito rotativo e às despesas com as pesquisas de campo, organizar e controlar recibos de pagamento de pessoal em regime de tarefa-hora a serviço de Convênios específicos, e executar outras tarefas administrativas que lhe forem atribuídas pelo Diretor do Departamento

Art. 3.º — Fica acrescido ao Quadro de Lotação de Pessoal (QLP/201), do Departamento de Geografia, aprovado pela Resolução COD/47/68, de 4 de setembro de 1968, 1 (um) cargo de Chefe de Seção (Seção Administrativa), Padrão 24, extinguindo-se o cargo de Assistente Administrativo previsto naquele ato

Art. 4.º — Esta Resolução entra em vigor a partir desta data

(a) *Regina Maria Lima Garcia*, Secretária-Assistente (ad hoc).
— (a) *Horácio Rubens de Mello e Souza*, Secretário-Geral — (a) *Isaac Kerstenetzky*, Presidente.

RESOLUÇÃO COD-312, DE 9 DE MAIO DE 1972

Cria, em caráter provisório, no Departamento de Documenta-

ção e Divulgação Geográfica e Cartografia do IBGE, o Órgão que indica e altera o Quadro de Lotação de Pessoal do DEDIGEO-IBGE.

O CONSELHO DIRETOR da FUNDAÇÃO IBGE, no uso das atribuições que lhe confere o artigo 16, alínea e do Estatuto,

considerando que a evolução dos encargos que lhe competem torna necessária a alteração da estrutura do Departamento de Documentação e Divulgação Geográfica e Cartográfica — DEDIGEO/IBGE, aprovada pela Resolução COD/138/69, de 28 de maio de 1969,

RESOLVE.

Art. 1.º — Fica criada, em caráter provisório, no Departamento de Documentação e Divulgação Geográfica e Cartográfica DEDIGEO/IBGE, uma Seção Administrativa diretamente subordinada ao Diretor do Departamento.

Art. 2.º — Caberá a Seção Administrativa do DEDIGEO controlar e executar os encargos relativos a ordens e disposições gerais oriundas de órgãos administrativos da Fundação IBGE; controlar a distribuição e uso do material permanente e de consumo, assim como prever quantidades na sua utilização para o ano seguinte; coordenar a elaboração de propostas de orçamentos-programa do Departamento assim como controlar os que estão em execução; organizar e elaborar prestação de contas correspondentes a créditos rotativos ou outras formas de adiantamentos; assessorar o Diretor do Departamento e sugerir medidas de ordem administrativa de âmbito do Departamento ou dele-

gadas por instrumento legal da Fundação IBGE

Art 3.º — Fica acrescido ao Quadro de Lotação de Pessoal (QLP/204), do Departamento de Documentação e Divulgação Geográfica e Cartográfica, aprovado pela Resolução COD/143/69, de 25 de junho de 1969, 1 (um) cargo de Chefe de Seção (Seção Administrativa), Padrão 24, extinguindo-se o cargo de Assistente Administrativo previsto naquele ato.

Art. 4.º — Esta Resolução entra em vigor a partir desta data

(a) *Regina Maria Lima Garcia*, Secretária-Assistente (ad hoc). — (a) *Horácio Rubens de Mello e Souza*, Secretário-Geral. — (a) *Isaac Kerstenetzky*, Presidente

RESOLUÇÃO COD-313, DE 23 DE MAIO DE 1972

Estrutura a Secretaria-Geral da Fundação IBGE e dá outras providências.

O CONSELHO DIRETOR da FUNDAÇÃO IBGE, no uso das atribuições que lhe confere o artigo 16, alínea e, do Estatuto,

considerando que, de acordo com o parágrafo único do artigo 17 do Estatuto, a Secretaria-Geral é o órgão da Presidência destinado a coordenar os órgãos administrativos e financeiros da Fundação;

considerando a conveniência de integrar na Secretaria-Geral, em caráter definitivo, os órgãos normativos dos Sistemas de Pessoal, Orçamento, Contabilidade, Finanças, Material e Serviços Gerais, assim como os órgãos executivos dessas atividades no âmbito da Administração Central;

considerando a experiência colhida através do funcionamento da Assessoria de Pessoal . . . (ASPES), Assessoria-Econômico-Financeira (ASFIN) e Serviço Especial do Pessoal dos Quadros em Extinção (SEPEX), estruturados, em caráter provisório, como órgãos diretamente subordinados ao Secretário-Geral;

considerando que se impõe dotar a Secretaria-Geral de estrutura adequada ao desempenho de suas atribuições e, inclusive, à completa e uniforme aplicação dos princípios gerais da administração econômico-financeira, de aquisição de material e contratação de serviços e de administração de pessoal, de que tratam as Resoluções COD/8/67, COD/21/68 e COD/239/71;

considerando a simplificação, racionalização e economia de recursos humanos e materiais e evitando a duplicação de serviços congêneres na mesma área de trabalho, segundo preconizam a Reforma Administrativa e o Primeiro Plano Nacional de Desenvolvimento,

RESOLVE

Art 1º — A Secretaria-Geral, prevista no parágrafo único do Art 17 do Estatuto, como órgão integrante da Presidência destinado a coordenar os órgãos administrativos e financeiros da Fundação, tem por atribuições principais

a) Estudar e propor as diretrizes concernentes à política administrativa e financeira da Fundação,

b) exercer, dentro das diretrizes aprovadas, a gestão central normativa das atividades dos Sis-

temas de Pessoal, Orçamento, Finanças, Contabilidade, Material e Serviços Gerais, visando ao funcionamento eficiente e coordenado dos correspondentes órgãos, bem como executar as referidas atividades no âmbito da Administração Central no que possa simplificar e racionalizar;

c) prestar, através do Secretário-Geral, o assessoramento direto ao Presidente nos assuntos administrativos e financeiros que devam ser objeto de apreciação pelo Conselho Diretor e exercer a supervisão geral dos serviços de secretaria do mencionado órgão colegiado, nos termos dos arts 9º, 10, 14 e 15 da Resolução COD/26/68

Art 2º — A Secretaria-Geral compreende:

I — GABINETE

- a) Assessoria
- b) Grupo de Trabalho dos Acordos de Empréstimos

II — DEPARTAMENTO DE PESSOAL

- a) Divisão de Registro e Movimentação
- b) Divisão de Direitos e Deveres
- c) Divisão de Cargos e Salários
- d) Divisão de Recrutamento e Desenvolvimento

III — DEPARTAMENTO ASSISTENCIAL

- a) Divisão Médica
- b) Divisão Odontológica
- c) Divisão de Serviços Sociais

IV — DEPARTAMENTO
FINANCEIRO

- a) Divisão de Orçamento
- b) Divisão de Contabilidade
- c) Divisão de Custos e Programação Financeira

V — DEPARTAMENTO DE
MATERIAL

- a) Divisão de Compras
- b) Divisão de Controle de Estoques
- c) Divisão de Armazenamento
- d) Divisão de Vendas

VI — DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA

- a) Divisão de Estudos e Projetos
- b) Divisão de Fiscalização e Coordenação
- c) Setor de Segurança no Trabalho

VII — DEPARTAMENTO DE
SERVIÇOS GERAIS

- a) Divisão de Transportes
- b) Divisão de Comunicações
- c) Divisão de Administração de Imóveis

VIII — SERVIÇO ESPECIAL DO
PESSOAL DOS QUADROS
EM EXTINÇÃO

- a) Divisão de Registros e Movimentação
- b) Divisão de Direitos e Deveres
- c) Setor de Registro de Frequência e Preparo de Pagamento

IX — SERVIÇO GRÁFICO

Art. 3.º — Ao Gabinete do Secretário-Geral compete:

a) Assistir o Secretário-Geral no estudo dos assuntos sujeitos à sua jurisdição ou que devam ser encaminhados ao Presidente;

b) receber, registrar, arquivar e expedir ou distribuir o expediente do Secretário-Geral;

c) cuidar da representação oficial e dos assuntos concernentes às relações internas do Secretário-Geral;

d) atender a outros encargos que lhe forem determinados.

Art 4.º — A Assessoria compete estudar e avaliar métodos e sistemas administrativos, sua implantação e difusão.

