REVISTA BRASILEIRA DE ESTATÍSTICA

Ano XXVIII — N.º 111 — jul./set. 1967

FUNDAÇÃO IBGE - INSTITUTO BRASILEIRO DE ESTATÍSTICA

REVISTA BRASILEIRA DE ESTATÍSTICA

Órgão oficial da Fundação IBGE — Instituto Brasileiro de Estatística e Sociedade Brasileira de Estatística

DIRETOR responsável: RAUL ROMERO DE OLIVEIRA
Secretário: MÁRIO RITTER NUNES

Redação: Av. Franklin Roosevelt, 166 — ZC-39 — Rio de Janeiro, GB — Brasil — Tel.: 52-3605

Preço: assinatura anual: NCr$ 2,80
número avulso: NCr$ 1,00

Vendas: Av. Franklin Roosevelt, 146-A — Loja B — Tel.: 42-7142

S U M Á R I O

R. bras. Estat.	Rio de Janeiro	v. 28	n.º 111	p. 171 - 256	jul./set. 1967

LOURIVAL CÂMARA
(Da Escola Nacional de Ciências Estatísticas)

ESTIMAÇÃO: DE RAZÃO, ATRAVÉS DE RAZÃO E DE REGRESSÃO

1 — *Enunciação do problema*

Não é recente, por certo, o estudo da distribuição de variáveis aleatórias reais, da forma $z = (y/x)$, em que y e x são variáveis aleatórias reais correlacionadas Nas raras vêzes em que, no passado, se tratou da distribuição de z, houve, quase sempre, inspiração nitidamente acadêmica, de feição teórica, atreita à particularidade de x e y pertencerem a uma normal bidimensional. Em passado menos remoto, considerou-se, através de Fisher e de Snedecor, o caso de y e x representarem estimativas de variâncias σ_1^2 e σ_2^2, atinentes a amostras extraídas de populações normais, e objetivava-se a testes de hipóteses (distribuição e teste F)

À Amostragem, impor-se-lhe-ia, já no presente e para fim de estimação, o estudo da distribuição de $q = (\bar{y}/\bar{x})$, na qual $\bar{y}$ e $\bar{x}$ são médias de amostras de tamanho $n > 1$, extraídas de populações bivariadas, (XY), não condicionadas ao requisito da normalidade original Essa imposição visa ao solucionamento de duas questões relevantes, teórico-práticas·

a) a estimação de $Q = (\mu_Y/\mu_X)$ — sendo μ_Y e μ_X a média de Y e a de X, respectivamente, na população bivariada, da qual procede a amostra —, por intermédio de $q = (\bar{y}/\bar{x})$ Trata-se de estimação de razão (Q), cujo valor numérico, segundo particular amostra, é uma estimativa de razão ("ratio-estimate"),

b) a estimação da média μ_Y, ou do total T_Y da distribuição populacional de Y — não conhecida, nem em relação ao tipo funcional, nem quanto aos parâmetros — por intermédio 1) do uso de parâmetros conhecidos da distribuição de X, 2) do concurso da razão $q = (\bar{y}/\bar{x})$ Trata-se de estimação através de razão, que é uma variável aleatória real, configurada pela razão de duas outras variáveis aleatórias reais

Numa e noutra questões, cuida-se de explorar, adequadamente, a correlação entre a distribuição de Y e a de X A matéria reveste-se de extraordinário interêsse prático à construção de projetos de pesquisa estatística, e, por isso, tem dado origem a especulações teóricas, particularmente entre 1954 e 1966. Não se faz possível apreciá-la, *in totum*, no presente estudo, em virtude da multiplicidade de aspectos envolvidos, quais, por exemplo:

a) os inerentes à população: 1) se finita, ou infinita, 2) se bivariada, ou multivariada, 3) se relativamente homogênea, ou heterogênea, a ponto de requerer estratificação, 4) se formada de unidades simples, ou constituída de unidades compostas,

b) os pertinentes à amostra 1) quanto ao modêlo de Amostragem mais compatibilizado às peculiaridades da população-base, 2) quanto ao conjunto fundamental de probabilidades de seleção (eqüiprobabilidade, ou não) das unidades populacionais, necessárias à formação da amostra, 3) quanto à norma de extração dessas unidades

Ir-se-ão examinando separadamente êsses aspectos, por intermédio de estudos continuados, publicados nesta *Revista*

Considera-se, inicialmente, uma população finita, bivariada, constituída de N unidades simples: $\pi = \{u_j\} = \{X_j\ Y_j\}$; $j = 1, 2, 3, \ldots, N$

a) não se conhecem parâmetros da distribuição de Y,

b) são conhecidos os parâmetros da distribuição de X,

c) Y e X são variáveis correlacionadas, mas não se sabe a grandeza do coeficiente de correlação linear $\rho_{XY} \in [-1, +1]$,

d) requer-se a estimação do total $T_Y = N\mu_Y$, dos N valores individuais de Y, impondo-se

d 1) o emprêgo, nessa estimação, do conhecimento, que se possui, dos parâmetros de X, e quanto à existência de correlação entre Y e X,

d 2) seja a estimativa de T_Y assegurada pelo coeficiente de confiança $(1 - \alpha) \geqq 0{,}95$;

d 3) que o êrro relativo da estimativa, $|\varepsilon'|$, não exceda de 0,05,

d 4) que, na formação da amostra, não-estratificada (porque assim o recomenda a estrutura de π), se obedeça: I) a seleções das unidades populacionais, com igual probabilidade, $f = (n/N)$, II) a extrações sem reposição,

e) há disponibilidades financeiras suficientes, para atender à construção do projeto de pesquisa e à respectiva execução Dá-se prioridade, no caso, à exigência da precisão (êrro relativo e coeficiente de confiança), segundo o que se estabelecera antes, entendendo-se o custo como decorrência natural dêsse atendimento

Enunciado o problema, passa-se ao exame das possíveis soluções que a Amostragem oferece, tôdas conformadas às imposições especificadas.

1 1 — *Notação* Duas variáveis, X e Y, são básicas, na população π, duas outras, relacionadas àquelas, são importantes à elaboração da teoria que dá suporte à solução do problema

a) a variável R, com N determinações $R_j = (Y_j / X_j)$, sendo 1) $j = 1, 2, 3, \ldots, N$, 2) $X_j > 0$,

b) a variável $U = (Y - QX)$, com N determinações $U_j = (Y_j - QX_j)$, sendo

$$Q = \frac{T_Y}{T_X} = \frac{N\mu_Y}{N\mu_X} = \frac{\mu_Y}{\mu_X}, \qquad T_Y = QT_X, \qquad \mu_Y = Q\mu_X \tag{1 1 1}$$

Os parâmetros das quatro distribuições são assim denotados

a) distribuição de Y: 1) média $\mu_Y = \mu'_{10}$ e total $T_Y = N\mu_Y = N\mu'_{10}$; 2) momentos ordinários μ'_{r0}, momentos centrados (na média) μ_{r0}, momentos reduzidos α_{r0}, $r = 0, 1, 2, 3, 4, \ldots$, 3) variância absoluta $\mu_{20} = \sigma^2_Y = \sigma^2_1$ e variância relativa $\gamma^2_{20} = \gamma^2_Y = \gamma^2_1$; 4) coeficiente de assimetria $\alpha_{30} = \sqrt{\beta_{10}} = \sqrt{\beta_{1,Y}}$, 5) coeficiente de curtose $\alpha_{40} = \beta_{20} = \beta_{2,Y}$,

b) distribuição de X 1) média $\mu_X = \mu'_{01}$ e total $T_X = N\mu_X = N\mu'_{01}$; 2) momentos ordinários μ'_{0t}, momentos centrados μ_{0t}, momentos reduzidos α_{0t}, $t = 0, 1, 2, 3, 4, \ldots$, 3) variância absoluta $\mu_{02} = \sigma^2_X = \sigma^2_2$ e variância relativa $\gamma^2_{02} = \gamma^2_X = \gamma^2_2$, 4) coeficiente de assimetria $\alpha_{03} = \sqrt{\beta_{01}} = \sqrt{\beta_{1,X}}$, 5) coeficiente de curtose $\alpha_{04} = \beta_{02} = \beta_{2,X}$,

c) distribuição de R 1) média $\mu_R = \mu'_{001}$ e total $T_R = N\mu_R = N\mu'_{001}$; 2) momentos ordinários μ'_{00l}, momentos centrados μ_{00l}, momentos reduzidos α_{00l}, 3) variância absoluta $\mu_{002} = \sigma^2_R = \sigma^2_3$ e variância relativa $\gamma^2_{002} = \gamma^2_R = \gamma^2_3$; 4) coeficiente de assimetria $\alpha_{003} = \sqrt{\beta_{001}} = \sqrt{\beta_{1,R}}$, 5) coeficiente de curtose $\alpha_{004} = \beta_{002} = \beta_{2,R}$,

d) distribuição de U: 1) média $\mu_U = \mu'_{0001}$ e total $T_U = N\mu_U = N\mu'_{0001}$; 2) momentos ordinários μ'_{000l}, momentos centrados μ_{000l} e momentos reduzidos α_{000l}, 3) variância absoluta $\mu_{0002} = \sigma^2_U = \sigma^2_4$ e variância relativa $\gamma^2_{0002} = \gamma^2_U = \gamma^2_4$;

4) coeficiente de assimetria $\alpha_{0003} = \sqrt{\beta_{0001}} = \sqrt{\beta_{1,U}}$, 5) coeficiente de curtose $\alpha_{0004} = \beta_{0002} = \beta_{2,U}$,

e) covariâncias: 1) $\sigma_{XY} = \sigma_{12}$, entre X e Y; 2) $\sigma_{XR} = \sigma_{23}$, entre X e R; 3) $\sigma_{YR} = \sigma_{13}$, entre Y e R; 4) $\sigma_{YU} = \sigma_{14}$, entre Y e U, 5) $\sigma_{XU} = \sigma_{24}$, entre X e U, 6) $\sigma_{RU} = \sigma_{34}$, entre R e U. Correspondentemente, os coeficientes de correlação $\rho_{XY} = \rho_{YX} = \rho_{12}$, $\rho_{YR} = \rho_{RY} = \rho_{13}$, $\rho_{YU} = \rho_{UY} = \rho_{14}$, $\rho_{XR} = \rho_{RX} = \rho_{23}$, $\rho_{XU} = \rho_{UX} = \rho_{24}$, $\rho_{RU} = = \rho_{UR} = \rho_{24}$

Na amostra A_n, utilizam-se os símbolos habituais, em correspondência aos parâmetros respectivos, a saber

a) quanto a y 1) $y_j =$ valor de Y, na *j-ésima* seleção, 2) média $\bar{y} = m'_{10}$ e total $T^*_y = n\bar{y} = nm'_{10}$, 3) momentos ordinários m'_{r0}, momentos centrados m_{10}, momentos reduzidos a_{10}; 4) variância absoluta $m_{20} = s^2_y = s^2_1$ e variância relativa $g^2_{20} = g^2_y = g^2_1 = (s^2_y / \bar{y}^2)$; 5) coeficiente de assimetria $a_{30} = \sqrt{b_{10}} = \sqrt{b_{1,y}}$, 6) coeficiente de curtose $a_{40} = b_{20} = b_{2,y}$,

b) quanto a x 1) $x_j =$ valor de X, na *j-ésima* seleção, 2) média $\bar{x} = m'_{01}$ e total $T^*_x = n\bar{x} = nm'_{10}$; 3) momentos ordinários m'_{r0}, momentos centrados m_{01}, momentos reduzidos a_{01}, 4) variância absoluta $m_{02} = s^2_x = s^2_2$ e variância relativa $g^2_{02} = g^2_x = g^2_2 = (s^2_x / \bar{x}^2)$, 5) coeficiente de assimetria $a_{03} = \sqrt{b_{01}} = \sqrt{b_{1,x}}$, 6) coeficiente de curtose $a_{04} = b_{02} = b_{2,x}$,

c) quanto a r 1) $r_j = (y_j / x_j) =$ valor de R, na *j-ésima* seleção, 2) média $\bar{r} = m'_{001}$ e total $T^*_r = n\bar{r} = nm'_{001}$, 3) momentos ordinários m'_{00r}, momentos centrados m_{00r} e momentos reduzidos a_{00r}, 4) variância absoluta $m_{002} = s^2_r = s^2_3$ e variância relativa $g^2_{002} = g^2_r = g^2_3$, 5) coeficiente de assimetria $a_{003} = \sqrt{b_{001}} = \sqrt{b_{1,r}}$, 6) coeficiente de curtose $a_{004} = b_{002} = b_{2,r}$,

d) quanto a u 1) $u_j = (y_j - Qx_j) =$ valor de U, na *j-ésima* seleção; 2) média $\bar{u} = m'_{0001}$ e total $T^*_u = n\bar{u} = nm'_{0001}$, 3) momentos ordinários m'_{000r}, momentos centrados m_{000r}, momentos reduzidos a_{000r}, 4) variância absoluta $m_{0002} = s^2_u = s^2_4$ e variância relativa $g^2_{0002} = g^2_u = g^2_4$; 5) coeficiente de assimetria $a_{0003} = \sqrt{b_{0001}} = \sqrt{b_{1,u}}$, 6) coeficiente de curtose $a_{0004} = b_{0002} = b_{2,u}$,

e) covariâncias $s_{yx} = s_{12}$, $s_{yr} = s_{13}$, $s_{yu} = s_{14}$, $s_{xr} = s_{23}$, $s_{xu} = s_{24}$, $s_{ru} = s_{34}$ Semelhantemente, coeficientes de correlação (primários) $\rho^*_{yx} = \rho^*_{12}$, $\rho^*_{yr} = \rho^*_{13}$, $\rho^*_{yu} = \rho^*_{14}$, e assim por diante

2 — *Espaço* S, *das amostras de tamanho* n

2 1 — *Conceituação* O espaço S concerne ao conjunto das amostras de tamanho n, sendo $1 \leq n < N$, extraídas à população π, que contém $N < \infty$ unidades simples, amostras essas constituídas em obediência 1) ao critério de extrações sem reposição, 2) à norma de as unidades serem selecionadas com igual probabilidade Assim, $S = \binom{N}{n}$

No que se segue, não se leva em conta — a propósito de evento qual $u_{j_1}\ u_{j_2}\ u_{j_3}$, caso $n = 3$ — a ordem de verificação das n unidades selecionadas.

Pondo-se

$$S = \binom{N}{n};\ S_1 = \binom{N-1}{n-1};\ S_2 = \binom{N-2}{n-2};\qquad ;\ S_m = \binom{N-m}{n-m},\ m \leq n, \qquad (2\ 1\ 1)$$

tem-se que, referentemente a amostras de tamanho n,

$$\text{Prob.}\left\{u_j \in A_n\right\} = \frac{S_1}{S} = \frac{n}{N} = f\,;\ \text{Prob.}\left\{(u_{j_1} u_{j_2}) \in A_n\right\} = \frac{S_2}{S} = \frac{n(n-1)}{N(N-1)}\,;$$

$$\text{Prob.}\left\{(u_{j_1} u_{j_2} u_{j_3}) \in A_n\right\} = \frac{S_3}{S} = \frac{n(n-1)(n-2)}{N(N-1)(N-2)}\,;$$

$$\text{Prob.}\left\{(u_{j_1} u_{j_2} u_{j_3} u_{j_4}) \in A_n\right\} = \frac{S_4}{S} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{N(N-1)(N-2)(N-3)}\,;$$

$$\text{Prob.}\left\{(u_{j_1} u_{j_2} u_{j_3} u_{j_4} \quad u_{j_m}) \in A_n\right\} = \frac{S_m}{S} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3) \quad (n-m+1)}{N(N-1)(N-2)(N-3)\,..\,(N-m+1)} \qquad (2\ 1\ 2)$$

As variáveis aleatórias reais $\bar{y}$, $\bar{x}$, T^*_y, T^*_x, s^2_y, s^2_x — cujo domínio é o espaço S —, bem assim os estimadores não tendenciosos $\hat{\sigma}^2_Y$ e $\hat{\sigma}^2_X$, $\hat{T}_Y$ e $\hat{T}_X$, têem conhecidas expressões, alusivas às respectivas expectâncias e variâncias. Dispensa-se, dessarte, sua dedução, e apenas se relembram tais expressões:

a) quanto a x

$$E\left\{\bar{x}\right\} = \mu_X = \mu'_{01}\,;\ T^*_x = n\bar{x}\,;\ E\left\{T^*_x\right\} = n\mu_X \neq T_X\,;\ \hat{T}_X = N\bar{x}\,;\ E\left\{\hat{T}_X\right\} = N\mu_X = T_X\,;$$

$$V^2\left\{\bar{x}\right\} = M_2\left\{\bar{x}\right\} = E\left\{\left(\bar{x} - E\left\{\bar{x}\right\}\right)^2\right\} = \left[\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma^2_X}{n}\right)\right] \xrightarrow[N\to\infty]{} \left(\frac{\sigma^2_X}{n}\right);$$

$$E\left\{s^2_x = m_{02}\right\} = \left(\frac{N}{N-1}\right)\left(\frac{n-1}{n}\right)\left(\sigma^2_X\right) \neq \sigma^2_X\,;\ \hat{\sigma}^2_X = \left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{n}{n-1}\right)\left(s^2_x\right);\ E\left\{\hat{\sigma}^2_X\right\} = \sigma^2_X\,;$$

$$\hat{\sigma}^2_X \xrightarrow[N\to\infty]{} \left(\frac{n}{n-1}\right)\left(s^2_x\right);\ \hat{\sigma}^2_X = \left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{1}{n-1}\right)\left[\sum_{j=1}^{n}(x_j - \bar{x})^2\right]; \qquad (2\ 1\ 3)$$

b) quanto a y:

$$E\left\{\bar{y}\right\} = \mu_Y = \mu'_{10}\,;\ T^*_y = n\bar{y}\,;\ E\left\{T^*_y\right\} = n\mu_Y \neq T_Y\,;\ \hat{T}_Y = N\bar{y}\,;\ E\left\{\hat{T}_Y\right\} = N\mu_Y = T_Y\,;$$

$$V^2\left\{\bar{y}\right\} = M_2\left\{\bar{y}\right\} = E\left\{\left(\bar{y} - E\left\{\bar{y}\right\}\right)^2\right\} = \left[\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma^2_Y}{n}\right)\right] \xrightarrow[N\to\infty]{} \left(\frac{\sigma^2_Y}{n}\right);$$

$$E\left\{s^2_y = m_{20}\right\} = \left(\frac{N}{N-1}\right)\left(\frac{n-1}{n}\right)\left(\sigma^2_Y\right) \neq \sigma^2_Y\,;\ \hat{\sigma}^2_Y = \left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{n}{n-1}\right)\left(s^2_y\right);\ E\left\{\hat{\sigma}^2_Y\right\} = \sigma^2_Y\,;$$

$$\hat{\sigma}^2_Y \xrightarrow[N\to\infty]{} \left(\frac{n}{n-1}\right)\left(s^2_y\right);\ \hat{\sigma}^2_Y = \left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{1}{n-1}\right)\left[\sum_{j=1}^{n}(y_j - \bar{y})^2\right] \qquad (2\ 1\ 4)$$

2 2 — *Variável aleatória* $(\bar{x}\,\bar{y})$ Em desenvolvimentos ulteriores, estará presente, com muita assiduidade, a variável aleatória real, conjunta, $(\bar{x}\,\bar{y})$ É conveniente tratá-la, desde agora, em alguns de seus aspectos fundamentais, porque, assim, se evitarão continuadas interrupções, sempre incômodas, em deduções que se irão processar. Tenha-se em vista que $\bar{x}$ e $\bar{y}$ são variáveis aleatórias correlacionadas

Para maior simplicidade, sem prejuízo da generalidade, opera-se a centragem de X e de Y, em μ_X e em μ_Y, respectivamente

a) $X' = (X - \mu_X)$, $X'_j = (X_j - \mu_X)$ Em conseqüência, a média dos N valores, X'_j, de X', é nula,

b) $Y' = (Y - \mu_Y)$, $Y'_j = (Y_j - \mu_Y)$ Portanto, a média dos N valores, Y'_j, de Y', é igual a zero.

Na amostra A_n, centram-se: 1) x, em μ_X; 2) y, em μ_Y. Daí:

a) $x' = (x - \mu_X)$; $x'_j = (x_j - \mu_X)$; $j = 1, 2, 3, \quad , n$;

b) $y' = (y - \mu_Y)$; $y'_j = (y_j - \mu_Y)$;

c) a média de $\bar{x}'$ e a de $\bar{y}'$, nas unidades de A_n, não são nulas

$$\bar{x}' = \left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i')\right] = \left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu_X)\right] = (\bar{x} - \mu_X) \qquad \bar{x} = (\bar{x}' + \mu_X); \tag{2 2 1}$$

$$\bar{y}' = \left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{i=1}^{n}(y_i')\right] = \left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{i=1}^{n}(y_i - \mu_Y)\right] = (\bar{y} - \mu_Y) \qquad \bar{y} = (\bar{y}' + \mu_Y); \tag{2 2 2}$$

d) mas, $E\{\bar{x}'\} = E\{\bar{y}'\} = 0$, porque (2 2 3)

$$E\left\{\bar{x}'\right\} = E\left\{(\bar{x} - \mu_X)\right\} = E\left\{\bar{x}\right\} - \mu_X = 0\,; E\left\{\bar{y}'\right\} = E\left\{(\bar{y} - \mu_Y)\right\} = 0 \tag{2 2 4}$$

No espaço S, verificam-se as seguintes ıelações entre os momentos ordinários $M'_{tr}\left\{\bar{x}'\bar{y}'\right\}$, de $(\bar{x}'\bar{y}')$, e os momentos centrados, $M_{tr}\left\{\bar{x}\bar{y}\right\}$, de $(\bar{x}\bar{y})$, sendo 1) $t, r = 0, 1, 2, 3, \ldots$, 2) $(t + r) \geqslant 2$.

$$M_{tr}\left\{\bar{x}\bar{y}\right\} = E\left\{\left(\bar{x} - E\left\{\bar{x}\right\}\right)^t\left(\bar{y} - E\left\{\bar{y}\right\}\right)^r\right\} = E\left\{(\bar{x} - \mu_X)^t(\bar{y} - \mu_Y)^r\right\} = E\left\{(\bar{x}')^t(\bar{y}')^r\right\} =$$

$$= M'_{tr}\left\{\bar{x}'\bar{y}'\right\} = \left[\frac{1}{n^{(t+r)}}\right]\left[E\left\{\left(\sum_{i=1}^{n}x_i'\right)^t\left(\sum_{i=1}^{n}y_i'\right)^r\right\}\right]. \tag{2 2 5}$$

Registram-se, abaixo, alguns resultados finais de aplicações de (2 2 5)

$$M_{11}\left\{\bar{x}\bar{y}\right\} = M'_{11}\left\{\bar{x}'\bar{y}'\right\} = M'_{11}\left\{\bar{x}\bar{y}\right\} - \left(E\left\{\bar{x}\right\}\right)\left(E\left\{\bar{y}\right\}\right) = \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma_{XY}}{n}\right); \tag{2 2 6}$$

$$M'_{11}\left\{\bar{x}\bar{y}\right\} = M_{11}\left\{\bar{x}\bar{y}\right\} + \left(E\left\{\bar{x}\right\}\right)\left(E\left\{\bar{y}\right\}\right) = \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma_{XY}}{n}\right) + (\mu_X\mu_Y); \tag{2 2 7}$$

$$M_{12}\left\{\bar{x}\bar{y}\right\} = M'_{12}\left\{\bar{x}'\bar{y}'\right\} = E\left\{\left(\bar{x} - E\left\{x\right\}\right)\left(\bar{y} - E\left\{\bar{y}\right\}\right)^2\right\} = \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{N-2n}{N-2}\right)\left(\frac{\mu_{12}}{n^2}\right); \tag{2 2 8}$$

$$M_{22}\left\{\bar{x}\bar{y}\right\} = M'_{22}\left\{\bar{x}'\bar{y}'\right\} = E\left\{\left(\bar{x} - E\left\{\bar{x}\right\}\right)^2\left(\bar{y} - E\left\{\bar{y}\right\}\right)^2\right\} = E\left\{(\bar{x} - \mu_X)^2(\bar{y} - \mu_Y)^2\right\} = E\left\{(\bar{x}')^2(\bar{y}')^2\right\} =$$

$$= \left(\frac{\mu_{22}}{n^3}\right)\left[1 - \frac{7(n-1)}{(N-1)} + \frac{12(n-1)(n-2)}{(N-1)(N-2)} - \frac{6(n-1)(n-2)(n-3)}{(N-1)(N-2)(N-3)}\right] +$$

$$+ \left[\frac{N\left(\sigma_X^2\sigma_Y^2 + 2\,\sigma_{XY}^2\right)}{n^3}\right]\left[\frac{(n-1)}{(N-1)} - \frac{2(n-1)(n-2)}{(N-1)(N-2)} + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{(N-1)(N-2)(N-3)}\right]; \tag{2 2 9}$$

$$M_{31}\left\{\bar{x}\bar{y}\right\} = M'_{31}\left\{\bar{x}'\bar{y}'\right\} = E\left\{(\bar{x}')^3(\bar{y}')\right\} = \left(\frac{\mu_{31}}{n^3}\right)\left[1 - \frac{7(n-1)}{(N-1)} + \frac{12(n-1)(n-2)}{(N-1)(N-2)} -\right.$$

$$\left. - \frac{6(n-1)(n-2)(n-3)}{(N-1)(N-2)(N-3)}\right] + \left(\frac{3N\sigma_X^2\,\sigma_{XY}}{n^3}\right)\left[\frac{(n-1)}{(N-1)} -\right.$$

$$\left. - \frac{2(n-1)(n-2)}{(N-1)(N-2)} + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{(N-1)(N-2)(N-3)}\right] \tag{2 2 10}$$

Os demais momentos $M_{tr}\left\{\bar{x}\bar{y}\right\} = M'_{tr}\left\{\bar{x}'\bar{y}'\right\}$, porventura necessários à demonstração de aspectos teóricos indispensáveis, serão deduzidos na oportunidade adequada

2 3 — *Vaıiável aleatóıia q* A variável aleatória real, q, guarda correspondência ao parâmetro Q, inscıito em (1 1 1), e é de importância capital ao que se visa neste estudo, sendo definida por

$$q = \frac{T_y^*}{T_x^*} = \frac{n\bar{y}}{n\bar{x}} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{N\bar{y}}{N\bar{x}} = \frac{\hat{T}_Y}{\hat{T}_X}; \qquad \bar{y} = q\bar{x} \tag{2 3 1}$$

Conforme (2 2 1-2), $\bar{y} = (\bar{y}' + \mu_Y)$ e $\bar{x} = (\bar{x}' + \mu_X)$, sendo $\bar{x}$ e $\bar{y}$, uma e outra, maiores que zero Mediante substituição em (2 3 1), q adquire a forma

$$q = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{(\bar{y}' + \mu_Y)}{(\bar{x}' + \mu_X)} = \frac{\mu_Y\left(\dfrac{\bar{y}'}{\mu_Y} + \dfrac{\mu_Y}{\mu_Y}\right)}{\mu_X\left(\dfrac{\bar{x}'}{\mu_X} + \dfrac{\mu_X}{\mu_X}\right)} = \left(\frac{\mu_Y}{\mu_X}\right)\left[\frac{\left(1 + \dfrac{\bar{y}'}{\mu_Y}\right)}{\left(1 + \dfrac{\bar{x}'}{\mu_X}\right)}\right] =$$

$$= (Q)\left(1 + \frac{\bar{y}'}{\mu_Y}\right)\left(1 + \frac{\bar{x}'}{\mu_X}\right)^{-1} \qquad (2\ 3\ 2)$$

Fazendo-se, para maior comodidade,

$$\left(\frac{\bar{y}'}{\mu_Y}\right) = c \quad , \quad \left(\frac{\bar{x}'}{\mu_X}\right) = d, \qquad (2\ 3\ 3)$$

então q é expresso assim

$$q = Q(1 + c)(1 + d)^{-1} \qquad (2\ 3\ 4)$$

Os momentos ordinários, de ordem $r = 1, 2, 3, \dots$, da distribuição de amostragem de q ε S, são, sob forma genérica,

$$M'_r\left\{q\right\} = E\left\{q^r\right\} = E\left\{[Q(1 + c)(1 + d)^{-1}]^r\right\} = (Q^r)\left[E\left\{(1 + c)^r(1 + d)^{-r}\right\}\right], \qquad (2\ 3\ 5)$$

e os momentos centrados,

$$M_r\left\{q\right\} = E\left\{\left(q - E\left\{q\right\}\right)^r\right\} = E\left\{\left[Q(1 + c)(1 + d)^{-1} - E\left\{q\right\}\right]^r\right\} \qquad (2\ 3\ 6)$$

Desenvolvendo-se $(1 + c)^r$ e $(1 + d)^{-r}$, vem

$$(1 + c)^r = 1 + \frac{rc}{1!} + \frac{r(r - 1)c^2}{2!} + \frac{r(r - 1)(r - 2)c^3}{3!} + \frac{r(r - 1)(r - 2)(r - 3)c^4}{4!} + \dots$$

$$\dots + \frac{r(r - 1)(r - 2)(r - 3)(r - 4) \dots (r + m - 1)c^m}{m!} + \dots, \qquad (2\ 3\ 7)$$

$$(1 + d)^{-r} = 1 - \frac{rd}{1!} + \frac{r(r + 1)d^2}{2!} - \frac{r(r + 1)(r + 2)d^3}{3!} + \frac{r(r + 1)(r + 2)(r + 3)d^4}{4!} - \dots +$$

$$+ \frac{(-1)^m(r)(r + 1)(r + 2)(r + 3)(r + 4) \dots (r + m - 1)d^m}{m!} + \dots \qquad (2\ 3\ 8)$$

Particulariza-se r, em relação a $(1 + c)^r$

a) para $r = 1$

$$(1 + c)^1 = (1 + c), \qquad (2\ 3\ 9)$$

b) para $r = 2$

$$(1 + c)^2 = 1 + 2c + c^2, \qquad (2\ 3\ 10)$$

c) para $r = 3$

$$(1 + c)^3 = 1 + 3c + 3c^2 + c^3, \qquad (2\ 3\ 11)$$

d) para $r = 4$

$$(1 + c)^4 = 1 + 4c + 6c^2 + 4c^3 + c^4 \qquad (2\ 3\ 12)$$

Particulariza-se r, em relação a $(1 + d)^{-r}$

a) para $r = 1$

$$(1 + d)^{-1} = 1 - d + d^2 - d^3 + d^4 - d^5 + d^6 - d^7 + d^8 \dots + (-1)^m(d^m) + \dots, \qquad (2\ 3\ 13)$$

b) para $r = 2$:

$$(1 + d)^{-2} = 1 - 2d + 3d^2 - 4d^3 + 5d^4 - 6d^5 + 7d^6 - 8d^7 + 9d^8 \dots +$$

$$+ (-1)^m(m + 1)(d^m) + \dots, \qquad (2\ 3\ 14)$$

c) para $r = 3$:

$$(1+d)^{-3} = 1 - 3d + 6d^2 - 10d^3 + 15d^4 - 21d^5 + 28d^6 - 36d^7 + 45d^8 - \quad + \quad , \qquad (2\ 3\ 15)$$

d) para $r = 4$:

$$(1+d)^{-4} = 1 - 4d + 10d^2 - 20d^3 + 35d^4 - 56d^5 + 84d^6 - 120d^7 + 165d^8 - \quad + \qquad (2\ 3\ 16)$$

Seja exprimir o primeiro momento ordinário ($r = 1$) da distribuição de amostragem de q:

$$M_1'\{q\} = E\{q\} = (Q)\Big[E\{(1+c)(1+d)^{-1}\}\Big] = (Q)\Big[E\{(1+c)(1 - d + d^2 - d^3 + d^4 - d^5 + d^6 -$$

$$- d^7 + d^8 \quad)\}\Big] = (Q)\Big[E\{1 - d + d^2 - d^3 + d^4 - d^5 + d^6 - d^7 + d^8 - \quad + c - cd + cd^2 -$$

$$- cd^3 + cd^4 - cd^5 + cd^6 - cd^7 + cd^8 - \quad \}\Big] \qquad (2\ 3\ 17)$$

Desprezando-se, por aproximação, os termos (os de x, os de y, os de xy) de potência superior a 4 — tendo-se em vista, ainda, que $E\{c\} = E\{d\} = 0$ —, então (2 3 17) se reduz a

$$M_1'\{q\} = E\{q\} \doteq (Q)\Big[E\{1 + d^2 - d^3 + d^4 - cd + cd^2 - cd^3\}\Big] =$$

$$= (Q)\Big[1 + E\{d^2\} - E\{d^3\} + E\{d^4\} - E\{cd\} + E\{cd^2\} - E\{cd^3\}\Big] =$$

$$= (Q)\left[1 + E\left\{\left(\frac{\bar{x}'}{\mu_X}\right)^2\right\} - E\left\{\left(\frac{\bar{x}'}{\mu_X}\right)^3\right\} + E\left\{\left(\frac{\bar{x}'}{\mu_X}\right)^4\right\} - E\left\{\left(\frac{\bar{y}'}{\mu_Y}\right)\left(\frac{\bar{x}'}{\mu_X}\right)\right\} +\right.$$

$$\left. + E\left\{\left(\frac{\bar{y}'}{\mu_Y}\right)\left(\frac{\bar{x}'}{\mu_X}\right)^2 - E\left\{\left(\frac{\bar{y}'}{\mu_Y}\right)\left(\frac{\bar{x}'}{\mu_X}\right)^3\right\}\right]\qquad (2\ 3\ 18)$$

Quer os momentos de $\bar{x}'$ e os de $\bar{y}'$, quer os de $(\bar{x}\bar{y})$ e de $(\bar{x}'\bar{y}')$, foram explicitados antes. Efetuando-se as devidas substituições em (2 3 18), e processando-se as cabíveis reduções de termos semelhantes, obtém-se, finalmente,

$$M_1'\{q\} = E\{q\} \doteq (Q)\left\{1 + \left[\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\right]\left[\left(\frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2}\right) - \left(\frac{\sigma_{XY}}{\mu_X \mu_Y}\right)\right] + \right.$$

$$+ \left[\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{N-2n}{N-2}\right)\left(\frac{1}{n^2}\right)\right]\left[\left(\frac{\mu_{12}}{\mu_Y \mu_X^2}\right)\left(\frac{\mu_{03}}{\mu_X^3}\right)\right] + \left[\left(\frac{1}{n^3}\right)\left(\frac{\mu_{04}}{\mu_X^4} - \frac{\mu_{13}}{\mu_Y \mu_X^3}\right)\right]\Big[1 +$$

$$+ \frac{7(n-1)}{(N-1)} + \frac{12(n-1)(n-2)}{(N-1)(N-2)} - \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{(N-1)(N-2)(N-3)}\Big] + \left[\left(\frac{3N}{n^3}\right)\left(\frac{\sigma_X^4}{\mu_X^4} - \frac{\sigma_X^2 \sigma_{XY}}{\mu_Y \mu_X^3}\right)\right]$$

$$\left.\left[\left(\frac{n-1}{N-1}\right) - \frac{2(n-1)(n-2)}{(N-1)(N-2)} + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{(N-1)(N-2)(N-3)}\right]\right\} \qquad (2\ 3\ 19)$$

Chega-se a (2 3 19), graças à inclusão feita, no desenvolvimento que lhe deu origem, dos momentos de c, de d e (cd), de ordem $(r + t) \leq 4$, sendo $(r, t) = 0, 1, 2, 3, 4$, Computando-se, apenas, os momentos de ordem $(r + t) \leq 2$, sendo $(r, t) = 0, 1, 2$, obtém-se, em primeira aproximação,

$$M_1'\{q\} = E\{q\} \doteq (Q)\left[1 + \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2} - \frac{\sigma_{XY}}{\mu_X \mu_Y}\right)\right] = (Q)\left[1 + \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\right.$$

$$\left.\left(\gamma_X^2 - \frac{\rho_{XY}\,\sigma_X\,\sigma_Y}{\mu_X\,\mu_Y}\right)\right] = (Q)\left[1 + \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\gamma_X^2 - \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right)\right] \qquad (2\ 3\ 20)$$

Na dedução dos demais momentos ordinários (para $r = 2, 3, 4, .\ $) da distribuição de q, segue-se a orientação que governa a demonstração de $M_1'\{q\}$:

a) toma-se (2 3 5) como ponto de partida,

b) utilizam-se os desenvolvimentos de $(1 + c)^r$ e de $(1 + d)^{-r}$, consignados em (2.3 10-16)

Deduzidos os momentos ordinários, exprimem-se os momentos contrados em $E\{q\}$, graças à recorrência comum. Dos momentos centrados, interessa, presentemente, o de ordem $r = 2$, que é a variância, cuja expressão, a $O(n^{-2})$, é:

$$M_2\{q\} = V^2\{q\} = E\{(q - E\{q\})^2\} = E\{q^2\} - (E\{q\})^2 = M'_2\{q\} - (M'_1\{q\})^2 =$$

$$= (Q^2)\left\{\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)(\gamma_X^2 + \gamma_Y^2 - 2\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y) + \left(\frac{N-n}{N-1}\right)^2\left(\frac{1}{n^2}\right)\left[8(\gamma_X^2)^2 -\right.\right.$$

$$- 16\gamma_X^2(\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y) + 5(\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y)^2 + 3\gamma_X^2\gamma_Y^2\Big] - \left[2\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{Nn}\right)\right]\left[\left(\frac{N+n}{n}\right) -\right.$$

$$\left.\left.- 3\right]\left[\left(\frac{\mu_{03}}{\mu_X^3}\right) - \left(\frac{2\mu_{12}}{\mu_Y\mu_X^2}\right) + \left(\frac{\mu_{21}}{\mu_Y^2\mu_X}\right)\right]\right\} \qquad (2\ 3\ 21)$$

A primeira aproximação à variância de q — isto é, a $O(n^{-1})$ — é satisfatória à construção de modelos de Amostragem, quando se opera com grandes amostras $(n \geqslant 50)$, extraídas de grandes populações $(N \geqslant 5\,000)$ Então,

$$M_2\{q\} = V^2\{q\} \doteq (Q^2)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)(\gamma_X^2 + \gamma_Y^2 - 2\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y), \qquad (2\ 3\ 22)$$

ou, ainda, desde que $[(N-1)/N] > 0{,}98$,

$$M_2\{q\} = V^2\{q\} \doteq (Q^2)\left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{1}{n}\right)(\gamma_X^2 + \gamma_Y^2 - 2\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y) =$$

$$= \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right)(\gamma_X^2 + \gamma_Y^2 - 2\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y) \qquad (2\ 3\ 23)$$

2 4 — *Variáveis aleatórias* u *e* r A variável aleatória real $u = (y - Qx)$, com explicação anterior, tem n determinações, $u_j = (y_j - Qx_j)$, na amostra A_n, e corresponde à variável populacional $U = (Y - QX)$, a qual apresenta N valores, $U_j = (Y_j - QX_j)$, na população π.

A média, $\bar{u}$, de $u \in A_n$, é $(\bar{u} = m'_{0001})$:

$$\bar{u} = \left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{j=1}^{n}(u_j)\right] = \left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{j=1}^{n}(y_j - Qx_j)\right] = (\bar{y} - Q\bar{x}) \qquad (2\ 4\ 1)$$

No espaço S, a variável aleatória $\bar{u}$ tem a expectância

$$E\{\bar{u}\} = E\{(\bar{y} - Q\bar{x})\} = E\{\bar{y}\} - Q(E\{\bar{x}\}) = \mu_Y - Q\mu_X = \mu_Y - \left(\frac{\mu_Y}{\mu_X}\right)(\mu_X) = 0, \quad (2\ 4\ 2)$$

e, por variância,

$$M_2\{\bar{u}\} = V^2\{\bar{u}\} = E\{(\bar{u} - E\{\bar{u}\})^2\} = E\{\bar{u}^2\} = E\{(\bar{y} - Q\bar{x})^2\} =$$

$$= E\{\bar{y}^2\} + Q^2(E\{\bar{x}^2\}) - 2Q(E\{\bar{x}\bar{y}\}). \qquad (2\ 4\ 3)$$

Resolvendo-se, em separado, os três termos da parte final de (2 4.3)

$$a)\ E\{\bar{y}^2\} = M'_2\{\bar{y}\} = M_2\{\bar{y}\} + (E\{\bar{y}\})^2 = \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma_Y^2}{n}\right) + \mu_Y^2; \qquad (2\ 4\ 4)$$

$$b)\ Q^2(E\{\bar{x}^2\}) = Q^2(M'_2\{\bar{x}\}) = Q^2\left[M_2\{\bar{x}\} + (E\{\bar{x}\})^2\right] = Q^2\left[\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma_X^2}{n}\right) + \mu_X^2\right] =$$

$$= Q^2\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma_X^2}{n}\right) + Q^2\mu_X^2 = Q^2\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma_X^2}{n}\right) + \left(\frac{\mu_Y}{\mu_X}\right)^2(\mu_X^2) =$$

$$= Q^2\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma_X^2}{n}\right) + \mu_Y^2; \qquad (2\ 4\ 5)$$

c) $- 2Q\left(E\{\bar{x}\bar{y}\}\right) = - 2Q$ (Fórmula 2.2 7) $= - 2Q\left[\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma_{XY}}{n}\right) +\right.$

$$\left. + (\mu_X\mu_Y)\right] = - 2Q\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma_{XY}}{n}\right) - 2Q(\mu_X\mu_Y) =$$

$$- 2Q\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma_{XY}}{n}\right) - 2\mu_Y^2, \qquad (2\ 4\ 6)$$

visto que $2Q(\mu_X\mu_Y) = 2(\mu_Y/\mu_X)(\mu_X\mu_Y) = 2\mu_Y^2$. Retornando-se a (2 4 3):

$$M_2\{\bar{u}\} = V^2\{\bar{u}\} = \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\sigma_Y^2 + Q^2\sigma_X^2 - 2Q\,\sigma_{XY}\right) + \left(2\mu_Y^2 - 2\mu_Y^2\right) =$$

$$= \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left[\sigma_Y^2 + \left(\frac{\mu_Y^2}{\mu_X^2}\right)(\sigma_X^2) - 2\left(\frac{\mu_Y}{\mu_X}\right)(\rho_{XY}\,\sigma_X\,\sigma_Y)\right] =$$

$$= \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\sigma_Y^2 + \mu_Y^2\gamma_X^2 - 2\rho_{XY}\,\gamma_X\,\sigma_Y\,\mu_Y\right) = \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\mu_Y^2}{n}\right)\left[\left(\frac{\sigma_Y^2}{\mu_Y^2}\right) +\right.$$

$$\left. + \left(\frac{\mu_Y^2\gamma_X^2}{\mu_Y^2}\right) - \left(\frac{2\rho_{XY}\,\gamma_X\,\sigma_Y\,\mu_Y}{\mu_Y^2}\right)\right] = \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\mu_Y^2}{n}\right)\left(\gamma_Y^2 + \gamma_X^2 - 2\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y\right) \qquad (2\ 4\ 7)$$

Comparando-se (2.4 7) a (2 3 22), verifica-se que

$$M_2\{\bar{u}\} = \left(\mu_Y^2\right)\left(M_2\{q\}\right). \qquad (2\ 4\ 8)$$

A variável aleatória r apresenta n valores $r_j = (y_j / x_j)$, sendo $x_j > 0$, na amostra A_n, designando-se por $\bar{r} = m'_{001}$ sua média, cuja expectância, no espaço S, é a seguinte:

$$E\{\bar{r}\} = E\left\{\left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{j=1}^{n}(r_j)\right]\right\} = \left(\frac{1}{n}\right)\left[E\left\{\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{y_j}{x_j}\right)\right\}\right] = \left(\frac{1}{n}\right)\left\{\sum_{j=1}^{N}\left[\left(\frac{Y_j}{X_j}\right)\left(\frac{n}{N}\right)\right]\right\} =$$

$$= \left(\frac{1}{N}\right)\left[\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{Y_j}{X_j}\right)\right] = \frac{1}{N}\left[\sum_{j=1}^{N}(R_j)\right] = \mu_R = \mu'_{001}. \qquad (2\ 4\ 9)$$

Seguindo-se encaminhamentos já percorridos em relação a outras variáveis, demonstra-se que

$$M_2\{\bar{r}\} = V^2\{\bar{r}\} = E\left\{\left(\bar{r} - E\{\bar{r}\}\right)^2\right\} = E\left\{(\bar{r} - \mu_R)^2\right\} = E\{\bar{r}^2\} - \left(\mu_R^2\right) =$$

$$= \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\mu_{002}}{n}\right);\ \mu_{002} = \sigma_R^2 = \sigma_3^2 = \left(\frac{1}{N}\right)\left[\sum_{j=1}^{N}(R_j - \mu_R)^2\right] \qquad (2\ 4.10)$$

Convém salientar — em virtude de papel destacado que irá exercer pròximamente — que a covariância $\sigma_{XR} = \sigma_{23}$, na população π, tem a formulação seguinte:

$$\sigma_{XR} = \sigma_{23} = \left(\frac{1}{N}\right)\left[\sum_{j=1}^{N}(X_j - \mu_X)(R_j - \mu_R)\right] = \left(\frac{1}{N}\right)\left[\sum_{j=1}^{N}(X_jR_j - \mu_XR_j - \mu_RX_j + \mu_X\mu_R)\right] =$$

$$= \left(\frac{1}{N}\right)\left[\sum_{j=1}^{N}(X_jR_j)\right] - (\mu_X\mu_R) - (\mu_X\mu_R) + (\mu_X\mu_R) = \left(\frac{1}{N}\right)\left[\sum_{j=1}^{N}(X_jR_j)\right] - (\mu_X\mu_R) =$$

$$= \left(\frac{1}{N}\right)\left[\sum_{j=1}^{N}(X_j)\left(\frac{Y_j}{X_j}\right)\right] - (\mu_X\mu_R) = \left(\frac{1}{N}\right)\left[\sum_{j=1}^{N}(Y_j)\right] - (\mu_X\mu_R) = (\mu_Y - \mu_X\mu_R), \qquad (2\ 4\ 11)$$

ou seja: o resultado curioso de uma covariância ser expressa em têrmos de médias.

3 — *Estimadores de* $T_Y = N\mu_Y$

3 1 — *Primeiro estimador* De acôrdo com (1 1 1) 1) $T_Y = QT_X$, 2) $\mu_Y = Q\mu_X$ Como se ignora a grandeza do quociente paramétrico Q (mas se conhecem T_X e μ_X, segundo a formulação do problema, descrita na Secção 1), usa-se, em seu lugar, a variável aleatória real $q = (\overline{y} / \overline{x})$, estudada no Tópico 2 3 Daí, os estimadores

$$\mu^*_{Y,1} = q\,\mu_X\,, \quad T^*_{Y,1} = q\,T_X \tag{3 1 1}$$

À vista de (2 3 20), tem-se que

$$E\{\mu^*_{Y,1}\} = E\{q\,\mu_X\} = \mu_X\,(E\{q\}) \doteq (\mu_X)\,(Q)\left[1 + \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\gamma^2_X - \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right)\right] =$$

$$= (\mu_Y)\left[1 + \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\gamma^2_X - \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right)\right], \tag{3 1 2}$$

e, anàlogamente,

$$E\{T^*_{Y,1}\} = E\{qT_X\} = T_X\,(E\{q\}) \doteq (T_Y)\left[1 + \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\gamma^2_X - \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right)\right] \tag{3 1 3}$$

O resultado a que se chegou em (3 1 2), manifesta que $\mu^*_{Y,1}$ é um estimador tendencioso de μ_Y (da mesma sorte que $T^*_{Y,1}$ quanto a T_Y) A tendenciosidade de estimação, $t\{\mu^*_{Y,1}\}$, é assim determinada

$$t\{\mu^*_{Y,1}\} = E\{\mu^*_{Y,1}\} - \mu_Y = (\mu_Y)\left[1 + \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\gamma^2_X - \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right)\right] - \mu_Y =$$

$$= (\mu_Y)\left[\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\gamma^2_X - \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right)\right] \xrightarrow[N \to \infty]{} \left(\frac{\mu_Y}{n}\right)\left(\gamma^2_X - \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right) \tag{3 1 4}$$

Embora tendencioso, o estimador $\mu^*_{Y,1}$ é convergente, no sentido estocástico. Em (3 1 2), quando $n \to N$, resulta que $\mu^*_{Y,1} \to \mu_Y$ Há que investigar, considerando-se (3 1 4), se, sob qualquer circunstância, se verifica $t\{\mu^*_{Y,1}\} = 0$ Como $(N-n) > 0$, $n > 1$, $\mu_Y > 0$, a tendenciosidade de estimação é nula se $(\gamma^2_X - \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y) = 0$ essa nulidade pode ocorrer se

$$\gamma^2_X - \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y = 0 \quad \gamma^2_X = \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\,, \ \gamma_X = \rho_{XY}\,\gamma_Y\,, \ \rho_{XY} = \left(\frac{\gamma_X}{\gamma_Y}\right) \tag{3 1 5}$$

Admita-se que $\gamma_X = \gamma_Y = \gamma$, vale dizer, X e Y na população π, têm igual coeficiente de variação, γ Em sendo assim,

$$a)\quad \rho_{XY} = \frac{\gamma_X}{\gamma_Y} = \frac{\gamma}{\gamma} = +1, \tag{3 1 6}$$

$$b)\quad (\gamma^2_X - \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y) = [\gamma^2 - (1)(\gamma)(\gamma)] = 0 \qquad t\{\mu^*_{Y,1}\} = 0, \tag{3 1 7}$$

vale dizer se, em π, a variância relativa de Y e a de X são iguais, e se o coeficiente de correlação é $\rho_{XY} = +1$, então, $t\{\mu^*_{Y,1}\} = 0$, e o estimador $\mu^*_{Y,1}$ adquire a classe de $\hat{\mu}_{Y,1}$, ou seja, estimador não tendencioso de μ_Y. Em conclusão: quanto mais aproximadas são as grandezas de γ^2_X e de γ^2_Y, quanto mais ρ_{XY} se avizinhe de $+1$, tanto mais $\mu^*_{Y,1} \to \mu_Y$ e $t\{\mu^*_{Y,1}\} \to 0$

A igualdade, ou a quase-igualdade, das duas nomeadas variâncias relativas, não significa exceção advinda de mera especulação teórica e, nesse caráter, tradutora de fato divorciado da vida real Bem ao contrário da excepcionalidade especulativa, essa igualdade, ou quase-igualdade, representa acontecimento corriqueiro em situações práticas Na mesma população, em dado instante, deparam-se, a-miúdo, duas (ou mais de duas) variáveis intimamente ligadas, correlacionando-se estreitamente com $\rho \doteq 1$.

Há por salientar, ainda, que, em períodos seqüenciados (semanas, meses trimestres etc), determinados fenômenos podem ocasionar vários impactos em estruturas populacionais, refletindo-se em alterações — substanciais, por vêzes — nas grandezas individuais de Y, diga-se, e, portanto, na respectiva média e variância absoluta, de época a época Essas mutações nos valores das variâncias absolutas de Y, em instantes sucessivos, são neutralizadas pelas médias de Y, nesses mesmos períodos Atingidas, de igual modo, pelos impactos, as médias exercem papel moderador, assegurando a estabilidade das variâncias relativas de Y, em cada época sob consideração Em se fazendo: $X =$ distribuição do fenômeno F, no período de ordem cronológica p, $Y =$ distribuição de F, no período consecutivo, de ordem $(p+1)$, observa-se bem a estabilidade a que se aludiu $\left(\gamma_X^2 \doteq \gamma_Y^2\right)$, e, dessarte, se passa a dispor de excelente indicador à construção de projeto de pesquisa estatística, no instante $(p+1)$, elaborando-o graças ao concurso do conhecimento que se adquiriu $\left(\text{quanto a } \gamma_X^2\right)$, referentemente ao instante precedente, de ordem p

Tudo o que se disse, acêrca da tendenciosidade de estimação de $\mu^*_{Y,1}$, é aplicável, conforme se faz evidente, a $T^*_{Y,1} = N\mu^*_{Y,1}$

No espaço S, a variável aleatória $\mu^*_{Y,1}$ tem, em sua distribuição de amostragem, a variância seguinte

$$M_2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\} = V^2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\} = M_2\left\{q\,\mu_X\right\} = \left(\mu_X^2\right)\left(M_2\{q\}\right) \quad \left(\mu_X^2\right)(\text{Fórmula } 2\ 3\ 22) =$$

$$\doteq \left(\mu_X^2\right)\left(Q^2\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\gamma_X^2+\gamma_Y^2-2\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y\right) =$$

$$= \left(\mu_Y^2\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\gamma_X^2+\gamma_Y^2-2\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y\right) =$$

$$\doteq \left(\mu_Y^2\right)\left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\gamma_X^2+\gamma_Y^2-2\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y\right) \xrightarrow[N\to\infty]{} \left(\mu_Y^2\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\gamma_X^2+\gamma_Y^2-2\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y\right), \tag{3.1 8}$$

dado que

$$\left(\mu_X^2\right)\left(Q^2\right) = \left(\mu_X^2\right)\left(\frac{\mu_Y}{\mu_X}\right)^2 = \mu_Y^2 . \tag{3 1 9}$$

A variância de $T^*_{Y,1} = N\,\mu^*_{Y,1}$ é, de conseguinte,

$$M_2\left\{T^*_{Y,1}\right\} = V^2\left\{T^*_{Y,1}\right\} = M_2\left\{N\mu^*_{Y,1}\right\} = \left(N^2\right)\left(M_2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\}\right) = \left(N^2\right)\left(\mu_Y^2\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\gamma_X^2 +\right.$$

$$\left. + \gamma_Y^2 - 2\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y\right) = \left(T_Y\right)^2\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\gamma_X^2+\gamma_Y^2-2\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y\right) =$$

$$\doteq \left(T_Y\right)^2\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{N}\right)\left(\gamma_X^2+\gamma_Y^2-2\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y\right), \tag{3 1 10}$$

e, se $N \to \infty$,

$$M_2\left\{T^*_{Y,1}\right\} \doteq \left(\frac{T_Y^2}{n}\right)\left(\gamma_X^2+\gamma_Y^2-2\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y\right) \tag{3 1 11}$$

Do confronto entre (3 1 8) e (2 4 8), ressalta que

$$M_2\left\{\bar{u}\right\} = \left(\mu_Y^2\right)\left(M_2\{q\}\right) = M_2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\}, \tag{3 1 12}$$

apresentando-se a variância de $\mu^*_{Y,I}$, assim, sob nova forma, com base em (2 4 7):

$$M_2\left\{\mu^*_{Y,I}\right\} \doteq \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\sigma^2_Y + Q^2\sigma^2_X - 2Q\,\sigma_{XY}\right) \doteq \left(\frac{1}{n}-\frac{1}{N}\right)\left(\sigma^2_Y + Q^2\sigma^2_X - 2Q\,\sigma_{XY}\right), \quad (3\ 1\ 13)$$

e, se $N \to \infty$,

$$M_2\left\{\mu^*_{Y,I}\right\} \doteq \left(\frac{1}{n}\right)\left(\sigma^2_Y + Q^2\sigma^2_X - 2Q\,\sigma_{XY}\right). \quad (3\ 1\ 14)$$

A relação entre a variância de $\bar{u} = (\bar{y} - Q\bar{x})$ e a de $\mu^*_{Y,I}$, registrada por (3 1 12), sugere melhor exame

$$M_2\left\{\mu^*_{Y\,I}\right\} = M_2\left\{\bar{u}\right\} = \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma^2_4}{n}\right) = \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left[\left(\frac{1}{N}\right)\sum_{j=1}^{N}(Y_j - QX_j)^2\right], \quad (3\ 1\ 15)$$

referindo-se $\sigma^2_4 = \mu_{0002}$ à variância paramétrica de $U = (Y - QX)$, variável que possui N valores $U_j = (Y_j - QX_j)$, cuja média, $\mu_U = {}_{0001}$, é nula, conforme (2 4 2)

Ora, $Y = (QX)$ é uma reta que, num sistema de coordenadas cartesianas, corta a origem do sistema $(X = 0,\ Y = 0)$ Neste caso, $(Y_j - QX_j) = \varepsilon_j$ respeita aos resíduos, ou discrepâncias, entre Y e o modêlo linear Está-se, portanto, perante um exemplo de regressão linear, do tipo

$$Y_t = \alpha + \beta X\,;\ \varepsilon = Y - Y_t = Y - (\alpha + \beta X), \quad (3\ 1\ 16)$$

onde. 1) Y_t = modêlo teórico, 2) Y = distribuição de Y, na população π

No caso presente, $\alpha = 0$ e a variância residual (ou variância dos resíduos de Y, relativamente à reta QX) é $\sigma^2_4 = \mu_{0002}$ A variância σ^2_Y, de $Y \varepsilon \pi$, pode ser decomposta assim

a) a primeira componente, σ^2_t, ou variância explicada por Y_t, mede a variação entre Y_t e μ_Y;

b) a segunda componente, σ^2_4, ou variância residual, que tem a significação descrita há pouco

Sabe-se que

$$\sigma^2_Y = \sigma^2_t + \sigma^2_4\,;\ 0 \leq \sigma^2_t \leq \sigma^2_Y\,;\ 0 \leq \sigma^2_t \leq \sigma^2_Y\,;\quad \rho^2_{XY} = \frac{\sigma^2_t}{\sigma^2_Y}\,;\quad \left(1 - \rho^2_{XY}\right) = \frac{\sigma^2_4}{\sigma^2_Y} \quad (3\ 1\ 17)$$

Da última igualdade, tira-se que $\sigma^2_4 = \sigma^2_Y\left(1 - \rho^2_{XY}\right)$ Mas σ^2_4 pode assumir o valor zero, e isto ocorre — dado que $\sigma^2_Y > 0$ — se $\left(1 - \rho^2_{XY}\right) = 0$, ou $\rho_{XY} = \pm 1$ Neste particular, os resíduos ε_j são nulos, e o coeficiente de regressão β, da reta $Y = \beta X$, é igual a Q. $\beta = Q$ E o estimador $\mu^*_{Y,I}$ deixa de ser tendencioso

Retorna-se, a propósito, à parte final de (3 1 4), e introduz-se o conceito de tendenciosidade relativa,

$$t'\left\{\mu^*_{Y,I}\right\} = \frac{E\left\{\mu^*_{Y,I}\right\} - \mu_Y}{\mu_Y} = \left(\frac{1}{n}\right)\left(\gamma^2_X - \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right), \quad (3\ 1\ 18)$$

ou, no caso de $\gamma_X = \gamma_Y = \gamma$,

$$t'\left\{\mu^*_{Y,I}\right\} = \left(\frac{\gamma^2}{n}\right)(1 - \rho_{XY}) \quad (3\ 1\ 19)$$

Em (3 1 18), $t'\left\{\mu^*_{Y,I}\right\} = 0$, se

$$\gamma^2_X = \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\,;\ \frac{\sigma^2_X}{\mu^2_X} = \rho_{XY}\left(\frac{\sigma_X}{\mu_X}\right)\left(\frac{\sigma_Y}{\mu_Y}\right);\ \frac{\sigma_X}{\mu_X} = \rho_{XY}\left(\frac{\sigma_Y}{\mu_Y}\right);$$

$$\frac{\mu_Y}{\mu_X} = \rho_{XY}\left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_X}\right);\ Q = \rho_{XY}\left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_X}\right) \quad (3\ 1\ 20)$$

Mas, $\beta = (\sigma_{XY}/\sigma^2_X) = (\rho_{XY}\,\sigma_X\,\sigma_Y)/\sigma^2_X = \rho_{XY}(\sigma_Y/\sigma_X)$ Quer dizer que o segundo membro, da última igualdade de (3 1 20), exprime o coeficiente β. Portanto, $Q = \beta$. Finalmente, sob essa condição, $E\{q\} = \beta = Q$, e, em decorrência, $E\{\mu^*_{Y,1}\} = \mu_Y$ e $t\{\mu^*_{Y\,1}\} = 0$

Salvo nas exemplificações citadas, $\mu^*_{Y,1}$ é um estimador tendencioso de μ_Y, mas goza da propriedade de convergência estocástica, o que lhe assegura eficiência em grandes amostras, $n \geqslant 50$, consoante análise que será feita em secção ulterior

3 2 — *Segundo estimador* Elabora-se nôvo estimador de μ_Y (e de T_Y), baseado na variável aleatória $\bar{r} = m'_{001}$, estudada no Tópico 2 4, a saber:

$$\mu^*_{Y\,2} = \bar{r}\,\mu_X = (\mu_X)\left[\left(\frac{1}{n}\right)\sum_{j=1}^{n}(r_j)\right] = (\mu_X)\left[\left(\frac{1}{n}\right)\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{y_j}{x_j}\right)\right],\ x_j > 0 \qquad (3\ 2\ 1)$$

Semelhantemente: $T^*_{Y,2} = \bar{r}\,T_X$

Incumbe verificar se $\mu^*_{Y\,2}$ estima tendenciosamente, ou não, o parâmetro μ_Y

$$E\{\mu^*_{Y,2}\} = E\{\bar{r}\,\mu_X\} = \mu_X\left(E\{\bar{r}\}\right) = (\mu_X)\,(\text{Fórmula } 2\ 4\ 9) = \mu_R\,\mu_X \qquad (3\ 2\ 2)$$

Há que interpretar o resultado de (3 2 2), à luz da tendenciosidade de $\mu^*_{Y,2}$:

$$t\{\mu^*_{Y,2}\} = E\{\mu^*_{Y,2}\} - \mu_Y = \mu_R\,\mu_X - \mu_Y = \mu_R\,\mu_X - (Q\,\mu_X) = \mu_X\,(\mu_R - Q)\,, \qquad (3\ 2\ 3)$$

observado que: $Q = (\mu_Y/\mu_X)$, donde $\mu_Y = Q\mu_X$

Examine-se (3.2 3), em face de (2 4 11) nesta,

$$\sigma_{XR} = \sigma_{23} = \mu_Y - \mu_R\,\mu_X \qquad (3\ 2\ 4)$$

Então,

$$E\{\mu^*_{Y,2}\} = \mu_Y - \sigma_{23}\,, \qquad (3\ 2\ 5)$$

ou seja: $\mu^*_{Y,2}$ é um estimador tendencioso de μ_Y, explicando-se a componente de tendenciosidade pela covariância entre R e X, na população π Essa covariância não pode ser nula, porque decorre de $R_j = (Y_j/X_j)$ e de X_j e se tem que $R_j > 0$ e $X_j > 0$

Há eficiência, em geral, na estimação de μ_Y (e na de T_Y) por via das chamadas "estimativas através de razão", quando se manifesta certa forma de proporcionalidade entre Y e X, isto é:

a) Y e X são relacionadas linearmente, e a reta respectiva corta a origem do sistema de coordenadas retangulares;

b) a variância residual de Y, ou variância de Y com referência a essa reta, é proporcional a X^k, sendo $k = 1, 2, 3, . \quad .$

Comumente se tem considerado, alhures, quanto à Alínea b), o caso único de $k = 1$ Adiante, porém, se verá que essa restrição não é suficiente

Seja $Y_t = \beta X$ a reta que exprime a mencionada relação entre Y e X, denotando-se por Y_t, como se fêz em linha passada, o modêlo teórico Qualquer valor, Y_j, de Y, é indicado por

$$Y_j = Y_{tj} + \varepsilon_j = \beta\,X_j + \varepsilon_j\,; \quad |\varepsilon_j| = |Y_j - \beta\,X_j| \qquad (3\ 2\ 6)$$

Os resíduos $|\varepsilon|$ independem de X, e, no seu conjunto, têm média nula e variância σ^2_ε

$$\mu_\varepsilon = \left(\frac{1}{N}\right)\left[\sum_{j=1}^{N}(\varepsilon_j)\right] = 0\,;\ \sigma^2_\varepsilon = \left(\frac{1}{N}\right)\left[\sum_{j=1}^{N}(Y_j - Y_{tj})^2\right] = \left(\frac{1}{N}\right)\left[\sum_{j=1}^{N}(Y_j - \beta\,X_j)^2\right]. \qquad (3\,2\,7)$$

A melhor estimativa linear, não tendenciosa ("blue", ou "the best linear unbiased estimate"), é obtida por intermédio de

$$b = \left[\frac{1}{\sum_{j=1}^{n} (p_j x_j^2)}\right]\left[\sum_{j=1}^{n} (p_j y_j x_j)\right], \tag{3 2 8}$$

onde, por p_j, $(j = 1, 2, 3, \quad , n)$, se designa o fator ponderal, ou pêso, associado a y_j Se a variância residual de Y é proporcional a X — ou, em outros termos, se p_j é inversamente proporcional a $\sigma_\varepsilon^2 x_j$, ou $p_j = (1 / \sigma_\varepsilon^2 x_j)$ —, então, em (3 2 8), ocorre

$$b = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n} \left[(x_j^2)(1/\sigma_\varepsilon^2 x_j)\right]} \left[\sum_{j=1}^{n} \left[(y_j x_j)(1/\sigma_\varepsilon^2 x_j)\right]\right] = \frac{\sum^{n} (y_j)}{\sum^{n} (x_j)} = \frac{n\bar{y}}{n\bar{x}} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = q \tag{3 2 9}$$

Quer isto dizer que, sob as circunstâncias expostas, $\mu^*_{Y,1} = q\mu_X$ é o melhor estimador linear, não tendencioso, de μ_Y: a matéria, aliás, foi tratada, sob outro ângulo, no Tópico 3 1

Admita-se, agora, a manutenção da condição da Alínea a). Y e X são relacionadas linearmente, e a reta respectiva corta a origem do sistema coordenado, mas a proporcionalidade respeita a X^2 (i é $k = 2$), vale dizer, a variância residual cresce com X^2 Em sendo assim, $p_j = (1 / x_j^2)$ Levando-se essa expressão de p_j a (3 2 8), vem

$$b = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n} \left[(x_j^2)(1/x_j^2)\right]} \left[\sum_{j=1}^{n} \left[(y_j x_j)(1/x_j^2)\right]\right] = \left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{y_j}{x_j}\right)\right] =$$

$$= \left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{j=1}^{n} r_j\right] = \bar{r}, \tag{3 2 10}$$

demonstrando-se que, sob as circunstâncias do segundo caso, $\mu^*_{Y,2} = \bar{r}\mu_Y$ é o melhor estimador linear, não tendencioso, de μ_Y

A variância da distribuição de amostragem de $\mu^*_{Y,2}$ é a que se segue:

$$M_2\left\{\mu^*_{Y,2}\right\} = V^2\left\{\mu^*_{Y,2}\right\} = M_2\left\{\bar{r}\,\mu_X\right\} = (\mu_X^2)\left(M_2\{\bar{r}\}\right) = (\mu_X^2) \text{ (Fórmula 2 4 10) } =$$

$$= (\mu_X^2)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma_R^2}{n}\right) = \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\mu_X^2}{Nn}\right)\left[\sum_{j=1}^{N}(R_j - \mu_R)^2\right]. \tag{3 2 11}$$

Caso não se conheça a grandeza de $\sigma_R^2 = \sigma_3^2 = \mu_{002}$, é ela estimada por meio de

$$\hat{\sigma}_R^2 = \hat{\sigma}_3^2 = \hat{\mu}_{002} = \left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{n}{n-1}\right)(s_3^2) = \left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{1}{n-1}\right)\left[\sum_{j=1}^{n}(r_j - \bar{r})^2\right] \tag{3 2 12}$$

A variância de $T^*_{Y,2} = \bar{r}\, T_X$ é de dedução imediata·

$$M_2\left\{T^*_{Y,2}\right\} = V^2\left\{T^*_{Y,2}\right\} = M_2\left\{\bar{r}\, T_X\right\} = (T_X^2)\left(M_2\{\bar{r}\}\right) = (T_X^2)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma_R^2}{n}\right) \tag{3 2 13}$$

3 3 — *Terceiro estimador* Se se impuser a elaboração de estimador não tendencioso de μ_Y e de T_Y, pode-se fazê-lo a partir de $\mu^*_{Y,1}$, ou de $\mu^*_{Y,2}$. Preliminarmente, põe-se o nôvo estimador sob forma implícita:

$$\hat{\mu}_{Y,3} = \mu^*_{Y,2} + V, \tag{3 3 1}$$

a propósito do qual.

a) se exige que $E\{\hat{\mu}_{Y,s}\} = \mu_Y$, a fim de $t\{\hat{\mu}_{Y,s}\} = 0$,

b) por *V*, indica-se uma variável aleatória real, cuja distribuição, no espaço *S*, deve ter por expectância, necessàriamente, uma expressão que conduza a $t\{\mu^*_{Y,s}\} = 0$

A satisfação ao que se contém na segunda alínea, é possível, graças ao que se inscreve em (3 2 5), onde, repete-se,

$$E\{\mu^*_{Y,s}\} = \mu_R\,\mu_X = (\mu_Y - \sigma_{23}), \qquad (3\ 3\ 2)$$

Com efeito se se fizer $V = \hat{\sigma}_{23}$, então

$$\hat{\mu}_{Y,s} = \mu^*_{Y,s} + V = \mu^*_{Y,s} + \hat{\sigma}_{23};\ E\{\hat{\mu}_{Y,s}\} = E\{\mu^*_{Y,s}\} + E\{\hat{\sigma}_{23}\} = (\mu_Y - \sigma_{23}) + \sigma_{23} = \mu_Y \qquad (3\ 3\ 3)$$

Ora, um estimador não tendencioso, $\hat{\sigma}_{23} = V$, de σ_{23}, é dado por

$$V = \hat{\sigma}_{23} = \hat{\sigma}_{RX} = \left[\left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{n}{n-1}\right)(s_{23})\right] = \left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{1}{n-1}\right)\left[\sum_{i=1}^{n}(r_i - \bar{r})(x_i - \bar{x})\right] =$$

$$= \left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{n}{n-1}\right)(\bar{y} - \bar{r}\,\bar{x}) \qquad (3\ 3\ 4)$$

Finalmente,

$$\hat{\mu}_{Y,s} = \mu^*_{Y,s} + \hat{\sigma}_{23} = (\bar{r}\,\mu_X) + \left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{n}{n-1}\right)(\bar{y} - \bar{r}\,\bar{x}), \qquad (3\ 3\ 5)$$

ou estimador de Hartley-Ross (1954)

De $q = (\bar{y}\,/\,\bar{x})$, tira-se que $\bar{x} = (\bar{y}\,/\,q)$ Levada a (3 3 5) essa expressão de $\bar{x}$, dá-se nova forma a $\hat{\mu}_{Y,s}$:

$$\hat{\mu}_{Y,s} = (\bar{r}\,\mu_X) + \left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{n\,\bar{y}}{n-1}\right)\left(1 - \frac{\bar{r}}{q}\right) \qquad (3\ 3\ 6)$$

Se a população π é grande ($N \geqslant 5\,000$), então $(1\,/\,N) \geqslant 0{,}0002$ e $[1 - (1\,/\,N)] \geqslant 0{,}9998 \doteq 1$ Nessa circunstância, é lícito exprimir $\hat{\mu}_{Y,s}$ assim:

$$\hat{\mu}_{Y,s} \doteq (\bar{r}\,\mu_X) + \left(\frac{n}{n-1}\right)(\bar{y} - \bar{r}\,\bar{x}) = (\bar{r}\,\mu_X) + \left(\frac{n\,\bar{y}}{n-1}\right)\left(\frac{q - \bar{r}}{q}\right) \qquad (3\ 3\ 7)$$

Em populações finitas, porém grandes — conforme referência anterior — a variância da distribuição de amostragem de $\hat{\mu}_{Y,s}$ é expressa por via de

$$M_2\{\hat{\mu}_{Y,s}\} = V^2\{\hat{\mu}_{Y,s}\} \doteq \left(\frac{1}{n}\right)\left[\sigma^2_Y + \mu^2_R\,\sigma^2_X - 2\,\mu_R\,\sigma_{XY} + \left(\frac{1}{n-1}\right)\left(\sigma^2_R\,\sigma^2_X + \sigma^2_{RX}\right)\right], \qquad (3\ 3\ 8)$$

que é, a $0\,(n^{-1})$, a fórmula de $M_2\{\hat{\mu}_{Y,s}\}$, em caso de população infinita

Os parâmetros que participam de (3 3 8) são usualmente desconhecidos, com exceção dos que respeitam à distribuição de $X \varepsilon \pi$ Os estimadores correspondentes, porém, foram estudados em páginas passadas, cabendo utilizá-los, agora

Estimador não tendencioso de T_Y é

$$\hat{T}_{Y,s} = N\,\hat{\mu}_{Y,s};\quad E\{\hat{T}_{Y,s}\} = T_Y;\quad M_2\{\hat{T}_{Y,s}\} = (N^2)\ (\text{Fórmula } 3\ 3\ 8) \qquad (3\ 3\ 9)$$

3 4 — *Quarto estimador* Thionet (1960) propôs nôvo estimador de μ_Y Antes de usá-lo, incumbe proceder ao exame da medida Tal exame se torna

mais simples, quando efetuado através da tendenciosidade relativa, $t'\{q\}$, discutida no Tópico 3 1·

$$t'\{q\} = \frac{t\{q\}}{Q} = \frac{E\{q\} - Q}{Q} \doteq \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\gamma_X^2 - \rho_{XY}\, \gamma_X \, \gamma_Y\right) \qquad (3\ 4\ 1)$$

Supondo-se válida a hipótese $\gamma_X = \gamma_Y = \gamma$, a tendenciosidade relativa e a variância de q aparecem assim modificadas·

$$t'\{q\} \doteq \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\gamma^2}{n}\right)(1 - \rho_{XY})\,; M_2\{q\} \doteq (2Q^2)\left[\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\gamma^2}{n}\right)(1 - \rho_{XY})\right], \qquad (3\ 4\ 2)$$

donde a interessante relação

$$M_2\{q\} = V^2\{q\} = (2\,Q^2)\,(t'\{q\}) \qquad (3\ 4\ 3)$$

Procurando extrair o maior proveito dessa relação, Thionet sugeriu o estimador r', de Q, sendo

$$r' = \left(\frac{n}{n-1}\right)\left(\frac{\bar{y}}{\bar{x}} - \frac{\bar{r}}{n}\right) = \left(\frac{n}{n-1}\right)\left(q - \frac{\bar{r}}{n}\right) = \left(\frac{1}{n-1}\right)(n\,q - \bar{q})$$

Não se minudencia o estimador r' — com o qual se constrói $\mu^*_{Y,4} = r'\,\mu_X$ — porque

a) r' pretende à generalidade, embora conseqüente a uma particularidade, qual a de $\gamma^2_X = \gamma^2_Y = \gamma^2$;

b) não propicia solução satisfatória à estimação não tendenciosa de μ_Y e representa solução aproximativa. Nessa condição, há $\mu^*_{Y\,1}$ e $\mu^*_{Y\,2}$. E existe $\hat{\mu}_{Y,3}$, que não é tendencioso;

c) a associação de $\bar{r}$ a q, para constituição de r', não é suficiente para eliminar a tendenciosidade de q, em geral Mais eficaz se torna, caso se persista no emprêgo de $\bar{r}$, associar-lhe a variável aleatória real V, como se fêz em (3 3 3),

d) o critério de extrações, com reposição, das n unidades de π, que devem participar de A_n, apresenta, de fato, singeleza nos encargos dedutivos e poupança no labor calculatório, mas, em contrapartida, oferece não poucos inconvenientes, particularmente no que se refere a tendenciosidades observacionais