§ 1.º — A Assessoria é integrada por especialistas nas áreas de organização, pessoal, finanças e material.

§ 2.º — Cabe especificamente à Assessoria:

a) Elaborar e analisar padrões, normas, rotinas e manuais de serviço;

b) coordenar e avaliar relatórios de informações administrativas;

c) proceder a estudos com vistas à racionalização, integração de sistemas e minimização de custos operacionais,

d) elaborar estudos de viabilidade econômico-financeira;

e) avaliar o mérito de sugestões e planos de que possam resultar aumento de produtividade;

f) atender a outros encargos que lhe forem determinados

Art. 5º — Ao Grupo de Trabalho dos Acordos de Empréstimos compete orientar, coordenar e supervisionar as ações, no campo administrativo, relacionadas com os Acordos de Empréstimos externos, ou internacionais, de que resultem aplicação de recursos financeiros no âmbito das atividades da Fundação.

§ 1º — O Grupo de Trabalho de Acordos de Empréstimos é integrado por um Assessor e um Assessor-Chefe.

§ 2º — Cabe especificamente ao Grupo de Trabalho dos Acordos de Empréstimos:

- a) Promover entendimentos junto aos órgãos governamentais, no sentido de dar curso aos projetos de financiamentos externos, de interesse da Fundação;
- b) articular-se com os órgãos técnicos e administrativos da Fundação, no tocante às providências ligadas à execução dos Acordos;
- c) acompanhar a execução dos Acordos, propondo as medidas indispensáveis ao cumprimento das obrigações contratuais a estes vinculadas;
- d) propor as normas operacionais e as rotinas apropriadas ao controle e acompanhamento dos Acordos;
- e) manter registros das operações vinculadas aos Acordos;
- f) atender a outros encargos que lhe forem determinados.

Art 6º — Ao Departamento de Pessoal compete estudar e propor a política de pessoal da Fundação e administrar o Quadro Geral de Pessoal, bem como aplicar as medidas necessárias à orienta-

ção, supervisão, coordenação e controle das atividades do Sistema respectivo

§ 1.º — O Departamento de Pessoal, compreende:

I — DIVISÃO DE REGISTROS E MOVIMENTAÇÃO

- a) Setor de Contratos
- b) Setor de Cadastro
- c) Setor de Avaliação do Mérito

II — DIVISÃO DE DIREITOS E DEVERES

- a) Setor de Relações Trabalhistas
- b) Setor de Controle e Registro de Freqüência
- c) Setor de Preparo de Pagamento
- d) Setor de Controle dos Órgãos Regionais

III — DIVISÃO DE CARGOS E SALÁRIOS

- a) Setor de Classificação e Lotação de Cargos
- b) Setor de Estudos Salariais

IV — DIVISÃO DE RECRUTAMENTO E DESENVOLVIMENTO

- a) Setor de Recrutamento
- b) Setor de Desenvolvimento

§ 2º — Cabe especificamente

I — À Divisão de Registros e Movimentação.

- a) Preparar os instrumentos de contratos de trabalho, termos aditivos, termos de posse e minu-

tas de portarias de designação e dispensa e outros atos decorrentes da vida funcional dos empregados, que não estejam conferidos a outros órgãos;

b) manter o arquivo de documentação referente à contratação dos empregados da Fundação e aos servidores de outras entidades postos à sua disposição;

c) manter o Registro de Empregados exigido pelo MTPS, quanto ao pessoal da Fundação,

d) controlar os períodos de estágio probatório, inclusive dos contratos de experiência, e dos contratos por prazo determinado;

e) fazer ou autorizar o registro de contrato de trabalho na carteira profissional do empregado e orientar, quando necessário, as anotações posteriores;

f) manter cadastros relativos ao controle do preenchimento e vacância de cargos, empregos e funções;

g) fornecer elementos referentes à despesa de pessoal,

h) promover a apuração das condições de promoção e acesso dos empregados, bem como das referentes ao estágio probatório, e propor os respectivos atos, de acordo com os critérios e normas adotados;

i) atender a outros encargos que lhe forem determinados

II — A Divisão de Direitos e Deveres

a) Orientar, coordenar e controlar o cumprimento de rotinas trabalhistas e das normas aprovadas pelo Conselho Diretor, em todos os órgãos da Fundação;

b) opinar nos processos que se refiram à aplicação da legislação trabalhista e Resoluções do Conselho Diretor referentes à administração de pessoal,

c) elaborar projetos de Resolução, normas e instruções de serviço, referentes à rotina de administração de pessoal e à aplicação de textos legais e regulamentares;

d) manter em ordem e atualizada a documentação de legislação e jurisprudência trabalhistas;

e) controlar a observância, por parte dos órgãos de pessoal descentralizados, das normas e instruções baixadas com vistas à uniforme aplicação da legislação do trabalho e previdência e das Resoluções do Conselho Diretor de interesse do Sistema de Pessoal;

f) examinar relatórios a cargo de outros órgãos da Fundação sobre absenteísmo e impontualidades dos empregados e apurar os dados a esse respeito,

g) examinar as folhas e recibos de pagamento efetuados aos empregados pelos órgãos descentralizados de pessoal,

h) elaborar folhas e recibos de pagamento de pessoal e promover os recolhimentos a favor de entidades consignatárias,

i) efetuar estudos sobre controle de frequência e registros de pagamento de pessoal;

j) atender a outros encargos que lhe forem determinados

III — A Divisão de Cargos e Salários

a) Estudar e aplicar métodos e técnicas de definição, classificação e avaliação de cargos, promo-

vendo ou sugerindo medidas que visem ao aperfeiçoamento do Sistema dos Quadros de Lotação de Pessoal da Fundação;

b) realizar pesquisas salariais, estudar as condições de mercado de trabalho, determinar, analisar e rever curvas salariais,

c) estudar e propor medidas referentes a reajustamentos salariais;

d) fazer o levantamento das necessidades de lotação numérica e qualitativa de cargos e organizar os Quadros de Lotação de Pessoal correspondentes aos diferentes órgãos;

e) determinar e analisar a mobilidade e a rotatividade do pessoal, promover a investigação de suas causas e calcular o respectivo custo;

f) opinar nos processos referentes a criação e classificação de cargos, política salarial, provimento e remoção ou transferência, tendo em vista a natureza dos trabalhos, as atribuições dos órgãos e a lotação numérica de cargos,

g) estudar e propor planos ou medidas de incentivo relativamente à retribuição do trabalho;

h) colaborar no estudo da estruturação dos serviços da Fundação, tendo em vista sua adaptação aos cargos como unidades fundamentais da organização;

i) atender a outros encargos que lhe forem determinados

IV — A Divisão de Recrutamento e Desenvolvimento

a) Verificar as necessidades de recrutamento e treinamento e

sugerir programas para essas finalidades;

b) estabelecer, dentro dos interesses da Instituição e com base nas especificações de função, qualificações de candidatos e número de vagas para recrutamento de servidores;

c) executar, dentro dos programas de recrutamento aprovados, a procura, as inscrições e o exame dos requisitos e qualificações básicas dos candidatos, cabendo à ENCE o planejamento e aplicação das provas ou testes;

d) executar o planejamento e aplicação de provas ou testes, quando, em casos especiais, a direção da ENCE não puder atender a essas tarefas, e articular-se, para esse fim, com outros órgãos da Fundação;

e) manter arquivo referente aos concursos e provas realizados, bem como aos candidatos aprovados,

f) estudar a colocação do empregado no trabalho,

g) estudar e propor critérios de contratação de pessoal;

h) estudar sistemas de promoção e avaliação do mérito;

i) sugerir as medidas concernentes aos processos de aperfeiçoamento e treinamento de pessoal, cabendo à ENCE e a outros órgãos técnicos da Fundação a execução dessas tarefas,

j) executar as medidas referidas na alínea anterior, quando, em casos especiais, a direção dos órgãos acima não puder atender a essa atribuição,

k) atender a outros encargos que lhe forem determinados

Art. 7º — Ao Departamento Assistencial compete a coordenação e normalização, em âmbito nacional, das atividades médico-odontológicas e de serviço social e, na área dos órgãos da sede, a execução dos serviços de medicina, odontológica preventiva e assistência social

§ 1.º — O Departamento Assistencial, compreende:

I — DIVISÃO MÉDICA

- a) Setor de Inspeção Médica
- b) Setor de Profilaxia Médica

II — DIVISÃO ODONTOLÓGICA

- a) Setor de Profilaxia e Inspeção Odontológica

III — DIVISÃO DE SERVIÇOS SOCIAIS

- a) Setor de Programas Integrados
- b) Setor de Orientação Social

§ 2.º — Cabe especificamente:

I — À Divisão Médica.

a) Expedir, no âmbito nacional, normas e programas para a realização de inspeções e exames médicos em candidatos a emprego e em servidores;

b) promover campanhas de medicina preventiva e coordenação técnica e logística dos postos médicos e ambulatórios centrais autorizados,

c) executar, na área dos órgãos centrais, normas e programas de assistência médica, bem como prestar a assistência de emergência a servidores em exercício;

d) manter convênios com órgãos especializados,

e) atender a outros encargos que lhe forem determinados

II — À Divisão Odontológica

a) expedir, no âmbito nacional, normas e programas para a realização de inspeções e exames odontológicos em candidatos a empregos e em servidores;

b) promover campanhas de prevenção odontológica,

c) executar, na área dos órgãos da sede, normas e programas de assistência odontológica, bem como prestar a assistência de emergência a servidores em exercício;

d) manter convênios com órgãos especializados;

e) atender a outros encargos que lhe forem determinados.

III — À Divisão de Serviços Sociais:

a) Pesquisar, planejar, coordenar e normalizar, no âmbito nacional, as atividades de integração e apoio social aos funcionários e respectivas famílias;

b) executar, no âmbito regional (sede), a política de assistência social da Fundação;

c) promover convênios de interesse coletivo;

d) atender a outros encargos que lhe forem determinados

Art. 8.º — Ao Departamento Financeiro compete estudar, planejar, coordenar e controlar as atividades econômico-financeiras da Fundação, bem como elaborar e executar o orçamento anual, os

registros, os levantamentos e análises contábeis, a programação financeira, o controle de custos administrativos, o movimento de fundos e os pagamentos na área da Administração Central

§ 1.º — O Departamento Financeiro compreende:

I — DIVISÃO DE ORÇAMENTO

- a) Setor de Consolidação e Análises Orçamentárias
- b) Setor de Execução Orçamentária

II — DIVISÃO DE CONTABILIDADE

- a) Setor de Consolidação e Análises Contábeis
- b) Setor de Controle e Registros Contábeis

III — DIVISÃO DE CUSTOS E PROGRAMAÇÃO FINANCEIRA

- a) Setor de Programação Financeira
- b) Setor de Custos
- c) Tesouraria

§ 2.º — Cabe especificamente

I — À Divisão de Orçamento:

- a) Elaborar o orçamento, na área dos órgãos da sede,
- b) consolidar os orçamentos anuais e plurianuais dos diversos órgãos, para composição do orçamento anual da Fundação,
- c) processar a despesa e manter o controle das receitas correspondentes;

d) elaborar balancetes mensais de execução orçamentária da área central;

e) consolidar demonstrativos mensais da execução orçamentária dos órgãos da Fundação, para encaminhamento ao Ministério do Planejamento e Coordenação Geral;

f) atender a outros encargos que lhe forem determinados.

II — À Divisão de Contabilidade:

a) Coordenar os registros analíticos concernentes às atividades dos órgãos da sede da Fundação;

b) manter o registro geral dos bens móveis e imóveis;

c) elaborar os balancetes mensais parciais dos sistemas orçamentário, financeiro e patrimonial, bem como o balancete geral da Fundação;

d) preparar prestações de contas trimestrais dos órgãos da sede e consolidar os dos órgãos autônomos, com vistas à prestação de conta geral da Fundação;

e) atender a outros encargos que lhe forem determinados

III — À Divisão de Custos e Programação Financeira

a) Coordenar e orientar os assuntos relativos à execução orçamentária, com vistas à programação financeira de suprimento e movimentação de fundos;

b) controlar os custos dos convênios e acordos firmados pela Fundação;

c) elaborar normas para apuração de custos dos projetos e programa da Fundação;

d) executar todos os recebimentos e pagamentos que lhes forem determinados,

e) executar a programação das remessas de fundos para os diversos órgãos da FIBGE;

f) atender a outros encargos que lhe forem determinados

Art 9º — Ao Departamento de Material compete a supervisão, coordenação e controle sobre aquisição, armazenamento, padronização e catalogação do material necessário às atividades da Fundação, bem como sobre alienação do material inservível.

§ 1º — O Departamento de Material compreende

I — DIVISÃO DE COMPRAS

- a) Setor de Aquisição
- b) Setor de acompanhamento

II — DIVISÃO DE CONTROLE

- a) Setor de Controle de Estoque e Operações
- b) Setor de Cadastro e Catálogos

III — DIVISÃO DE ARMAZENAMENTO

- a) Setor de Cartas, Mapas e Publicações
- b) Setor de Material Comum
- c) Setor de Peças e Acessórios

IV — DIVISÃO DE VENDAS

- a) Setor de Planejamento e Controle de Vendas
- b) Setor de Vendas Locais
- c) Setor de Alienação

§ 2º — Cabe especificamente

I — À Divisão de Compras

a) Supervisionar ou providenciar a aquisição dos materiais e serviços necessários à Fundação;

b) supervisionar ou executar o acompanhamento das operações de compras,

c) atender a outros encargos que lhe forem determinados

II — À Divisão de Controle

a) Exercer o controle de estoque de suprimento de alto índice de consumo na Fundação,

b) exercer o controle das operações de compras e fornecimentos,

c) organizar e manter o cadastro de fornecedores e de preços dos suprimentos da Fundação;

d) organizar o catálogo do material da Fundação e manter atualizados os catálogos de produtos ou de fabricantes de materiais e equipamentos de interesse da Fundação,

e) supervisionar ou executar a padronização do material utilizado pela Fundação,

f) atender a outros encargos que lhe forem determinados

III — À Divisão de Armazenamento.

a) Supervisionar ou executar o recebimento, armazenamento, fornecimento ou expedição do material da Fundação,

b) baixar normas sobre preservação, embalagem e movimentação de material,

c) atender a outros encargos que lhe forem determinados

IV — A Divisão de Vendas:

a) elaborar o plano de vendas de publicações da Fundação com base em previsão de mercado e no capital de giro disponível,

b) executar e controlar as vendas locais de publicações;

c) sugerir a alienação do material inservível para a Fundação, dando assistência às respectivas comissões;

d) atender a outros encargos que lhe forem determinados

Art. 10 — Ao Departamento de Engenharia compete as atividades de projeto, especificação e fiscalização de obras e instalações, inspeção e fiscalização da manutenção de rotina e, ainda, as atividades inerentes à segurança no trabalho e do patrimônio da Fundação.

§ 1º — O Departamento de Engenharia compreende

I — DIVISÃO DE ESTUDOS E PROJETOS

II — DIVISÃO DE FISCALIZAÇÃO E COORDENAÇÃO

III — SETOR DE SEGURANÇA NO TRABALHO

§ 2º — Cabe especificamente:

I — A Divisão de Estudos e Projetos

a) Elaborar estudos de distribuição de área de trabalho, de circulação de pessoal e de fluxo de materiais, tendo em vista a racionalização e segurança no trabalho;

b) executar ou promover contrato de anteprojetos ou projetos

de obras civis de adaptação, reparo ou construção, instalações elétricas ou hidráulicas e as especificações correspondentes,

c) manter arquivo de plantas e desenhos;

d) estabelecer contato com os órgãos estaduais e municipais de fiscalização e licenciamento de obras e instalações;

e) assistir às Comissões de Licitação no sentido de preparar editais para convites, tomadas de preços e concorrências públicas, bem como de análise de propostas referentes a obras em geral;

f) atender a outros encargos que lhe forem determinados

II — A Divisão de Fiscalização e Coordenação

a) Fiscalizar obras contratadas, verificar eventos contratuais e coordenar serviços entregues a mais de um empreiteiro;

b) manter os bens imóveis e suas instalações, por meio de inspeções periódicas;

c) executar pequenas obras avulsas;

d) atender a outros encargos que lhe forem determinados

III — Ao Setor de Segurança no Trabalho

a) Orientar e coordenar as atividades de prevenção de acidentes e sinistros, mantendo para isso estreita colaboração com os órgãos dos Departamentos Assistenciais e de Pessoal;

b) realizar, no âmbito regional (sede), inspeções periódicas, bem como cumprir as determinações dos órgãos competentes;

c) atender a outros encargos que lhe forem determinados.