Por tudo isto, o estimador r' não se habilita a maiores atenções

3 5 — *Quinto estimador* Nos quatro estimadores de μ_Y e de T_Y, considerados até aqui, há a implicação de $\rho_{XY} > 0$ Há que cuidar, pois, de situações em que $\rho_{XY} < 0$. Pode-se pensar, em princípio, num estimador inspirado em (3 2 1), adaptado ao caso de correlação negativa. Daí,

$$\mu^*_{Y\,5} = \bar{y}\left(\frac{\mu_X}{\bar{x}}\right)^{-1} = \frac{\bar{x}\,\bar{y}}{\mu_X}\ ; \qquad \rho_{XY} < 0 \qquad (3\ 5\ 1)$$

No Tópico 2 2, estudou-se a variável aleatória $(\bar{x}\,\bar{y})$. Aproveitando-se resultados de deduções então efetivadas, demonstra-se que

$$E\{\mu^*_{Y,5}\} = E\left\{\left(\frac{\bar{x}\,\bar{y}}{\mu_X}\right)\right\} = \left(\frac{1}{\mu_X}\right)(E\{\bar{x}\,\bar{y}\}) = \left(\frac{1}{\mu_X}\right)(M'_{11}\{\bar{x}\,\bar{y}\}) = \left(\frac{1}{\mu_X}\right)\left[\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma_{XY}}{n}\right) + \right.$$

$$\left. + (\mu_X\,\mu_Y)\right] = \left[\mu_Y + \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n\,\mu_X}\right)(\rho_{XY}\,\sigma_X\,\sigma_Y)\right] \neq \mu_Y\,, \qquad (3\ 5\ 2)$$

o que evidencia ser $\mu^*_{Y,5}$ um estimador tendencioso de μ_Y Em decorrência, $T^*_{Y\,5} = N\mu^*_{Y\,5}$ estima T_Y com tendenciosidade Logo, $t\{\mu^*_{Y,5}\} \neq 0$ e $t\{T^*_{Y\,5}\} \neq 0$

Admita-se, para fim de discussão, que, sob alguma circunstância, ainda não identificada, se verifique $t\{\mu^*_{Y,5}\} = 0$. Da apreciação da parte final de (3 5 2) conclui-se que a anulação da tendenciosidade poderia ocorrer, se:

a) $(N - n) = 0$, ou

b) $\sigma_{XY} = 0$ e, portanto, $\rho_{XY} = 0$

A primeira condição é absurda, pois $N > n$, sendo $1 \leqslant n < N$ A segunda condição $(\rho_{XY} = 0)$ é igualmente absurda, visto que $\mu^*_{Y,5}$ está sujeito à restrição de $\rho_{XY} < 0$ Tem-se em conclusão que, salvo por absurdo, $t\{\mu^*_{Y,5}\} \neq 0$, vale dizer, $E\{\mu^*_{Y,5}\} \neq \mu_Y$

É prudente não dedicar tempo à pesquisa de condições, ou contingências, sob as quais se encontrem meios para reduzir, ou minimizar, a tendenciosidade de estimação de $\mu^*_{Y,5}$ Mais atilado é elaborar nôvo estimador de μ_Y, sujeito ao impositivo de $\rho_{XY} < 0$

3 6 — *Sexto estimador* Examinando-se a parte final de (3 5 2), nota-se que a tendenciosidade de $\mu^*_{Y,5}$ é devida à participação de

$$\left[+\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma_{XY}}{n\,\mu_X}\right)\right] \tag{3 6 1}$$

A verificação dêsse fato serve para orientar a elaboração de estimador não tendencioso, $\hat{\mu}_{Y,6}$, de μ_Y, liminarmente referido sob forma implícita:

$$\hat{\mu}_{Y,6} = \mu^*_{Y,5} - V', \tag{3 6 2}$$

impondo-se-lhe

a) pertinência a populações em que $\rho_{XY} \,\varepsilon\, [-1,\ 0)$,

b) $E\{\hat{\mu}_{Y,6}\} = \mu_Y$, donde $t\{\hat{\mu}_{Y,6}\} = 0$,

c) que a variável aleatória real V' satisfaça à exigência de

$$t\{\mu^*_{Y,5}\} - E\{V'\} = E\left\{\left(\frac{\bar{x}\,\bar{y}}{\mu_X}\right)\right\} \quad E\{V'\} = 0 \tag{3 6 3}$$

Perante (3 6 1), entende-se que V' há-de conter, em sua estrutura, um estimador não tendencioso de $\sigma_{XY} = \mu_{11}$ Ora, estimador dessa natureza foi cogitado antes, quando se demonstrou que

$$\hat{\sigma}_{XY} = \hat{\mu}_{11} = \left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{n}{n-1}\right)(m_{11}) = \left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{1}{n-1}\right)\left[\sum_{j=1}^{n}(x_j - \bar{x})(y_j - \bar{y})\right] =$$

$$= \left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{n}{n-1}\right)\left[\left(\frac{1}{n}\right)\sum_{j=1}^{n}(x_j\,y_j) - (\bar{x}\,\bar{y})\right] \tag{3 6 4}$$

Levando-se $\hat{\sigma}_{XY}$, segundo (3 6 4), a (3 6 1), em substituição a σ_{XY}, define-se

$$V' = \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\hat{\sigma}_{XY}}{n\,\mu_X}\right) = \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n\,\mu_X}\right)\left[\left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{n}{n-1}\right)(m_{11})\right] =$$

$$= \left(\frac{1}{\mu_X}\right)\left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{m_{11}}{n-1}\right) \tag{3 6 5}$$

Em conseqüência,

$$\hat{\mu}_{Y,6} = \mu^*_{Y,5} - V' = \left(\frac{\bar{x}\,\bar{y}}{\mu_X}\right) - \left(\frac{1}{\mu_X}\right)\left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{m_{11}}{n-1}\right) =$$

$$= \left(\frac{1}{\mu_X}\right)\left[(\bar{x}\,\bar{y}) - \left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{m_{11}}{n-1}\right)\right] \tag{3 6 6}$$

Daí, exprime-se $\hat{T}_{Y,6}$

$$\hat{T}_{Y,6} = N\hat{\mu}_{Y,6} = \left(\frac{1}{\mu_X}\right)\left[(N\bar{x}\,\bar{y}) - \left(\frac{N-n}{n-1}\right)(m_{11})\right] \tag{3 6 7}$$

Fazendo-se $[(N-n)/N(n-1)] = M$, a expressão registrada em (3 6 6) toma a forma abaixo:

$$\hat{\mu}_{Y,6} = \left(\frac{1}{\mu_X}\right)[(\bar{x}\,\bar{y}) - (M\,m_{11})]\,, \tag{3 6 8}$$

a partir da qual se deduz a variância da distribuição de amostragem de $\hat{\mu}_{Y,6}$:

$$\begin{aligned}
\text{Var}\left\{\hat{\mu}_{Y,6}\right\} &= \left(\frac{1}{\mu_X}\right)^2\left[\text{Var}\left\{\bar{x}\,\bar{y}\right\} + M^2\left(\text{Var}\left\{m_{11}\right\}\right) - 2M\left(\text{Covar}\left\{\bar{x}\,\bar{y}\,;m_{11}\right\}\right)\right] = \\
&= \left(\frac{1}{\mu_X}\right)^2\left\{\left[E\left\{(\bar{x}\,\bar{y})^2\right\} - \left(E\left\{\bar{x}\,\bar{y}\right\}\right)^2\right] + M^2\left[E\left\{(m_{11})^2\right\} - \left(E\left\{m_{11}\right\}\right)^2\right] - \right. \\
&\quad - 2M\left[E\left\{(\bar{x}\,\bar{y})(m_{11})\right\} - \left(E\left\{\bar{x}\,\bar{y}\right\}\right)\left(E\left\{m_{11}\right\}\right)\right]\Big\} = \left(\frac{1}{\mu_X}\right)^2\left\{\left[E\left\{(m'_{11})^2\right\} - \right.\right. \\
&\quad - \left(E\left\{m'_{11}\right\}\right)^2\Big] + M^2\left[E\left\{\left(m'_{11} - m'_{01}\,m'_{10}\right)^2\right\}\right] - M^2\Big[E\Big\{\left(m'_{11} - \right. \\
&\quad - m'_{01}\,m'_{10}\Big)\Big\}\Big]^2 - 2M\left[E\left\{\left(m'_{01}\,m'_{10}\right)\left(m'_{11} - m'_{01}\,m'_{10}\right)\right\}\right] - \\
&\quad - 2M\left[E\left\{m'_{01}\,m'_{10}\right\}\right]\left[E\left\{\left(m'_{11} - m'_{01}\,m'_{10}\right)\right\}\right]\Big\}
\end{aligned} \tag{3 6 9}$$

As expectâncias necessárias à explicitação de (3 6 9) são conhecidas, pois foram já deduzidas Resta introduzi-las, ali, para a obtenção da fórmula final da variância de $\hat{\mu}_{Y,6}$

3 7 — *Oito novos estimadores* Quenouille (1956) sugeriu um processo destinado a reduzir, de $O(n^{-2})$ a $O(n^{-1})$, a tendenciosidade de estimação, não específico a estimadores através de razão, mas genérico, porém aplicável a êsses Seja um estimador θ_1^*, baseado nas n observações da amostra A_n Denote-se por $[cn^{-1} + O(n^{-2})]$ a respectiva tendenciosidade de estimação, referindo-se c a uma constante Sejam, outrossim, θ_2^* e θ_3^*, dois estimadores da mesma natureza da de θ_1^*, calculados a partir de duas amostras, cada qual de tamanho $\bar{n} = (n/2)$, constituídas pela subdivisão da amostra A_n em dois grupos, formados aleatòriamente O estimador

$$\Theta^* = 2\,\Theta_1^* - \left(\frac{1}{2}\right)(\Theta_2^* + \Theta_3^*) \tag{3 7 1}$$

apresenta tendenciosidade de ordem $O(n^{-2})$, quando muito

A sugestão de Quenouille não encerra originalidade Jones (1956) propôs critério mais eficaz, ao investigar as propriedades da média $\bar{y}$, da amostra A_n, por intermédio das médias de subamostras, extraídas aleatòriamente de A_n

Durbin (1959) aplicou à estimação de razão o método de Quenouille, donde o estimador

$$q_D = 2\,q - \left(\frac{1}{2}\right)(q_1 + q_2)\,, \tag{3 7 2}$$

onde 1) a aposição do subscrito D, a q, visa à caracterização do estimador de Durbin, 2) $q = (\bar{y}/\bar{x})$, como usual na amostra A_n, 3) q_1 e q_2 são razões da mesma natureza de q, calculadas na primeira e na segunda subamostras, cada qual com tamanho $\bar{n} = (n/2)$

Durbin propôs-se à demonstração de que o método de Quenouille reduz, efetivamente, a variância da distribuição do estimador em foco Estudou dois casos especiais:

a) primeiro caso.

a 1) Y e X são relacionadas por meio da regressão linear: $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$,

a 2) X é distribuída normalmente,

a 3) a população de origem é infinita, *b)* segundo caso:

b 1) persiste a regressão linear nomeada;

b 2) X tem distribuição gama, com a densidade $f(x) = [x^{(a-1)} \exp(-x) / \Gamma(a)]$

Suas conclusões são assim sumarizadas

a) q_D é tendencioso, porém sua tendenciosidade é menor que a de $q = (\bar{y}/\bar{x})$;

b) q_D é mais eficiente que o estimador q, quando X possui distribuição normal,

c) q_D apresenta menor êrro quadrático médio que a razão q, quando X apresenta distribuição gama

A expectância e a variância de q_D foram deduzidas por Tin (1965).

Na dedução da expectância, impõe-se que:

a) $x_j > 0$, para todo $j = 1, 2, 3, \quad, n$;

b) n seja suficientemente grande, de sorte que

$$\left| \frac{\bar{x} - \mu_X}{\mu_X} \right| < 1, \qquad (3\ 7\ 3)$$

exigência essa, que é satisfeita, no caso de população finita por:

b 1):

$$n > \frac{N(\mu_X - B)}{(2\mu_X - B)}, \qquad se\ \mu_X > B; \qquad (3\ 7\ 4)$$

b 2):

$$n > \frac{(B - \mu_X)}{\mu_X}, \qquad se\ \mu_X < B; \qquad (3\ 7\ 5)$$

b 3):

$$B = \frac{(N\mu_X - n\bar{x})}{(N - n)} \qquad (3\ 7\ 6)$$

Isto pôsto, exprime-se a expectância de q_D, a $0(n^{-2})$.

$$E\{q_D\} \doteq (Q)\left\{1 + \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)(\gamma_X^2 - \rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y) + \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{Nn}\right)\left[\left(\frac{N+n}{n}\right) - 3\right]\right.$$

$$\left.\left[\left(\frac{\mu_{12}}{\mu_X^2\mu_Y}\right) - \left(\frac{\mu_{03}}{\mu_X^3}\right)\right] + \left(\frac{N-n}{N-1}\right)^2\left(\frac{3}{n}\right)\left[\gamma_X^2(\gamma_X^2 - \rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y)\right]\right\}, \qquad (3\ 7\ 7)$$

onde, como habitualmente, $\mu_{rt} = E\{(y - \mu_Y)^r (x - \mu_X)^t\}$ e $\mu_{0t} = E\{(x - \mu_X)^t\}$

A variância de q_D — deduzida por Tin (1965) —, a $0(n^{-2})$, é a que se segue:

$$M_2\{q_D\} = V^2\{q_D\} \doteq (Q^2)\left\{\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)(\gamma_X^2 + \gamma_Y^2 - 2\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y) + \left(\frac{2}{N^2}\right)\left(\frac{2N^2 - 5Nn + 4n^2}{n^2}\right)\right]$$

$$\left[\gamma_X^2(\gamma_X^2 - 2\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y)\right] + \left(\frac{1}{N^2}\right)\left(\frac{2N^2 - 6Nn + 5n^2}{n^2}\right)(\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y)^2 +$$

$$+ \left(\frac{1}{N^2}\right)\left(\frac{2N^2 - 4Nn + 3n^2}{n^2}\right)(\gamma_X^2\gamma_Y^2) + \left(\frac{4}{N^2}\right)\left(\frac{N-n}{n}\right)\left[\left(\frac{\mu_{03}}{\mu_X^3}\right) - \left(\frac{2\mu_{12}}{\mu_Y\mu_X^2}\right) + \left(\frac{\mu_{21}}{\mu_Y^2\mu_X}\right)\right]\right\} \qquad (3\ 7\ 8)$$

Com base em (3 7 2), têm-se os estimadores:

$$\mu_{Y,7}^* = q_D\mu_X = (\mu_X)\left[2q - \left(\frac{1}{2}\right)(q_1 + q_2)\right]; \quad T_{Y,7}^* = N\mu_{Y,7}^* = (N\mu_X)q_D = T_X q_D, \qquad (3\ 7\ 9)$$

cujas distribuições, no espaço S, apresentam as médias e variâncias abaixo especificadas:

$$E\{\mu_{Y,7}^*\} = (\mu_X)\left(E\{q_D\}\right) = (\mu_X)\ \text{(Fórmula 3 7 7)}; \qquad (3.7\ 10)$$

$$E\{T_{Y,7}^*\} = (T_X)\left(E\{q_D\}\right) = (T_X)\ \text{(Fórmula 3 7 7)}; \qquad (3\ 7\ 11)$$

$$M_2\{\mu_{Y,7}^*\} = V^2\{\mu_{Y,7}^*\} = (\mu_X)^2\ \text{(Fórmula 3 7 8)}; \qquad (3\ 7\ 12)$$

$$M_2\{T_{Y,7}^*\} = V^2\{T_{Y,7}^*\} = (T_X)^2\ \text{(Fórmula 3 7 8)} \qquad (3\ 7\ 13)$$

Beale (1962), motivado por problema de Pesquisa Operacional, e preocupado com a assintotia da tendenciosidade de estimadores do tipo $q = (\bar{y} / \bar{x})$, propôs o estimador abaixo, aqui denotado por q_B, para identificar sua autoria:

$$q_B = q \left[\frac{1 + \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n-1}\right)\left(\frac{s_{xy}}{\bar{x}\,\bar{y}}\right)}{1 + \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n-1}\right)\left(\frac{s_x^2}{\bar{x}^2}\right)} \right] \qquad (3\ 7\ 14)$$

As expectâncias das variáveis aleatórias que constam de (3 7 14), quer as do numerador, quer as do denominador, quer ainda a de q —, tôdas, sem exceção, foram demonstradas em páginas anteriores Evitam-se, dessarte, esforços repetidos para se deduzir $E\{q_B\}$

Mantendo-se as condições anteriores: 1) população finita; 2) $x_j > 0$, para todo $j = 1, 2, 3, \ldots, n$; 3) exigências discriminadas em (3.7.3-6); tem-se, a $0(n^{-2})$:

$$E\{q_B\} \doteq Q\left\{1 - \left[\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{Nn}\right)\right]\left[\frac{2(N+n)}{n} - 3\right]\left[\left(\frac{\mu_{12}}{\mu_Y\,\mu_X^2}\right) - \left(\frac{\mu_{03}}{\mu_X^3}\right)\right] - \left[\left(\frac{N-n}{N-1}\right)^2\left(\frac{2\,\gamma_X^2}{n}\right)\right]\left[\gamma_X^2 - \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right]\right\} \qquad (3\ 7\ 15)$$

Sua variância, a $0(n^{-2})$, é a seguinte

$$M_2\{q_B\} = V^2\{q_B\} \doteq (Q^2)\left\{\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\gamma_X^2 + \gamma_Y^2 - 2\,\rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right) + \left(\frac{N-n}{N-1}\right)^2\left(\frac{1}{n^2}\right)\left[2\left(\gamma_X^2\right)^2 - 4\,\gamma_X^2\left(\rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right) + \left(\rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right)^2 + \left(\gamma_X^2\,\gamma_Y^2\right)\right] + \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{2}{Nn}\right)\left[\left(\frac{\mu_{03}}{\mu_X^3}\right) - \left(\frac{2\,\mu_{12}}{\mu_Y\,\mu_X^2}\right) + \left(\frac{\mu_{21}}{\mu_Y^2\,\mu_X}\right)\right]\right\} \qquad (3\ 7\ 16)$$

Com base em (3 7 14), elaboram-se os estimadores $\mu^*_{Y\,8}$ e $T^*_{Y\,8}$, a saber:

$$\mu^*_{Y,8} = (q_B\,\mu_X) = (\mu_X)\ (\text{Fórmula 3 7 14}), \qquad (3\ 7\ 17)$$

$$T^*_{Y\,8} = N\,\mu^*_{Y,8} = N q_B\,\mu_X = (T_X)\ (\text{Fórmula 3 7 14}), \qquad (3\ 7.18)$$

$$E\{\mu^*_{Y,8}\} = (\mu_X)\left(E\{q_B\}\right) = (\mu_X)\ (\text{Fórmula 3 7 15}); \qquad (3\ 7\ 19)$$

$$E\{T^*_{Y,8}\} = (T_X)\left(E\{q_B\}\right) = (T_X)\ (\text{Fórmula 3 7 15}), \qquad (3\ 7\ 20)$$

$$M_2\{\mu^*_{Y,8}\} = V^2\{\mu^*_{Y,8}\} = (\mu_X)^2\ (\text{Fórmula 3 7 16}). \qquad (3\ 7\ 21)$$

$$M^2\{T^*_{Y,8}\} = V^2\{T^*_{Y,8}\} = (T_X)^2\ (\text{Fórmula 3 7 16}), \qquad (3\ 7\ 22)$$

Em sua tese de doutoramento, Ph D, defendida na Universidade de Londres (março de 1963) e divulgada dois anos depois (março de 1965), Myïnt Tin compara estimadores de razão, limitando-se a fazê-lo com q, q_D e q_B, segundo a notação dêste trabalho. Afirma o A que seu estimador $q_{T,1}$, considerado abaixo e aparentemente inspirado no de Beale — e, de fato, ambos se assemelham bastante, compondo-se com as mesmas variáveis aleatórias e os mesmos multiplicadores finitos — não se teria calcado no de Beale, mas foi construído com o propósito de reduzir a tendenciosidade de estimação gerada por $q = (\bar{y} / \bar{x})$.

O estimador de Tin (1965) — aqui denotado por $q_{T,1}$, para precisar a paternidade — tem a forma seguinte·

$$q_{T,1} = q\left[1 + \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n-1}\right)\left(\frac{s_{xy}}{\bar{x}\,\bar{y}} - \frac{s_x^2}{\bar{x}^2}\right)\right] \qquad (3\ 7\ 23)$$

O A. estuda-o em relação:

a) a populações finitas;

b) a populações infinitas, nas quais Y e X têm distribuição normal bivariada;

c) a populações infinitas, nas quais se verifica a relação linear $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$

Quanto a populações finitas, respeitando-se as restrições precedentemente consideradas ($x_j > 0$ e os constrangimentos discriminados em 3.7 3-6), deduz-se:

$$E\left\{q_{T,1}\right\} \doteq (Q)\left\{1 - \left(\frac{N-n}{N-1}\right)^2 \left(\frac{3}{n^2}\right)\left[\gamma_X^2\left(\gamma_X^2 - \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right)\right] - \right.$$
$$\left. - \left[\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{Nn}\right)\right]\left[2\left(\frac{N+n}{n}\right) - 3\right]\left[\left(\frac{\mu_{12}}{\mu_Y\,\mu_X^2}\right) - \left(\frac{\mu_{03}}{\mu_X^3}\right)\right]\right\}. \qquad (3\ 7\ 24)$$

$$M_2\left\{q_{T,1}\right\} = V^2\left\{q_{T,1}\right\} = M_2\left\{q_B\right\} = V^2\left\{q_B\right\} = \text{Fórmula 3.7 16} \qquad (3\ 7\ 25)$$

Com base em $q_{T,\,1}$ constroem-se os estimadores:

$$\mu^*_{Y,9} = q_{T,1}\,\mu_X = (\mu_X)\ \text{(Fórmula 3 7 23)}; \qquad (3\ 7\ 26)$$

$$T^*_{Y,9} = q_{T,1}\,T_X = (T_X)\ \text{(Fórmula 3.7 23)}; \qquad (3\ 7\ 27)$$

cujas expectâncias e variâncias são:

$$E\left\{\mu^*_{Y,9}\right\} = (\mu_X)\left(E\left\{q_{T,1}\right\}\right) = (\mu_X)\ \text{(Fórmula 3 7 24)}; \qquad (3\ 7\ 28)$$

$$E\left\{T^*_{Y,9}\right\} = (T_X)\left(E\left\{q_{T,1}\right\}\right) = (T_X)\ \text{(Fórmula 3 7 24)}; \qquad (3\ 7\ 29)$$

$$M_2\left\{\mu^*_{Y,9}\right\} = V^2\left\{\mu^*_{Y,9}\right\} = (\mu_X)^2\ \text{(Fórmula 3 7.16)}; \qquad (3\ 7\ 30)$$

$$M_2\left\{T^*_{Y,9}\right\} = V^2\left\{T^*_{Y,9}\right\} = (T_X)^2\ \text{(Fórmula (3 7 16)} \qquad (3\ 7\ 31)$$

O próprio Tin (ainda em 1965) sugere nôvo estimador, $q_{T,\,2}$:

$$q_{T,2} = q\left\{1 + \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n-1}\right)\left[\left(\frac{s_{xy}}{\bar{x}\,\bar{y}}\right) - \left(\frac{s_x^2}{\bar{x}^2}\right)\right]\left[1 - \right.\right.$$
$$\left.\left. - 3\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n-1}\right)\left(\frac{s_x^2}{\bar{x}^2}\right)\right]\right\}, \qquad (3\ 7\ 32)$$

o qual, sob a condição de normalidade da distribuição original, é menos tendencioso que $q_{T,\,1}$, porém menos eficiente. Quando aplicável, $q_{T,\,2}$ dá margem ao estabelecimento de novos estimadores de μ_Y e de T_Y:

$$\mu^*_{Y,10} = q_{T\,2}\,\mu_X = (\mu_X)\ \text{(Fórmula 3 7 32)}; \qquad (3\ 7\ 33)$$

$$T^*_{Y,10} = q_{T,2}\,T_X = (T_X)\ \text{(Fórmula 3 7 32)} \qquad (3\ 7\ 34)$$

O método proposto por Quenouille (1956), que inspirou Durbin (1959), na feitura do estimador q_D (3 7 2), também motivou Tin (1965) e Rao-Webster (1966). Segundo se expôs, o método de Quenouille consiste na partição da amostra A_n em $g = 2$ grupos, cada qual de tamanho $\bar{n} = (n/2)$, constituídos aleatòriamente Tim (1965) considera $g > 2$ grupos, e propõe dois outros estimadores. O primeiro dêles é

$$q_{T,3} = \left(\frac{g}{g-1}\right)q - \left[\frac{1}{g\,(g-1)}\right]\left[\sum_{i=1}^{g}(q_i)\right], \qquad (3\ 7\ 35)$$

onde: 1) $q = (\bar{y} / \bar{x})$; 2) $q_i = (\bar{y}_i / \bar{x}_i)$; 3) i (indicador do grupo de tamanho $\bar{n}) = 1, 2, 3, \ldots, g$; 4) $\bar{n} = (n / g)$; 5) $2 \leq g \leq n$.

Ao defender sua tese, em 1963, consoante informação que já se prestou em página passada, demonstrou que, quando se aumenta g, o estimador $q_{T,\,3}$ se torna mais eficiente, porém sua tendenciosidade é acrescida Para $n > (12\gamma_X^2)$, o estimador em foco é mais eficiente e menos tendencioso que $(\bar{y} / \bar{x}) = q$, se g está compreendido entre 2 e (n / γ_X^2)

Com fundamento em (3 7 35), têm-se os estimadores:

$$\mu^*_{Y,11} = q_{T,3}\,\mu_X = (\mu_X) \text{ (Fórmula 3 7 35)}; \qquad (3\ 7\ 36)$$

$$T^*_{Y,11} = q_{T,3}\,T_X = (T_X) \text{ (Fórmula 3.7 35)} \qquad (3\ 7\ 37)$$

O segundo estimador sugerido por Tin, conformado ao método de Quenouille, é

$$q_{T,4} = \left(\frac{8\,q}{3}\right) - (q_1 + q_2) + \left(\frac{1}{12}\right)(q_{11} + q_{12} + q_{21} + q_{22}), \qquad (3\ 7\ 38)$$

cujos símbolos exprimem

a) $q = (\bar{y} / \bar{x})$, calculado com as n observações de A_n,

b) $q_1 = (\bar{y}_1 / \bar{x}_1)$: razão entre as médias de y e de x, no primeiro grupo, ou primeira subamostra, de tamanho $(n / 2) = n_1$,

c) $q_2 = (\bar{y}_2 / \bar{x}_2)$: razão entre as médias de y e de x, no segundo grupo, ou segunda subamostra, de tamanho $(n / 2) = n_2$,

d) $q_{11} = (\bar{y}_{11} / \bar{x}_{11})$: razão entre a média de y e a de x, na primeira partição da primeira subamostra, de tamanho $(n_1 / 2) = n_{11}$;

e) $q_{12} = (\bar{y}_{12} / \bar{x}_{12})$: razão entre a média de y e a de x, na segunda partição da primeira subamostra, também de tamanho $(n_1 /2)$,

f) $q_{21} = (\bar{y}_{21} / \bar{x}_{21})$ e $q_{22} = (\bar{y}_{22} / \bar{x}_{22})$ razões entre a média de y e a de x, em cada partição — cada qual com $(n / 2)$ unidades — da segunda subamostra

Releva notar que o tamanho n, de A_n, e os tamanhos $n_1 = (n / 2)$, $n_2 = (n / 2)$, $n_{11} = (n_1 / 2)$, $n_{12} = (n_1 / 2)$, $n_{21} = (n_2 / 2)$ e $n_{22} = (n_2 / 2)$ impõem iguais números de seleções aleatórias, para a constituição da amostra, das duas subamostras e das quatro partições das subamostras

Com base em (3 7 38), vem:

$$\mu^*_{Y,12} = q_{T,4}\,\mu_X = (T_X) \text{ (Fórmula 3 7 38)} \qquad (3\ 7\ 39)$$

$$T^*_{Y,12} = q_{T,4}\,T_X = (T_X) \text{ (Fórmula 3 7 38)},$$

Ainda como aplicação do método de Quenouille, há que registrar o estimador proposto por Rao-Webster (dezembro de 1966), aqui denotado por q_{RW} e assim formulado

$$q_{RW} = g\,q - \left(\frac{g-1}{g}\right)\left[\sum_{i=i}^{g}(q_i)\right] \qquad (3\ 7\ 40)$$

A exemplo de outros estimadores da mesma inspiração, o de Rao-Webster resulta da partição de A_n em $g \geq 2$ grupos, formados aleatòriamente, e todos com o mesmo tamanho, $\bar{n} = (n / g)$; o somando q_i é a razão, calculada na amostra, após a omissão do *i-ésimo* grupo, quer dizer, em têrmos de $[\bar{n}\,(g-1)]$ observações O estimador q_{RW} encerra tendenciosidade de ordem (n^{-2}): sua tendenciosidade e sua variância são funções descendentes de g

Com base em (3 7 40), vem:

$$\mu^*_{Y,13} = q_{RW}\,\mu_X = (\mu_X) \text{ (Fórmula 3 7 40)}, \qquad (3\ 7\ 41)$$

$$T^*_{Y,13} = q_{RW}\,T_X = (T_X) \text{ (Fórmula 3 7 40)} \qquad (3\ 7\ 42)$$

Passaram-se em revista, até aqui, nada menos de 13 estimadores de razão, ou quociente, $Q = (\mu_Y / \mu_X)$, e, em corolário, através de razão, da média $\mu_Y = Q\mu_X$ e do total $T_Y = N\mu_Y$ Tal riqueza de meios deve ser interpretada, corretamente, em função do intento de se reduzir, ou minimizar, ou, se possível, anular a tendenciosidade do estimador empregado, sujeitando, contudo, essa redução, ou minimização, ou anulação, a duas exigências essenciais: 1) a da circunscrição do tamanho da amostra a grandeza tolerável, por injunção de argumentos práticos, sobretudo os de feição financeira, que se opõem se faça $n \to \infty$; 2) a da assintotia da variância do estimador, condicionando-se sua obtenção ao concurso de tamanho não excessivo da amostra.

Se a essas exigências se lhes somam a da adoção de extrações sem reposição, e a do respeito ao critério de seleção (das n unidades de π, para a constituição de A_n) com eqüiprobabilidade, então se agrava o problema da estimação de Q, ou de μ_Y, ou de T_Y A solução dêsse problema depende, basilarmente, do conjunto de probabilidades de seleção — e não, restritivamente, conjuntos de eqüiprobabilidades — das n unidades populacionais que hão-de ser elementos de A_n

Desde o trabalho pioneiro de Lahiri (1951) e o de Des Raj (1954), ao de Nanjamma-Murthy-Sethi (1959) e a outros bem recentes, bastante se tem progredido nos estudos inerentes à seleção das n unidades com probabilidades desiguais, comumente proporcionais a especificada medida. O tema será objeto de nôvo trabalho dêste autor, em número próximo da *Revista*

É oportuno, todavia, ponderar que dois dos pesquisadores nomeados acima (Nanjamma-Murthy: 1959) — paralelamente à sua contribuição atinente a "sistemas de Amostragem que produzem estimadores não tendenciosos de razão" — sugerem diretriz conducente à obtenção de "estimativas de razão, quase não tendenciosas", estribadas em estimativas calculadas através de subamostras interpenetrantes

O método de Quenouille, já descrito, e o de Nanjamma-Murthy têm, no que tange ao conteúdo, áreas que se confundem, embora divirjam quanto à operatividade Neste último, utilizam-se m subamostras interpenetrantes (intersecções não vazias), na *i-ésima* das quais, y tem a média $\bar{y}_i$, e x, a média $\bar{x}_i$; essas duas médias são estimadores de μ_Y e de μ_X, respectivamente. Daí, o estimador q_m,

$$q_m = \left(\frac{1}{m}\right)\left[\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\bar{y}_i}{\bar{x}_i}\right)\right] \qquad (3\ 7\ 43)$$

Sejam: 1) $t\{q\}$, a tendenciosidade de $q = (\bar{y} / \bar{x})$; 2) $t\{q_m\}$, a tendenciosidade de q_m, definida em (3 7 43). Então, é válida a relação

$$t\{q_m\} = (m)\left(t\{q\}\right), \qquad (3\ 7\ 44)$$

até o segundo grau de aproximação. Um estimador de $t\ \{q_m\}$, não tendencioso (ainda em aproximação de segundo grau), é dado por

$$\hat{t}\{q_m\} = \frac{(q_m - q)}{(m-1)} = \left(\frac{1}{m-1}\right)\left[(\text{Fórmula } 3\ 7\ 43) - \left(\frac{\bar{y}}{\bar{x}}\right)\right] \qquad (3\ 7\ 45)$$

Graças a $\hat{t}\{q_m\}$, corrige-se a tendenciosidade de $q = (\bar{y} / \bar{x})$, donde o estimador "quase não tendencioso" ("almost unbiased ratio estimator") q_c,

$$q_c = q - \hat{t}\{q_m\} = \left(\frac{1}{m-1}\right)(mq - q_m) \qquad (3\ 7\ 46)$$

onde o subscrito c, em q_c, serve para denotar que êste último corrige a tendenciosidade de estimação gerada por q

Nieto de Pascual (1961) sugere se corrija assim a tendenciosidade $t\ \{q\}$:

a) usando-se o método de Nanjamma-Murthy, do qual se fêz uma síntese nas linhas precedentes,

b) combinando-se êsse método ao estimador de Hartley-Ross, $\hat{\mu}_{Y,3}$

Surgem, em decorrência, novos estimadores de μ_Y e de T_Y:

$$\mu^*_{Y,14} = (q\mu_X) + \left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{n}{n-1}\right)(\bar{y} - \bar{r}\,\bar{x}); \qquad (3\ 7\ 47)$$

$$T^*_{Y,14} = (q\,T_X) + (N-1)\left(\frac{n}{n-1}\right)(\bar{y} - \bar{r}\,\bar{x}) \qquad (3\ 7\ 48)$$

O estimador $\mu^*_{Y,14}$ (e, por extensão, $T^*_{Y,14}$) é "quase não tendencioso", porém mais eficiente que o estimador não tendencioso $\hat{\mu}_{Y,3}$, de Hartley-Ross.

4 — *Tendenciosidade e eficiência: análise*

Puseram-se em evidência 14 estimadores de μ_Y e de T_Y, aos quais se junta, agora, o décimo quinto, $\hat{\mu}_{Y,0} = \bar{y}$ e $T_{Y0} = (N\hat{\mu}_{Y,0}) = (N\bar{y})$, fornecido pelo modêlo de amostragem simples, diretamente, isto é, através das observações processadas em relação a y, alheiadamente ao que ocorre com x

Dêsses 15 estimadores da média e do total de Y, na população finita π, uns são tendenciosos (a maioria dêles); outros, não-tendenciosos; outros, ainda, "quase não-tendenciosos" Se o fator decisório, atinente à opção de um estimador, se limitasse ao cumprimento da exigência de não-tendenciosidade, a decisão, no caso, seria sobremaneira singela, pois se haveria de adotar $\hat{\mu}_{Y,5}$ (em face de $\rho_{XY} > 0$), ou $\hat{\mu}_{Y,6}$ (perante $\rho_{XY} < 0$), ou, talvez, $\hat{\mu}_{Y0}$. A decisão, entretanto, não se confina a tal estreiteza e tal simplicidade, porque se há-de avaliar, conjuntamente ao aspecto da tendenciosidade, o da eficiência, medida pela variância do estimador, em sua distribuição no espaço S De que valeria um estimador não tendencioso, porém ineficiente, ao ponto de reclamar a presença de centenas, ou milhares de unidades em A_n?