Art. 11 — Ao Departamento de Serviços Gerais compete a coordenação e controle dos encargos relativos a transportes e comunicações, no âmbito nacional e a execução desses encargos, bem como dos relativos a administração de imóveis e manutenção de materiais e equipamentos de uso comum na sede.

§ 1.º — O Departamento de Serviços Gerais compreende.

I — DIVISÃO DE TRANSPORTES

- a) Setor de Equipamentos
- b) Setor de Operações na Sede
- c) Setor de Controle
- d) Oficina de Manutenção

II — DIVISÃO DE COMUNICAÇÕES

- a) Setor de Protocolo
- b) Setor de Arquivo
- c) Setor de Microfilmagem
- d) Setor de Radiocomunicação
- e) Setor de Rede Telefônica

III — DIVISÃO DE ADMINISTRAÇÃO DE IMÓVEIS

- a) Setor de Cadastro e Controle
- b) Setor de Imóveis da Sede
- c) Oficina de Conservação

§ 2.º — Cabe especificamente:

I — À Divisão de Transportes

a) Coordenar e controlar as atividades de transportes no âmbito nacional, abrangendo consumo e desgaste de material, análises

de acidentes ou avarias e respectivos reparos, controle dos custos operacionais, proposta de aquisição ou alienação de veículos, controle da situação de cada veículo quanto à sua legalização e seguro,

b) executar e supervisionar as atividades de transportes no âmbito dos órgãos da sede, relativamente a serviços de garagem, abastecimento e manutenção, distribuição de serviços, plano de operações e despacho de viaturas;

c) atender a outros encargos que lhe forem determinados.

II — À Divisão de Comunicações:

a) Coordenar e controlar as atividades de comunicações no âmbito nacional, abrangendo supervisão do tráfego de radiocomunicações quanto à legalização de estações e operadores, emprego de frequências, padronização e manutenção de equipamentos, e desempenho geral do sistema, supervisão do tráfego de comunicações telefônicas e do tráfego postal de malotes;

b) executar e supervisionar, no âmbito regional (sede), as atividades de protocolo, expedição e arquivamento, que envolvem operação do protocolo central, *poll* de mensageiros e sistema de acompanhamento, seleção e análise de material para microfilmagem e subsequente distribuição de filmes e micro-fichas, manutenção dos arquivos administrativos, operação do serviço de embalagem e expedição de correspondência administrativa,

c) atender a outros encargos que lhe forem determinados.

III — A Divisão de Administração de Imóveis

a) Coordenar e controlar os serviços de atividades de limpeza, conservação e vigilância nos imóveis utilizados pela Fundação em todo o território nacional;

b) organizar normas e sugestões para emprego de materiais, processos e contratos com firmas especializadas em conservação;

c) proceder ao registro e acompanhamento da execução de todos os contratos de locação, condições e prazos de duração, mantendo informados os órgãos interessados;

d) executar ou subcontratar, na área da sede, os serviços de conservação e reparo de equipamentos de uso comum;

e) representar a Fundação nas assembleias de condomínio dos imóveis situados na Sede;

f) manter serviços de portaria na Administração Central, abrangendo identificação de visitantes e controle dos quadros de avisos gerais;

g) atender a outros encargos que lhe forem determinados

Art 12 — Ao Serviço Especial do Pessoal dos Quadros em Extinção, órgão setorial do Sistema de Pessoal Civil da Administração Central, competem as atividades de gestão, execução, supervisão, controle e orientação dos assuntos concernentes à administração do pessoal autárquico à disposição da Fundação

§ 1º — O Serviço Especial do Pessoal dos Quadros em Extinção, subordinado diretamente ao Secretário-Geral e vinculado tecnicamente ao DASP, compreende:

I — DIVISÃO DE REGISTROS E MOVIMENTAÇÃO

- a) Setor de Cadastro
- b) Setor de Classificação de cargos
- c) Setor de Promoção e Acesso

II — DIVISÃO DE DIREITOS E DEVERES

- a) Setor de Orientação Legal
- b) Setor de Controle dos Órgãos Regionais

III — SETOR DE REGISTRO DE FREQUÊNCIA E PREPARO DE PAGAMENTO

§ 2º — Cabe especificamente

I — A Divisão de Registros e Movimentação.

a) Manter atualizado o registro dos dados funcionais referentes ao pessoal dos QPEX e do pessoal inativo, bem como o registro de criação, transformação, extinção, provimento e vacância dos cargos e funções dos referidos quadros,

b) apostilar títulos funcionais e expedir portarias declaratórias, na forma da legislação em vigor,

c) fornecer à Coordenação de Cadastro e Lotação do DASP informações referentes a despesas com o pessoal dos QPEX e do QGP,

d) apurar tempo de serviço à base dos respectivos comprovantes, expedindo mapas ou certidões correspondentes;

e) lavrar termos de posse nos casos previstos em lei;

f) promover o expediente de aposentadoria compulsória e instruir os processos de aposentadoria por invalidez ou a pedido;

g) providenciar expediente concessório de gratificação adicional por tempo de serviço;

h) elaborar os quadros de pessoal previstos na Lei n.º 3 780, de 12 de julho de 1960, acompanhados das respectivas relações nominais, bem como a sua fusão num quadro único de pessoal,

i) preparar informações requisitadas por órgãos do Poder Judiciário ou do Ministério Público em assuntos de enquadramento e readaptação;

j) administrar o regime de tempo integral e dedicação exclusiva e o regime de serviço extraordinário vinculado, bem como as respectivas tabelas;

l) apurar a ocorrência de vagas para fins de promoção e de nomeação por acesso,

m) elaborar a classificação básica por antigüidade dos servidores dos quadros de pessoal em extinção e promover a sua publicação periódica, bem como as classificações por merecimento e por antigüidade em cada classe para fins de promoção;

n) relacionar os nomes dos servidores em condições de concorrer, mediante provas práticas, à nomeação por acesso, bem como os dos servidores sujeitos a prova para a primeira promoção na respectiva série de classes,

o) planejar, executar e apurar o resultado das provas práticas para acesso e provas de habilitação para primeira promoção;

p) atender a outros encargos que lhe forem determinados.

II — A Divisão de Direitos e Deveres:

a) Opinar sobre questões relacionadas com o regime jurídico de pessoal e articular-se com o órgão central do sistema para a fixação de normas e diretrizes uniformes;

b) examinar e emitir pareceres em casos concretos de aplicação da legislação referente a direitos, deveres, vantagens, concessões e responsabilidades,

c) preparar informações requisitadas por órgãos do Poder Judiciário ou do Ministério Público atinentes a ações judiciais,

d) preparar atos executórios de sentenças judiciais referentes a servidores dos QPEX;

e) autorizar averbação do tempo de serviço nos assentamentos individuais;

f) opinar sobre retificação de atos oficiais;

g) proceder, periodicamente, a pesquisas e conseqüente avaliação das diretrizes administrativas sobre pessoal; das rotinas de serviço, e de outras atividades de administração de pessoal;

h) organizar e manter atualizado o ementário da legislação e jurisprudência de interesse do SEPEX;

i) coligir, classificar e conservar a documentação relativa à administração do pessoal dos QPEX;

j) atender a outros encargos que lhe forem determinados.

III — Ao Setor de Registro de Freqüência e Preparo de Pagamento:

a) Observar o comportamento da despesa e, se necessário, propor a suplementação dos créditos orçamentários;

b) emitir e manter atualizadas as fichas financeiras;

c) elaborar as folhas e recibos de pagamento dos servidores ativos e inativos, bem como dos pensionistas, e promover o recolhimento das importâncias descontadas em favor das entidades consignatárias;

d) controlar e manter o registro da freqüência do pessoal, bem como a respectiva remessa;

e) controlar a concessão do salário-família;

f) preencher formulários para efeito de empréstimo sob consignação em folha e fornecer comprovantes para declaração de rendimentos;

g) expedir guias financeiras de transferências;

h) fornecer os elementos necessários à estimativa da despesa de pessoal referente aos QPEX;

i) atender a outros encargos que lhe forem determinados

Art. 13 — O Serviço Gráfico, órgão de natureza industrial, passa à vinculação administrativa e financeira da Secretaria-Geral mantidas em vigor as Resoluções COD/86, de 29 de janeiro de 1969, COD/118, de 30 de abril de 1969 e demais disposições que o regulamentam.

Art. 14 — As medidas relacionadas com pessoal, material e orçamento deverão ser precedidas de

proposta ou anuência dos Diretores-Superintendentes dos respectivos órgãos autônomos.

Art. 15 — As unidades administrativas e financeiras dos órgãos autônomos cujas atribuições, de forma global ou parcial, estejam previstas nos esquemas de trabalho traçados na presente Resolução devem ser, mediante entendimentos sucessivos com os Diretores-Superintendentes respectivos, integradas a curto prazo na Secretaria-Geral.

Parágrafo Único — As transferências de pessoal, equipamentos e locais de trabalho que se fizerem necessárias para a integração de que trata o presente artigo, deverão ser efetivadas sem interrupção do processo administrativo

Art. 16 — Obedecidas as normas da Fundação, a Secretaria-Geral poderá utilizar servidores dos órgãos autônomos que, sem prejuízo de suas atribuições normais, atenderão a encargos específicos programados

Art. 17 — A presente Resolução entra em vigor a partir desta data, revogadas as disposições em contrário.

(a) *Regina Maria Lima Garcia*, Secretária-Assistente — (a) *Horácio Rubens de Mello e Souza*, Secretário-Geral. — (a) *Isaac Kerstenetzky*, Presidente.

RESOLUÇÃO COD-314, DE 23 DE MAIO DE 1972

Altera a lotação de cargos de confiança da Secretaria-Geral

O CONSELHO DIRETOR da FUNDAÇÃO IBGE, no uso das atribuições que lhe conferem as

alíneas *f*, *g* e *h* do artigo 16 do Estatuto,

considerando a necessidade de conformar a lotação de cargos de confiança da Secretaria-Geral à nova organização que lhe foi dada pela Resolução COD/313/72, de 23 de maio de 1972,

RESOLVE

Art. 1.º — Fica alterada, na forma do Anexo, a lotação de cargos de confiança da Secretaria-Ge-

ral, conformados os respectivos Quadros de Lotação de Pessoal (QLP/101 a 108-C) à estrutura orgânica estabelecida pela Resolução COD/313/72, de 23 de maio de 1972

Art 2º — Esta Resolução entra em vigor a partir desta data

(a) *Regina Maria Lima Garcia*, Secretária-Assistente — (a) *Horácio Rubens de Mello e Souza*, Secretário-Geral — (a) *Isaac Kerstnetzky*, Presidente.

FUNDAÇÃO IBGE

Quadro de Lotação de Pessoal

Q L P	CÓDIGO			NÚMERO DE CARGOS	DENOMINAÇÃO DO CARGO
	Grupo Funcional	Função	Padrão		
101-C	1	0	11	1	Secretário-Geral
GABINETE:					
101-C	1	0	13	1	Chefe de Gabinete
101-C	3	0	31	2	Secretário
101-C	3	0	31	1	Secretário-Assistente do Conselho Diretor
101-C	3	0	33	3	Auxiliar de Gabinete
ASSESSORIA:					
101-C	1	0	15	5	Assessor
GRUPO DE TRABALHO DOS ACORDOS DE EMPRÉSTIMOS:					
101-C	1	0	14	1	Assessor-Chefe
101-C	1	0	15	1	Assessor

68

FUNDAÇÃO IBGE

Quadro de Lotação de Pessoal

CÓDIGO				NÚMERO DE CARGOS	DENOMINAÇÃO DO CARGO
Q L P	Grupo Funcional	Função	Padrão		
102-C	1	0	13	1	Diretor
102-C	1	0	15	4	Chefe de Divisão (Cargos e Salários; Recrutamento e Desenvolvimento; Registros e Movimentação; Direitos e Deveres)
102-C	2	0	22	10	Chefe de Setor (Recrutamento; Desenvolvimento; Classificação e Lotação de Cargos; Estudos Salariais; Contratos; Cadastro; Avaliação do Mérito; Relações Trabalhistas; Preparo de Pagamento; Controle dos Órgãos Regionais)
102-C	2	0	24	1	Chefe de Setor (Controle e Registro de Frequência)
102-C	2	0	23	2	Assessor
102-C	3	0	34	1	Secretário

69

FUNDAÇÃO IBGE

Quadro de Lotação de Pessoal

CÓDIGO				NÚMERO DE CARGOS	DENOMINAÇÃO DO CARGO
Q L P	Grupo Funcional	Função	Padrão		
103-C	1	0	13	1	Diretor
103-C	1	0	15	3	Chefe de Divisão (Divisão de Custos e Programação Financeira; Divisão de Orçamento; Divisão de Contabilidade)
103-C	1	0	16	1	Tesoureiro
103-C	2	0	22	6	Chefe de Setor (Programação Financeira; Execução Orçamentária; Consolidação e Análises Orçamentárias; Controle e Registros Contábeis; Consolidação e Análises Contábeis; e Custos)
103-C	2	0	23	2	Assessor
103-C	3	0	34	1	Secretário

FUNDAÇÃO IBGE

Quadro de Lotação de Pessoal

CÓDIGO				NÚMERO DE CARGOS	DENOMINAÇÃO DO CARGO
Q L P	Grupo Funcional	Função	Padrão		
104-C	1	0	13	1	Diretor
104-C	1	0	15	2	Chefe de Divisão (Direitos e Deveres; Registro e Movimentação)
104-C	2	0	21	1	Chefe de Setor (Registro de Frequência e Preparo de Pagamento)
104-C	2	0	22	5	Chefe de Setor (Orientação Legal; Controle dos Órgãos Regionais; Cadastro; Classificação de Cargos, Promoção e Acesso)
104-C	2	0	23	1	Assessor
104-C	3	0	34	1	Secretário
104-C	3	0	35	1	Secretário

70

FUNDAÇÃO IBGE

Quadro de Lotação de Pessoal

CÓDIGO				NÚMERO DE CARGOS	DENOMINAÇÃO DO CARGO
Q L P	Grupo Funcional	Função	Padrão		
105-C	1	0	13	1	Diretor
105-C	1	0	15	3	Chefe de Divisão (Médica; Odontológica; Serviços Sociais)
105-C	2	0	22	5	Chefe de Setor (Inspeção Médica; Profilaxia Médica; Profilaxia e Inspeção Odontológica; Programas Integrados; Orientação Social)
105-C	2	0	23	1	Assessor
105-C	3	0	34	1	Secretário

FUNDAÇÃO IBGE

Quadro de Lotação de Pessoal

CÓDIGO				NÚMERO DE CARGOS	DENOMINAÇÃO DO CARGO
Q L P	Grupo Funcional	Função	Padrão		
106-C	1	0	13	1	Diretor
106-C	1	0	15	4	Chefe de Divisão (Compras; Controle; Armazenamento; Vendas)
106-C	2	0	22	5	Chefe de Setor (Aquisição; Cadastro e Catálogos; Controle de Estoques; Operações, Planejamento e Controle de Vendas; Vendas Locais)
106-C	2	0	24	5	Chefe de Setor (Acampamento; Cartas, Mapas e Publicações; Material Comum; Peças e Acessórios; Alienação)
106-C	2	0	23	1	Assessor
106-C	3	0	34	1	Secretário