4 1 — *Tendenciosidade de estimação* Quer aqui, quer no tópico próximo, analisam-se alguns dos 15 estimadores focalizados

No tocante à tendenciosidade, tem-se que

$$t\{\hat{\mu}_{Y0}\} = t\{\hat{\mu}_{Y,5}\} = t\{\hat{\mu}_{Y,6}\} = 0 \qquad (4\ 1\ 1)$$

Os estimadores $\mu^*_{Y,1}$ e μ^*_{Y2} são tendenciosos, porém convergentes, o que lhes assegura valimento, dado que, com o crescer da amostra, $n > 50$, sua tendenciosidade se torna desprezível Além do mais, sob especificadas circunstâncias, descritas nos tópicos competentes, os dois estimadores apresentam tendenciosidade nula Em conseqüência disso, ambos garantem lugares ao sol, particularmente o primeiro, $\mu^*_{Y,1}$, porque o segundo é aperfeiçoado, graças à correção de sua tendenciosidade, por $\hat{\mu}_{Y3}$ Fato análogo ocorre com $\mu^*_{1,5}$, o qual, corrigido em sua tendenciosidade, se converte em $\hat{\mu}_{Y,6}$

Deixa-se de lado μ^*_{Y4}, pelos argumentos já expostos. Confrontam-se $\mu^*_{Y,1}$ e μ^*_{Y7}, esclarecendo-se que tôdas as fórmulas usadas, neste tópico, foram deduzidas anteriormente: essa advertência sugere que, quando oportuno, se examine o tópico dedicado ao estudo do estimador que se analisa

Em primeira aproximação, tem-se que:

$$t\{\mu^*_{1,1}\} \doteq \left(\frac{N-n}{n}\right)\left(\frac{\mu_Y}{N}\right)\left(\gamma^2_X - \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right), \qquad (4\ 1\ 2)$$

$$t\{\mu^*_{Y,7}\} \doteq \left(\frac{\mu_Y}{N}\right)\left(\gamma^2_X - \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right) \qquad (4\ 1\ 3)$$

Em ambas as tendenciosidades, há o fator comum

$$C = \left(\frac{\mu_Y}{N}\right)\left(\gamma^2_X - \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right); \quad t\{\mu^*_{1,7}\} = C; \qquad (4\ 1\ 4)$$

$$t\{\mu^*_{Y,1}\} = \left(\frac{N-n}{n}\right)(C) = \left(\frac{N}{n} - 1\right)(C) = \left(\frac{1}{f} - 1\right)(C) = \left(\frac{1-f}{f}\right)(C), \qquad (4\ 1\ 5)$$

referindo-se f à fração de amostragem, ou eqüiprobabilidade, $f = (n / N)$. Ora, $f \in (0:1)$, mas f é um número pequeno, usualmente $f < 0{,}10$; mas, ainda que $f < 0{,}50$, o multiplicador de C, em (4 1 5), é maior que 1 Logo,

$$t\{\mu^*_{Y,7}\} < t\{\mu^*_{Y,1}\}, \qquad (4\ 1\ 6)$$

embora a diferença não seja apreciável

Quanto a $\mu^*_{Y,8}$ e $\mu^*_{Y,9}$, tem-se:

$$t\left\{\mu^*_{Y,8}\right\} \doteq (\mu_Y)\left\{-\left(\frac{N-n}{N-1}\right)^2\left(\frac{2}{n^2}\right)\left[(\gamma^2_X)\left(\gamma^2_X - \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right)\right]\right\}; \qquad (4\ 1\ 7)$$

$$t\left\{\mu^*_{Y,9}\right\} \doteq (\mu_Y)\left\{-\left(\frac{N-n}{N-1}\right)^2\left(\frac{3}{n^2}\right)\left[(\gamma^2_X)\left(\gamma^2_X - \rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right)\right]\right\}. \qquad (4\ 1\ 8)$$

Como se observa, os valores de ambas as expressões são aproximadamente iguais, embora o primeiro seja ligeiramente menor

Assim, e de acôrdo com relações expressas anteriormente, pode-se escrever:

$$t\left\{\hat{\mu}_{Y,0}\right\} = t\left\{\hat{\mu}_{Y,3}\right\} = t\left\{\hat{\mu}_{Y,6}\right\} < t\left\{\mu^*_{Y,8}\right\} < t\left\{\mu^*_{Y,9}\right\} < t\left\{\mu^*_{Y,7}\right\} < t\left\{\mu^*_{Y,1}\right\}. \qquad (4\ 1\ 9)$$

Interpretem-se as desigualdades de (4 1 9) como verificáveis sob condições gerais Sob circunstâncias particulares, em harmonia com demonstrações feitas, alguns dos estimadores (o $\mu^*_{Y,1}$, por exemplo) apresentam tendenciosidade vizinha de zero, ou igual a zero. Mas, mesmo sob condições gerais, essas tendenciosidades quase se equivalem, quando $N \geqq 5\,000$ e $f \leqq 0{,}02$; nesse caso, de manifesta equivalência, há que atentar para a composição dos estimadores em situação de paridade: uns requerem número maior de parâmetros, nem sempre conhecidos que outros, e impõem, com isso, estimações adicionais

A opção por êsse, ou aquêle, estimador, implica, dessarte, a apreciação de diversos aspectos

Deve-se entender, de outro lado, que, no confronto entre estimadores, a tendenciosidade exerce papel necessário, mas não suficiente, à decisão O requisito de suficiência concerne à eficiência do estimador, medida por intermédio de sua variância no espaço da amostra

4 2 — *Exame da eficiência.* Na estimação de μ_Y ou de T_Y, graças a amostra de tamanho n, extraída a π, sem reposição, com eqüiprobabilidade, é possível empregar qualquer dos 15 estimadores considerados, entre os quais $\hat{\mu}_{Y,0}$ e $\mu^*_{Y,1}$, cujas variâncias, no espaço S, são:

$$M_2\left\{\hat{\mu}_{Y,0}\right\} = \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma^2_Y}{n}\right); \quad M_2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\} = \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\mu^2_Y}{n}\right)\left(\gamma^2_X + \gamma^2_Y - 2\rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right), \qquad (4\ 2\ 1)$$

exprimindo-se a segunda a $0\,(n^{-1})$ Deseja-se saber quais as circunstâncias, se existentes, que tornam a variância de $\hat{\mu}_{Y,0}$ maior que a de $\mu^*_{Y,1}$;

$$\left(M_2\left\{\hat{\mu}_{Y,0}\right\}\right) > \left(M_2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\}\right); \left[\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma^2_Y}{n}\right)\right] > \left[\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\mu^2_Y}{n}\right)\left(\gamma^2_X + \gamma^2_Y - 2\rho_{XY}\gamma_X\gamma_Y\right)\right];$$

$$\sigma^2_Y > \left[\mu^2_Y\left(\gamma^2_X + \gamma^2_Y - 2\rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right)\right] \qquad (4\ 2\ 2)$$

Dividindo-se por μ^2_Y, primeiramente, ambos os membros de (4 2.2), e prosseguindo-se, depois, na dedução, vem

$$\gamma^2_Y > \left(\gamma^2_X + \gamma^2_Y - 2\rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right); \; 0 > \left(\gamma^2_X - 2\rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right); \; \gamma^2_X < 2\rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y;$$

$$\rho_{XY} > \left(\frac{\gamma^2_X}{2\gamma_X\,\gamma_Y}\right); \; \rho_{XY} > \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\gamma_X}{\gamma_Y}\right) \qquad (4\ 2\ 3)$$

Interpreta-se (4.2 3):

a) se $\rho_{XY} > (\gamma_X/2\gamma_Y)$, o estimador $\mu^*_{Y,1}$ é mais eficiente que $\hat{\mu}_{Y,0}$,

b) se $\rho_{XY} < (\gamma_X/2\gamma_Y)$, o estimador $\mu^*_{Y,1}$ é menos eficiente que $\hat{\mu}_{Y,0}$,

c) se $\rho_{XY} = (\gamma_X/2\gamma_Y)$, os estimadores $\mu^*_{Y,1}$ e $\hat{\mu}_{Y,0}$ têm igual eficiência;

d) no caso particular de $\gamma_X = \gamma_Y = \gamma$

d 1) se $\rho_{XY} > (1/2)$, $\mu^*_{Y,1}$ é mais eficiente que $\hat{\mu}_{Y,0}$,

d 2) se $\rho_{XY} < (1/2)$, $\mu^*_{Y,1}$ é menos eficiente que $\hat{\mu}_{Y,0}$,

d 3) se $\rho_{XY} = 0{,}50$, $\mu^*_{Y,1}$ e $\hat{\mu}_{Y,0}$ são igualmente eficientes

Se, em dada população, se verifica $\gamma_X = \gamma_Y = \gamma$, a variância da distribuição de amostragem de $\mu^*_{Y,1}$ toma a forma

$$M_2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\} = V^2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\} \doteq \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{2\,\mu_Y^2}{n}\right)\left[(1-\rho_{XY})\,\gamma^2\right], \qquad (4\ 2\ 4)$$

e sua variância relativa é assim expressa:

$$V'^2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\} = \frac{V^2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\}}{\left(E\left\{\mu^*_{Y,1}\right\}\right)^2} \doteq \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{2}{n}\right)\left[(1-\rho_{XY})\,\gamma^2\right], \qquad (4\ 2\ 5)$$

a qual, se $N \to \infty$, se converte em

$$\lim_{N\to\infty}\left(V'^2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\}\right) = \left(\frac{2}{n}\right)\left[(1-\rho_{XY})\,\gamma^2\right] = \left(\frac{2\,\gamma^2}{n}\right)(1-\rho_{XY}) \qquad (4\ 2\ 6)$$

A variância relativa de $\hat{\mu}_{Y,0}$ é

$$V'^2\left\{\hat{\mu}_{Y,0}\right\} = \frac{V^2\left\{\hat{\mu}_{Y,0}\right\}}{\left(E\left\{\hat{\mu}_{Y,0}\right\}\right)^2}\left[\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\gamma^2}{n}\right)\right] \xrightarrow[N\to\infty]{} \left(\frac{\gamma^2}{n}\right), \qquad (4\ 2\ 7)$$

havendo-se cancelado o subscrito em γ^2_Y, porque se está admitindo a situação particular $\gamma_X = \gamma_Y = \gamma$

Tanto $\mu^*_{Y,1}$, quanto $\hat{\mu}_{Y,0}$, são variáveis aleatórias reais com distribuição assintòticamente normal, no espaço S, das amostras de tamanho $n \geqslant 50$. Sendo: 1) δ o múltiplo do desvio-padrão associado ao coeficiente de confiança $(1-\alpha)$; 2) $|\varepsilon'|$ o êrro relativo, quer se trate com $\mu^*_{Y,1}$, quer se opere com $\hat{\mu}_{Y,0}$, deduz-se

a) quanto a $\hat{\mu}_{Y,0}$, utilizando-se a expressão-limite, de (4 2 7)

$$|\epsilon'| = \left|\delta\, V'\left\{\hat{\mu}_{Y,0}\right\}\right|;\ \epsilon'^2 = \delta^2\left(\frac{\gamma^2}{n_0}\right);\ n_0 = \left(\frac{\delta^2\,\gamma^2}{\epsilon'^2}\right); \qquad (4\ 2\ 8)$$

b) quanto a $\mu^*_{Y,1}$, usando-se a expressão-limite, de (4 2 6),

$$|\epsilon'| = \left|\delta\, V'\left\{\mu^*_{Y,1}\right\}\right|;\ \epsilon'^2 = \delta^2\left(V'^2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\}\right) = \delta^2\left(\frac{2\,\gamma^2}{n_1}\right)(1-\rho_{XY});$$

$$n_1 = \left(\frac{\delta^2\,\gamma^2}{\epsilon'^2}\right)\left[2\,(1-\rho_{XY})\right] = n_0\left[2\,(1-\rho_{XY})\right] = n_0\,M, \qquad (4\ 2\ 9)$$

sendo $M = 2\,(1-\rho_{XY})$ A Fórmula 4 2 9 revela que o tamanho da amostra, n_1 necessário à estimação de μ_Y, por via de $\mu^*_{Y,1}$, é igual ao tamanho n_0 (reclamado pela estimação de μ_Y, por meio de $\hat{\mu}_{Y,0}$), com o mesmo êrro relativo, $|\varepsilon'|$, multiplicado pelo fator M Se $n_1 > n_0$, ou $n_1 < n_0$, ou $n_1 = n_0$, tudo depende da grandeza dêsse multiplicador M, ou, melhor, de ρ_{XY}

a) se $\rho_{XY} = 0$; $M = 2$, $n_1 = 2n_0$,

b) se $\rho_{XY} = 0{,}50$; $M = 1$; $n_1 = n_0$,

c) se $\rho_{XY} = 1{,}00$, $M = 0$, $n_1 = 1$, Seja, como ilustração $N = 6\,814$, $|\varepsilon'| = |0{,}050|$, $\delta = 1{,}960$, $\gamma^2 = 0{,}3200$ Determinando-se n_0, para se estimar μ_Y, através de $\hat{\mu}_{Y\,0}$, encontra-se: $n_0 = 491$ O tamanho n_1, mantidas as mesmas circunstâncias, depende de ρ_{XY} Supõem-se, abaixo, divresos valores de ρ_{XY}, no intervalo $[0; 1]$:

ρ_{XY}	n_1
0,00	$982 = 2n_0$
0,50	$491 = n_0$
0,60	$393 = 0{,}80054\ n_0$
0,80 .	$196 = 0{,}39925\ n_0$
0,90 .	$98 = 0{,}19963\ n_0$
0,98	$20 = 0{,}04074\ n_0$
1,00	$1 = 0{,}00204\ n_0$

A eficiência de $\mu^*_{Y,2}$, relativamente a $\mu^*_{Y,1}$, já foi examinada, e depende da peculiaridade da relação linear entre Y e X: por extensão, analisada fica a eficiência de $\hat{\mu}_{Y,3}$, que é $\mu^*_{Y,2}$ corrigido quanto à tendenciosidade de estimação O estimador $\mu^*_{Y,4}$ não se credencia a extensões maiores que as já dispensadas Os estimadores $\mu^*_{Y,5}$ e $\hat{\mu}_{Y\,6}$ são apropriados a situações em que $\rho_{XY} < 0$.

Sob as condições (3.7 3-6), a variância de $\hat{\mu}_{Y,3}$, a $0\,(n^{-1})$, é igual a

$$\lim_{N \to \infty} V^2\left\{\hat{\mu}_{Y,3}\right\} = \left(\frac{\mu_Y^2}{n}\right)\left(\gamma_X^2 + \gamma_Y^2 - 2\,\rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right) \tag{4 2 10}$$

Sob as condições de $N \to \infty$, e de aproximação a $0\,(n^{-1})$, (4 2 10) é igual:

a) à variância de $\mu^*_{Y,1}$, conforme (4 2 1);

b) à variância de $\mu^*_{Y,7}$, segundo (3 7.12);

c) à variância de $\mu^*_{Y,8}$, de acôrdo com (3.7 21),

d) à variância de $\mu^*_{Y,9}$, consoante (3.7.25)

Isto pôsto, tem-se que, sob as condições aludidas,

$$M_2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\} = M_2\left\{\hat{\mu}_{Y,3}\right\} = M_2\left\{\mu^*_{Y,7}\right\} = M_2\left\{\mu^*_{Y,8}\right\} = M_2\left\{\mu^*_{Y,9}\right\}, \tag{4 2 11}$$

demonstrando-se, dessarte, que, em primeira aproximação, os cinco estimadores nomeados em (4 2 11) são igualmente eficientes A $0\,(n^{-2})$, todavia, as variâncias das distribuições de amostragem dêsses estimadores revelam discrepâncias

Antes de se compararem variâncias, a $0\,(n^{-2})$, deseja-se iessaltar particularidade curiosa, revelada por (4 2 11): a eficiência de um estimador não tendencioso, $(\hat{\mu}_{Y,3})$, igual à de outros, tendenciosos $(\mu^*_{Y,1}, \mu^*_{Y,7}, \mu^*_{Y,8}$ e $\mu^*_{Y,9})$

Fazendo-se, por simplicidade,

$$(\rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y) = A;\ \left(\frac{\mu_{03}}{\mu_X^3}\right) = B;\ \left(\frac{\mu_{12}}{\mu_Y\,\mu_X^2}\right) = C;\ \left(\frac{\mu_{21}}{\mu_Y^2\,\mu_X}\right) = D;\ \gamma_X^2 = G;\ \gamma_Y^2 = H, \tag{4 2 12}$$

as variâncias de $\mu^*_{Y,1}$, $\mu^*_{Y,7}$, $\mu^*_{Y,8}$ e $\mu^*_{Y,9}$ são assim apresentadas:

a) a de $\mu^*_{Y,1}$:

$$M_2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\} \doteq (\mu_Y^2)\left\{\left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{1}{n}\right)(G+H-2A) + \right.$$
$$+\left(\frac{N-n}{N}\right)^2\left(\frac{1}{n^2}\right)\left[8G^2-16GA+5A^2-3GH\right]-$$
$$\left.-\left[2\left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{1}{Nn}\right)\right]\left[\left(\frac{N+n}{n}\right)-3\right](B-2C+D)\right\}; \qquad (4\ 2\ 13)$$

b) a de $\mu^*_{Y,7}$:

$$M_2\left\{\mu^*_{Y,7}\right\} \doteq (\mu_Y^2)\left\{\left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{1}{n}\right)(G+H-2A)+\left(\frac{2}{n^2}\right)\left(\frac{2N^2-5Nn+4n^2}{N^2}\right)(G^2-2GA)+\right.$$
$$+\left(\frac{1}{n^2}\right)\left(\frac{2N^2-6Nn+5n^2}{N^2}\right)(A^2)+\left(\frac{1}{n^2}\right)\left(\frac{2N^2-4Nn+3n^2}{N^2}\right)(GH)+$$
$$\left.+\left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{4}{Nn}\right)(B-2C+D)\right\}; \qquad (4\ 2\ 14)$$

c) a de $\mu^*_{Y,8}$, que é igual à de $\mu^*_{Y,9}$:

$$M_2\left\{\mu^*_{Y,8}\right\} = M_2\left\{\mu^*_{Y,9}\right\} \doteq (\mu_Y^2)\left\{\left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{1}{n}\right)(G+H-2A)+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{N-n}{N}\right)^2\left(\frac{1}{n^2}\right)(2G^2-4GA+A^2+GH)+\left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{1}{Nn}\right)(B-2C+D)\right\}. \qquad (4\ 2\ 15)$$

Ainda por simplicidade, põe-se,

$$\left[\left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{1}{n}\right)(G+H-2A)\right] = F. \qquad (4\ 2\ 16)$$

Cotejando-se a variância de $\mu^*_{Y,1}$ e a de $\mu^*_{Y,8}$ (igual à de $\mu^*_{Y,9}$), vem:

$$M_2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\} - M_2\left\{\mu^*_{Y,8}\right\} = (\mu_Y^2)\left\{F-F+\left(\frac{N-n}{N}\right)^2\left(\frac{1}{n^2}\right)\left[(8G^2-16GA+5A^2-3GH)-\right.\right.$$
$$\left.\left.-(2G^2-4GA+A^2+GH)\right]-\left[\left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{2}{Nn}\right)(B-2C+D)\right]\left[\left(\frac{N+n}{n}\right)-3+1\right]\right\}=$$
$$=(\mu_Y^2)\left\{\left(\frac{N-n}{N}\right)^2\left(\frac{1}{n^2}\right)(6G^2-12GA+4A^2-4GH)-\left(\frac{N-n}{N}\right)^2\left(\frac{2}{n^2}\right)(B-2C+D)\right\}=$$
$$=\left(\frac{N-n}{N}\right)^2\left(\frac{2\mu_Y^2}{n^2}\right)\left[G(3G-2H)-2A(3G-A)+(B-2C+D)\right] \qquad (4\ 2\ 17)$$

Desprezando-se $(B-2C+D)$, comum à variância de $\mu^*_{Y,1}$, $\mu^*_{Y,7}$, $\mu^*_{Y,8}$ e $\mu^*_{Y,9}$, e restituindo-se a forma original a *A*, *G* e *H*, resulta:

$$V^2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\} - V^2\left\{\mu^*_{Y,8}\right\} = \left(\frac{N-n}{N}\right)^2\left(\frac{2\mu_Y^2}{n^2}\right)\left[\gamma_X^2\left(3\gamma_X^2-2\gamma_Y^2\right)-\right.$$
$$\left.-2\rho_{XY}\,\gamma_X\gamma_Y\left(3\gamma_X^2-\rho_{XY}\,\gamma_X\gamma_Y\right)\right]. \qquad (4\ 2.18)$$

Considere-se a hipótese, discutida precedentemente, de $\gamma_X=\gamma_Y=\gamma$ e $\rho_{XY}=1$.

Nessa circunstância, (4 2 18) se reduz a

$$V^2\{\mu^*_{Y,1}\} - V^2\{\mu^*_{Y,8}\} = \left(\frac{N-n}{N}\right)^2 \left(\frac{2\mu^2_Y}{n^2}\right)(-3\gamma^4) \qquad (4\ 2\ 19)$$

Mas, $\gamma^4 > 0$; então, $(-3\gamma^4) < 0$, isto é·

$$\left[V^2\{\mu^*_{Y,1}\} - V^2\{\mu^*_{Y,8}\}\right] < 0 \qquad (V^2\{\mu^*_{Y,1}\}) < (V^2\{\mu^*_{Y,8}\}), \qquad (4\ 2\ 20)$$

ou seja: sob a condição de igualdade das variâncias relativas, paramétricas, das distribuições de X e de Y, e, bem assim, de $\rho_{XY} = +1$, o estimador $\mu^*_{Y,1}$ é mais eficiente que $\mu^*_{Y,8}$ e $\mu^*_{Y,9}$ Tin (1965) pretende a generalização

$$V^2\{\mu^*_{Y,9}\} = V^2\{\mu^*_{Y,8}\} < V^2\{\mu^*_{Y,7}\} < V^2\{\mu^*_{Y,1}\}, \qquad (4\ 2\ 21)$$

mas (4 2 20) contradita a generalidade Cabe adiantar que (4 2 20) ainda prevalece, mesmo quando $\gamma_X \doteq \gamma_Y$ e $\rho_{XY} \doteq +1$

Seguindo-se os passos da comparação agora efetuada, calcula-se $(V^2\{\mu^*_{Y,1}\} - V^2\{\mu^*_{Y,7}\})$ Omite-se o desenvolvimento da dedução, registrando-se, apenas, que, a final, se observa serem ambas as variâncias pràticamente iguais: a de $\mu^*_{Y,1}$ é ligeiramente menor que a de $\mu^*_{Y,7}$, exprimindo-se a diferença por um têrmo representado pelo quadrado de γ^2, quando se processa o cotêjo sob as condições de $\gamma_X = \gamma_Y = \gamma$ e $\rho_{XY} = +1$.

Sob o aspecto da convergência à normalidade, as distribuições de amostragem de $\mu^*_{Y,1}$, $\mu^*_{Y,2}$, $\hat{\mu}_{Y,3}$, $\mu^*_{Y,7}$, $\mu^*_{Y,8}$ e $\mu^*_{Y,9}$ — para citar, tão-só, os estimadores que foram mais trabalhados — comportam-se de maneira aproximadamente igual, vale dizer, a velocidade da convergência, desde que $n \geqq 50$, é quase a mesma e, em tôdas essas distribuições, verifica-se, quanto à assimetria e quanto à curtose,

$$\sqrt{B_1\{\cdot\}} = \left[\frac{M_3\{\cdot\}}{(M_2\{\cdot\})^{3/2}}\right] \longrightarrow 0; \quad B_2\{\cdot\} = \left[\frac{M_4\{\cdot\}}{(M_2\{\cdot\})^2}\right] \longrightarrow 3 \qquad (4\ 2\ 22)$$

Toma-se emprestado a Murthy (1963), com a devida vênia, seu exemplo, com propósito meramente ilustrativo, acêrca da eficiência de alguns estimadores cogitados neste trabalho. O A. opera com $n = 2$, extraídas de uma "população" em que $N = 4$, e elege para servir de unidade de comparação o resultado obtido em esquema de seleção das unidades, com probabilidades proporcionais: êsse resultado é havido como de eficiência igual a 1 Quanto aos demais, vem

Estimador	*Êrro quadrático médio*	*Eficiência*
Midzuno . .	0,34	0,88
$\mu^*_{Y,1}$	0,39	0,77
$\mu^*_{Y,14}$.	0,55	0,55
$\hat{\mu}_{Y,3}$ . .	0,60	0,50
$\hat{\mu}_{Y,0}$ . . .	5,44	0,06

O estimador de Midzuno (que será examinado em trabalho próximo dêste autor) é baseado em seleção das n unidades de A_n, segundo probabilidades proporcionais

* * *

Apreciaram-se nada menos de 15 estimadores de μ_Y e de T_Y, dispensando-se maiores atenções a uns, que a outros, conforme sua consistência teórica, sua adequação ao uso prático e sua maior facilidade de trato Dêles, um, $\hat{\mu}_{Y,0}$, estima diretamente μ_Y, desprezando o conhecimento, que se possui, de parâmetros da distribuição de X, os demais, em número de 14, estimam μ_Y (e T_Y), mediante o aproveitamento de parâmetros conhecidos de X e, sobretudo, do coeficiente de correlação entre Y e X.

Tal variedade de estimadores dos mesmos parâmetros, com o mesmo tamanho de amostra, n, constituída sob as mesmas condições (n seleções eqüiprováveis de unidades de π; n extrações sem reposição), merece explicação, o que se faz, a seguir, sumarizando-se conceitos já expostos e aditando-se-lhes novos esclarecimentos

a) o elevado número de estimadores (que será, antecipa-se, acrescido adiante, neste trabalho e em outros, posteriores, sôbre o mesmo objeto) traduz, antes de mais nada, o reconhecimento à utilidade, na estimação, de estimadores de razão e de estimativas através de razão, e, daí, o empenho na elaboração de estimadores não tendenciosos, ou eficientes, quanto assintòticamente tendenciosos A propósito, crê êste autor que soluções eficazes foram já encontradas no domínio da eqüiprobabilidade, de extrações sem reposição, de não-estratificação Soluções melhores — ainda em relação a populações de unidades simples — são asseguradas pela estratificação, persistindo-se no critério de seleções eqüiprováveis, e por esquemas de seleção com probabilidades desiguais: proporcionais a especificada medida,

b) a estimação de médias e de totais, graças a estimadores baseados em razão — como $q = (\bar{y}/\bar{x})$ e outros —, é mais eficiente que a estimação direta, processada nos moldes da amostragem simples de unidades (que responde por $\hat{\mu}_{Y,0}$ e $\hat{T}_{Y,0}$), desde que se manifeste correlação entre as variáveis envolvidas Quanto mais ρ_{XY} se aproximar de $|1|$, tanto maior será essa eficiência Até aqui, cuidou-se de correlação linear simples; ulteriormente, cogitar-se-á de populações multivariadas, e, nesse ensejo, caberá o estudo da correlação não-linear, correlação múltipla, parcial etc ,

c) a despeito de tendenciosos — os que assim o são, entre os 14 que foram ventilados — os estimadores construídos em termos de razão gozam da propriedade de convergência, no sentido estocástico, de sorte que, com o crescer de n, a tendenciosidade de estimação se vai tornando desprezível O aumento do tamanho da amostra, todavia, não pode, ou não deve, servir de regra geral, porque se reveste de implicações sérias, entre as quais, especialmente, o da agravação dos gastos financeiros da pesquisa estatística (planejamento, execução, sumarização, análise, produto acabado) Assim, a decisão, quanto ao estimador a ser empregado em particular modêlo, não há-de governar-se sob a injunção unilateral da redução, ou anulação, da tendenciosidade, mas, igualmente, sujeita à compatibilidade e à eficiência do estimador,

d) há estimadores tendenciosos — como $\mu^*_{Y,1}$ e $\mu^*_{Y,2}$, por exemplo, para enumerar apenas dois — que, em especificadas circunstâncias, adquirem a condição de não-tendenciosos, ou revelam tendenciosidade tão inexpressiva, que se pode considerá-la pràticamente nula Não se compadeceria ao senso comum — antes, mesmo, de se pensar com raciocínio técnico — que, em virtude da comodidade no tratamento calculatório, ou, por outro motivo, se elegesse, deliberadamente, particular estimador;

e) quando dois ou mais estimadores são recomendáveis ao emprêgo em dada situação, há que optar por aquêle que fôr mais eficiente;

f) em pequenas amostras ($n < 30$, diga-se), a tendenciosidade de estimação é capaz de revestir-se de seriedade comprometedora Note-se que pequenas amostras podem não satisfazer a um dos requisitos essenciais à coerência da teoria desenvolvida, qual seja o de

$$\left| \frac{\bar{x} - E\{\bar{x}\}}{E\{\bar{x}\}} \right| < 1 ; \qquad (4\ 2\ 23)$$

g) alguns dos 14 estimadores em evidência voltarão, em secção próxima, a ser reexaminados sob o ângulo da regressão linear. É curioso antecipar, por exemplo, que o estimador $\hat{\mu}_{Y,3}$ foi elaborado com o propósito de eliminar a tendenciosidade de $\mu^*_{Y,1} = (q\,\mu_X)$, donde a introdução de $\bar{r}$, ao invés de q. Comparando-se as duas variâncias, vê-se que (alijados os multiplicadores finitos) :

$$V^2\{\hat{\mu}_{Y,3}\} - V^2\{\mu^*_{Y,1}\} = \left(\frac{\gamma^2_X}{n}\right)\left[(\bar{R}-\beta)^2 - (Q-\beta)^2\right] + O\,(n^{-2}), \qquad (4\ 2\ 24)$$

referindo-se β ao coeficiente de regressão de $Y_t = (\alpha + \beta X)$ A variância de $\mu^*_{Y,1}$ é menor que a de $\hat{\mu}_{Y,2}$, quando Q se aproxima mais de β, do que o faria $\overline{R}$ Goodman-Hartley mostram que, com maior freqüência, Q se avizinha mais a β, comparativamente à aproximação de $\overline{R}$ Nestas condições, o estimador tendencioso $\mu^*_{Y,1}$ é mais eficiente que o estimador não tendencioso $\hat{\mu}_{Y,3}$ E, em face disto, o estimador "quase-tendencioso" $\mu^*_{Y,12}$, notòriamente inspirado em $\hat{\mu}_{Y,3}$, se apresenta com credenciais melhores que as dêste, $\overline{R} = \mu_R$,

h) é recomendável se estude bem o critério que preside à formação de $\mu^*_{Y,12}$;

i) da composição das variâncias de diversos estimadores, participa a expressão

$$(Q^2)\left(\gamma^2_Y + \gamma^2_X - 2\rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right), \qquad (4\ 2\ 25)$$

cujos elementos (salvo os inerentes à distribuição de X) são comumente desconhecidos Nesse caso, pode-se estimar (4 2 25) por intermédio de

$$\left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{n}{n-1}\right)\left[q^2\left(\frac{s^2_x}{\bar{x}^2} + \frac{s^2_y}{\bar{y}^2} - \frac{2\,s_{xy}}{\bar{x}\,\bar{y}}\right)\right]; \qquad (4\ 2\ 26)$$

j) de acôrdo com (3 1 13) a variância de $\mu^*_{Y,1}$ pode ser expressa, também, por meio de

$$V^2\{\mu^*_{Y,1}\} = M_2\{\mu^*_{Y,1}\} = \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\sigma^2_Y + Q^2\,\sigma^2_X - 2\,Q\,\sigma_{XY}\right) =$$

$$= \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left[\left(\frac{1}{N}\right)\sum_{j=1}^{N}(Y_j - Q X_j)^2\right], \qquad (4\ 2\ 27)$$

dificilmente calculável, em decorrência do não-conhecimento de Q, de σ^2_Y e de σ_{XY} Em sendo assim, há que estimá-la, através de

$$\hat{V}^2\{\mu^*_{Y,1}\} = \hat{M}_2\{\mu^*_{Y,1}\} = \left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{1}{n-1}\right)\left[\left(\frac{1}{n}\right)\sum_{j=1}^{n}(y_j - q\,x_j)^2\right] \qquad (4\ 2\ 28)$$

4 3 — *Ilustração numérica* Considera-se a população finita, de unidades simples, e bivariada, $\pi = \{u_j\} = \{Y_j X_j\}$, $j = 1, 2, 3, \quad, N$, na qual

a) $N = 6\,814$ estabelecimentos agrícolas, especìficamente triticultores,

b) X = área (hectares) cultivada com trigo, Y = produção do aludido cereal, na *j-ésima* unidade populacional, X e Y concorrem com as grandezas X_j e Y_j, respectivamente,

c) são conhecidos os parâmetros da distribuição de X, calculados por ocasião do término do plantio da semente $T_X = 252\,118$, $\mu_X = 37{,}00$, $\sigma^2_X = 439{,}32579$, $\gamma^2_X = 0{,}32091$

O problema que se põe, consiste em estimar T_Y — ou seja o total da produção tritícola nos $N = 6\,814$ estabelecimentos —, fazendo-se a estimação no instante em que se conclui a plantação, e, portanto, com meses de anterioridade à colheita Habilitam-se, dessarte, as emprêsas, estatais e particulares, interessadas no mercado do trigo (produção, financiamento, ensilagem, transporte, distribuição, venda etc), a planejar racionalmente suas atividades, com suficiente antecedência

Nada se sabe a respeito da distribuição de Y, a não ser que ela é fortemente correlacionada à de X, mas se ignora a grandeza de ρ_{XY} Em virtude de a estimação ter, no caso, caráter de predição, selecionam-se, com eqüiprobabilidade, $f = (n / N)$, e sem reposição, n estabelecimentos, nos quais se investiga a produção da safra anterior, relativamente à área agora semeada, desde que a passada se houvesse processado naturalmente, sem a interferência de eventualidades anormais Em caso de verificação de anormalidades, indaga-se o rendimento médio, por hectare, sob condições normais, inclusive no que tange à manutenção, ou não, das condições de plantio e de cuidados à lavoura

Para $\gamma_X^2 = 0{,}3209$; $\delta = 1{,}960$, $|\varepsilon'| = |0{,}10|$, $(1-\alpha) = 0{,}95$, calcula-se: $n = 120$ estabelecimentos, os quais, selecionados na forma indicada e investigados, produzem informações numéricas, sumarizadas a seguir:

a) quanto a y

$T_y^* = 33\,126$, $\bar{y} = \left(T_y^* / n\right) = 276{,}05$, $\bar{y}^2 = 76\,209{,}1236$; $m'_{20} = 100\,386{,}9333$,

$m_{20} = s_y^2 = 24\,177{,}8097$, $s_y = 115{,}49$, $g_y^2 = \left(s_y^2 / \bar{y}^2\right) = 0{,}3173$, $\hat{\sigma}_Y^2 = 24\,380{,}9036$; $\hat{\gamma}_Y^2 = 0{,}3199$;

b) quanto a x:

$T_x^* = 4450$, $\bar{x} = \left(T_x^* / n\right) = 37{,}08$, $\bar{x}^2 = 1374{,}9264$, $m'_{02} = 1822{,}1417$; $m_{02} = s_x^2 = 447{,}2153$;

$s_x = 21{,}15$, $g_x^2 = \left(s_x^2 / \bar{x}^2\right) = 0{,}3253$,

c) quanto a q e $\bar{r}$:

$$q = (\bar{y} / \bar{x}) = 7{,}4448 \doteq 7{,}44, \quad \bar{r} = \left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{i=1}^{n} (r_i)\right] = \frac{890{,}42}{120} = 7{,}4202 \doteq 7{,}42,$$

$$s_r^2 = \left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{i=1}^{n} (r_i^2)\right] - (\bar{r})^2 = 55{,}5091 - 55{,}0564 = 0{,}4527,$$

$$g_r^2 = \left(s_r^2 / \bar{r}^2\right) = 0{,}008222 \doteq 0{,}0082,$$

d) quanto a medidas conjuntas:

$m'_{11} = 13\,481{,}2756$, $(\bar{x}\,\bar{y}) = 10\,235{,}9340$, $m_{11} = s_{xy} = 3\,245{,}3416$, $\hat{\sigma}_{XY} = 3\,272{,}6025$;

$$\hat{\rho}_{XY} = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y} = \frac{3\,245{,}3416}{3\,288{,}6135} = 0{,}9868$$

Dos cálculos que se seguem, elimina-se o fator de correção da finidade de π, porque

$$\left(\frac{N-1}{N}\right) = \frac{6813}{6814} = 0{,}99985 \doteq 1$$

Segundo o modêlo de amostragem simples,

$$\hat{T}_{Y,0} = N\,\hat{\mu}_{Y,0} = N\,\bar{y} = 6814\,(276{,}05) = 188\,100 \tag{4 3 1}$$

De acôrdo com estimadores através de razão:

a) $T^*_{Y,1} = q\,T_X = 7{,}44\,(252\,118) = 187\,576,$ (4 3 2)

b) $T^*_{Y,2} = \bar{r}\,T_X = 7{,}42\,(252\,118) = 187\,072,$ (4 3 3)

c)
$$\hat{T}_{Y,3} = N\,\hat{\mu}_{Y,3} = N\left[\bar{r}\,\mu_X + \left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{n}{n-1}\right)(\bar{y} - \bar{r}\,\bar{x})\right] =$$
$$= N\left[\bar{r}\,\mu_X + \left(\frac{n}{n-1}\right)(\bar{y} - \bar{r}\,\bar{x})\right] = 6814\left\{(7{,}42)\,(37{,}00) + 1{,}0084\left[276{,}05 - \right.\right.$$
$$\left.\left. - (7{,}42)\,(37{,}08)\right]\right\} = 187\,705, \tag{4 3 4}$$

d) visto que $T^*_{Y,14}$ é afim a $T\hat{\mu}_{Y,3}$,

$$T^*_{Y,14} = N\left[q\,\mu_X + \left(\frac{n}{n-1}\right)(\bar{y} - \bar{r}\,\bar{x})\right] = 6814\left[(7{,}44)\,(37{,}00) + 0{,}93\right] = 188\,209; \tag{4 3 5}$$

$e)$ $$T^*_{Y,4} = N\mu^*_{Y,4} = (N\mu_X)\left[\left(\frac{1}{n-1}\right)(n\,q - \bar{r})\right] = 252\,118\left[0{,}0084\,(892{,}80 - 7{,}42)\right] =$$

$$= 252\,118\left[0{,}0084\,(885{,}38)\right] = 252\,118\,(7{,}4372) = 187\,576, \qquad (4\ 3\ 6)$$

$f)$ os estimadores $T^*_{Y,5}$ e $\hat{T}^*_{Y,6}$ não são aplicáveis porque dizem respeito a populações em que $\rho_{XY} < 0$,