71

FUNDAÇÃO IBGE

Quadro de Lotação de Pessoal

CÓDIGO				NÚMERO DE CARGOS	DENOMINAÇÃO DO CARGO
Q L P	Grupo Funcional	Função	Padrão		
107-C	1	0	13	1	Diretor
107-C	1	0	15	2	Chefe de Divisão (Estudos e Projetos; Fiscalização e Coordenação)
107-C	2	0	22	1	Chefe de Setor (Segurança no Trabalho)
107-C	2	0	23	2	Assessor
107 C	3	0	34	1	Secretário

FUNDAÇÃO IBGE

Quadro de Lotação de Pessoal

CÓDIGO				NÚMERO DE CARGOS	DENOMINAÇÃO DO CARGO	
Q L P	Grupo Funcional	Função	Padrão			
	108-C	1	0	13	1	Diretor
	108-C	1	0	15	3	Chefe de Divisão (Comunicações; Transportes; Administração de Imóveis)
	108-C	2	0	22	4	Chefe de Setor (Equipamentos; Microfilmagem; Radiocomunicações; Cadastro e Controle)
	108-C	2	0	21	3	Chefe de Setor (Arquivo; Rede Telefônica; Imóveis na Sede)
	108-C	3	0	31	3	Chefe de Setor (Operações na Sede; Controle; Protocolo)
	108-C	3	0	31	2	Chefe de Oficina (Manutenção; Conservação)
	108-C	2	0	23	2	Assessor
	108-C	3	0	34	1	Secretário

72

RESOLUÇÃO COD-315, DE 23 DE MAIO DE 1972

Reajusta Percentualmente os valores de retribuição dos cargos do QGP e dá outras providências

O CONSELHO DIRETOR da FUNDAÇÃO IBGE, no uso das atribuições que lhe confere o artigo 16, alíneas f e g, do Estatuto,

considerando que, anteriormente à vigência da Resolução COD/239/71, de 18 de fevereiro de

1971, os valores de retribuição dos cargos do Quadro Geral de Pessoal (QGP), aprovados pela Resolução COD/24/68, vinham sendo reajustados em bases e épocas idênticas às fixadas para os servidores federais, consoante as Resoluções COD/93/69 e COD/195/70;

considerando que, apenas no exercício de 1971, essa providência deixou de ser adotada, em virtude de reformulação estrutural do QGP e reavaliação dos respectivos cargos, de acordo com a Resolução

COD/239/71, de 18 de fevereiro de 1971;

considerando que os estudos de que resultou a Resolução COD/239/71, concluídos em dezembro de 1970, basearam-se em dados de pesquisa salarial referente a outubro de 1970;

considerando que os níveis salariais aprovados pela Resolução COD/239/71 somente puderam ter aplicação a partir de 7 de maio de 1971, sem efeito retroativo, por força da Portaria número 50/71, do Presidente, e de acordo com o artigo 23 e seu parágrafo único daquela Resolução;

considerando que, a essa época, já os valores salariais do QGP apresentavam defasagem em relação aos de mercado, agravada com a revisão, à mesma época, dos níveis de salário mínimo do País;

considerando que o desencontro de épocas nos reajustamentos salariais do pessoal de QPEX e do pessoal do QGP, entre outras inconveniências, prejudica e, em certos casos, chega a impossibilitar a aplicação do dispositivo legal que permite sejam os servidores autárquicos a serviço da entidade contratados para os cargos do QGP;

considerando que isso é realmente o que está agora ocorrendo quanto ao pessoal da rede-de-coleta estatística, cujos vencimentos, majorados pelo Decreto-lei n.º 1 202, de 17 de janeiro de 1972, adicionados às vantagens, como a gratificação de regime de tempo integral, perfazem importâncias superiores ou pelo menos equivalentes aos salários atuais que lhes caberiam no QGP, de modo que estes passaram a não oferecer estí-

mulo à imediata integração no regime trabalhista;

considerando, à vista dessas razões, que se impõe reajustar os padrões salariais do QGP, a partir de 1.º de março de 1972, em percentual idêntico ao fixado para os funcionários federais, também a partir daquela data, pelo Decreto-lei n.º 1 202, de 17 de janeiro de 1972;

considerando, outrossim, a conveniência de manter a uniformidade dos acréscimos das promoções horizontais previstas para os empregados do QGP,

RESOLVE:

Art. 1.º — Ficam elevados em 20% (vinte por cento), a contar de 1.º de março de 1972, os valores de retribuição dos cargos do QGP, previstos na Resolução COD/239/71, de 18 de fevereiro de 1971

Parágrafo único — Nos valores decorrentes da aplicação deste artigo, ficam arredondadas as parcelas inferiores a Cr\$ 10,00, de conformidade com as tabelas dos anexos à presente Resolução.

Art. 2.º — Esta Resolução entra em vigor a partir da data da aprovação final do Ministro do Planejamento e Coordenação Geral, nos termos do § 1.º do artigo 50 do Estatuto. (*)

(a) *Regina Maria Lima Garcia*, Secretária-Assistente — (a) *Horácio Rubens de Mello e Souza*, Secretário-Geral — (a) *Isaac Kerstenetzky*, Presidente

(*) — Aprovada por despacho Ministerial exarado em 18-V-72 no Processo MINIPLAN número 1 319/72

ANEXO I

RES COD/315/72

Quadro Geral de Pessoal

Valores Salariais dos Cargos Efetivos

PADRÃO	REFERÊNCIAS (Cr\$)							RAZÕES SALARIAIS (Cr\$)		
	A (Base)	B	C	D	E	F	G	Verticais	1ª	Seguin- tes
X	3 840	4 080	4 560	5 040	5 520	—	—	1 130	240	380
JX	2 710	2 880	3 120	3 360	3 600	3 840	4 080	810	170	240
VIII	1 900	2 040	2 220	2 400	2 580	2 760	2 940	580	140	180
VII	1 320	1 440	1 600	1 760	1 920	2 080	2 240	360	120	160
VI	960	1 060	1 190	1 320	1 450	1 580	1 710	240	100	130
V	720	790	900	1 010	1 120	1 230	1 340	120	70	110
IV	600	660	740	820	900	980	1 060	120	60	80
III	480	530	590	650	710	770	830	120	50	60
II	360	400	450	500	550	—	—	80	40	50
I	280	300	340	380	420	—	—	—	20	40

74

ANEXO II

RES COD/315/72

Quadro Geral de Pessoal

Valores Salariais dos Cargos de Confiança

PADRÃO	SALÁRIOS (Cr\$)	RAZÕES SALARIAIS (Cr\$)	PADRÃO	SALÁRIOS (Cr\$)	RAZÕES SALARIAIS (Cr\$)
11	6 720	600	25	2 400	240
12	6 120	600	26	2 160	240
13	5 520	480	31	1 920	240
14	5 040	480	32	1 680	240
15	4 560	480	33	1 440	120
16	4 080	480	34	1 320	120
21	3 600	360	35	1 200	120
22	3 240	360	36	1 080	120
23	2 880	240	37	960	120
24	2 640	240	38	840	—

RESOLUÇÃO COD-316, DE 5 DE JUNHO DE 1972

Modifica dispositivos da Resolução COD/281/71, de 11 de novembro de 1971

O CONSELHO DIRETOR da FUNDAÇÃO IBGE, no uso das atribuições que lhe confere o artigo 16, alínea e, do Estatuto,

considerando a exposição apresentada quanto à necessidade de estabelecer novo prazo para a aplicação do que dispõe a Resolução COD/281/71, de 11 de novembro de 1971,

RESOLVE

Art 1º — Fica prorrogado até 31 de dezembro de 1972 o prazo de que tratam os artigos 1º, 14 e 15 da Resolução COD-281/71, de 11 de novembro de 1971

Art 2º — Esta Resolução entra em vigor nesta data.

(a) *Regina Maria Lima Garcia*, Secretária-Assistente — (a) *Horácio Rubens de Mello e Souza*, Secretário-Geral — (a) *Miguel Alves de Lima*, Presidente em Exercício

RESOLUÇÃO COD-317, DE 9 DE JUNHO DE 1972

Reajusta percentualmente os salários do Pessoal do Serviço Gráfico, regido pela Consolidação das Leis do Trabalho

O CONSELHO DIRETOR da FUNDAÇÃO IBGE, no uso das atribuições que lhe confere o artigo 16, alíneas f e g, do Estatuto,

considerando que, sendo o Serviço Gráfico um órgão da estrutura

da Fundação IBGE, deve ser estendido ao seu pessoal o reajustamento salarial de 20% a que se refere a Resolução COD/315/72, de 23 de maio de 1972,

RESOLVE

Art 1º — Ficam elevados em 20% (vinte por cento) a contar de 1º de março de 1972, os valores de retribuição dos cargos do Serviço Gráfico da Fundação IBGE, regido pela Consolidação das Leis do Trabalho, com base nos valores vigentes em 28-2-71, compensando-se todos os reajustamentos, espontâneos ou não, ocorridos no período entre essas datas

Art 2º — Esta Resolução entra em vigor a partir desta data

(a) *Regina Maria Lima Garcia*, Secretária-Assistente — (a) *Horácio Rubens de Mello e Souza*, Secretário-Geral — (a) *Miguel Alves de Lima*, Presidente em Exercício

RESOLUÇÃO COD-318, DE 23 DE JUNHO DE 1972

Dá nova redação ao Art 1º da Resolução COD/305/72, de 24 de março de 1972

O CONSELHO DIRETOR da FUNDAÇÃO IBGE, no uso das atribuições que lhe confere o artigo 16, alíneas e e f do Estatuto,

RESOLVE:

Art. 1º — O artigo 1º da Resolução COD/305/72, de 24 de março de 1972, vigorará com a seguinte redação:

“Art 1º — Ficam criadas, no Grupo Executivo de Pesquisas Do-

miciliares (GEPD), a Equipe de Crítica e a Equipe de Codificação, diretamente subordinadas ao Setor de Crítica e Codificação do Serviço de Operações”

Art 2º — Esta Resolução entra em vigor a partir da data da

Resolução COD/305/72, de 24 de março de 1972.

(a) *Regina Maria Lima Garcia*, Secretária-Assistente. — (a) *Horácio Rubens de Mello e Souza*, Secretário-Geral. — (a) *Isaac Kerstenetzky*, Presidente.

RESOLUÇÕES DA COMISSÃO NACIONAL DE PLANEJAMENTO E NORMAS ESTATÍSTICAS

RESOLUÇÃO CONPLANE-14, DE 12 DE ABRIL DE 1972

Dispõe sobre os cabeçalhos de apuração para os questionários da XXXVI Campanha Estatística.

A COMISSÃO NACIONAL DE PLANEJAMENTO e NORMAS ESTATÍSTICAS, usando de suas atribuições, e

considerando que, de acordo com o artigo 11 do Decreto n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967, a coordenação técnica das atividades do Instituto Brasileiro de Estatística compete à CONPLANE,

considerando que os levantamentos estatísticos de que trata o Anexo I da Resolução CONPLANE/13/71, de 24 de novembro de 1971, exigem a fixação de um plano de tabulação mínimo para cada pesquisa,

RESOLVE

Artigo único — Ficam aprovados os cabeçalhos de apuração de

questionários referentes aos inquéritos do Anexo I da XXXVI Campanha Estatística, cuja relação figura em anexo à presente Resolução.

(a) *Hulda Maria Gomes*, Secretária — (a) *Rudolf W F Wuensche*, Coordenador

RELAÇÃO DOS CABEÇALHOS DE APURAÇÃO DOS INSTRUMENTOS DE COLETA INTEGRANTES DO ANEXO I DA XXXVI CAMPANHA ESTATÍSTICA

PRODUÇÃO EXTRATIVA VEGETAL — Ap. Q-1 03

Discriminação por produto

CULTO CATÓLICO — Ap. Q-5 04 1

1. Paróquias, segundo a situação, número de sacerdotes e de templos (1)
2. Movimento religioso das paróquias durante o ano (2)

- CULTO PROTESTANTE OU EVANGÉLICO — Ap. Q-5 05 1
- Templos, número de oficiantes e movimento religioso durante o ano
- CULTO ESPÍRITA — Ap Q-5 06 1
- Centros, segundo o local de funcionamento, e movimento religioso durante o ano
- SERVIÇOS DE SEGURANÇA PÚBLICA — Ap. Q-5 07 1
- Pessoal e verba orçamentária para 1971
- SERVIÇOS DE TRÂNSITO — Ap Q-5 08
1. Número de candidatos examinados e de carteiras expedidas durante o ano (1)
 2. Pessoal e verba orçamentária para 1971 (2)
- ESTABELECEMENTOS PRISIONAIS — Ap. Q-5 09
- 1 Caracterização geral e despesas realizadas em 1971 (1)
 - 2 Movimento de condenados durante o ano (2)
 3. Condenados recolhidos durante o ano
 - 3 1 Segundo os motivos determinantes da condenação (3)
 - 3 2 Segundo a extensão da pena imposta (4)
 - 3 3 Segundo as características individuais (5)
 - 4 Condenados existentes em 31 de dezembro
 - 4 1 Segundo os motivos determinantes da condenação (6)
 - 4 2 Segundo a atividade exercida no estabelecimento (7)
 - 4 3 Segundo as características individuais (8)
- MOVIMENTO POLICIAL — Ap. Q-5 10
- Movimento geral de identificação e prisões efetuadas
- SUICÍDIOS E TENTATIVAS — Ap. Q-5 11
- 1 Suicídios verificados e pessoas vitimadas (1)
 - 2 Tentativas de suicídio verificados e pessoas vitimadas (2)
- INCÊNDIOS — Ap. Q-5 12
- Sinistros verificados e pessoas vitimadas
- DESASTRES E ACIDENTES DE TRÂNSITO — Ap. Q-5 13
- Ocorrências verificadas e pessoas vitimadas
- DESQUITES — Ap. Q-5 14
- 1 Ocorrências segundo a natureza, o resultado final e as condições do casamento (1)
 - 2 Informações sobre os cônjuges
 - 2 1 Idade e número de filhos (2)
 - 2 2 Atividade (3)
- ASSISTÊNCIA HOSPITALAR E PARA-HOSPITALAR — Ap Q-6 01/1
- 1 Caracterização geral dos estabelecimentos hospitalares (1)
 - 2 Estabelecimentos hospitalares especializados (2)

- 3 Instalações existentes nos estabelecimentos hospitalares (3)
 - 4 Serviços existentes nos estabelecimentos hospitalares (4)
 - 5 Salas, berços, incubadeiras e veículos existentes nos estabelecimentos hospitalares (5)
 - 6 Aparelhos nos estabelecimentos hospitalares (6)
 - 7 Leitos, em 31-12, segundo a especialização médica, nos estabelecimentos hospitalares (7)
 - 7 Leitos, em 31-12, segundo a especialização médica, nos estabelecimentos hospitalares (8)
 - 8 Corpo clínico e pessoal auxiliar em 31-12, nos estabelecimentos hospitalares (9)
 - 9 Movimento de pacientes internados em estabelecimentos hospitalares (10)
 - 10 Atendimentos durante o ano em anexos dos estabelecimentos hospitalares (11)
 - 11 Movimento financeiro dos estabelecimentos hospitalares em 1971 (12)
 - 12 Caracterização geral dos estabelecimentos para-hospitalares (13)
 - 13 Natureza e especialização dos estabelecimentos para-hospitalares (14)
 - 14 Instalações e veículos existentes nos estabelecimentos para-hospitalares (15)
 - 15 Serviços existentes nos estabelecimentos para-hospitalares (16)
 - 16 Aparelhos existentes nos estabelecimentos para-hospitalares (17)
 - 17 Corpo clínico e pessoal auxiliar em 31-12, e atendimento durante o ano, nos estabelecimentos para-hospitalares (18)
 - 18 Movimento financeiro dos estabelecimentos para-hospitalares (19)
- SERVIÇOS OFICIAIS DE SAÚDE PÚBLICA — Q-6 01/2**
- 1 Caracterização geral, instalações e pessoal empregado em 31-12 nos estabelecimentos de serviços oficiais de saúde pública (1)
 - 2 Especialização dos estabelecimentos de serviços oficiais de saúde pública (2)
 - 3 Atividades de higiene pré-natal e infantil dos estabelecimentos de serviços oficiais de saúde pública, no ano de 1971 (3)
 - 4 Principais atividades de higiene pré-escolar e escolar e higiene dentária nos estabelecimentos de serviços oficiais de saúde pública, no ano de 1971 (4)
 - 5 Casos confirmados de doenças transmissíveis nos estabelecimentos de serviços oficiais de saúde pública (5)
 - 6 Aspectos do atendimento de casos de tuberculose, doenças venéreas e lepra, nos estabelecimentos de serviços oficiais de saúde pública (6)
 - 7 Exames de saúde e de laboratório nos estabelecimentos de serviços oficiais de saúde pública (7)