$g)$ o estimador $T^*_{Y,7}$ resulta de

$$T^*_{Y,7} = N\mu^*_{Y,7} = q_D\,(N\mu_X) = q_D\,T_X = T_X\left[2\,q - \left(\frac{1}{2}\right)(q_1 + q_2)\right], \qquad (4\ 3\ 7)$$

e decorre de duas subamostras, cada qual de tamanho $\bar{n} = (n/2) = (120/2) = 60$ Selecionando-se, a partir de A_n, $\bar{n} = 60$ unidades, com eqüiprobabilidade e sem reposição, calculam-se:

g 1) $T^*_{y,1} = 15\,645$, $\bar{y}_1 = \left(T^*_{y,1}/\bar{n}\right) = 260{,}75$, $T^*_{x,1} = 2\,110$, $\bar{x}_1 = \left(T^*_{x,1}/\bar{n}\right) = 35{,}17$,

$$q_1 = \frac{\bar{y}_1}{\bar{x}_1} = \frac{260{,}75}{35{,}17} = 7{,}41379 \doteq 7{,}41,$$

g 2) na segunda subamostra, constituída das restantes $\bar{n} = 60$ unidades:

$$T^*_{y,2} = 17\,481,\quad \bar{y}_2 = \left(T^*_{y,2}/60\right) = 291{,}35,\quad T^*_{x,2} = 2\,340,\quad \bar{x}_2 = \left(T^*_{x,2}/60\right) = 39{,}00,$$

$$q_2 = \frac{\bar{y}_2}{\bar{x}_2} = \frac{291{,}35}{39{,}00} = 7{,}47051 \doteq 7{,}47,$$

g 3) como $q = (\bar{y}/\bar{x}) = 7{,}44$, e tendo-se em vista (4 3 7),

$$T^*_{Y,7} = 252\,118\left[2\,(7{,}44) - \left(\frac{1}{2}\right)(7{,}41 + 7{,}47)\right] = 252\,118\,(7{,}44) = 187\,576, \qquad (4\ 3\ 8)$$

$h)$

$$T^*_{Y,8} = q_B\,T_X = (q\,T_X)\left[\frac{1 + \left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{1}{n-1}\right)\left(\frac{s_{xy}}{\bar{x}\,\bar{y}}\right)}{1 + \left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{1}{n-1}\right)\left(\frac{s^2_x}{\bar{x}^2}\right)}\right], \qquad (4\ 3\ 9)$$

onde $q = 7{,}44$, $\left(\frac{N-n}{N}\right) = 0{,}9824$, $\left(\frac{1}{n-1}\right)\left(\frac{s_{xy}}{\bar{x}\,\bar{y}}\right) = \left(\frac{1}{119}\right)(0{,}31705378) =$

$$= 0{,}0027,\quad \left(\frac{1}{n-1}\right)\left(\frac{s^2_x}{\bar{x}^2}\right) = \left(\frac{1}{119}\right)\left(\frac{447{,}2153}{1374{,}9264}\right) = 0{,}00273361 \doteq 0{,}0027,$$

$$q_B = (7{,}44)\left[\frac{1 + (0{,}9824)\,(0{,}0027)}{1 + (0{,}9824)\,(0{,}0027)}\right] = 7{,}44 \qquad q_B = q, \qquad (4\ 3\ 10)$$

e, finalmente,

$$T^*_{Y,8} = q_B\,T_X = 252\,118\,(7{,}44) = 187\,576 = T^*_{Y,1}; \qquad (4\ 3\ 11)$$

$i)$

$$T^*_{Y,9} = q_T\,T_X = (q\,T_X)\left\{1 + \left(\frac{N-n}{N}\right)\left[\left(\frac{1}{n-1}\right)\left(\frac{s_{xy}}{\bar{x}\,\bar{y}}\right) - \left(\frac{1}{n-1}\right)\left(\frac{s^2_x}{\bar{x}^2}\right)\right]\right\}, \qquad (4\ 3\ 12)$$

observando-se que os elementos numéricos, requeridos por q_T, foram calculados, há pouco, para q_B, donde

$$q_T = (7{,}44)\,[1 + (0{,}9824)\,(0{,}0027 - 0{,}0027)] = 7{,}44,\quad q_T = q = q_B, \qquad (4\ 3\ 13)$$

e finalmente,

$$T^*_{Y,9} = q_T\,T_X = (7{,}44)\,(252\,118) = 187\,576 = T^*_{Y,8} = T^*_{Y,1}, \qquad (4\ 3\ 14)$$

j) em resumo, até aqui:

Estimador usado	*Estimativa de* T_Y	
$\hat{T}_{Y,0}$	188 100	
$T^*_{Y\,1}$	187 576	
$T^*_{Y,2}$	187 072	
$\hat{T}_{Y,3}$	187 705	
$T^*_{Y,4}$	187 576	(4 3 15)
$T^*_{Y,7}$	187 576	
$T^*_{Y,8}$	187 576	
$T^*_{X,9}$	187 576	
$T^*_{Y,14}$	188 209	

Calculam-se, a seguir, as variâncias das distribuições de amostragem dos estimadores em pauta Para maior comodidade nessa calculação, opera-se com as expressões-limite dessas variâncias, o que não compromete sèriamente os resultados finais, tanto mais que se tem, quanto ao multiplicador finito,

$$\left(\frac{N-n}{N-1}\right) = \frac{6\,814 - 120}{6\,813} = \frac{6\,694}{6\,813} = 0{,}98254 \doteq 1$$

a) em relação a $\hat{\mu}_{Y,0}$:

$$V^2\{\hat{\mu}_{Y,0}\} = \left(\frac{\sigma^2_Y}{n}\right); \quad \hat{V}^2\{\hat{\mu}_{Y,0}\} = \left(\frac{\hat{\sigma}^2_Y}{n}\right) = \frac{24\,380{,}9036}{120} = 203{,}1742; \qquad (4\ 3\ 16)$$

b) quanto a $\mu^*_{Y,1}$: sua variância, em primeira aproximação, a $0\,(n^{-1})$, é:

$$V^2\{\mu^*_{Y,1}\} \doteq (\mu^2_Y)\left[\left(\frac{1}{n}\right)(\gamma^2_X + \gamma^2_Y - 2\,\rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y)\right]; \qquad (4\ 3\ 17)$$

$$\hat{V}^2\{\mu^*_{Y,1}\} \doteq (\bar{y}^2)\left[\left(\frac{1}{n}\right)(\gamma^2_X + \hat{\gamma}^2_Y - 2\,\hat{\rho}_{XY}\,\gamma_X\,\hat{\gamma}_Y)\right]; \qquad (4\ 3\ 18)$$

$$\hat{V}^2\{\mu^*_{Y,1}\} \doteq (76\,209{,}1236)\left\{\left(\frac{1}{120}\right)\left[0{,}3209 + 0{,}3199 - 2\,(0{,}9868)\,(0{,}5665)\,(0{,}5656)\right]\right\} =$$

$$= \left(\frac{76\,209{,}1236}{120}\right)(0{,}6408 - 0{,}6324) = 5{,}3346; \qquad (4\ 3\ 19)$$

c) quanto a $\mu^*_{Y,2}$:

$$V^2\{\mu^*_{Y,2}\} = \left[(\mu^2_X)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma^2_R}{n}\right)\right] \xrightarrow[N \to \infty]{} \left[(\mu^2_X)\left(\frac{\sigma^2_R}{n}\right)\right]; \qquad (4\ 3\ 20)$$

$$\hat{V}^2\{\mu^*_{Y,2}\} \doteq (\mu^2_X)\left(\frac{\hat{\sigma}^2_R}{n}\right) = (\mu^2_X)\left(\frac{n}{n-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)(s^2_r) = (\mu^2_X)\left(\frac{s^2_r}{n-1}\right), \qquad (4\ 3\ 21)$$

ressalvado que

$$\hat{\sigma}^2_R = \left[\left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{n}{n-1}\right)(s^2_r)\right] \xrightarrow[N \to \infty]{} \left(\frac{n}{n-1}\right)(s^2_r), \qquad (4\ 3\ 22)$$

e por substituição numérica, sabido que $s_r^2 = 0{,}4527$,

$$\hat{V}^2\left\{\mu^*_{Y,2}\right\} = \frac{(\mu_X)^2}{(n-1)}\left(s_r^2\right) = \frac{(37{,}00)^2}{119}(0{,}4527) = (11{,}50)\,(0{,}4527) = 5{,}2061; \qquad (4\ 3\ 23)$$

c.1) é oportuno ressaltar a pequenez da variância de $r \in A_n$. Deve-se esclarecer que, nas $n = 120$ observações de A_n, x assume valores no intervalo $[3; 96]$, donde a amplitude 93; $y \in [221; 754]$, com amplitude 533, porém $r \in [5{,}57; 8{,}78]$, com a amplitude $3{,}21$ A covariância de x e r é: $s_{xr} = \bar{y} - \bar{r}\,\bar{x} = 0{,}92$;

d) quanto a $\hat{\mu}_{Y,3}$: sua variância, registrada por (3 3 8), respeita à fórmula exata Se, entretanto, como na ilustração numérica de que ora se trata, $N \to \infty$; se a fração de amostragem é pequena, $f \leq 0{,}01$, se, ainda,

$$\left|\frac{\bar{x} - E\{\bar{x}\}}{E\{\bar{x}\}}\right| < 1 \quad \text{e} \quad \left|\frac{\bar{y} - E\{\bar{y}\}}{E\{\bar{y}\}}\right| < 1, \qquad (4\ 3\ 24)$$

se essas circunstâncias prevalecem, a variância de $\hat{\mu}_{Y,3}$, a $0\,(n^{-1})$, é aproximadamente igual à de $\mu^*_{Y,1}$ Assim, $V^2\left\{\hat{\mu}_{Y,3}\right\} \doteq V^2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\} = 5{,}3346$;

e) em harmonia com (4 2.1)

$$V^2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\} = V^2\left\{\hat{\mu}_{Y,3}\right\} = V^2\left\{\mu^*_{Y,7}\right\} = V^2\left\{\mu^*_{Y,8}\right\} = V^2\left\{\mu^*_{Y,9}\right\} = 5{,}3346; \qquad (4\ 3\ 25)$$

f) de outro lado,

$$V^2\left\{\hat{\mu}_{Y,0}\right\} = 203{,}1742, \quad V^2\left\{\mu^*_{Y,2}\right\} = 5{,}2061. \qquad (4\ 3\ 26)$$

Ressalta, de início, a extraordinária ineficiência de $\hat{\mu}_{Y,0}$, relativamente a qualquer dos demais estimadores considerados Confrontando-se a eficiência de $\mu^*_{Y,1}$, referentemente a $\hat{\mu}_{Y,0}$, tem-se·

$$\text{Eficiência} = \frac{V^2\left\{\hat{\mu}_{Y,0}\right\}}{V^2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\}} = \frac{203{,}1742}{5{,}3346} = 38{,}09, \qquad (4\ 3\ 27)$$

querendo isto dizer que, para se estimar μ_Y (e T_Y), com a precisão assegurada por $\mu^*_{Y,1}$, graças a amostra de tamanho n, é necessário se utilize, caso se opere com $\hat{\mu}_{Y,0}$, amostra de tamanho $38{,}09\,n$.

Com o mesmo tamanho, $n = 120$, calcularam-se: $\mu^*_{Y,1} = q\,\mu_X = 275{,}28$ e $\hat{\mu}_{Y,0} = \bar{y} = 276{,}05$. Os intervalos de confiança, quanto a μ_Y, usando-se $\mu^*_{Y,1}$ e $\hat{\mu}_{Y,0}$, para o mesmo coeficiente de confiança, $(1 - \alpha) = 0{,}95$, são:

a) empregando-se $\mu^*_{Y,1} = 275{,}28$; $V\left\{\mu^*_{Y,1}\right\} = \sqrt{V^2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\}} = 2{,}28$:

$$c_1 = \mu^*_{Y,1} - \delta\left(V\left\{\mu^*_{Y,1}\right\}\right) = 275{,}28 - (1{,}96)\,(2{,}28) = 275{,}28 - 4{,}47 = 270{,}81;$$

$$c_2 = \mu^*_{Y,1} + \delta\left(V\left\{\mu^*_{Y,1}\right\}\right) = 275{,}28 + (1{,}96)\,(2{,}28) = 275{,}28 + 4{,}47 = 279{,}75,$$

$$I_1 = [c_1;\ c_2]; \quad \text{Prob.}\left\{270{,}81 < \mu_Y < 279{,}75\right\} = 0{,}95; \qquad (4\ 3\ 28)$$

b) utilizando-se $\hat{\mu}_{Y,0} = 276{,}05$; $V\left\{\hat{\mu}_{Y,0}\right\} = \sqrt{V^2\left\{\hat{\mu}_{Y,0}\right\}} = 14{,}25$

$$c_1 = \hat{\mu}_{Y,0} - \delta\left(V\left\{\hat{\mu}_{Y,0}\right\}\right) = 276{,}05 - (1{,}96)\,(14{,}25) = 276{,}05 - 27{,}93 = 248{,}12;$$

$$c_2 = \hat{\mu}_{Y,0} + \delta\left(V\left\{\hat{\mu}_{Y,0}\right\}\right) = 276{,}05 + (1{,}96)\,(14{,}25) = 276{,}05 + 27{,}93 = 303{,}98;$$

$$I_0 = [c_1;\ c_2]; \quad \text{Prob.}\left\{248{,}12 < \mu_Y < 303{,}98\right\} = 0{,}95. \qquad (4\ 3\ 29)$$

Enquanto a amplitude de I_1 é $(279{,}75 - 270{,}81) = 2\,(4{,}47) = 8{,}94$, a de I_0 é $(303{,}98 - 248{,}12) = 2\,(27{,}93) = 55{,}86$, ou seja, 6,25 vêzes maior que a de I_1. Flutuação tão grande (55,86), em tôrno de μ_Y (cêrca de 20,24%), apresentada por $\hat{\mu}_{Y,0}$, veda o aproveitamento dêsse estimador, no caso em espécie A flutuação de $\mu^*_{Y,1}$, a derredor de μ_Y, é de 8,94, ou 3,25%

A igualdade, ou quase-igualdade, no tocante à eficiência, dos diversos estimadores baseados em razões $(q,\ \bar{r},\ q_D,\ q_B,\ q_T$ etc), é puramente acidental, ocorrente num caso particular, qual o da amostra A_n, que foi trabalhada Várias peculiaridades comuns concorrem para a verificação dessa igualdade múltipla, salientando-se entre elas:

a) o tamanho grande da amostra, $n = 120$ Quando $n > 50$, os diversos estimadores de μ_Y convergem estocàsticamente para êsse parâmetro Com isto, as distribuições de amostragem dos estimadores vão-se concentrando cada vez mais em tôrno de μ_Y, o que é revelado pelo decréscimo de $V^2\{\theta^*\}$;

b) além diso, tôdas as variâncias são expressas em primeira aproximação, a $0\,(n^{-1})$, e elas quase que se circunscrevem a

$$\left(\frac{\mu_Y^2}{n}\right)\left(\gamma_X^2 + \gamma_Y^2 - 2\rho_{XY}\,\gamma_X\,\gamma_Y\right); \qquad (4\ 3\ 30)$$

c) por apêgo à simplicidade, admitiu-se, tàcitamente, a infinidade de π, com o abandono dos multiplicadores finitos, visto que $[(N-1)/N] = 0{,}99985 \doteq 1$,

d) o não-abandono de multiplicadores finitos, e a expressão das variâncias a $0\,(n^{-2})$, ou a $0\,(n^{-3})$, modificam sensìvelmente os resultados numéricos,

e) a quase-igualdade entre as variâncias relativas de X e de Y $\left(\gamma_X^2 = 0{,}3280;\ \hat{\gamma}_Y^2 = 0{,}3199\right)$, e o coeficiente de correlação pràticamente igual a um $\left(\hat{\rho}_{XY} = 0{,}9868\right)$ determinam 1) a quase-anulação da componente de tendenciosidade de $\mu^*_{Y,1}$, tornando-o assintòticamente não tendencioso; 2) o acréscimo da eficiência dêsse estimador; 3) que, nessas condições, $\mu^*_{Y,1}$ se revela excelente estimador,

f) o reduzido valor numérico da variância de r, $(s_r^2 = 0{,}4527)$, indica a pequena flutuação dos n quocientes r_j, ao derredor de sua média, $\bar{r}$ Daí 1) a quase coincidência entre $\bar{r} = 7{,}42$ e $q = (\bar{y}/\bar{x}) = 7{,}44$, 2) a diminuta tendenciosidade de $\mu^*_{Y,2}$, pois $\hat{\sigma}_{RX} = 0{,}9277$; 3) a eficiência de $\mu^*_{Y,2}$ como estimador de μ_Y;

g) os fatos apontados nas alíneas precedentes fazem que se verifiquem as igualdades $q = q_D = q_B = q_T$, ensejando a $\mu^*_{Y,1}$ se ponha no mesmo nível, quanto à eficiência, de estimadores mais refinados, quais $\mu^*_{Y,7}$, $\mu^*_{Y,8}$ e $\mu^*_{Y,9}$

Tôdas essas conclusões, contudo — é necessário reafirmá-lo —, são inerentes a uma situação particular, qual a da ilustração numérica de que se cogitou, e não devem, de conseqüência, servir a generalizações Importa compreender que, sob certas circunstâncias, quanto à tendenciosidade de estimação e à eficiência, tal estimador é mais adequado que outro Antes, por isso, de se decidir pela adoção de peculiar estimador, incumbe certificar-se de que êle se coaduna, com efeito, às condições de específico problema

5 — *Modêlo regressivo*

5.1 — *Análise de regressão* A análise de regressão é interpretada como exemplo de hipótese linear Seja a seqüência $\{Y_h\}$, de $H < \infty$ variáveis, das quais: 1) Y_1 é uma variável aleatória real; 2) as demais $(H-1)$ variáveis são não-aleatórias, ou "variáveis sob contrôle", cujas medidas estão isentas de êrros O problema que se põe, respeita à determinação da expectância da variável aleatória Y_1, e essa determinação depende: 1) de um conjunto de parâmetros

$\{\theta_g\}$, $g = 1, 2, 3, \quad , (H-1)$; 2) das variáveis não-aleatórias, $\{Y_g\}$; 3) do modêlo linear

$$E\left\{y_1 | y_2, y_3, y_4, \quad , y_H\right\} = \sum_{g=1}^{(H-1)} (\theta_g Y_g) \qquad (5\ 1\ 1)$$

Fazendo-se, como nas quatro secções anteriores dêste trabalho, $Y_1 = Y$ (variável aleatória) e $Y_2 = X$ (variável não-aleatória), o modêlo retro é assim expresso:

$$E\left\{y | x\right\} = \mu_{X|Y} = Y_t = \alpha_{YX} + \beta_{YX} X = \alpha_{1\,2} + \beta_{12} X, \qquad (5\ 1\ 2)$$

onde: 1) o subscrito t, em Y_t, serve para caracterizar a feição teórica (ou modêlo, ou paradigma) da reta de regressão, representativa da expectância de Y, condicionada esta a dado valor de X, 2) $\alpha_{XY} = \alpha_{1\ 2}$ (notações usuais na Análise Estatística) indica o ponto em que Y_t intercepta o eixo das coordenadas, no sistema cartesiano, o que se verifica para o valor $x = 0$ de X; 3) $\beta_{YX} = \beta_{12}$ (notações igualmente comuns) é o coeficiente de regressão, de Y sôbre X, e exprime a inclinação da reta Y_t

Extraindo-se à população bivariada $\pi = \{u_j\} = \{Y_j\ X_j\}$, $(j = 1, 2, 3, \quad ., N < \infty)$, uma amostra de tamanho n, tem-se, em A_n:

$$(\bar{y} | x) = \bar{y}_x = y_t = a_{yx} + b_{yx} x = a_{1\,2} + b_{12} x \qquad (5\ 1\ 3)$$

Como se desconhecem $\alpha_{1\ 2}$ e β_{12}, parâmetros de (5 1 2), incumbe estimá-los por meio de $a_{1\ 2}$ e b_{12}, respectivamente. Entre os métodos de estimação, aplicáveis ao caso, há que referir ao de Bose (1938), ao de Wald (1940), ao de Nair--Shrivastava (1942), ao de Adichie (1967) e ao dos mínimos quadrados (Markoff, com a extensão de Neyman-David: 1938) Utiliza-se êste último, porque êle possui, sobretudo, a propriedade de assegurar estimadores da classe BLUE ("best linear unbiased estimate"), ou seja, melhores estimadores lineares não tendenciosos.

Rigoriza-se a teoria da regressão linear, em razão de exigências essenciais do método dos mínimos quadrados (MMQ), quais:

a) infinidade da população de origem Não há comprometimento do rigor, todavia, quando π se constitui de elevado número de unidades, $N \geq 5\,000$;

b) linearidade da regressão de Y sôbre X Noutras palavras: a expectância de Y, condicionada a dado valor x, de X, deve ser uma função linear de X, como em (5 1 2), genèricamente, ou $E\{y \mid x_j\} = \alpha_{1\ 2} + \beta_{12} X_j$;

c) Y é uma variável aleatória: seus valores, y, participantes de (5 1 3), são resultados de seleções aleatórias, X é uma variável "fixa", quer dizer, não-aleatória, e seus valores, x, são medidos sem êrro;

d) a variância condicionada de Y, ou $V^2\ \{y \mid x\}$, ou, ainda, σ_ε^2, é constante, manifestando-se, dessarte, a homocedasticidade Quer isto dizer que, a cada valor de X, corresponde uma distribuição de valores y, de Y, e essas distribuições (decorrentes dos vários possíveis x), em tôrno de $E\{y \mid x\}$, têm a mesma variância,

e) essas distribuições de Y, condicionadas a X, ou $f(y / x_j)$, são normais, com a média $E\{y \mid x_j\}$ e a variância σ_ε^2;

f) levantando-se, a partir da abcissa $X = x_j$, no sistema coordenado a que se fêz referência, há pouco, uma perpendicular, esta compreende duas ordenadas, finitas, que se superpõem, no todo ou em parte A primeira, y_j, concerne à grandeza que Y possui, efetivamente, na *j-ésima* unidade de π; a segunda, y_{tj}, respeita ao valor teórico de Y, obtido mediante o emprêgo do modêlo linear ora em apreciação, isto é, $y_{tj} = E\{y \mid x_j\}$ Por $|\varepsilon_j| = |y_j - y_{tj}|$, denotam-se os resíduos, com a significação topológica de distância, também denominados "erros residuais", o que justifica o símbolo ε, indicador tradicional de erro = (valor observado — valor teórico). Pode ocorrer $\varepsilon_j > 0$, ou $\varepsilon_j = 0$, ou $\varepsilon_j < 0$, segundo $y_j > y_{tj}$, ou $y_j = y_{tj}$, ou $y_j < y_{tj}$;

g) em face da definição de resíduo — genèricamente: $|\varepsilon| = |y - y_t|$ — então, em conseqüência, se tem:

g 1) quanto a (5 1 2):

$$Y = Y_t + \varepsilon = \alpha_{12} + \beta_{12} X + \varepsilon, \quad Y_j = Y_{tj} + \varepsilon_j = \alpha_{12} + \beta_{12} X_j + \varepsilon_j, \tag{5 1 4}$$

g 2) quanto a (5 1 3):

$$y = y_t + e = a_{1.2} + b_{12} x + e, \quad y_j = y_{tj} + e_j = a_{1.2} + b_{12} x_j + e_j, \tag{5 1 5}$$

h) os resíduos $|\varepsilon_j|$ são mùtuamente independentes, em relação a qualquer dos seus possíveis valores; $E\{\varepsilon_j \varepsilon_k\} = 0$, para $j \neq k$ Distribuem-se normalmente, em tôrno de $E\{\varepsilon_j\} = 0$, com a mesma variância σ^2_ε, para qualquer dos possíveis $X = x_j$. Há por assinalar, ainda, que $E\{\varepsilon_j \varepsilon_k\} = \sigma^2_\varepsilon$, para $j = k$ Isto pôsto, define-se ε como uma variável aleatória normal, associada a Y_t;

i) visto que Y_t é uma função linear da variável aleatória normal ε, então Y_t se distribui normalmente.

Não são poucas, nem simples, como se nota, as exigências essenciais do MMQ, nem sempre atendíveis, na prática, particularmente as consubstanciadas na Alínea h) Se elas não forem satisfeitas estritamente, a estimação daqueles parâmetros (α_{12} e β_{12}) estará comprometida, caso se opere com amostras pequenas. Em se trabalhando, porém, com grandes amostras, a distorção das estimativas é de pequena monta

De acôrdo com o Teorema de Markoff, enriquecido com a extensão que lhe fazem Neyman-David (1938), o MMQ assegura, para dado $X = x_j$:

a) estimativa linear, não tendenciosa, de Y_t, a qual, ademais disso, goza da propriedade de o respectivo estimador apresentar variância mínima (propriedade da eficiência), em sua distribuição de amostragem;

b) estimativa equivalente, no tocante à eficácia da estimação, àquela que se obteria mercê do método da máxima verossimilhança, e isto, em virtude da normalidade de ε;

c) estimador cuja distribuição converge estocàsticamente, com rapidez, para a normal, quando se acresce o tamanho da amostra, nos casos em que, diferentemente das duas alíneas anteriores, se não verifica a presença da normalidade, exata ou assintòticamente, na distribuição de Y_t

Inicialmente, há que explicitar a_{12} e b_{12}, de (5 1 5), para, depois, utilizá-los como estimadores de α_{12} e β_{12}, respectivamente, a_{12} e b_{12} devem ser tais, que satisfaçam à injunção de

$$SQR = \sum_{j=1}^{n} (y_j - y_{tj})^2 = \sum_{j=1}^{n} [y_j - (a_{12} + b_{12} x_j)]^2 = \text{mínimo}, \tag{5 1 6}$$

em que SQR = soma dos quadrados dos resíduos Resolvendo-se

$$\frac{\partial}{\partial a_{12}} (SQR) = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial}{\partial b_{12}} (SQR) = 0, \tag{5 1 7}$$

determina-se

$$a_{12} = \bar{y} - b_{12} \bar{x}, \quad b_{12} = \frac{s_{xy}}{s_x^2} = \frac{\sum_{j=1}^{n} [(x_j - \bar{x})(y_j - \bar{y})]}{\sum_{j=1}^{n} (x_j - \bar{x})^2} \tag{5 1 8}$$

Mediante substituição em (5 1 3), vem

$$(\bar{y} \mid x) = y_t = a_{12} + b_{12} x = \bar{y} \quad b_{12}(x - \bar{x}) = \bar{y} + r_{xy} \left(\frac{s_y}{s_x} \right) (x - \bar{x}), \tag{5 1 9}$$

pois $b_{12} = r_{xy} (s_y / s_x)$, dado que $r_{xy} = s_{xy} / (s_x . s_y)$.

A variância residual $m_{00002} = s_5^2 = s_e^2 = s^2_{y|x}$ é a média, em A_n, das n grandezas de SQR, ou seja, com vistas a (5 1 9):

$$s_5^2 = s_e^2 = \frac{SQR}{n} = \left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{i=1}^{n} (y_i - y_{ti})^2\right] = \left(\frac{1}{n}\right)\left\{\sum_{i=1}^{n} [y - \bar{y} + b_{12}(x - \bar{x})]^2\right\} =$$

$$= s_y^2 + b_{12}^2 s_x^2 - 2b_{12} s_{xy} = s_y^2 + \left(\frac{s_{xy}}{s_x^2}\right)^2 (s_x^2) - \frac{2s_{xy}}{s_x^2}(s_{xy}) = s_y^2 - \frac{s_{xy}^2}{s_x^2} =$$

$$= s_y^2 - \left(\frac{1}{s_x^2}\right)(r_{xy} s_x s_y)^2 = s_y^2 - r_{xy}^2 s_y^2 = s_y^2 \left(1 - r_{xy}^2\right) \qquad (5\ 1\ 10)$$

A partir da identidade $[(y - \bar{y}) = (y - y_t) + (y_t - \bar{y})]$, elevada ao quadrado, membro a membro; somadas as n grandezas de cada parcela resultante dessa quadratura; dividido por n cada qual dos somatórios, vem

$$\left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2\right] = \left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{i=1}^{n} (y_i - y_{ti})^2\right] + \left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{i=1}^{n} (y_{ti} - \bar{y})^2\right], \qquad (5\ 1\ 11)$$

ou: $s_y^2 = s_5^2 + s_t^2$, designando-se por s_t^2 a variância explicada pelo modêlo teórico, ou reta de regressão, ou ainda,

$$s_t^2 = \left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{i=1}^{n} (a_{12} + b_{12}x_i - \bar{y})^2\right] = \left(\frac{1}{n}\right)\left\{\sum_{i=1}^{n} [(\bar{y} - b_{12}\bar{x}) + (b_{12}x_i - \bar{y})]^2\right\} =$$

$$= \left(\frac{1}{n}\right)\left\{\sum_{i=1}^{n} [b_{12}(x_i - \bar{x})]^2\right\} = b_{12}^2 s_x^2 = \left[r_{xy}\left(\frac{s_y}{s_x}\right)\right]^2 (s_x^2) = r_{xy}^2 s_y^2 \qquad (5\ 1\ 12)$$

Daí se conclui:

a) a aditividade das variâncias. $s_y^2 = s_5^2 + s_t^2$,

b) a variância residual, $s_5^2 = s_e^2 = s_y^2 (1 - r^2_{xy})$, é igual ao produto da variância de y pelo coeficiente de alienação $(1 - r^2_{xy})$ Quanto maior a proporção devida a s_5^2, em s_y^2, tanto menor é r^2_{xy}, e, conseqüentemente, tanto maior a heterogeneidade dos valores teóricos, y_t, ou $(\bar{y} \mid x)$, em face dos valores observados, y;

c) a variância explicada, $s_t^2 = r_{xy}^2 s_y^2$, é igual ao produto da variância de y pelo coeficiente de determinação, r_{xy}^2, que é o quadrado do coeficiente de correlação linear. Daí, $r_{xy}^2 = (s_t^2 / s_y^2)$. Quanto maior a proporção de $s_t^2 \leq s_y^2$ em s_y^2, tanto maior é r^2_{xy} é, corolàriamente, tanto maior a homogeneidade dos valores teóricos, y_t, em relação aos valores observados, y;

d) em suma: s_5^2 mede a área de discrepância (ou de heterogeneidade) das n magnitudes do modêlo linear y_t, relativamente aos valores observados de $y \in A_n$; s_t^2 exprime a área de concordância (ou de homogeneidade) entre y_t e y.

Atendendo-se a que A_n não representa um ponto-de-chegada, mas um ponto-de-partida, onde se principia o labor de estimar os parâmetros de $Y_t = (\alpha_{12} + \beta_{12} X)$, há que demandar ao espaço S, da amostra No caso específico da regressão, X não é uma variável aleatória, conforme se explicou, quando se descreveram as exigências essenciais do MMQ Denotam-se por $\bar{x}_c$ e $s^2_{x,c}$ a média e a variância de X, na amostra A_n: ambos os elementos são constantes em tôdas as amostras do espaço S Por isso: $E\{\bar{x}_c\} = \bar{x}_c =$ expectância de uma constante, e, pelo mesmo motivo, $E\left\{s^2_{x,c}\right\} = s^2_{x,c}$; òbviamente, $V^2\left\{\bar{x}_c\right\} = V^2\left\{s^2_{x,c}\right\} = 0 =$ variância de uma constante.

Estude-se a distribuição de b_{12}, dando-lhe nova forma, por comodidade:

$$b_{12} = \frac{s_{xy}}{s_x^2} = \frac{(n^{-1})\left[\sum^n (x_j\, y_j)\right] - (\bar{x}\,\bar{y})}{(n^{-1})\left[\sum^n (x_j - \bar{x})^2\right]} = \left[\frac{1}{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}\right]\left[\sum_{j=1}^n (x_j\, y_j) - (n\,\bar{x}\,\bar{y})\right] =$$

$$= \left[\frac{1}{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}\right]\left\{\sum_{j=1}^n (x_j\, y_j) - \bar{x}\left[\sum_{j=1}^n (y_j)\right]\right\} = \left[\frac{1}{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}\right]\left\{\sum_{j=1}^n [(x_j - \bar{x})\,(y_j)]\right\} =$$

$$= \sum_{j=1}^n (c_j\, y_j)\,; \qquad c_j = \frac{(x_j - \bar{x})}{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2} \tag{5 1 13}$$

Tem-se que $\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2 = n s^2_{x,c}$ (5 1 14)

Assim,

$$E\left\{b_{12}\right\} = E\left\{\sum_{j=1}^n (c_j\, y_j)\right\} = \sum_{j=1}^n \left[c_j\left(E\left\{y \mid x_j\right\}\right)\right] = \left(\frac{1}{n\, s^2_{x,c}}\right)\left\{\sum\left[(x_j - \bar{x})\,(\alpha_{12} + \beta_{12}\, x_j)\right]\right\} =$$

$$= \beta_{12}\left(\frac{s^2_{x,c}}{s^2_{x\,c}}\right) = \beta_{12}\,, \tag{5 1 15}$$

isto é· b_{12} é um estimador não tendencioso de β_{12} Portanto, $\hat{\beta}_{12} = b_{12}$

A variância da distribuição de amostragem de b_{12} é deduzida, a seguir

$$V^2\left\{b_{12}\right\} = M_2\left\{b_{12}\right\} = V^2\left\{\left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{j=1}^n (c_j\, y_j)\right]\right\} = \sum_{1=j}^n \left[c_j^2\left(V^2\left\{y \mid x_j\right\}\right)\right] =$$

$$= \left(\frac{1}{n\, s^2_{x,c}}\right)^2 \left\{\sum\left[(x_j - \bar{x})^2\left(\sigma^2_{\varepsilon}\right)\right]\right\} = \frac{\sigma^2_{\varepsilon}}{n^2}\left(\frac{1}{s^4_{x\,c}}\right)\left(n\, s^2_{x,c}\right) = \frac{\sigma^2_{\varepsilon}}{n\, s^2_{x\,c}} \tag{5 1 16}$$

Mas, na população, correspondentemente a (5 1 10) e (5 1 12),

$$\sigma^2_Y = \sigma^2_{\varepsilon} + \sigma^2_t\ ,\quad \sigma^2_t = \rho^2_{XY}\,\sigma^2_Y\ ,\quad \sigma^2_{\varepsilon} = \left(1 - \rho^2_{XY}\right)\sigma^2_Y \tag{5 1 17}$$

Pode-se, então, exprimir a variância da distribuição de amostragem de $b_{12} = \hat{\beta}_{12}$, sob o modo seguinte:

$$V^2\left\{b_{12}\right\} = \frac{\sigma^2_{\varepsilon}}{n\, s^2_{x,c}} = \left(\frac{\sigma^2_Y}{n}\right)\left(\frac{1 - \rho^2_{XY}}{s^2_{x,c}}\right) \tag{5 1 18}$$

Numa particular amostra, A_n, de tamanho n, tem-se que $a_{1\ 2} = (\bar{y} - b_{12}\,\bar{x})$ No espaço S, $a_{1\ 2}$ é uma variável aleatória com S determinações, da mesma forma que o são $\bar{y}$ e b_{12}, já no que tange a $\bar{x}$, essa média permanece invariável em cada possível amostra do espaço S Daí, a adoção do símbolo $\bar{x}_c = \bar{x}$, a exemplo do que se fêz, quando na dedução da expectância de b_{12} As variáveis aleatórias $a_{1\ 2}$ e b_{12} são funções ortogonais (sua variação é independente em S), e a primeira delas se distribui ao derredor da média $E\{a_{1\,2}\}$, abaixo demonstrada:

$$E\{a_{12}\} = E\{(\bar{y}_x - b_{12}\bar{x}_c)\} = E\{\bar{y}_x\} - E\{b_{12}\bar{x}_c\} = E\{\bar{y}_x\} - (\beta_{12}\bar{x}_c) =$$

$$= E\left\{\left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{i=1}^{n}(y|x_i)\right]\right\} - (\beta_{12}\bar{x}_c) = \left(\frac{1}{n}\right)\left[\Sigma(\alpha_{12} + \beta_{12}x_i)\right] - (\beta_{12}\bar{x}_c) =$$

$$= \left(\frac{1}{n}\right)(n\alpha_{12}) + (\beta_{12})\left[\left(\frac{1}{n}\right)\sum_{i=1}^{n}(x_i)\right] - (\beta_{12}\bar{x}_c) =$$

$$= \alpha_{12} + \beta_{12}\bar{x}_c - \beta_{12}\bar{x}_c = \alpha_{12}\,, \qquad E\{a_{12}\} = \alpha_{12}\,, \tag{5 1 19}$$

quer dizer: $a_{1\,2}$ é um estimador não tendencioso de $\alpha_{1\,2}$ Logo: $\hat{\alpha}_{1\,2} = a_{1\,2}$.