CAIXAS PARTICULARES DE PÉ-
CÚLIO E APOSENTADORIA E
ASSOCIAÇÕES PARTICULA-
RES DE BENEFICÊNCIA MU-
TUÁRIA — Ap. Q-7 01

- 1 Caracterização geral e movimento de associados (1)
- 2 Benefícios concedidos (2)
- 3 Receita (3)
- 4 Despesa (4)

PREVIDÊNCIA DOS SERVIDORES
PÚBLICOS ESTADUAIS E MU-
NICIPAIS — Ap. Q-7 02

- 1 Caracterização geral, número de associados em 31-12 e movimento geral durante o ano (1)
- 2 Receita (2)
- 2 Receita (3)
- 3 Despesa (4)
- 3 Despesa (5)

ARMAZENAGEM E ESTOCAGEM
A SECO — Ap. Q-9 12/1

- 1 Propriedade e situação das empresas (1)
- 2 Condição de posse dos depósitos e utilização dos estabelecimentos (2)
- 3 Finalidade principal de armazenagem dos estabelecimentos (3)
- 4 Tipo de operação e meios de transporte utilizados nos estabelecimentos (4)
- 5 Tipo e capacidade útil dos depósitos dos estabelecimentos (5)
- 6 Existência de câmaras de expurgo nos estabelecimentos (6)
- 7 Existência de pátios de carga e descarga e método

utilizado para a movimentação das mercadorias nos armazéns dos estabelecimentos (7)

8. Existência de pátios de carga e descarga e método utilizado para a movimentação das mercadorias nos silos dos estabelecimentos (8)

ARMAZENAGEM E ESTOCAGEM
A FRIO — Ap. Q-9 12/2

- 1 Propriedade e situação das empresas (1)
- 2 Condição de posse dos depósitos e utilização dos estabelecimentos (2)
- 3 Característica principal dos estabelecimentos (3)
- 4 Finalidade principal de armazenagem dos estabelecimentos (4)
- 5 Tipos e capacidade útil das câmaras frias dos estabelecimentos (5)
- 6 Existência de túneis e tendais de movimentação de carnes nos estabelecimentos (6)
- 7 Meios de transporte utilizados nos estabelecimentos (7)
- 8 Número e potência de unidades frigoríficas e outras características dos estabelecimentos (8)
- 9 Equipamento utilizado para a movimentação das mercadorias nos estabelecimentos (9)
- 10 Características das fábricas de gelo existentes nos estabelecimentos (10)

**RESOLUÇÃO CONPLANE-15, DE
12 DE ABRIL DE 1972**

Dispõe sobre a remessa do plano de inquéritos regionais de realização prevista para 1973.

A COMISSÃO NACIONAL DE PLANEJAMENTO E NORMAS ESTADÍSTICAS, usando das atribuições que lhe confere o artigo 11 do Decreto-lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967, e

considerando o disposto nos artigos 2.º e 3.º do citado Decreto-lei n.º 161, com relação ao Plano Nacional de Estatísticas,

considerando, outrossim, o que dispõe o artigo 3.º do Decreto n.º 63 010, de 18 de julho de 1968, que aprova o Plano Nacional de Estatísticas Básicas,

considerando, ainda, a multiplicidade de levantamentos promovidos pelos diferentes órgãos do sistema estatístico brasileiro e a conseqüente carga suplementar para a rede-de-coleta do Instituto Brasileiro de Estatística,

considerando, finalmente, a necessidade de ser estudada a conveniência da execução dos in-

quéritos regionais, visando assegurar-lhes a obrigatoriedade legal da informação, de acordo com o disposto no artigo 29 do Estatuto da Fundação IBGE,

RESOLVE:

Art 1.º — Os Órgãos Centrais Regionais encaminharão à CONPLANE, até 30 de junho do corrente ano, a relação dos inquéritos regionais, de realização prevista para 1973, acompanhada dos modelos dos respectivos instrumentos de coleta a serem utilizados.

Art. 2.º — Com o objetivo de facilitar a coleta e disciplinar as pesquisas estatísticas a serem realizadas, fica fixado o mesmo prazo do artigo anterior para a remessa de sugestões à CONPLANE sobre a inclusão de quesitos de interesse dos citados Órgãos ou de folha suplementar nos instrumentos de coleta de âmbito nacional, bem como da justificativa quanto à necessidade de lançar formulário próprio para coleta

(a) *Hulda Maria Gomes*, Secretária — (a) *Rudolf W F. Wuensche*, Coordenador.

PUBLICAÇÕES

- Anuário Estatístico do Brasil
Atualidade Estatística do Brasil
Boletim Estatístico
Revista Brasileira de Estatística
Comércio Exterior do Brasil
Movimento Bancário do Brasil, segundo as praças
Dicionário Brasileiro de Estatística (2ª edição)
— Milton da Silva Rodrigues
Cursos de Estatística (2ª edição) — Marcos Vinicius da Rocha
Exercício de Estatística (11ª edição) — Lauro Sodré Viveiros de Castro
Noções Práticas de Estatística — Máio Ritter Nunes
Normas de Apresentação Tabular — 1971
Pontos de Estatística (15ª edição) — Lauro Sodré Viveiros de Castro
Representação Gráfica de Séries Estatísticas — 2ª edição — Marcos Vinicius da Rocha
A Formação de Médicos
Alguns Aspectos da População do Brasil, segundo o Censo de 1960
Avaliação da Qualidade dos Dados Censitários
Avaliação de Recursos Humanos
BRASIL — Séries Estatísticas Retrospectivas — 1970
Brazil Today — 1967
Cadastro Industrial — 1965
Código de Municípios (sem desconto)
Considerações sobre o Problema de Absorção de Mão-de-obra, nos principais setores de atividade humana
Contribuições para o Estudo da Demografia do Brasil (2ª edição)
Dicionário Demográfico Multilíngüe
Distribuição Espacial da População do Brasil
Empresas Telefônicas — 1968
Estimativas das Frequências, ao Nascer, de Crianças Afetadas pelo Mongolismo em Populações Brasileiras
Guia de Hotéis do Brasil — 1968
Implicações Sociológicas do Desenvolvimento Demográfico
Indústria da Construção
Indústria de Transformação, dados mensais
Meios de Hospedagem — 1968
Monografia de Brasília
Nomenclatura Brasileira de Mercadorias — 1969
Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios
Produção Industrial
Reformulação do Crecimento da Guanabara, no período 1940-1960 em face dos Recenseamentos Gerais
Registro Industrial — 1965
Relações Públicas, Relações Humanas (2ª edição) — Celso Magalhães
Sinopses Preliminares do Censo Demográfico — 1970 (sem desconto)
Flagrantes Brasileiros
Monografias Municipais
Relatório da 1ª Conferência Nacional de Estatística
Sinopse Estatística dos Estados do Piauí, Espírito Santo, Mato Grosso e Santa Catarina

Composto e impresso nas oficinas
do Serviço Gráfico da Fundação
IBGE, em Lucas, GB — O S 6823

FUNDAÇÃO IBGE

Presidente: ISAAC KERSTENETZKY

INSTITUTO BRASILEIRO DE ESTATÍSTICA

Diretor-Superintendente: RUDOLF W. F. WUENSCHÉ

DEPARTAMENTO DE DIVULGAÇÃO ESTATÍSTICA

Diretor: Ovídio de Andrade Júnior

SECRETARIA DA REVISTA BRASILEIRA DE ESTATÍSTICA

Chefe: Fernando Pereira Cardim