Quanto à variância da distribuição de amostragem de $a_{1\,2}$, tem-se:

$$V^2\{a_{12}\} = M_2\{a_{12}\} = V^2\{(\bar{y}_x - b_{12}\bar{x}_c)\} = V^2\{\bar{y}_x\} + V^2\{b_{12}\bar{x}_c\} - 2\,Cov\,\{\bar{y}_x, b_{12}\bar{x}_c\} =$$

$$= \left(\frac{\sigma^2_\varepsilon}{n}\right) + \left[(\bar{x}_c)^2\left(V^2\{b_{12}\}\right)\right] = \left(\frac{\sigma^2_\varepsilon}{n}\right) + (\bar{x}_c)^2\left(\frac{\sigma^2_\varepsilon}{ns^2_{x\,c}}\right) = \left(\frac{\sigma^2_\varepsilon}{n}\right)\left[1 + \left(\frac{\bar{x}^2_c}{s^2_{x\,c}}\right)\right], \tag{5 1 20}$$

observado que a covariância de $\bar{y}_x$ e $b_{12}\bar{x}_c$ é nula, pois $Cov\,\{\bar{y}_x\,, b_{12}\} = 0$

Os estimadores $\hat{\alpha}_{1\,2} = a_{1\,2}$ e $\hat{\beta}_{12} = b_{12}$, de $\alpha_{1\,2}$ e β_{12}, respectivamente, foram obtidos através do MMQ, graças à minimização de SQR, segundo (5 1 6) Estimadores dêsses parâmetros, consoante o método da máxima verossimilhança, são deduzidos abaixo

A função de densidade de probabilidade condicional de y, dado x, é

$$f(y|x) = \left[(2\pi\sigma^2_\varepsilon)\right]^{-(1/2)}\left\{exp\ -\left(\frac{1}{2}\right)\left[\frac{y - (\alpha_{1.2} + \beta_{12}x)}{\sigma_\varepsilon}\right]^2\right\}, \tag{5 1 21}$$

sendo a função de verossimilhança, L, expressa por meio de

$$L = \prod_{i=1}^{n}\left[(2\pi\sigma^2_\varepsilon)^{-(1/2)}\right]\left\{exp\ -\left(\frac{1}{2}\right)\left[\frac{y_i - \alpha_{1.2} + \beta_{12}x_i}{\sigma_\varepsilon}\right]^2\right\}, \tag{5 1 22}$$

a qual, logaritmada (Log = logaritmo neperiano), se converte em

$$Log\ L = -\left(\frac{n}{2}\right)(Log\ 2\pi) - \left(\frac{n}{2}\right)(Log\ \sigma^2_\varepsilon) - \left(\frac{1}{2\sigma^2_\varepsilon}\right)\left\{\sum_{i=1}^{n}[y_i - (\alpha_{12} + \beta_{12}x_i)]^2\right\} \tag{5 1 23}$$

Calculando-se

$$\frac{\partial}{\partial\alpha_{12}}(Log\ L) = 0,\ \frac{\partial}{\partial\beta_{12}}(Log\ L) = 0,\ \frac{\partial}{\partial\sigma_3}(Log\ L) = 0, \tag{5 1 24}$$

obtêm-se os estimadores máximo-verossímeis, α^*_{12}, β^*_{12} e σ^*_ε, dos parâmetros $\alpha_{1\,2}$, β_{12} e σ_ε, respectivamente Resolvendo-se (5 1 24), encontra-se:

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \alpha^*_{12} - \beta^*_{12}x_i) = 0,\quad \sum_{i=1}^{n}(x_i y_i - \alpha^*_{12}x_i - \beta^*_{12}x^2_i) = 0;$$

$$\left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{i=1}^{n}(y_i - \alpha^*_{12} - \beta^*_{12}x_i)^2\right] = \sigma^{*2}_\varepsilon \tag{5 1 25}$$

Resolvendo-se o sistema inscrito em (5 1 25), vem,

$$\alpha^*_{12} = \bar{y} - \beta^*_{12}\bar{x},\quad \beta^*_{12} = \frac{s_{xy}}{s^2_x} \qquad \alpha^*_{12} = a_{12} = \hat{\alpha}_{12}\,;\quad \beta^*_{12} = b_{12} = \hat{\beta}_{12}\,, \tag{5 1 26}$$

isto é: os estimadores pelo MMQ coincidem com os estimadores da máxima verossimilhança, porque as exigências essenciais da regressão linear — nos têrmos em que elas foram postas — incluem a da normalidade na distribuição de y_t Sob a condição de normalidade, MMQ e máxima verossimilhança, se equivalem

De passagem, note-se que o estimador máximo-verossímil σ_ε^{*2}, assinalado em (5 1 25), é tendencioso Com efeito,

$$E\left\{\sigma_\varepsilon^{*2}\right\} = \left(\frac{n-2}{n}\right)\left(s_\varepsilon^2\right) \neq \sigma_\varepsilon^2, \quad \text{dado que } [(n-2)/n] < 1 \tag{5 1 27}$$

Um estimador não tendencioso da variância residual é da forma

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \left(\frac{n}{n-2}\right)\left(s_c^2\right) = \left(\frac{1}{n-2}\right)\left[\sum_{j=1}^{n}(y_j - a_{1\,2} - b_{12}\,x_j)^2\right] = \hat{\sigma}_5^2 \tag{5 1 28}$$

Estudadas as variáveis aleatórias $a_{1\ 2}$ e b_{12}, resta y_t, inscrita em (5 1 5) por ser considerada Então,

$$E\left\{y_t\right\} = E\left\{(a_{1\,2} + b_{12}\,x)\right\} = E\left\{a_{1\,2}\right\} + E\left\{b_{12}\,x\right\} = \alpha_{1\,2} + \beta_{12}\,X = Y_t, \tag{5 1 29}$$

logo· y_t é um estimador não tendencioso de Y_t, $y_t = \hat{Y}_t$

A vaiiância da distribuição de amostragem de y_t é demonstrada como se segue

$$\begin{aligned}
V^2\left\{y_t\right\} &= V^2\left\{(a_{1\,2} + b_{12}\,x)\right\} = V^2\left\{[\bar{y} + b_{12}\,(x - \bar{x}_c)]\right\} = \\
&= V^2\left\{\bar{y}\right\} + V^2\left\{b_{12}\,(x - \bar{x}_c)\right\} + 2\ Covar\left\{\bar{y}\,;\, b_{12}\,(x - \bar{x}_c)\right\} = \\
&= V^2\left\{\bar{y}\right\} + (x - \bar{x}_c)^2\left(V^2\left\{b_{12}\right\}\right) + 2\,(0) = \\
&= \left(\frac{\sigma_5^2}{n}\right) + (x - \bar{x}_c)^2\left(\frac{\sigma_5^2}{n\,s_{x,c}^2}\right) = \left(\frac{\sigma_5^2}{n}\right)\left[1 + \frac{(x - \bar{x}_c)^2}{s_{x\,c}^2}\right],
\end{aligned} \tag{5 1 30}$$

recordando-se, a propósito, que é nula a covariância de $\bar{y}$ e $b_{12}\ (x - \bar{x}_c)$, porque $Covar\ \{\bar{y}\ , b_{12}\} = 0$

As variâncias de b_{12} (5 1 18), de $a_{1\ 2}$ (5 1 20) e de y_t (5 1 30) incluem parâmetros, cuja grandeza nem sempre é conhecida, o que impede de calculá-las diretamente, e o que obriga ao emprêgo de suas estimativas Assim,

a) quanto a b_{12}·

$$\begin{aligned}
V^2\left\{b_{12}\right\} &= \left(\frac{\sigma_5^2}{n\,s_{x\,c}^2}\right), \hat{V}^2\left\{b_{12}\right\} = \left(\frac{1}{n\,s_{x\,c}^2}\right)\left(\hat{\sigma}_5^2\right) = \left(\frac{1}{n\,s_{x,c}^2}\right)\left(\frac{n}{n-2}\right)\left(s_5^2\right) = \left(\frac{1}{s_{x,c}^2}\right)\left(\frac{s_5^2}{n-2}\right) = \\
&= \left(\frac{1}{s_{x,c}^2}\right)\left(\frac{1}{n-2}\right)\left[s_y^2\left(1 - r_{xy}^2\right)\right] = \left(\frac{s_y^2}{s_x^2}\right)\left(\frac{1 - r_{xy}^2}{n-2}\right) = \\
&= \left(\frac{b_{12}^2}{r_{xy}^2}\right)\left(\frac{1 - r_{xy}^2}{n-2}\right) = \left(\frac{b_{12}^2}{n-2}\right)\left(\frac{1 - r_{xy}^2}{r_{xy}^2}\right),
\end{aligned} \tag{5 1 31}$$

explicado o aparecimento de b_{12}^2, graças à interpretação de que $b_{12}^2 = \left(r_{xy}^2\right)\left(s_y^2 / s_x^2\right)$;

b) quanto a $a_{1\ 2}$:

$$V^2\{a_{1\,2}\} = \left(\frac{\sigma^2_\delta}{n}\right)\left[1 + \left(\frac{\bar{x}^2}{s^2_x}\right)\right], \hat{V}^2\{a_{1\,2}\} = \left(\frac{\hat{\sigma}^2_\delta}{n}\right)\left[1 + \left(\frac{\bar{x}^2}{s^2_x}\right)\right] =$$

$$= \left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{n}{n-2}\right)(s^2_\delta)\left[1 + \left(\frac{\bar{x}^2}{s^2_x}\right)\right] = \left(\frac{1}{n-2}\right)\left(\frac{s^2_y}{s^2_x}\right)(1 - r^2_{xy})(s^2_x + \bar{x}^2) =$$

$$= \left(\frac{1}{n-2}\right)\left(\frac{b^2_{12}}{r^2_{xy}}\right)(1 - r^2_{xy})(s^2_x + \bar{x}^2) = \left(\frac{b^2_{12}}{n-2}\right)\left(\frac{1 - r^2_{xy}}{r^2_{xy}}\right)(s^2_x + \bar{x}^2),$$

$$\hat{V}^2\{a_{1\,2}\} = \left(\hat{V}^2\{b_{12}\}\right)(s^2_x + \bar{x}^2), \tag{5 1 32}$$

c) quanto a y_t:

$$V^2\{y_t\} = \left(\frac{\sigma^2_\delta}{n}\right)\left[1 + \left(\frac{x - \bar{x}}{s_x}\right)^2\right] = \left(\frac{1}{n}\right)\left[\frac{s^2_x + (x - \bar{x})^2}{s^2_x}(\sigma^2_\delta)\right],$$

$$\hat{V}^2\{y_t\} = \left(\frac{1}{n}\right)\left[\frac{s^2_x + (x - \bar{x})^2}{s^2_x}\right](\hat{\sigma}^2_\delta) = \left(\frac{1}{n}\right)\left[\frac{s^2_x + (x - \bar{x})^2}{s^2_x}\right]\left[\left(\frac{n}{n-2}\right)(s^2_y)(1 -\right.$$

$$\left.- r^2_{xy})\right] = \left(\frac{b^2_{12}}{n-2}\right)\left(\frac{1 - r^2_{xy}}{r^2_{xy}}\right)\left[s^2_x + (x - \bar{x})^2\right], \tag{5 1 33}$$

$$\hat{V}^2\{y_t\} = \left(\hat{V}^2\{b_{12}\}\right)\left[s^2_x + (x - \bar{x})^2\right] = \left(\hat{V}^2\{a_{1\,2}\right)[x(x - 2\bar{x})] \tag{5 1 34}$$

5 2 — *15º estimador de T_Y* Os estimadores de razão, ou através de razão considerados na Secção 4, pressupõem a existência de relação linear entre X e Y, com a reta respectiva a cortar a origem do sistema coordenado, donde $\alpha_{1\ 2} = 0$, na equação de regressão. É possível, entretanto, que, em outras circunstâncias, persista a linearidade da relação, mas $\alpha_{1\ 2} \neq 0$, cabendo um modêlo regressivo, qual o inscrito em (5.1 4), isto é: $Y = Y_t + \varepsilon = \alpha_{1\ 2} + \beta_{12} X + \varepsilon$, estimável por meio de (5.1 5), ou seja: $y_t = a_{1\ 2} + b_{12}x$, $y = y_t + e$ Nesse caso, a média, μ_Y, tem por estimador a expressão assinalada em (5 1.9), na qual se substitui X por sua média, μ_X, que é conhecida, de acôrdo com a formulação do problema da estimação de μ_Y e de T_Y, descrita no Tópico 1 1 Assim,

$$\mu^*_{Y,15} = \bar{y} + b_{12}(\mu_X - \bar{x}), \quad T^*_{Y,15} = N\mu^*_{Y,15} = N[\bar{y} + b_{12}(\mu_X - \bar{x})] \tag{5 2 1}$$

Do exame de (5 2 1), conclui-se, de pronto, que a presença, ou não, de tendenciosidade, na estimação de μ_Y, por intermédio de $\mu^*_{Y,15}$, depende diretamente de b_{12}, vale dizer, da sua condição de estimador tendencioso, ou não, de β_{12}, em

$$Y_t = \mu_Y + \beta_{12}(X - \mu_X), \; Y = Y_t + \varepsilon = \mu_Y + \beta_{12}(X - \mu_X) + \varepsilon, \tag{5 2 2}$$

que define a relação entre Y e X, na população π

No Tópico 5 1, demonstrou-se que o MMQ assegura estimadores de $\alpha_{1\ 2}$ e β_{12}, tais que: 1) não são tendenciosos; 2) têm variância mínima, em sua distribuição de amostragem, manifestando eficiência, 3) se equivalem a estimadores de máxima verossimilhança, em virtude da normalidade de $y_t = a_{1\ 2} + b_{12}$. Ainda naquele tópico, ressalvou-se que a adoção do MMQ se acha subordinada à satisfação de exigências rigorosas: se elas não forem cumpridas, compromete-se sèriamente a estimação de β_{12}, como a de $\alpha_{1\ 2}$, e, conseqüentemente, a de μ_Y, por via de $\mu^*_{Y,15}$ Entre essas exigências, destacam-se, em especial: a infinidade da população de origem, a linearidade da equação de regressão (de Y sôbre X), a normalidade da distribuição de y_t, a homocedasticidade dos resíduos, bem assim sua normalidade e a independência estocástica entre êles, $E\{\varepsilon_j \varepsilon_k\} = 0$ para todo $j \neq k$

Nos problemas práticos, entretanto, que motivam a elaboração de projetos de pesquisas por Amostragem, o atendimento àquelas exigências pode ser difícil, ou, quiçá, impossível É óbvio que, se particular problema não responder adequadamente às nomeadas imposições, não se irá tratá-lo com o MMQ, que é específico Em alguns casos, todavia, há liceidade no emprêgo da teoria exposta no Tópico 5 1 isto, quando as aludidas restrições são respeitadas, se não plenamente, ao menos em caráter de admissível aproximação, e, sobretudo, quando se utilizam grandes amostras ($n > 50$) Assim,

a) quanto à infinidade de π e a extrações sem reposição Justifica-se que, em têrmos de aproximação, efetivamente válida, se aplique a referida teoria a populações finitas e a extrações com reposição, desde que $N \geqslant 5\,000$ e $f = (n / N) \leqq 0{,}01$,

b) quanto à linearidade da relação entre X e Y O requisito é severo, não tolerando transigência A teoria do Tópico 5 1 concerne à regressão linear, e não deve ser estendida, a qualquer título, a exemplo de regressão não-linear Recomenda-se que, perante particular situação, se comprove, como providência liminar, a pertinência do modêlo linear, fazendo-o por meio de teste de linearidade,

c) quanto à homocedasticidade Cuida-se de restrição tão relevante, quanto a da linearidade O impositivo atinente à constância de $V^2\{y \mid x\}$, isto é, da variância dos resíduos em tôrno da reta de regressão, pode, sob determinadas circunstâncias, admitir o emprêgo de regressão ponderada esta propicia, também, estimação não tendenciosa de μ_Y e de T_Y, graças a estimador que, além de tal propriedade, goza a da variância mínima em sua distribuição de amostragem Vale indicar, como modêlo de aplicação da regressão ponderada, o inteligente trabalho de Hazel (1942), dedicado à determinação do volume de madeira,

c 1) na Secção 4, apreciaram-se alguns exemplos de ponderação, embora não especìficamente regressivos Viu-se, naquela oportunidade, que, se Y é proporcional a X: 1) a variância relativa de Y tende a ser a mesma (estabilidade) para cada X, 2) se $E\{Y\}$ é proporcional a X, então σ_Y é proporcional a X, e σ^2_1, a X^2 Se os fatôres de ponderação, p, são, respectivamente, $(1 / x)$ e $(1 / x^2)$, disto decorre que:

$$b_{12} = \frac{\sum^n (p_j x_j y_j)}{\sum^n (p_j x_j^2)} = \frac{\sum^n [(1/x_j)(x_j y_j)]}{\sum^n \left[(1/x_j)(x_j^2)\right]} = \frac{\sum^n (y_j)}{\sum^n (x_j)} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = q, \qquad (5\ 2\ 3)$$

$$b_{12} = \frac{\sum^n (p_j x_j y_j)}{\sum^n (p_j x_j^2)} = \frac{\sum^n \left[(1/x_j^2)(x_j y_j)\right]}{\sum^n \left[(1/x_j^2)(x_j^2)\right]} = \frac{\sum^n (y_j / x_j)}{n} = \frac{\sum^n (r_j)}{n} = \bar{r} \qquad (5\ 2\ 4)$$

No que se segue, entende-se como cumpridas as exigências de linearidade, homocedasticidade e da finidade de π, relativamente a esta última, porém, compreendido que $N \geqq 5\,000$ e $f = (n / N) \leqq 0{,}01$, sendo $n \geqq 50$, donde a admissibilidade a extrações com reposição, mediante seleções eqüiprováveis das n unidades de π, necessárias à constituição da amostra A_n

Antes do exame da tendenciosidade de $\mu^*_{Y,15}$, segundo (5 2 1), cabe salientar a sua propriedade de convergência Basta se atente para o fato de que, quando $n = N$, a média $\bar{x}$ assume o valor μ_X, e y se converte em μ_Y Mas, se $\bar{x} = \mu_X$, daí resulta que $[b_{12}(\mu_X - \bar{x})] = 0$, e em conseqüência, $\mu^*_{Y,15}$ é igual a μ_Y, ou seja, transforma-se em estimador não tendencioso, assintòticamente, quando se acresce o tamanho da amostra

A tendenciosidade de $\mu^*_{Y\,15}$, repete-se, depende de b_{12}, em (5 2 1) Para fim de análise da matéria, duas situações fundamentais podem ser consideradas

a) é conhecido o valor de b_{12}, igual a determinado $\beta_{0,12}$. conhecido em razão de pesquisa anterior, ou levantamento paralelo, ou por outro meio idôneo Importa comprovar a correção do valor afirmado,

b) não se conhece β_{12}, devendo-se estimar êsse parâmetro.

No primeiro caso, leva-se $\beta_{0,12}$ a (5 2 1), em substituição a b_{12}, e, em conseqüência, $\mu^*_{Y,15}$ adquire a condição de estimador não tendencioso de μ_Y.

$$E\{\mu^*_{Y,15}\} = E\{\bar{y} + \beta_{0,12}(\mu_X - \bar{x})\} = E\{\bar{y}\} + E\{\beta_{0,12}(\mu_X - \bar{x})\} = E\{\bar{y}\} = \mu_Y, \quad (5\ 2\ 5)$$

vale dizer: $\mu^*_{Y,15} = \hat{\mu}_{Y,15}$, decorrente da substituição de uma variável aleatória, b_{12}, em (5 2 1), por uma constante, $\beta_{0,12}$. A variância da distribuição de amostragem de

$$\hat{\mu}_{Y,15} = \bar{y} + \beta_{0\,12}(\mu_X - \bar{x}) \quad (5\ 2\ 6)$$

é, semelhantemente a deduções realizadas no Tópico 5 1, a que se segue:

$$V^2\{\hat{\mu}_{Y,15}\} = M_2\{\hat{\mu}_{Y,15}\} = \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left\{\left(\frac{1}{N}\right)\sum_{j=1}^{n}[(Y_j - \mu_Y) - \beta_{0,12}(X_j - \mu_X)]^2\right\} =$$

$$= \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\left(\sigma^2_Y - 2\beta_{0,12}\,\sigma_{XY} + \beta^2_{0\,12}\,\sigma^2_X\right), \quad (5\ 2\ 7)$$

expressão de que participam parâmetros de grandeza ignorada $\left(\sigma^2_Y \text{ e } \sigma_{XY}\right)$, mas estimáveis pela forma usual, ou seja,

$$\hat{\sigma}^2_Y = \left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{n}{n-1}\right)\left(s^2_y\right), \quad \hat{\sigma}_{XY} = \left(\frac{N-1}{N}\right)\left(\frac{n}{n-1}\right)(s_{xy}) \quad (5\ 2\ 8)$$

Daí, então, — com a estimação, também, de σ^2_X, se fôr o caso —, o estimado de (5 2 7):

$$\hat{V}^2\{\hat{\mu}_{Y,15}\} = \left(\frac{N-n}{N}\right)\left(\frac{1}{n-1}\right)\left(\hat{\sigma}^2_Y + \beta^2_{0\,12}\,\hat{\sigma}^2_X - 2\,\beta_{0,12}\,\hat{\sigma}_{XY}\right) \quad (5\ 2\ 9)$$

Se se não dispõe de informação acêrca de $\beta_{0,12}$, cabe determinar b_{12}, em (5 2 1), como estimador de β_{12}. Já se sabe, através do Tópico 5 1, que $b_{12} = \hat{\beta}_{12}$ é um estimador não tendencioso e eficiente de β_{12}, se determinado pelo MMQ

Está-se admitindo, aqui, conforme advertência feita ao início do Tópico 5 2, ora em curso, se cumpram as exigências da linearidade, da homocedasticidade e da finidade condicionada Isto pôsto:

a) na amostra A_n:

$$\mu^*_{Y,15} = \bar{y} + b_{12}(\mu_X - \bar{x}); \quad b_{12} = \frac{\sum^{n}[(x_j - \bar{x})(y_j - \bar{y})]}{\sum^{n}(x_j - \bar{x})^2}; \quad (5\ 2\ 10)$$

b) na população π.

$$Y_t = \mu_{Y|X} = \mu_Y + \beta_{12}(X - \mu_X), \quad Y_{tj} = \mu_Y + \beta_{12}(X_j - \mu_X), \quad (5\ 2\ 11)$$

$$Y_j = Y_{tj} + \varepsilon_j; \quad \varepsilon_j = Y_j - Y_{tj} = Y_j - \mu_Y - \beta_{12}(X_j - \mu_X) \quad (5\ 2\ 12)$$

Calculando-se a média, $\bar{\varepsilon}$, de ε, em A_n, a partir de (5 2 12), vem:

$$\bar{\varepsilon} = \left(\frac{1}{n}\right)\left[\sum_{j=1}^{n}(\varepsilon_j)\right] = \left(\frac{1}{n}\right)\left\{\sum_{j=1}^{n}[Y_j - \mu_Y - \beta_{12}(X - \mu_X)]\right\},$$

$$\bar{\varepsilon} = \bar{y} - \mu_Y - \beta_{12}(\bar{x} - \mu_X), \quad \bar{y} = \mu_Y + \beta_{12}(\bar{x} - \mu_X) + \bar{\varepsilon} \quad (5\ 2\ 13)$$

Levando-se a (5 2 10) o valor de $\bar{y}$, segundo (5 2 13), obtém-se:

$$\mu^*_{Y,15} = [\mu_Y + \beta_{12}(\bar{x} - \mu_X) + \bar{\varepsilon}] + b_{12}(\mu_X - \bar{x}) = \mu_Y - \beta_{12}(\mu_X - \bar{x}) + b_{12}(\mu_X - \bar{x}) + \bar{\varepsilon},$$

$$\mu^*_{Y,15} = \mu_Y + (b_{12} - \beta_{12})(\mu_X - \bar{x}) + \bar{\varepsilon} \quad (5\ 2\ 14)$$

Na identificação da tendenciosidade de estimação de $\mu^*_{Y,15}$, ou seja,

$$t\left\{\mu^*_{Y,15}\right\} = E\left\{\mu^*_{Y,15}\right\} - \mu_Y = E\left\{\mu_Y + (b_{12} - \beta_{12})(\mu_X - \bar{x}) + \bar{e}\right\} - \mu_Y =$$

$$= E\left\{(b_{12} - \beta_{12})(\mu_X - \bar{x})\right\} + E\left\{\bar{e}\right\} = E\left\{(b_{12} - \beta_{12})(\mu_X - \bar{x})\right\}, \qquad (5\ 2\ 15)$$

há de ter presente:

a) $\bar{e} \neq 0$, mas $E\{\varepsilon\} = 0$, logo $E\{\bar{e}\} = 0$, porque, conforme (5 2 12):

$$\left(\frac{1}{N}\right)\left[\sum_{j=1}^{N}(\varepsilon_j)\right] = \left(\frac{1}{N}\right)\left\{\sum_{j=1}^{N}\left[Y_j - \mu_Y + \beta_{12}(X_j - \mu_X)\right]\right\} = \mu_Y - \mu_Y + \beta_{12}(\mu_X - \mu_X) = 0, \qquad (5\ 2\ 16)$$

b) $\bar{x}$ não é uma variável aleatória, mas um valor fixo, $\bar{x}_c$, em harmonia com esclarecimentos anteriores,

c) $\bar{y}$ independe, no sentido estocástico, de b_{12} Assim, *Covar.* $\{\bar{y};b_{12}\} = 0$,

d) a tendenciosidade de $\mu^*_{Y,15}$ — à vista da parte final de (5 2 15) — depende essencialmente de b_{12}

A propósito da derradeira alínea, recorde-se (5 1 13), a respeito de b_{12}, e, bem assim, que $Y_j = \mu_Y + \beta_{12}(X_j - \mu_X) + \varepsilon_j$:

$$b_{12} = \left[\frac{1}{\sum_{j=1}^{n}(x_j - \bar{x})^2}\right]\left\{\sum_{j=1}^{n}\left[(x_j - \bar{x})\,y_j\right]\right\} = \left[\frac{1}{\sum_{j=1}^{n}(x_j - \bar{x})^2}\right]\left\{\sum_{j=1}^{n}\left[(x_j - \bar{x})\right]\left[\mu_Y + \beta_{12}(x_j - \right.\right.$$

$$\left.\left.\mu_X) + e_j\right]\right\} = \left[\frac{1}{\sum_{j=1}^{n}(x_j - \bar{x})^2}\right]\left\{\sum_{j=1}^{n}\left[(x_j - \bar{x})\,\mu_Y\right] + \sum_{j=1}^{n}\left[(x_j - \bar{x})(x_j - \mu_X)\,\beta_{12}\right] + \right.$$

$$\left. + \sum_{j=1}^{n}\left[x_j - \bar{x})\,e_j\right]\right\} = \beta_{12} + \frac{\sum^{n}\left[(x_j - \bar{x})\,e_j\right]}{\sum_{j=1}^{n}(x_j - \bar{x})^2}; \quad (b_{12} - \beta_{12}) = W = \frac{\sum^{n}\left[(x_j - \bar{x})\,e_j\right]}{\sum_{j=1}^{n}(x_j - \bar{x})^2} \qquad (5\ 2\ 17)$$

Dá-se, em decorrência, nova forma a $\mu^*_{Y,15}$, segundo (5 2 14),

$$\mu^*_{Y\ 15} = \mu_Y + (b_{12} - \beta_{12})(\mu_X - \bar{x}) + \bar{e} = \mu_Y + W(\mu_X - \bar{x}) + \bar{e} \qquad (5\ 2\ 18)$$

Visto que $E\{\bar{e}\} = 0$ e $E\ \{\mu_Y\} = \mu_Y$, então a tendenciosidade de $\mu^*_{Y\ 15}$ é resultado de W, explicitada por (5 2 17) Se b_{12} é determinado de acôrdo com o MMQ (respeitadas as restrições que foram enunciadas prèviamente), $b_{12} = \hat{\beta}_{12}$ e, portanto, $E\{b_{12} = \hat{\beta}_{12}\} = \beta_{12}$, a tendenciosidade é nula Mas, se se descumprirem as nomeadas exigências, como, por exemplo, se a regressão fôr não-linear, a expressão simbolizada por W pode agravar sèriamente a tendenciosidade de $\mu^*_{Y,15}$ Não é esta, porém, a situação de que ora se cuida

A variância da distribuição de amostragem de $\mu^*_{Y,15}$ é, com base na fórmula deduzida no Tópico 5 1, a seguinte

$$V^2\left\{\mu^*_{Y,15} \mid x\right\} = \left(\frac{N - n}{N - 1}\right)\left(\frac{\sigma^2_{\bar{5}}}{n}\right)\left[1 + \frac{(\bar{x} - \mu_X)^2}{s^2_x}\right], \qquad (5\ 2\ 19)$$

na qual, como se demonstrou, antes,

$$\sigma^2_{\bar{5}} = \sigma^2_{\varepsilon} = \sigma^2_Y\left(1 - \rho^2_{XY}\right). \qquad (5\ 2\ 20)$$

Urge relevar que (5 2 19) respeita à variância de $\mu^*_{Y,15}$, para dado conjunto *fixo* de valores de X Em sendo assim:

a) essa fórmula não pode ser comparada às das variâncias dos estimadores de razão, ou através de razão, em virtude da natureza de sua formação, *b)* o confronto pode ser estabelecido se, ao invés de (5 2 19), se empregar a respectiva expectância, no espaço *S*, das amostras de tamanho n

A determinação dessa expectância abrange, apenas, a expressão dentro dos colchetes, porque o multiplicador que a precede, no segundo membro de (5 2 19), é constituído de números: N, n e σ^2_δ

Sugere-se que, para comodidade de trabalho, se faça,

$$\frac{(\bar{x}-\mu_X)^2}{s^2_x} = \frac{(\bar{x}-\mu_X)^2}{\sigma^2_X}\left(1+\frac{s^2_x-\sigma^2_X}{\sigma^2_X}\right)^{-1}, \quad c = \left(\frac{\bar{x}-\mu_X}{\sigma_X}\right)^2, \quad d = \left(\frac{s^2_x-\sigma^2_X}{\sigma^2_X}\right) \tag{5 2 21}$$

Em decorrência,

$$\left[1+\frac{(\bar{x}-\mu_X)^2}{s^2_x}\right] = 1 + c\,(1+d)^{-1}, \quad (1+d)^{-1} = \sum_{t=0}^{t=\infty}[(-1)^t\,(d)^t] \tag{5 2 22}$$

Desenvolvendo-se $(1+d)^{-1}$ em série, efetuando-se as multiplicações e calculando-se as expectâncias dos têrmos resultantes, determina-se a expectância de $[1+c\,(1+d)^{-1}]$, que deve figurar em (5 2 19) Cochran (1942) registra o resultado a que chegou, nesse desenvolvimento, com aproximação a $0\,(n^{-3})$:

$$E\left\{V^2\left\{\mu^*_{Y,15}\right\}\right\} = \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma^2_Y}{n}\right)\left(1-\rho^2_{XY}\right)\left[1+\left(\frac{1}{n}\right)+\left(\frac{3+2\beta_1}{n^2}\right)\right], \tag{5 2 23}$$

onde: 1) se introduz a correção de finidade (Cochran considerou população infinita) ; 2) $\beta_1 = \left(\mu^2_{03}/\mu^3_{02}\right)$ representa o quadrado do coeficiente de assimetria da distribuição de $X\,\varepsilon\,\pi$

Em grau mais rigoroso de aproximação — a $0\,(n^{-4})$, por exemplo —, a expressão entre colchetes é acrescida de novos têrmos, entre os quais aparece $\beta_{02} = (\mu_{04}/\mu^2_{02})$, que é o coeficiente de curtose da distribuição populacional de X

Em primeira aproximação, a $0\,(n^{-1})$, porém, para efeito de uniformidade de comparação a variâncias desenvolvidas na Secção 4, tem-se:

$$\overline{V}^2\left\{\mu^*_{Y,15}\right\} \doteq \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma^2_Y}{n}\right)\left(1-\rho^2_{XY}\right) \tag{5 2 24}$$

Confrontam-se, a seguir, três tipos de estimadores:

a) $\hat{\mu}_{Y,0}$, representativo da amostragem simples de unidades simples: estimação direta de μ_Y, por intermédio de $\bar{y} = \hat{\mu}_{Y,0}$, sem consideração ao conhecimento, de que se dispõe, de parâmetros da distribuição de X

b) $\mu^*_{Y,1}$, representativo do grupo de 14 estimadores através de razão, estudados na Secção 4,

c) $\mu^*_{Y,15}$, representativo de estimador baseado em regressão linear

Consoante deduções efetuadas antes:

$$V^2\left\{\hat{\mu}_{Y,0}\right\} = \left[\left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma^2_Y}{n}\right)\right] \xrightarrow[N\to\infty]{} \left(\frac{\sigma^2_Y}{n}\right), \tag{5 2 25}$$

$$V^2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\} \xrightarrow[N\to\infty]{} \left(\frac{1}{n}\right)\left(\sigma^2_Y + Q^2\,\sigma^2_X - 2\,Q\,\rho_{XY}\,\sigma_X\,\sigma_Y\right); \tag{5 2 26}$$

$$V^2\left\{\mu^*_{Y,15}\right\} \xrightarrow[N\to\infty]{} \left(\frac{\sigma^2_Y}{n}\right)\left(1-\rho^2_{XY}\right) \tag{5 2 27}$$

Já se demonstrou que

$$\left(V^2\left\{\mu^*_{Y,1}\right\}\right) < \left(V^2\left\{\hat{\mu}_{Y,0}\right\}\right), \quad se \quad \rho_{XY} > 0{,}50. \tag{5 2 28}$$

Confrontam-se, agora, $V^2\{\hat{\mu}_{Y,0}\}$ e $V^2\{\mu^*_{Y,15}\}$ A igualdade, ou não, entre ambas as variâncias, depende da grandeza de ρ_{XY}, ou, melhor, da de ρ^2_{XY} Ora, $\rho_{XY} \varepsilon [-1, +1]$ e $\rho^2_{XY} \varepsilon [0; 1]$

a) se $\rho_{XY} = 0 \quad V^2\{\hat{\mu}_{Y,0}\} = V^2\{\mu^*_{Y\,15}\}$, $\quad$ (5 2 29)

b) se $\rho_{XY} = -1$ *ou* $\rho_{XY} = +1$, *vem:* $\rho^2_{XY} = +1$, *e* $(1 - \rho^2_{XY}) = 0$ Portanto,

$$V^2\{\mu^*_{Y,15}\} = 0, \qquad \left(V^2\{\hat{\mu}_{Y\,0}\}\right) > \left(V^2\{\mu^*_{Y,15}\}\right). \tag{5 2 30}$$

c) em suma: se ρ_{XY} assume qualquer valor de seu domínio, com exceção do valor zero, o fator $(1 - \rho^2_{XY})$, componente de (5 2 27), é sempre um número positivo, menor que um, excluídos os extremos $(-1$ e $+1)$ do intervalo a que ρ_{XY} pertence

Daí, pois, a conclusão salvo a exceção $\rho_{XY} = 0$ — mas a consideração dessa hipótese é absurda, porque, ao formular ao problema da estimação, se afirmou a existência de correlação não-nula entre X e Y —, salvo exceção, repete-se, ocorre sempre

$$\left(V^2\{\hat{\mu}_{Y,0}\}\right) > \left(V^2\{\mu^*_{Y,15}\}\right), \tag{5 2 31}$$

e, quanto mais intensa fôr $\rho_{XY} \to |1|$, tanto mais $n \to 1$

Admita-se como plausível a hipótese de que, para o mesmo tamanho da amostra, $n > 1$, ocorra a igualdade da eficiência entre $\mu^*_{Y\,1}$ e $\mu^*_{Y\,15}$ Há que discernir as circunstâncias sob as quais essa igualdade ocorre, se é que ela se verifica

$$H_0 \quad \left(V^2\{\mu^*_{Y,1}\}\right) = \left(V^2\{\mu^*_{Y,15}\}\right;\ \left(\sigma^2_Y + Q^2\sigma^2_X - 2Q\,\rho_{XY}\,\sigma_X\,\sigma_Y\right) = \sigma^2_Y\left(1 - \rho^2_{XY}\right),$$

$$Q^2\sigma^2_X + \sigma^2_Y\rho^2_{XY} - 2Q\,\rho_{XY}\,\sigma_X\,\sigma_Y = 0,\ (\sigma_Y\,\rho_{XY} - Q\,\sigma_X)^2 = 0,$$

$$\left[\sigma_Y\left(\frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X\,\sigma_Y}\right) - (Q\,\sigma_X)\right]^2 = 0,\ \left[\left(\frac{\sigma_{XY}}{\sigma_Y}\right) - (Q\,\sigma_X)\right]^2 = 0 \tag{5 2 32}$$

Recorde-se que $(\sigma_{XY}/\sigma^2_X) = \beta_{12}$ e, de conseguinte, $\sigma_{XY}/\sigma_X = (\beta_{12}\,\sigma_X)$ Levando-se êsse têrmo a (5 2 32), vem

$$(\beta_{12}\,\sigma_X - Q\,\sigma_X)^2 = 0,\ \sigma^2_X(\beta_{12} - Q) = 0,\ \sigma^2_X > 0 \quad \beta_{12} - Q = 0,\ \beta_{12} = Q, \tag{5 2 33}$$

quer dizer a hipótese H_0, alusiva à igualdade da eficiência entre $\mu^*_{Y,1}$ e $\mu^*_{Y\,15}$, é correta, de fato, e verifica-se quando o quociente, ou razão, $Q = (\mu_Y / \mu_X)$, é igual ao coeficiente de regressão linear β_{12} A propósito:

a) $\mu^*_{Y,1}$ é tão eficiente quanto $\mu_{Y,15}$, quando β_{12} traduz simples proporcionalidade entre as médias paramétricas de X e de Y,

b) a verificação da proporcionalidade em espécie implica $\alpha_{1\,2} = 0$, isto é, a reta de regressão corta a origem do sistema coordenado Estimadores baseados em razão, do tipo genérico $[P_k\,(\bar{y}/\bar{x})]$, denotando-se por P_k fatôres de proporcionalidade, constituem, como se vê, casos particulares da regressão linear

Resta investigar.

a) se é possível ocorrer $\left(V^2\{\mu^*_{Y,15}\}\right) < \left(V^2\{\mu^*_{Y,1}\}\right)$,

b) se comprovada tal possibilidade, quais as condições que a produzem e a sustentam

$$H_1 \quad \left(V^2\{\mu^*_{Y,15}\}\right) < \left(V^2\{\mu^*_{Y,1}\}\right),\ \left[\left(V^2\{\mu^*_{Y\,15}\}\right) - \left(V^2\{\mu^*_{Y,1}\}\right)\right] < 0,$$

$$-\left(\sigma^2_Y\rho^2_{XY}\right) < \left(Q^2\sigma^2_X - 2Q\,\rho_{XY}\,\sigma_X\,\sigma_Y\right),\ -\left(\sigma^2_Y\rho^2_{XY}\right) < \left[\left(\frac{\mu_Y}{\mu_X}\right)^2(\sigma^2_X) \quad 2\left(\frac{\mu_Y}{\mu_X}\right)(\rho_{XY}\,\sigma_X\,\rho_Y)\right],$$

$$-\left(\sigma^2_Y\rho^2_{XY}\right) < \left(\mu^2_Y\gamma^2_X - 2\rho_{XY}\,\gamma_X\,\sigma_Y\,\mu_Y\right),$$

$$-\left(\rho^2_{XY}\right) < \left[\left(\frac{\mu^2_Y}{\sigma^2_Y}\right)(\gamma^2_X) - \left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_Y}\right)\left(\frac{\mu_Y}{\sigma_Y}\right)(2\rho_{XY}\,\gamma_X)\right],$$

$$-\left(\rho^2_{XY}\right) < \left[\left(\frac{\gamma_X}{\gamma_Y}\right)^2 - 2\rho_{XY}\left(\frac{\gamma_X}{\gamma_Y}\right)\right] \tag{5 2 34}$$

A desigualdade a que se acaba de chegar, como resultado da demonstração de que $\mu^*_{Y,15}$ é mais eficiente que $\mu^*_{Y,1}$, impõe esclarecimentos:

a) por motivos já explicados, ρ_{XY}, γ_X e γ_Y são diferentes de zero;

b) por pertinência, $\rho_{XY} \neq (\gamma_Y / \gamma_X)$. Compreende-se que o coeficiente de determinação ρ^2_{XY}, seja igual à razão entre as variâncias relativas de Y e de X, conforme o caso particular, examinado na Secção 4, sob imperativo da estrita proporcionalidade entre as distribuições de ambas variáveis; não, entretanto, na situação presente, em que se trata de modêlo regressivo, no qual $\alpha_{1,2} \neq 0$ e $\beta_{12} \neq (\mu_Y / \mu_X)$. A admissão aqui à impertinência $\rho_{XY} = (\gamma_Y / \gamma_X)$ gera um absurdo a seguir exposto:

$$\left(-\rho^2_{XY}\right) < \left[\rho^2_{XY} - (2\rho_{XY})(\rho_{XY})\right];\ \left(-\rho^2_{XY}\right) < \left(-\rho^2_{XY}\right), \tag{5 2 35}$$

isto é: o absurdo de um número $\left(-\rho^2_{XY}\right)$ ser menor do que êle próprio.

Em suma:

a) $\mu^*_{Y,1}$ é mais eficiente que $\hat{\mu}_{Y\,0}$ sempre que $\rho_{XY} > (+0{,}50)$;

b) $\mu^*_{Y,15}$ é mais eficiente que $\hat{\mu}_{Y,0}$, para qualquer valor de $\rho_{XY} \varepsilon [-1; +1]$, salvo para $\rho_{XY} = 0$;

c) $\mu^*_{Y,15}$ é mais eficiente que $\mu^*_{Y,1}$, sempre que $\rho_{XY} \neq (\gamma_X / \gamma_Y) \neq 0$,

d) comparou-se $\mu^*_{Y\,15}$ a um dos estimadores baseados em razão, $\mu^*_{Y,1}$. As conclusões são as mesmas, relativamente a $\hat{\mu}_{Y,3}$, $\mu^*_{Y,7}$, $\mu^*_{Y,8}$ e $\mu^*_{Y,9}$, em face de (4 3.25)

Exemplifica-se o uso de $\mu^*_{Y,15}$, com os dados numéricos do Tópico 4.3, segundo os quais, sendo $n = 120$

$$N = 6814;\ [(N-1)/N] = 0{,}99885 \doteq 1,\ [n/(n-1)] = 1{,}0084;\ \bar{x} = 37{,}08;\ \mu_X = 37{,}00;$$

$$\bar{y} = 276{,}05,\ s^2_x = 447{,}2153;\ s_x = 21{,}55;\ s^2_y = 24177{,}8097;\ s_y = 115{,}49;$$

$$\hat{\sigma}^2_Y = 24\,380{,}9036;\ s_{xy} = 3\,245{,}3416;\ \hat{\sigma}^2_{XY} = 3\,272{,}6025;\ \hat{\rho}_{XY} = 0{,}9868$$

De acôrdo com (5 2.1),

$$\mu^*_{Y,15} = \bar{y} + b_{12}(\mu_X - \bar{x}) = 276{,}05 + b_{12}(37{,}00 - 37{,}08) = 276{,}05 - 0{,}08\,b_{12}$$

Há que determinar b_{12}:

$$b_{12} = \frac{s_{xy}}{s^2_x} = \frac{3\,245{,}3416}{447{,}2153} = 7{,}26,\quad a_{12} = \bar{y} - b_{12}\bar{x} = 276{,}05 - (7{,}26)(37{,}08) = 6{,}85$$

$$\mu^*_{Y,15} = 276{,}05 - 0{,}08\,b_{12} = 276{,}05 - 0{,}08\,(7{,}26) = 276{,}05 - 0{,}58 = 275{,}47$$

$$T^*_{Y,15} = N\,\mu^*_{Y,15} = 6\,814\,(275{,}47) = 187\,705 = \hat{T}_{Y\,3}$$

$$y_i = \hat{Y}_i = a_{12} + b_{12}\,x = 6{,}85 + 7{,}26\,x$$

$$V^2\left\{\mu^*_{Y,15}\right\} \doteq \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\sigma^2_Y}{n}\right)\left(1 - \rho^2_{XY}\right):\ \textit{Fórmula 5 2 24}$$

$$V^2\left\{\mu^*_{Y,15}\right\} \doteq \left(\frac{N-n}{N-1}\right)\left(\frac{\hat{\sigma}^2_Y}{n}\right)\left(1 - \hat{\rho}^2_{XY}\right) \doteq \left(\frac{24\,380{,}9036}{120}\right)[1 - (0{,}9868)^2] =$$

$$= (203{,}1742)\,(1 - 0{,}9738) = (203{,}1742)\,(0{,}0262) = 5{,}3232$$

Relembre-se que se havia calculado a variância de $\hat{\mu}_{Y,0}$, e que se lhe determinara o valor 203,1742 As variâncias de $\mu^*_{Y,1}$, $\hat{\mu}_{Y,3}$, $\mu^*_{Y,7}$, $\mu^*_{Y\,8}$ e $\mu^*_{Y\,9}$ são (Tópico 4 3), na ilustração numérica em pauta, iguais entre si, isto é 5,3346

* * *

Examinaram-se alguns métodos e processos de estimação de razão, através de razão e através de regressão linear, desenvolvidos todos sôbre populações finitas, de unidades simples, sendo as amostras constituídas por meio de seleções eqüiprováveis e extrações sem reposição. Novos trabalhos, por serem publicados pròximamente, darão seguimento ao presente, e tratarão, em especial, dêsses métodos em modelos estratificados e em amostras selecionadas com probabilidades proporcionais a determinada medida

6 — *Referências bibliográficas*

ADICHIE, J N (1967) — Asymptotic efficiency of a class of non-parametric tests for regression parameters, *Ann math Statist*, *38*(3): 884

Idem (1967) — Estimates of regression parameters based on rank tests *Ibidem*, p 894

BARNARD, G A (1963) — The logic of least squares, *J roy Statist Soc*, 25 (B): 334

BARTLETT, M S (1933) — On the theory of statistical regression *Proc roy Soc Edinburgh*, 53: 260

BEALE, E M L (1962) — Some uses of computers in operacional research *Industrielle Organisation*, 31: 27

BERKSON, Joseph (1959) — Are there two regressions? *J Amer Statist Assoc*, 45: 164

COOK M.B (1951) — Bivariate k-statistics and cumulants of their joint sampling distribution *Biometrika*, 38: 179

COCHRAN, W G (1942) — Sampling theory when the sampling-units are of unequal sizes *J Amer Statist Assoc*, 37: 199

CRAIG, C C (1929) — On the frequency function of (y/x) *Ann Math*, 30: 471

CURTISS, J H (1941) — On the distribution of the quocient of two chance variables *Ann math. Statist*, 12: 409

DAVID, F.N & NEYMAN, J S (1938) — Extension of the Markoff's Theorem on least squares *Statist Res Memoirs*, 2: 105

DURBIN, J. (1953) — A note on regression when there is extraneous information about one of the coefficients *J Amer Statist Assoc*, 48: 779

Idem (1959) — A note on application of Quenouille's method of bias reduction to the estimation of ratios *Biometrika*, 46: 477

EICKER, F (1963) — Asymptotic normality and consistency of the least squares estimators for families of linear regression *Ann math Statist*, 34: 447

EISENHART, Churchill (1939) — The interpretation of certain regression methods and their use in biological and industrial research *Ann math Statist*, 10: 162

FIELLER, E C (1932) — The distribution of the index in a normal bivariate population, *Biometrika*, 24: 428

GAYLOR, D W & SWEENY, H C. (1965) — Design for optimal prediction in simple linear regression *J Amer Statist Assoc*, 60: 205

GEARY, R C. (1940) — The frequency distribution of the quocient of two normal variates *J roy Statist Soc*, 93: 442

Idem (1940) — Determination of linear relations betweens systematic parts of variables with errors of observation, the variance of which are unknown *Econometrica, 17*(1): 30

Idem 1(953) — Non-linear functional relationship between two variables when one variable is controlled *J Amer Statist Assoc*, 48: 94

GOODMAN, Leo A (1960) — On the exact variance of products *J Amer Statist Assoc*, 55: 708

GOODMAN, L A & HARTLEY, H O. (1968) — The precision of unbiased ratio-type estimators *J Amer Statist Assoc*, 53: 491

HARTLEY, H O & ROSS, A (1954) — Unbiased ratio-estimators *Nature*, 174: 270

HOTELLING, Harold (1940) — The selection of variates for use in prediction with some comments on the general problem of nuisance parameters *Ann math Statist*, 11: 271

HUNTINGTON, E V (1939) — Frequency distributions of product and quocient, *Ann math Statist*, 10: 195

JESSEN, R J. (1953) — Determining the fruit count on a tree, by randomized branch sampling *Biometrics*, 11, 99

JESSEN, R J; BLYTHE, Richard H; KEMPTHORNE, Oscar; DEMING, W Edwards (1947) — On a population sample for Greece *J Amer Statist Assoc*, 42: 357

JONES, Howard L (1956) — Investigating the properties of a sample mean by employing random subsamples means *J Amer Statist Assoc*, 51: 54

KOOP, J.C (1951) — A note on the bias of the ratio-estimate *Bull Intern Statist Inst*, *33*(2): 141 (Mathematical Statistics and Biometry)

LAHIRI, D B (1951) — A method of sample providing unbiased ratio-estimates *Bull Intern Statist Inst*, *33*(2): 133

LINDLEY, D V. (1947) — Regression lines and the linear functional relationship *J roy Statist Soc*, 9: 218 (Suppl)

MARSAGLIA, George (1965) — Ratios of normal variables and ratios of sums of uniform variables *J Amer Statist Assoc*, 60: 193

MERRILL, A S (1928) — Frequency distribution of an index when both the components follow the normal law *Biometrika*, 20-A, 53

MICKEY, M R (1949) — Some finite population unbiased ratio and regression estimators *J. Amer Statist Assoc*, 54: 594

MURTHY, Mankal Nerasimha (1963) — Some recent advances in sampling theory *J Amer Statist Assoc*, 58: 737.

MURTHY, M N & NANJAMMA, N S (1959) — Almost unbiased ratio estimates based on interpenetrating sub-samples estimates *Sankhyā, 21*(3 e 4) : 381

NANJAMMA, N S ; MURTHY, M.N & SETHI, V.K (1959) — Some sampling systems providing unbiased ratio-estimates *Sankhyā, 21*(3 e 4) : 299

NAIR, K.R. & SHRIVASTAVA, M D (1942) — On a simple method of curve fitting *Sankhyā*, 6: 121

OLKIN, L (1958) — Multivariate ratio-estimation for finite populations *Biometrika*, 45: 154

PASCUAL, José Nieto de (1961) — Unbiased ratio estimators in stratified sampling *J Amer Statist Assoc*, 56: 70.

PAULSON, Edward (1942) — A note on the estimation of some mean values for a bivariate distribution *Ann math Statist*, 13: 440

QUENOUILLE, M H (1956) — Notes on bias in estimation, *Biometrika*, 43: 353

RAJ, Des (1954) — Ratio-estimation in sampling with equal and unequal probabilities *J Indian Soc Agric Statist*, *6*(2) : 127

Idem (1964) — A note on the variance of the ratio estimate, *J Amer. Statist Assoc*, 59: 895

RAO, J N K. (1965) — A note on estimation of ratios of Quenouille's method *Biometrika*, 52, 647

RAO, J N K & WEBSTER, J T (1966) — On two methods of bias reduction in the estimation of ratios *Biometrika*, 53, 571

RAO, C R (1946) — Generatization of Markoff's Theorem and tests of linear hypotheses *Sankhyā*, 7: 9

RIETZ, H L (1936) — On frequency distribution of certain ratios *Ann math Statist*, 7: 145

ROBSON, D S. (1957) — Applications of multivariate polykays to the theory of unbiased ratio-type estimation *J Amer Statist Assoc*, 52: 511

ROBSON, Douglas Sherman & VITHAYASAI, Chitra (1961) — Unbiased componentwise ratio estimation *J Amer Statist Assoc*, 56, 360

SEBER, G A F. (1966) — *The Linear Hypothesis: A General Theory* London, Charles Griffin and Co Ltd (Griffin's Statistical Monographs and Courses, 19)

SIDDIQUI, M M. (1958) — Covariances of least-squares estimates when residuals are correlated *Ann math Statist*, 26: 1251

Idem (160) — Tests for regression coefficients when errors are correlated *Ibidem*, 31: 929

THIONET, Pierre D (1960) — Quelques aspects de la théorie des sondages *J. Société Statist Paris*, 4/6: 99, avr /juin

TIN, Myint (1965) — Comparison of some ratio estimators *J Amer Statist Assoc*, 60: 294

TUKEY, J W (1958) — Bias and confidence in not-quite large samples *Ann math Statist*, 29: 614

WALD, Abraham (1940) — The fitting of straight lines if both variables are subject to error *Ann Math Statist*, 11: 284

WILLIAMS, E J (1953) — Test of significance for convenient regression lines *Biometrika*, 40: 293

Idem (1959) — *Regression Analysis* New York, John Wiley and Sons, Inc

WILLIAMS, W.J (1958) — *Unbiased Regression Estimators*: tese de doutoramento. Ames, Iowa, Iowa State University (edição restrita)

WINSON, C P (1946) — Which regression? *Biometrics*, 2, 101

YATES, Frank (1939) — Tests of significance of the difference between regression coefficients derived from two sets of correlated variates *Proc roy Soc Edin*, 59: 184

ZUCKER, Lois M (1947) — Evaluation of slopes and intercepts of straight lines *Human Biology*, 19: 231.

ASPECTOS DO AUMENTO DA POPULAÇÃO E SUAS CONSEQÜÊNCIAS NA AMÉRICA LATINA*

PROBLEMAS DEMOGRÁFICOS GERAIS

"Em tôda a América Latina — um continente rico por seus recursos e pelo patrimônio espiritual e cultural de suas populações — milhões de homens e mulheres sofrem diàriamente os efeitos degradantes da fome e da pobreza. Não dispõem de abrigos adequados e não têm proteção contra as doenças Seus filhos não recebem os benefícios da educação e não podem obter empregos que lhes proporcionem acesso a uma vida melhor. E cada dia que passa, êsses problemas tornam-se mais graves O crescimento demográfico é mais rápido do que o desenvolvimento economico — o nível de vida corre o risco de baixar cada vez mais — e vemos aumentar o descontentamento de uma população que não ignora estarem a prosperidade e os instrumentos do progresso ao seu alcance Como disse José Figueres, "os povos, outrora adormecidos, lutam por um lugar ao sol e para alcançar uma vida melhor" (1).

Sem dúvida seria errado pensar que uma diminuição na taxa de incremento da populaçao constituiria o melhor remédio e seria suficiente para resolver os problemas econômicos e sociais da América Latina. Entretanto, o fato de ser o crescimento populacional mais rápido que o desenvolvimento econômico é, sem contradiçao, uma das causas das dificuldades econômicas e sociais da América Latina

Um demógrafo latino-americano declarou a êsse respeito que um dos principais obstáculos ao desenvolvimento, apenas delineado, da economia da maioria dos países da América Latina, é o crescimento demográfico, que é tão rápido que se criou, para ilustrar a intensidade excepcional dêsse fenômeno, a expressão "explosão demográfica"

A principal conseqüência dêsse crescimento, devido ao aumento do número de nascimentos e à rápida diminuição da mortalidade, é o pêso dos encargos econômicos e sociais (2)

Há algum tempo já que a palavra "explosão" é freqüentemente empregada a propósito da situação demográfica, que é a de quase todos os países latino-americanos e principalmente da América "indígena", segundo o têrmo empregado pelo estadista peruano Vítor Raúl Haya de la Torre para designar certos países da América Latina A palavra "explosão" tem aqui a acepção de catástrofe, de hecatombe, de mergulho na mais profunda miséria

---

* Publicado em *Migrations Internationales, Genebra*, v 2, n.º 1, p 5-17, 1964 Tradução de Ruth Göttert

1 Exce(r)tos da exposição do Presidente Kennedy sôbre a Aliança para o Progresso, no *Population Bulletin*, Washington, v 17, n.º 2, p 18-38, 1961

2 MORTARA, G , Population growth and economic difficulties in Latin America, *Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review*, Roma, n.º 62, p 258-62, 1962 Vêr p 258 Ver também CAMARGO, A L , The Alliance for Progress: aims, distortions, obstacles *Foreign Affairs*, New York, v 42, n.º 1, p 25-37, 1963 Ver p 32: "O problema fundamental e quase elementar da América Latina é o crescimento vertiginoso da população, que ameaça quebrar o ritmo do desenvolvimento econômico e destruir tôdas as possibilidades de melhorar as condições de vida".

O aumento da taxa de créscimento da população é, naturalmente, um dos mais sérios problemas da América Latina. As conseqüências sócio-econômicas dessas taxas têm sido estudadas em diversos relatórios, como por exemplo nos publicados pela Comissão Econômica para a América Latina. O elevado número de crianças, em relação à população ativa, e a necessidade de prover à sua educação constituem igualmente graves problemas financeiros para a América Latina (3) Certas opiniões consideram que a tendência da atual situação desfavorável da economia latino-americana é de se prolongar indefinidamente e que o crescimento da população nessa parte do mundo favorecerá a realização dessa predição pessimista.

Em compensação, muitas pessoas eminentes e eruditas da América Latina julgam que o "crescimento da população é motivo de orgulho nacional e do qual a economia deve beneficiar-se" (4)

Podemos pensar que essa opinião é destituída de realismo (5); talvez, também, o sejam os pontos-de-vista dos demógrafos, sociólogos e economistas fora da América Latina sôbre as conseqüências do crescimento populacional.

Só quando os dados demográficos estiverem à sua disposição é que êles poderão formar uma opinião clara e realista. As autoridades governamentais da América Latina poderão, então, decidir quais as medidas específicas, convenientes e práticas para incentivar certas tendências ou, ao contrário, para combater outras (6)

Para a maioria dos latino-americanos, é falso e injusto falar em "explosão" e em inevitável realização das previsões pessimistas a respeito da situação demográfica É falso porque uma explosão demográfica é inconcebível em um continente de mais de 13 milhões de quilômetros quadrados e que contava, em 1962, com cêrca de 226 milhões de habitantes (7) Talvez seja interessante lembrar que em 1959, segundo as informações de diversas fontes (8), o número de habitantes por quilômetro quadrado era de 5 no Paraguai, de 6 a 10 na Argentina, no Brasil, Chile, Peru e na Venezuela, de menos de 15 na Colômbia, no Equador, em Honduras, no Panamá e no Uruguai, de 15 a 20 no México e que só Cuba possuía mais de 20 habitantes por quilômetro quadrado

Calcula-se que, em 1980, o número de habitantes alcançará 360 milhões, desde que a taxa atual de crescimento — aproximadamente 2 e meio por cento ao ano — se mantenha (9).

Uma interpretação tão negativa tende a difundir a falsa idéia de que os países da América Latina são incapazes de solucionar seus próprios problemas e sòmente com uma assistência técnica e econômica do exterior é que poderão livrar-se das dificuldades em que se encontram

De fato, numerosos argumentos opõem-se à teoria da "explosão demográfica". Alguns pensam, entretanto, que uma diminuição de crescimento demográfico poderia contribuir para eliminar "as circunstâncias desfavoráveis que levam êsses países a solicitar auxílio estrangeiro" (10)

Para muitos observadores, a taxa de crescimento populacional não constitui problema muito grave Não é só o número de habitantes o que importa; é preciso considerar também a estrutura econômica e social dos países e sua capacidade de observação (ver tabela 2) O atraso no campo dos meios técnicos de produção impede os países da América Latina de crescer e de aperfeiçoar a sua produção econômica e de elevar o seu nível de vida

As diferenças, no que concerne à renda "per capita" e às expectativas de vida, constituem apenas uma indicação, visto que essas cifras, ainda não confirmadas, podem conduzir a subestimativas ou a superestimativas Apesar da sua falta de precisão elas são eloqüentes

---

[3] *Economic Bulletin for Latin America,* Santiago de Chile, v 6, n.º 2, p 22-4

[4] ALBA, V *Latin American style and the new social forces* New York, Hirschmann, 1961, 45 p

[5] STYCOS, J M. *Population growth and the Alliance for Progress,* Kansas City, 1962 (Documento apresentado na reunião da Sociedade de Antropologia Aplicada) Excertos dêsse documento foram publicados no *Population Bulletin, Washington,* v. 18, n.º 6, p. 121-5, 1962.

[6] *Economic Bulletin for Latin America,* Santiago de Chile, v 8, n.º 1, p 53-66, marzo 1963

[7] SAUVY, A La population des pays d'Amérique Latine *Population,* Paris, v 18, n.º 1, p 48-64, 1963 Ver p. 50: "Em 1962, os Estados independentes possuíam um total de 218 335 000 habitantes e as regiões dependentes de outros Estados, no continente e em algumas ilhas, cêrca de 7.500 000 habitantes"

[8] MOREIRA, J R. Desenvolvimento e educação na América Latina. *Boletim,* Rio de Janeiro, v. 3, n.º 1, p. 23-8, 1960. Vêr p 25 (Segundo informação extraída de *L'Education dans le Monde* Paris, 1955; *Statistical Abstract of Latin America;* Los Angeles, 1959, e *Annuaires Démographiques* das Nações Unidas, New York)

[9] SAUVY, A *op cit*, p 60

[10] MORTARA, G. *op. cit*, p 268.

TABELA 1 *Crescimento da população da América Latina de 1950 a 1980* *

(em milhares de habitantes)

REGIÕES E PAÍSES	1950	1960	1970	1980	PERCENTAGEM DO CRESCIMENTO DE 1960 A 1980
Zona temperada da América do Sul					
Argentina	17 189	20 956	24 957	29 068	aproximadamente + 38,5
Chile	6 073	7 627	9 636	12 300	+ 62
Uruguai	2 407	2 827	3 104	3 355	+ 19,1
América do Sul tropical					
Colômbia	11 679	15 468	20 154	27 691	+ 77
Venezuela	4 974	7 331	10 320	13 355	+ 82
Guianas	700	867	—	—	—
Equador	3 197	4 317	5 909	8 080	+ 84,5
Peru	8 521	10 857	14 681	20 371	+ 82
Brasil	51 976	70 600	96 700	126 800	+ 75
Bolívia	3 013	3 696	4 658	6 000	+ 59
Paraguai**	1 397	1 768	2 296	3 065	+ 70,1
América Central continental e principais ilhas da América Central					
México	25 826	34 988	47 022	63 231	+ 76
Costa Rica	801	1 171	1 651	2 327	+ 98
Guatemala	2 805	3 765	5 053	6 942	+ 85
Honduras	1 428	1 950	2 750	3 879	+ 98,5
Nicarágua	1 060	1 477	2 083	2 938	+ 73,3
Panamá	797	1 055	1 387	1 823	+ 73,3
Salvador	1 868	2 442	3 346	4 585	+ 87
Cuba	5 508	6 777	8 307	10 304	+ 51,4
Haiti	3 380	4 140	5 255	6 912	+ 66
República Dominicana	2 131	3 014	4 221	5 954	+ 97,5

* Ver notas 7 e 2: SAUVY, A , tabelas 50, 51 e 52 e MORTARA, G , tabela p 261
** A taxa de crescimento poderia ter sido mais elevada se não tivessem ocorrido importantes movimentos migratórios para a Argentina, o Brasil e a Bolívia

A SITUAÇÃO NA AMÉRICA LATINA OCIDENTAL

Os países que, do Equador ao Estreito de Magalhães, ocupam a parte ocidental da América do Sul (Equador, Peru, Bolívia e Chile) constituíam, durante a época pré-colombiana, um conjunto econômico e demográfico sôbre o qual se estendia o domínio dos incas Os conquistadores espanhóis quebraram essa unidade para estabelecer uma administração mais eficiente, criando, assim, divisões que subsistiram até que as diversas nações dessa região conquistaram sua independência Com o passar do tempo, constatou-se que essas divisões haviam prejudicado o equilíbrio geral da população e da produção

Dispondo das riquezas dos países e tendo seus habitantes à sua mercê, os conquistadores transferiram as populações indígenas das elevadas regiões dos Andes para as baixas regiões costeiras onde precisavam da mão-de-obra para construir fortes e aldeias e para trabalhar a terra Essa mudança brutal provocou uma grande mortalidade por tuberculose entre os índios que estavam fìsicamente adaptados à vida nas regiões altas e tinham uma capacidade torácica superior à dos habitantes das planícies Essa foi uma das causas da diminuição da população nas ricas terras agrícolas dos vales elevados e da má utilização do solo que disso resultou

Esta breve exposição das circunstâncias históricas, conhecidas por todos que estudaram os problemas da América Latina, permitirá compreender melhor e, sobretudo, considerar com mais indulgência a lentidão e as dificuldades do desenvolvimento dêsses quatro países ricos da América Latina

Para os Europeus e para as pessoas de origem européia, que vivem no hemisfério norte, a América Latina passou de um extremo a outro, tornando-se um vale de lágrimas depois de ter sido o famoso El Dorado.

Como foi possível ocorrer essa modificação tão brusca? Será verdade que a América Latina — e mais especialmente os países da costa do Pacífico — tenha sido um "Potosi", uma mina de ouro, para certas classes privilegiadas da Europa e dos Estados Unidos?

Se passarmos ràpidamente em revista as diversas fases do desenvolvimento econômico e demográfico da América Latina, será interessante compararmos as tendências políticas dos países da costa atlântica do continente e as dos países banhados pelo Pacífico

Por estarem mais perto da Europa e por serem países exportadores de produtos alimentícios, a Argentina e o Brasil não se aperceberam dos problemas sociais tão depressa como o Chile, Peru, Equador e a Bolívia; nestes países e principalmente no mais pobre e menos desenvolvido econômicamente entre êles — a Bolívia — foi executada uma completa reforma agrária e industrial. Como exemplo, temos a legislação do trabalho, gradualmente adotada pelo Chile a partir de 1925, que era, na ocasião, o mais progressista de todos os países, inclusive os da Europa; convém citar também a reforma agrária realizada na Bolívia, em 1952, em favor dos indígenas, que eram explorados "até os ossos" por numerosas companhias de mineração e por latifundiários da velha escola.

A irregularidade do desenvolvimento dêsses quatro países está ilustrada nas duas tabelas anteriores e seguintes

A tabela 3 mostra que, entre 1962 e 1980, o efetivo total da população dos quatro países deverá passar de 27 940 000 a 34 884 000, em 1970; e a 46 751 000, em 1980, o que significa que, em 1980, haverá aproximadamente 20 habitantes

TABELA 2 *Renda "per capita" e expectativa de vida em 20 países da América Latina* *

REGIÕES E PAÍSES	RENDA MÉDIA "PER CAPITA" EM US$ (1959)	EXPECTATIVA DE VIDA AO NASCER (1955 — 1960)
Zona temperada da América do Sul		
Argentina	540	63-66
Chile	321	53-56
Uruguai	385	65-68
América do Sul tropical		
Colômbia	304	48-53
Venezuela	1 063	53-57
Equador	143	43-48
Peru	166	48-55
Brasil	274	50-58
Bolívia	72	40-45
Paraguai	100	50-58
América Central continental e principais ilhas da América Central		
México	264	53-55
Costa Rica	250	56-62
Guatemala	175	40-46
Honduras	168	45-50
Nicarágua	187	50-55
Panamá	360	54 59
Salvador	162	48 52
Cuba	361	56-62
Haiti	84	36-45
República Dominicana	202	44-50

* Ver Nota 7: SAUVY, A, p 62 Ver também Nota 2: MORTARA, G, p. 264 "na América Latina, uma taxa elevada de natalidade é acompanhada de fraca mortalidade A única exceção é a Argentina, onde as taxas de natalidade e mortalidade são quase idênticas às da Europa Ocidental, e o Uruguai, onde elas correspondem quase às da América anglo-saxônica".

por quilômetro quadrado Com uma densidade demográfica tão fraca êsses países não correm o risco de conhecer a fome devido à falta de terras cultiváveis, e a insuficiência atual do desenvolvimento econômico em nada diminui o vasto potencial de produção da América Latina

Há, na América Latina, homens cujo gênio criador, aliado à notável capacidade de trabalho dos habitantes dêsse continente, permitirão realizar grandes empreendimentos Todavia, como declarou o filósofo peruano Manotegni "a América Latina estaria perdida sem o auxílio da ciência e dos homens da Europa ocidental"

TABELA 3 *Estimativas da população e perspectivas demográficas — 1950, 1962, 1970, 1980* *

(em milhaies de habitantes)

PAISES	1950	1962	1970	1980	TAXA DE CRESCIMEMTO (%) (1962 A 1980)
Bolívia	3 013	3 863	4 658	6 000	+ 55
Chile	6 073	7 987	9 636	12 300	+ 54
Equador	3 197	4 579	5 909	8 080	+ 77
Peru	8 521	11 511	14 681	20 371	+ 77

* Ver Nota 7: A Sauvy, tabelas p 57 e 58, baseados em Copal, "Santiago 1962" e dados extiaídos do estudo de M Gıauman, publicado pela Copal

Os dados citados por G Mortaıa em seu trabalho "Os estudos demográficos na América Latina", em *Boletim*, Rio de Janeiıo, 1961, Vol 4, N º 1, p 24-44, pıincipalmente na tabela 2, p 33, mostıam difeıenças no que conceıne aos totais e às peıcentagens de cıescimento

MÃO-DE-OBRA IMIGRANTE, REFORMAS SOCIAIS E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO

Na América do Sul, pessoas abalizadas consideram mais importante a imigração do que os investimentos de capitais ou os empréstimos a uma pequena taxa de juros, os quais têm tido apenas uma importância secundária, se forem comparados aos investimentos de capitais locais efetuados durante os recentes decênios Segundo dados mencionados a um grupo de banqueiros e de industriais europeus por Felipe Herrera, Presidente do Banco Interamericano de Desenvolvimento, os capitais investidos na indústria por latino-americanos representam 82% do total, enquanto os investimentos estrangeiros representam apenas 18%

O atraso das técnicas de produção, tanto na agricultura como na indústria, e sobretudo a falta de mão-de-obra qualificada e de dirigentes de emprêsas capazes de acelerar a industrialização, entravam o progresso da produção em quantidade e qualidade, em muitos países da América Latina (11) " . já se começa a perguntar se as qualificações profissionais e a utilização racional da mão-de-obra não representam, já que elas são combinadas com a infra-estrutura e as riquezas naturais, um fator de expansão econômica bem mais decisiva do que se podia imaginar até hoje Dêsse modo, os investimentos, considerando melhor o "capital humano", poderiam contribuir de maneira particularmente eficaz para o desenvolvimento econômico" (12) .

Quanto ao desenvolvimento da indústria e da agricultura no Chile, no Peru, na Bolívia e no Equador, por exemplo, é indispensável o auxílio de trabalhadores qualificados e semiqualificados formados na Europa

O índice geral da produção industrial continua a se elevar, lenta e regularmente, pıincipalmente no Chile e no Peru Todavia a progressão nesse campo está fortemente entravada "pelos fatôres cuja influência só se faz sentir com muita freqüência nos países pouco desenvolvidos — limitação da produção agrícola a alguns produtos destinados principalmente à exportação, produção insuficiente dos víveres destinados ao consumo local, o que torna necessário recorrer à importação, excesso de mão-de-obra ocasionando o receio de inativi-

11 MORTARA, G , *op cit*, 1962, p 262

12. MORSE, D. A , Mettıe en valeuı les ressources humaines *Nouvelles du BIT*, Genebra, n.º 6, p 1, 1963 (Nova Séıie)

dade que poderia provocar a mecanização, a carência de capitais decorrente do fato de que os capitalistas locais preferem aplicar seu dinheiro em bens imóveis" (13). Poder-se-ia desfilar tôda uma relação de fatôres que contribuem para aumentar as dificuldades que terão de ser enfrentadas por êsses e outros países da América Latina.

Os quatro países da costa do Pacífico executam, em escala nacional, diversos planos de desenvolvimento visando a mobilizar ao máximo seus recursos nacionais e a provocar um aumento substancial de salários (ver tabela 2). A realização dêsses planos ambiciosos, entretanto, é dificultada por numerosos obstáculos, como por exemplo:

o baixo nível de conhecimentos técnicos da mão-de-obra qualificada,
a estrutura da propriedade imobiliária,
a falta de capitais para investimentos;
a falta de flexibilidade do regime fiscal;
a tendência de fuga dos capitais para o exterior

Êstes pontos e muitos outros servem para ilustrar as numerosas dificuldades que prejudicam, de diversos modos, o desenvolvimento da economia dos quatro países em questão e que devem ser superados, graças aos planos que estão sendo executados. Durante os dois últimos anos, foram adotadas medidas de ordem administrativa, referentes à tributação e à poupança que, com outras reformas, preparam o terreno para um reajustamento econômico e social

Pode-se dizer o mesmo de quase todos os outros países latino-americanos nos quais "uma reforma agrária é necessária para uma redistribuição mais equitativa do patrimônio e da renda nacionais" (14).

"No passado, nenhum país latino-americano pôde realizar ou tentar realizar qualquer uma dessas reformas (reforma agrária e reforma social) sem se expor a uma violenta oposição e a complicações de tôda espécie" (15)

Nos países mais ricos e que possuem estrutura econômica mais sólida, pouco se sabe, infelizmente, dos esforços despendidos, no plano social e econômico, por países da América Latina, o que, conseqüentemente reduz o interêsse tradicional dos europeus para emigrar A isso juntam-se os ecos, com maior freqüência desfavoráveis, que surgem na imprensa, e a ausência de informações objetivas e fidedignas

Há, atualmente, uma lacuna a preencher nas fileiras da população econômicamente ativa, não só nos países já mencionados, como em todos os países da América Latina Essa lacuna acha-se entre o nível dos diplomados por universidades e os dos trabalhadores não qualificados "Entre êstes dois extremos" — disse Jaime Torres Bodot, Ministro da Educação do México — "seria necessário desenvolver tôda uma série de categorias essenciais de trabalhadores, que executariam um trabalho útil a si mesmos, a suas famílias e às comunidades a que pertencem e que, graças à sua formação, prestariam serviços preciosos nas usinas e na agricultura, nos escritórios e na indústria, nos bancos e no comércio". Por seus efetivos e suas características particulares, as populações crescentes do Chile, da Bolívia, do Peru e do Equador representam um potencial importante Todavia, devido à sua composição, segundo os grupos de idade, ao seu nível cultural, ao grande número de analfabetos, ao baixo nível de instrução e de formação técnica e à sua distribuição profissional, essa população, quanto a recurso econômico e potencial de trabalho, apresenta consideráveis deficiências.

Na América Latina, de modo geral, essas deficiências resultam dos seguintes fatôres:

1 Grande proporção de crianças e de adolescentes que não são produtivos ou o são em grau insignificante e cuja manutenção e instrução demandam investimentos de ordem social cada vez mais consideráveis (16)

2 Proporção relativamente forte de analfabetos (sobretudo entre as pessoas idosas) e nível médio de instrução pouco elevada; carência de determinados

13. MORTARA, G, *op cit*, p 262
14 CAMARGO, A L, *op cit*, p 32
15 CAMARGO, A L, *op cit*, p 34
16. MORTARA, G, *op cit*, p 267 "Na maioria dos países da América Latina, a proporção de crianças e adolescentes é tão alta que, a despeito do pequeno número de pessoas idosas, a proporção das que pertencem aos grupos de meia idade, isto é, de pessoas de 15 a 64 anos, é relativamente pequena". Independentemente dos cálculos de rendas e despesas, êsses números dão uma idéia da carga econômica que representa sôbre a comunidade a grande proporção de indivíduos que pouco participam ou não participam absolutamente da produção. Para 100 habitantes entre 15 e 64 anos, há 84 que têm menos de 14 anos na República Dominicana; 78, na Colômbia e no Peru; 76, no México; 75, no Brasil; e 64, no Chile".
Ver também: Panorama Econômico e Social da América Latina *América Latina,* Rio de Janeiro, v 5, nº 1/2, p. 51-63, 1962

tipos de técnicos na agricultura e na indústria, e de contramestres, chefes de oficinas e trabalhadores qualificados tanto na indústria como na agricultura (17)

3 Percentagem elevada na população ativa de trabalhadores na agricultura, empregados apenas durante a parte do ano em que a produtividade é fraca; número elevado de mulheres que se dedicam aos trabalhos domésticos e de pessoas de ambos os sexos precàriamente empregadas no pequeno comércio e no setor de serviços (18)

Muitos economistas e sociólogos que estudaram êsses problemas crêem que êsses países podem planificar seu "crescimento" e encarar o futuro com serenidade — com a condição de que sejam adotadas medidas para assegurar a formação técnica dos jovens e a fim de permitir aos trabalhadores locais o seu aperfeiçoamento, em face da convivência com imigrantes que tenham recebido uma sólida formação profissional

Assim sendo, parecem não ter fundamento as inquietações suscitadas pelo crescimento demográfico na costa ocidental da América do Sul A "explosão demográfica" nessa região representa apenas um obstáculo de importância secundária ao desenvolvimento econômico em relação aos representados pelas deficiências qualitativas da população em geral

Se a pressão exercida pela opinião pública fôr suficiente, e quando as reformas sociais, agrária e econômicas se realizarem nesses países ditos "pobres", o seu desenvolvimento econômico será acelerado e a elevação do nível de vida e de educação das classes laboriosas permitirá tirar partido do crescimento da população (19)

Muitas pessoas fora da América Latina consideram o trabalhador latino-americano como um preguiçoso, incapaz e degenerado O conhecimento e um exame superficiais do problema podem conduzir a uma conclusão semelhante, todavia o observador científico poderá traçar um retrato diferente e mais aproximado do trabalhador latino-americano Não se pode esperar a mesma produtividade de uma pessoa saudável e de outra doente, de uma instruída e de uma analfabeta, de uma bem alimentada e de um indivíduo subnutrido Um ser humano em desvantagem física e mental reagirá, entretanto, de modo favorável ao bom exemplo e a um tratamento adequado e proporcionará satisfação ao seu empregador, visto que sua inteligência inata se revelará sùbitamente Pode-se citar, a propósito, o exemplo dos descendentes dos incas, no Peru, no Equador e na Bolívia que, durante séculos, fizeram parte do país como a terra e como o gado, e que agora trabalham nas minas de cobre, exploradas por grandes emprêsas norte-americanas, perto de Pasco ou em Luopala, ou nas siderúrgicas e nas indústrias recentemente estabelecidas em La Paz ou em Quito

O aumento populacional lança um desafio ao homem do século XX e aos sistemas econômicos e sociais, embora também forneça às nações subdesenvolvidas a possibilidade de triunfar sôbre as dificuldades econômicas e de recuperar o seu atraso no plano social

Êsses progressos são possíveis com a colaboração dos países mais desenvolvidos e com "decisão, sacrifícios e trabalho" por parte dos países menos desenvolvidos

Em uma obra intitulada *The Wine is Bitter* (20), comenta-se que será igualmente necessário que os países da Europa e da América do Norte "modifiquem os princípios ortodoxos julgados aplicáveis, até agora, ao desenvolvimento

17 A respeito dos alfabetizados, de nível educacional e das qualificações profissionais ver MOREIRA, J R, *op cit*, p 24-25 e *idem*, População econômicamente ativa e necessidades educacionais *Boletim*, Rio de Janeiro, v 3, n º 2, p 38-50, 1960

18 Borges, F.P A., "Graus de Desenvolvimento Agrícola da América Latina", *Boletim*, Rio de Janeiro, 1960, Vol 3, n º 3, p 38-44, ver principalmente "Quadro Comparativo", p 39

19 DIEGUES Jr, M, "L'établissement rural em Amérique Latine" *Migrations internationales*, Genebra, 1963, Vol I, n º 2, p. 117-124 Ver na p 118 as observações relativas à reforma agrária na Bolívia: "É bem possível que já se façam sentir os efeitos da reforma agrária no plano social Nesse campo, o aumento do número de escolas rurais é um sinal certo da transformação da mentalidade dos camponeses Em 1953, havia 2 300 escolas rurais com 70 640 alunos; em 1959, o número de escolas elevou-se a 4.452, ou seja, um aumento de 93,5 por cento, enquanto o número de alunos atingiu 157 999, isto é, um aumento de 123,7 por cento A elevação do número de alunos nesses seis anos demonstra até que ponto modificou-se a vida dos camponeses"

20 EISENHOWER, M S *The Wine is Bitter*: *The United States and Latin America* Garden City, 1963, 342 p Citação extraída de CAMARGO, A L, *op cit*, p 28 Ver também: CAMARGO, A L, *op cit*, p 32 O aumento da população constitui "o motivo pelo qual a reforma agrária é uma das etapas essenciais para o nosso desenvolvimento, visto que não há qualquer espécie de expansão econômica, embora rápida ou bem sucedida, que possa absorver ao mesmo tempo as massas rurais, que deixam de retirar a sua subsistência da agricultura, e o excesso da mão-de-obra que, tanto na cidade, como nos campos, vêm, ano após ano, inundar o mercado de trabalho"

econômico da América Latina" O autor conclui que só o emprêgo de meios não ortodoxos e uma ação conjunta — implicando necessàriamente em modificações estruturais na vida social e econômica das repúblicas latino-americanas — poderão, se não assegurar o desenvolvimento dessa parte do mundo, pelo menos impedir a desorganização e a derrocada econômica e política.

O filósofo argentino José Ingenieros declarou "que não há maior pobreza que aquela do mendigo sentado sôbre um saco de ouro". É a imagem paradoxal apresentada atualmente por diversas regiões da América Latina, notadamente no sudoeste. Para cultivar a terra e aproveitar os grandes recursos naturais dessas regiões, são indispensáveis mão-de-obra qualificada, cérebros lúcidos e talentos criadores As regiões do Peru meridional e do Chile setentrional são atualmente desertos improdutivos com a exceção dos pequenos vales incrìvelmente férteis, irrigados pelos rios que descem das montanhas para o mar A mais de 3 000 metros de altitude, o lago Titicaca, do qual a metade pertence ao Peru e a outra à Bolívia, domina essa região. Êsse lago é um enorme reservatório de água, pràticamente inexplorado até o presente Estudos realizados por engenheiros hidráulicos, geólogos e técnicos demonstram que êsse imenso recurso em potencial poderia ser utilizado para irrigar os países desérticos vizinhos e para fornecer energia elétrica a cêrca de vinte cidades antigas ou novas e as que já existem mas estão morrendo ou em letargia Um outro recurso insuficientemente explorado pelo Peru é o mar que banha suas costas e que é tão piscoso que foram suficientes cinco anos de pesca intensiva para colocar o Peru em segundo lugar entre os países produtores de farinha de peixe As selvas que se estendem no sopé da vertente oriental dos Andes, em território equatoriano, peruano e boliviano, escondem, em um silêncio que o homem não vem perturbar, riquezas desconhecidas que poderiam ser eficazmente exploradas com o decorrer do tempo e com o auxílio de novos métodos científicos e que permitirão alimentar várias centenas de milhões de habitantes O sul do Chile, entre o pôrto Montt e o cabo Horn, onde o clima é semelhante ao da Europa setentrional, tem uma densidade populacional de 0,5 habitante por quilômetro quadrado As possibilidades de exploração de madeira de lei e de desenvolvimento da agricultura e da pecuária fazem dessa região uma reserva para as futuras gerações chilenas e para os estrangeiros que se instalarem no país

Êstes são apenas alguns exemplos das possibilidades oferecidas por essa região das Américas à mão-de-obra autóctone e estrangeira Para manter e elevar o nível de vida em todos os países da América Latina, o desenvolvimento das economias nacionais deve ser mais rápido do que o crescimento demográfico

A implantação sôbre terras inexploradas judiciosamente escolhidas de colônias novas com a participação de trabalhadores agrícolas locais e de agricultores imigrados pode aumentar, e já aumentou, a produção de alimentos de determinadas regiões Embora a produção agrícola tradicional tenha aumentado, as culturas foram diversificadas e o consumo igualmente aumentou Por exemplo e, na organização de recursos, demonstrou-se aos habitantes rurais, cujo número está crescendo, como poderiam melhorar a sua alimentação, o que ocasionou ótimos efeitos sôbre a saúde pública As populações urbanas poderão obter, apelando para os recursos locais, uma alimentação mais farta e variada, o que permitirá intensificar a industrialização de certas regiões (21)

Melhores condições de vida nos campos, resultantes da reforma agrária e de criação de cooperativas agrícolas, nas quais os trabalhadores locais podem aperfeiçoar a sua formação em contacto com os trabalhadores imigrantes qualificados, farão com que os camponeses não necessitem mais emigrar para as cidades Êsse problema das migrações internas — que é um dos problemas típicos da América Latina — "provoca inatividade em massa, falta de escolas e de habitação, aumento da delinqüência, etc" (22)

As migrações internas latino-americanas, que se realizam dos campos para as cidades, apresentam algumas características que as diferenciam dos movimentos semelhantes produzidos em outras regiões do mundo ocidental, na realidade, elas não se relacionam com as possibilidades de emprêgo nas cidades, dirigem-se para uma só cidade principal e não fazem qualquer seleção dos

---

21 Impact of qualified immigrants on developing areas *Circuit,* Haia, v 1, nº 3, p 26-36, 1963 (com tradução para o espanhol)

22 TRONCOCO, M P El exodo rural, sus origines, e sus repercusiones *América Latina,* Rio de Janeiro, v 5, nº 42, p 41-50, 1962

indivíduos, sob o ponto-de-vista intelectual e técnico. Contràriamente às dos outros países ocidentais, as metrópoles da América Latina possuem, ainda, uma estrutura social baseada em grupos primários As associações, os clubes e outras organizações similares constituem outros tantos grupos minoritários

Por outro lado, como o imigrante quase sempre traz consigo sua família e outros parentes, a população dessas cidades não é ainda uma sociedade completa, mas representa sempre, em larga escala, determinadas características que são as das populações rurais (23).

Independentemente da imigração da mão-de-obra estrangeira, as condições de distribuição da população e a concentração urbana diferem muito de um país para outro. As estimativas mais recentes indicam um aumento demográfico urbano na Améiica Latina, que passou de 61 milhões, em 1950, para 95 milhões, em 1960, o que representa um crescimento médio anual de 4,5% (24) Em 1960, as populações da Argentina, Chile, Uruguai e, igualmente, Cuba, México e Venezuela eram predominantemente urbanas

Entretanto, ao lado dos esforços despendidos no plano nacional, a experiência e a mão-de-obra européia ajudarão a solucionar uma grande parte dos problemas econômicos e sociais dos países latino-americanos (25) Pode parecer prematura e quase absurda a preocupação com o rápido crescimento da população, principalmente considerando-se que há numerosos espaços vazios na América Latina.

---

23 MORSE, R M Cidades latino-ameiicanas: aspectos da função e estiutuia *Améiica Latina*, Rio de Janeiio, v 5, n.º 2, p 35-63, 1962

24 *Economic Bulletin foi Latin Ameiica,* Santiago de Chile, v 8, n.º 1, p 57

25. Sôbre êsses pioblemas vei: *Symposium on Latin Ameiica* Wellesley, 1963, 223 p e TANNENBAUM, F *Ten Keys to Latin America* Nova Ioique, 1962, 237 p Ver também: ADAMS, M. (ed) *Latin Ameiica: Evolution oi Explosion.* Nova Ioique, 1933, 277 p. (Documento apiesentado durante a Confeiência da Bahia 1962 sôbie tensões mundiais, contendo pontos-de-vista tanto pessimistas como otimistas sôbre a situação atual e as perspectivas futuras da Améiica Latina

DECRETOS FEDERAIS

DECRETO N.º 61.053 — DE 24 DE JULHO DE 1967

Cria na Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Estatística, do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, o Grupo Executivo de Pesquisas Domiciliares (GEPD), e dá outras providências

O Presidente da República, usando da atribuição que lhe confere o artigo 83, item II, da Constituição, decreta:

Art. 1º Ficam criados, na Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Estatística, do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), diretamente subordinado ao Secretário-Geral do referido Conselho, o Grupo Executivo de Pesquisas Domiciliares (GEPD) e sua respectiva Comissão de Coordenação.

Art 2.º A Comissão de Coordenação, sob a presidência do Secretário-Geral do Conselho Nacional de Estatística, tem como atribuição formular e coordenar a política de trabalho do Grupo Executivo de Pesquisas Domiciliares, dela fazendo parte um representante do Escritório de Pesquisas Econômicas Aplicadas (EPEA), do Ministério do Planejamento e Coordenação-Geral, o Diretor-Geral e os Chefes dos Serviços de Planejamento e de Operações do GEPD

Art. 3º Caberá ao Grupo Executivo de Pesquisas Domiciliares a execução de tôdas as tarefas relacionadas com as pesquisas domiciliares de natureza contínua, realizadas com a utilização da técnica da amostragem sob a responsabilidade do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

Art 4.º A direção das atividades técnicas e administrativas do Grupo Executivo de Pesquisas Domiciliares caberá ao Diretor-Geral do GEPD, escolhido entre os servidores do Sistema Estatístico Brasileiro.

Parágrafo único Caberão às Inspetorias Regionais de Estatística Municipal, na área de suas jurisdições, as tarefas que lhes forem cometidas pelo GEPD Para coordenar as tarefas a serem realizadas pela rêde de coleta, será designado pelo Secretário-Geral do CNE, em cada Inspetoria Regional, um Supervisor.

Art 5º A Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Estatística suprirá o Grupo Executivo de Pesquisas Domiciliares dos servidores necessários ao cumprimento de suas atribuições

Parágrafo único. O Grupo Executivo de Pesquisas Domiciliares poderá utilizar, de acôrdo com as normas legais em vigor, e sob o regime de remuneração por serviços prestados, inclusive por tarefa, pesquisadores eventuais para a realização dos trabalhos de campo que se fizerem necessários às pesquisas, observado o disposto no § 5º do artigo 99 do Decreto-Lei nº 200, de 25 de fevereiro de 1967

Art 6º O atendimento das despesas com as atividades do Grupo Executivo de Pesquisas Domiciliares (GEPD) correrá à conta dos recursos próprios do Conselho Nacional de Estatística.

Art. 7.º Êste Decreto entrará em vigor na data de sua publicação, revogadas as disposições em contrário

Brasília, 24 de julho de 1967, 146º da Independência e 79º da República

A. Costa e Silva
Hélio Beltrão

(Publicado no *Diário Oficial*, edição de 25-7-1967)

DECRETO N.º 61.126 — DE 2 DE AGÔSTO DE 1967

Aprova o Estatuto da Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (Fundação IBGE) e dá outras providências.

O Presidente da República, usando das atribuições que lhe confere o artigo 83, item II, da Constituição, e tendo em vista o que dispõem os parágrafos 2º e 3.º do artigo 1º do Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967,

DECRETA·

Art. 1º Fica aprovado o Estatuto da Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (Fundação IBGE), elaborado de acôrdo com o disposto no Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967 e que é publicado com êste Decreto

Art 2 º O Ministro do Planejamento e Coordenação Geral será o representante da União nos atos de instituição da Fundação.

Art 3 º Êste Decreto entrará em vigor na data de sua publicação, revogadas as disposições em contrário

Brasília, 2 de agôsto de 1967, 146.º da Independência e 79 º da República.

A COSTA E SILVA
Hélio Beltrão

ESTATUTO DA FUNDAÇÃO IBGE

ESTATUTO DA FUNDAÇÃO IBGE

CAPÍTULO I

Da Fundação e dos seus fins, regime, sede e fôro

Art 1 º A Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (Fundação IBGE), órgão central do Sistema Estatístico Nacional e do Sistema Geográfico-Cartográfico Nacional, rege-se pelo presente Estatuto, na conformidade do Decreto-Lei n º 161, de 13 de fevereiro de 1967, e é vinculada ao Ministério do Planejamento e Coordenação Geral.

Art 2 º A Fundação, com personalidade jurídica adquirida na forma legal e com jurisdição em todo o território nacional, é entidade autônoma, sujeita à supervisão do Ministro do Planejamento e Coordenação Geral, nos têrmos do § 2 º do artigo 4 º e dos artigos 19 e 26 do Decreto-Lei n º 200, de 25 de fevereiro de 1967 (Art. 1 º, § 1.º do Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967)

Art 3 º A Fundação tem prazo de duração indeterminado, e sua sede e fôro será na Cidade do Rio de Janeiro, Estado da Guanabara.

Art 4 º A Fundação é representada ativa e passivamente, judicial e extrajudicialmente, pelo seu Presidente (Art 26, Parágrafo único, do Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967).

Art 5 º À Fundação, como órgão central do Sistema Estatístico Nacional e do Sistema Geográfico-Cartográfico Nacional, incumbirá, nos têrmos do art 30, § 1 º, do Decreto-Lei n º 200, de 25 de fevereiro de 1967, prestar orientação normativa e exercer supervisão técnica e fiscalização específica das atividades estatísticas, geográficas e cartográficas dos órgãos integrantes dos respectivos sistemas bem como executar levantamentos, pesquisas e estudos relativos a essas atividades, especialmente os necessários à formulação e à execução do Plano Nacional de Estatísticas Básicas e do Plano Nacional de Geografia e Cartografia, divulgando os seus resultados.

§ 1 º À Fundação competirá, outrossim, no desempenho de suas atribuições de coordenação e orientação, zelar pela observância dos princípios consagrados na Convenção Nacional de Estatística (Decreto n º 1 022, de 11 de agôsto de 1936) e nos Convênios Nacionais de Estatística Municipal (Decreto-Lei n º 5 981, de 10 de novembro de 1943), com as modificações introduzidas pela legislação posterior (Art 5 º do Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967).

§ 2 º A Fundação, para realização de seus objetivos, formará técnicos de nível superior nas matérias de sua competência, e promoverá e estimulará o aperfeiçoamento e a especialização de pessoal técnico, principalmente daquele pertencente a órgão integrante dos sistemas estatístico e geográfico-cartográfico

Art 6 º A Fundação IBGE, promoverá a execução de suas atribuições, sempre que conveniente e possível, através de convênios com órgãos públicos e privados (Art. 28, do Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967 e art 10, parágrafos 7.º e 8.º, do Decreto-Lei n.º 200, de 25 de fevereiro de 1967)

CAPÍTULO II

Do patrimônio

Art. 7.º Constituem o patrimônio da Fundação:

a) acervo do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística — compreendendo a Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Estatística, a Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Geografia, o Serviço Nacional de Recenseamento e a Escola Nacional de Ciências Estatísticas — doado à Fundação, nos têrmos do art 6.º, "a", do Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967;

b) dotação orçamentária anual da União em montante não inferior à estimativa da arrecadação do impôsto sôbre transporte rodoviário de passageiros (Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967, art 6.º, "b", e § 2.º e Decreto-Lei n.º 284, de 28 de fevereiro de 1967);

c) dotação global orçamentária da União para atender aos encargos antevistos no art 24 do Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967;

d) dotação orçamentária da União destinada ao cumprimento do disposto no art 32, do Decreto-Lei n.º 243, de 28 de fevereiro de 1967;

e) subvenções da União, dos Estados e dos Municípios (Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967, art 6.º, letra *c*),

f) doações e contribuições de quaisquer pessoas de direito público ou de direito privado, nacionais ou estrangeiras, e de entidades internacionais (Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967, art. 6.º, letra *d*);

g) recursos da Caixa Nacional de Estatística Municipal provenientes da cobrança da extinta Taxa (Quota) de Estatística (art. 6.º, "e", do Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967 e art. 7.º do Decreto-Lei n.º 284, de 28 de fevereiro de 1967);

h) bens móveis e imóveis que vier a adquirir;

i) rendas a que tenha direito, inclusive as resultantes da venda de publicações e da prestação de serviços (Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967, art. 6.º, letra *f*).

Art. 8.º Em caso de dissolução, na forma e pelas causas previstas em lei, o acervo da Fundação reverterá ao patrimônio da União

CAPÍTULO III

Da organização e da administração

Art. 9.º São órgãos da Fundação (Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967, arts. 8.º, 9.º e 10):

a) Conselho Diretor;
b) Presidência;
c) órgãos autônomos

Instituto Brasileiro de Estatística,
Instituto Brasileiro de Geografia;
Escola Nacional de Ciências Estatísticas

d) Conselho Fiscal

§ 1.º Os órgãos da Fundação gozarão da autonomia indispensável ao pleno desempenho de suas funções (Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967, art 7.º)

§ 2.º O Conselho Diretor poderá criar outros órgãos autônomos necessários à realização dos objetivos da Fundação, além dos previstos neste artigo

SEÇÃO 1

Do Conselho Diretor

Art 10 O Conselho Diretor (COD) é o órgão colegiado destinado a dirigir a Fundação, em harmonia com a política e a programação do Govêrno

Art. 11 O Conselho Diretor compõe-se do Presidente e de Conselheiros, a saber (Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967, art 8.º)

1 — Presidente da Fundação, que será o Presidente do Conselho,

2 — Diretores-Superintendentes dos órgãos autônomos previstos no artigo 9.º e seu parágrafo 2.º,

3 — Representante do Estado-Maior das Fôrças Armadas (EMFA);

4 — Representante do Ministério do Planejamento e Coordenação Geral (MP);

5 — Representante do Ministério do Interior (MI).

§ 1.º O Presidente tomará posse perante o Ministro do Planejamento e Coordenação Geral, e os Conselheiros serão empossados pelo Presidente da Fundação.

§ 2.º Os Conselheiros terão mandato de três (3) anos, e um têrço do Conselho será renovado anualmente, em 10 de julho, vedada a recondução por mais de dois períodos.

§ 3.º O mandato previsto no parágrafo anterior poderá ser interrompido a pedido do Conselheiro ou por deliberação da autoridade que o nomeou ou designou.

§ 4º Perderá o mandato o Conselheiro que, sem justa causa, faltar a três (3) sessões ordinárias consecutivas

§ 5º Em caso de vacância, o Conselheiro que fôr nomeado em substituição completará o período restante do mandato

Art 12 O Conselho Diretor reunir-se-á, por convocação do seu Presidente, ordinàriamente, uma vez por semana, e, extraordinàriamente, tantas vêzes quantas forem necessárias

Parágrafo único Os membros do Conselho Diretor perceberão, por reunião a que comparecerem, até o máximo de seis sessões mensais, uma gratificação no valor de quarenta por cento (40%) no maior salário-mínimo vigente no País

Art 13 Os Conselheiros serão nomeados ou designados

a) pelo Presidente da República, o representante do Estado-Maior das Fôrças Armadas;

b) pelo Ministro de Estado respectivo, os representantes do Ministério do Planejamento e Coordenação Geral e do Ministério do Interior,

c) pelo Presidente da Fundação, os Diretores-Superintendentes dos órgãos autônomos

§ 1º Cada Conselheiro terá um suplente, nomeado ou designado pelas mesmas autoridades. O suplente substituirá o Conselheiro nos afastamentos superiores a vinte dias autorizados pelo Conselho. Em caso de vacância, a substituição será imediata e prolongar-se-á até a posse do nôvo conselheiro titular.

§ 2º Os substitutos dos Conselheiros referidos na letra *c* dêste artigo participarão também das sessões do Conselho, quando os titulares estiverem ausentes da sede, em objeto de serviço, mesmo que a ausência seja por prazo inferior a vinte (20) dias

Art. 14 O Presidente designará um Conselheiro para substituí-lo em seus afastamentos e impedimentos eventuais

Parágrafo único Quando o afastamento do Presidente fôr por prazo superior a vinte (20) dias, será convocado para participar das sessões o suplente do Conselheiro que o substituir

Art. 15. Aos Conselheiros que representam o Estado-Maior das Fôrças Armadas, o Ministério do Interior e o Ministério do Planejamento e Coordenação Geral, poderão ser atribuídos, pelo Conselho, encargos permanentes, de coordenação ou acompanhamento de tarefas específicas

Art 16 Compete ao Conselho Diretor, por proposta do seu Presidente, e observado o princípio da supervisão ministerial nos têrmos do título IV do Decreto-Lei nº 200, de 25 de fevereiro de 1967:

a) aprovar o orçamento-programa e a programação financeira da Fundação, e encaminhá-lo à consideração do Ministro do Planejamento e Coordenação Geral em vista do disposto na letra *f* do parágrafo único do art 26 do Decreto-Lei nº 200, de 25 de fevereiro de 1967,

b) autorizar a abertura de créditos adicionais e outras alterações do orçamento, obedecidas as leis e regulamentos pertinentes,

c) autorizar os empréstimos a serem contraídos pela Fundação, ouvido o Conselho Fiscal,

d) aprovar as estimativas das subvenções e das dotações orçamentárias a serem solicitadas à União, na forma da legislação vigente,

e) estabelecer o plano de organização dos serviços básicos da Fundação e fixar a estrutura de seus órgãos, respeitadas as normas gerais da Reforma Administrativa,

f) expedir normas gerais de administração do pessoal, e dispor sôbre a organização do quadro de pessoal, criar e extinguir cargos, bem como as condições de contrato e dispensa, os níveis de remuneração, melhorias salariais e demais vantagens do pessoal,

g) manifestar-se sôbre a organização do quadro de pessoal e criação e transformação de cargos, bem como sôbre os critérios de contratação e dispensa, níveis de remuneração, melhorias salariais e demais vantagens do pessoal,

h) estabelecer os requisitos necessários para a designação dos dirigentes e chefes,

i) expedir normas sôbre a administração de material, obras e contratação de serviços, obedecidas as leis e regulamentos,

j) estabelecer as condições do contrato de servidores pertencentes aos quadros em extinção do CNE, CNG, ENCE e SNR, do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, bem como de servidores efetivos pertencentes às repartições centrais federais de estatística (art 20 do Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967) e dos demais servidores públicos e autárquicos (art 22 do Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967), obedecidas as leis e regulamentos pertinentes,

l) aprovar, prèviamente, a sua execução, convênios, acôrdos, ajustes e contratos, inclusive de compra e venda de imóveis, que a Fundação celebrar com entidades públicas e privadas, *m)* pronunciar-se sôbre a convocação bem como sôbre os programas das Conferências Nacionais de Estatística e de Geografia e Cartografia;

n) aprovar os relatórios a serem encaminhados pelo Presidente ao Ministério do Planejamento e Coordenação Geral (art. 26, parágrafo único, letra *c*, do Decreto-Lei n.º 200, de 25 de fevereiro de 1967);

o) subscrever as prestações de contas, relatórios e balanços a serem remetidos pelo Presidente ao Conselho Fiscal, para a competente apreciação,

p) elaborar o seu Regimento Interno, e aprovar os dos demais órgãos da Fundação, salvo o disposto no artigo 24, letra *e*, dêste Estatuto;

q) resolver os casos omissos neste Estatuto e pronunciar-se sôbre os assuntos que lhe forem submetidos pelo Presidente

§ 1º O Conselho sòmente poderá deliberar com a presença da maioria absoluta de seus membros

§ 2º As deliberações do Conselho terão a forma de "Resoluções" ou "Decisões" e serão tomadas pela maioria absoluta de seus membros ou maioria dos membros presentes, segundo o que dispuser o seu Regimento

§ 3º Nas deliberações do Conselho, o Presidente além do voto pessoal terá o de desempate.

SEÇÃO 2

Da Presidência

Art 17 A Presidência tem por finalidade supervisionar, em alto nível, tôdas as atividades da Fundação, e assegurar o perfeito entrosamento dos serviços técnicos de seus diversos órgãos, através de coordenação administrativa e financeira (Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, art. 8º).

Parágrafo único. A Presidência compreenderá uma Secretaria-Geral, que coordenará os órgãos administrativos e financeiros da Fundação, e órgãos executivos e de assessoramento.

Art 18 O Presidente será nomeado pelo Presidente da República, por indicação do Ministro do Planejamento e Coordenação Geral.

Art. 19 Compete ao Presidente, além de outras atribuições previstas neste Estatuto, e observado o princípio de supervisão ministerial, nos têrmos do Título IV do Decreto-Lei n.º 200, de 25 de fevereiro de 1967

a) cumprir e fazer cumprir as normas legais, estatutárias e regulamentares, bem como as instruções do Ministro do Planejamento e Coordenação Geral e as deliberações do Conselho Diretor,

b) submeter ao Ministro do Planejamento e Coordenação Geral relatórios e todo o expediente de interêsse da Fundação;

c) representar a Fundação em tôdas as suas relações;

d) nomear os Diretores-Superintendentes;

e) nomear os responsáveis pelos cargos de direção e chefia, de acôrdo com as normas estabelecidas;

f) autorizar o contrato e a dispensa de pessoal, bem como arbitrar-lhe vantagens, de acôrdo com as normas aprovadas;

g) convocar o Conselho Diretor e presidir-lhe as sessões;

h) apresentar ao Conselho Diretor propostas relativas às matérias de sua competência;

i) encaminhar ao Conselho Fiscal o relatório e a prestação de contas anual aprovados pelo Conselho Diretor,

j) convocar e presidir as Conferências Nacionais de Estatística e de Geografia e Cartografia,

l) tomar as medidas destinadas a promover o entrosamento entre as entidades da Fundação e as demais Instituições dos sistemas estatístico e geográfico-cartográfico nacionais;

m) movimentar os recursos da Fundação, assinar atos, contratos, convênios e ajustes, observadas as normas estabelecidas pelo Conselho Diretor,

n) delegar atribuições;

o) resolver os casos omissos, respeitado o que dispõem êste Estatuto e a legislação vigente

SEÇÃO 3

Do Conselho Fiscal

Art 20. O Conselho Fiscal (COF) é o órgão cuja finalidade é acompanhar e fiscalizar a gestão financeira da Fundação, zelando pelo bom e regular emprêgo dos seus recursos financeiros (Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, art. 10).

Art. 21. O Conselho Fiscal compõe-se de três membros, designados, respectivamente, pelo Presidente da República, pelo Ministro da Fazenda e pelo Ministro do Planejamento e Coordenação Geral.

§ 1.º O mandato dos membros do Conselho Fiscal será de três (3) anos, iniciar-se-á na data da instalação e terminará sempre em 30 de março

§ 2º Cada membro do Conselho Fiscal terá um suplente designado pelas mesmas autoridades indicadas neste artigo

§ 3.º O suplente substituirá o membro do Conselho Fiscal, quando convocado na forma estabelecida pelo

Regimento Interno Em caso de vacância a substituição prolongar-se-á até a designação do nôvo membro titular, que concluirá o mandato

Art 22 O Conselho Fiscal reunir-se-á, por convocação do seu Presidente, ordinàriamente, uma vez em cada trimestre e, extraordinàriamente, tantas vêzes quantas sejam necessárias, realizando, em cada reunião, as sessões que se fizerem mister

Parágrafo único Os membros do Conselho Fiscal perceberão por sessão uma gratificação correspondente a quarenta por cento (40%) do maior salário-mínimo vigente no País, até o máximo de oito (8) sessões no primeiro trimestre do ano, e de quatro (4) nos demais trimestres

Art. 23. Aplica-se aos membros do Conselho Fiscal o disposto, a respeito dos Conselheiros, no § 3º do art 11 dêste Estatuto

Art. 24 Compete ao Conselho Fiscal, além de outras atribuições previstas nestes Estatutos:

a) aprovar balancetes periódicos, bem como o balanço e a prestação anual de contas da Fundação,

b) dar parecer sôbre os empréstimos que venham a ser contraídos pela Fundação,

c) opinar sôbre os assuntos de contabilidade e de gestão financeira que lhe forem encaminhados pelo Conselho Diretor,

d) requisitar e examinar, a qualquer tempo, documentos, livros ou papéis relacionados com a administração financeira da Fundação, bem como requerer as informações e os esclarecimentos necessários, ao desempenho de suas atribuições;

e) elaborar o seu Regimento Interno

SEÇÃO 4

Do Instituto Brasileiro de Estatística

Art 25 O Instituto Brasileiro de Estatística (IBE) tem por finalidade coordenar as atividades do sistema estatístico nacional, bem como executar levantamentos de estatísticas contínuas e censitárias, e estudos sôbre os respectivos resultados, de acôrdo com as diretrizes e bases fixadas pela legislação vigente (Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, art. 9.º).

Parágrafo único. Caberá, prioritàriamente, ao IBE a execução do Plano Nacional de Estatísticas Básicas, definido pelo Govêrno, compreendendo as estatísticas essenciais ao planejamento econômico-social do País e à segurança nacional (Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, art 4º).

Art 26 O Instituto Brasileiro de Estatística terá a autonomia técnica indispensável ao desempenho de suas funções e seus serviços serão estruturados na forma do Regimento aprovado pelo Conselho Diretor, de acôrdo com a legislação em vigor (Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, art 7º)

Art 27 O Instituto Brasileiro de Estatística será dirigido por um Diretor-Superintendente (Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, art 7º, parágrafo único), competindo-lhe, além de outras atribuições

a) despachar com o Presidente da Fundação,

b) cumprir e fazer cumprir as normas legais, estatutárias e regimentais, bem como as deliberações do Conselho Diretor e das Comissões Técnicas e as ordens e instruções do Presidente da Fundação;

c) orientar e superintender tôdas as atividades do IBE;

d) designar, dentre os servidores da Fundação, seus assessôres e auxiliares imediatos e propor ao Presidente os chefes e dirigentes do Instituto Brasileiro de Estatística,

e) delegar atribuições

Art 28 A coordenação técnica das atividades do Instituto Brasileiro de Estatística será feita pela Comissão Nacional de Planejamento e Normas Estatísticas (CONPLANE), assim constituída (Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, art 11):

a) Diretor-Superintendente, que coordenará os trabalhos da Comissão,

b) titulares dos órgãos de mais alta hierarquia do Instituto Brasileiro de Estatística, designados pelo Conselho Diretor,

c) representantes do Instituto Brasileiro de Geografia e da Escola Nacional de Ciências Estatísticas designados pelos Diretores-Superintendentes respectivos;

d) representantes do Estado-Maior do Exército, do Estado-Maior da Armada e do Estado-Maior da Aeronáutica, designados pelos respectivos Ministros de Estado,

e) representantes das entidades usuárias de estatística, nas esferas pública e privada, nacional e regional, escolhidos segundo critério fixado pelo Conselho Diretor e um número a ser estabelecido, trienalmente pelo mesmo Conselho

§ 1º A metade dos representantes relacionados na letra *c* será indicada pela Conferência Nacional de Estatística, na forma que o seu regimento prever, e a outra metade designada pelo Conselho Diretor

§ 2º A Comissão reunir-se-á, por convocação do seu Coordenador, ordinàriamente, uma vez por trimestre e, extraordinàriamente, tantas vêzes quantas forem necessárias

§ 3º Os membros da Comissão perceberão uma quota de presença, a ser fixada pelo Conselho Diretor, até o máximo de seis (6) sessões por trimestre, computadas entre estas as sessões de subcomissões (art. 30)

Art 29 Competirá prioritàriamente à Comissão Nacional de Planejamento e Normas Estatísticas pronunciar-se sôbre os programas e planos de trabalho dos órgãos integrantes do sistema estatístico nacional, sempre que se deseje assegurar a obrigatoriedade legal de informação (Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, art. 11, parágrafo único)

Art 30 Caberá, outrossim, à Comissão elaborar seu Regimento Interno — que deverá prever a organização de subcomissões — a ser submetido à aprovação do Conselho Diretor por intermédio do Presidente da Fundação

Art 31. O Instituto Brasileiro de Estatística proverá periòdicamente a Conferência Nacional de Estatística (CONFEST), com o objetivo de examinar, com representantes dos Ministérios, Governos Estaduais e outras entidades públicas e privadas, produtoras ou usuárias de estatísticas, técnicos e especialistas em assuntos relacionados com estatísticas contínuas e censitárias, os programas das respectivas atividades, visando a alcançar, através de racional coordenação de esforços, o melhor atendimento das necessidades do País, nesse campo de atividades (Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, art. 14)

Parágrafo único A Conferência Nacional de Estatística reunir-se-á com a periodicidade máxima de três (3) anos, por convocação do Presidente da Fundação, ouvido o Conselho Diretor (Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, artigo 14).

SEÇÃO 5

Do Instituto Brasileiro de Geografia

Art 32. O Instituto Brasileiro de Geografia (IBG) é o órgão que tem a finalidade de coordenar as atividades do sistema geográfico-cartográfico nacional, bem como executar estudos e levantamentos geográfico-cartográficos necessários ao planejamento sócio-econômico do País, e à segurança nacional, de acôrdo com as diretrizes e bases estabelecidas pela legislação vigente (Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967, art 9.º)

Art 33 O Instituto Brasileiro de Geografia (IBG) gozará da autonomia técnica indispensável ao desempenho de suas funções, e seus serviços serão estruturados na forma do Regimento aprovado pelo Conselho Diretor, tendo em vista a legislação em vigor

Art 34 O Instituto Brasileiro de Geografia será dirigido por um Diretor-Superintendente (Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967, art. 7.º, parágrafo único), competindo-lhe além de outras atribuições

a) despachar com o Presidente da Fundação;

b) cumprir e fazer cumprir as normas legais, estatutárias e regimentais, bem como as deliberações do Conselho Diretor e das Comissões Técnicas e as ordens e instruções do Presidente da Fundação,

c) orientar e superintender tôdas as atividades do IBG;

d) designar, dentre os servidores da Fundação, seus assessôres e auxiliares imediatos e propor ao Presidente os chefes e dirigentes do Instituto Brasileiro de Geografia,

e) delegar atribuições.

Art 35. A coordenação técnica das atividades do Instituto Brasileiro de Geografia será feita pela Comissão Nacional de Planejamento e Normas Geográfico-Cartográficas (CONPLANGE) (Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, art 12)

Art 36 Constituem a Comissão Nacional de Planejamento e Normas Geográfico-Cartográficas (CONPLANGE):

a) Diretor-Superintendente do Instituto Brasileiro de Geografia, que coordenará os trabalhos;

b) titulares dos órgãos de mais alta hierarquia do Instituto Brasileiro de Geografia, designados pelo Conselho Diretor;

c) representantes do Instituto Brasileiro de Estatística e da Escola Nacional de Ciências Estatísticas, designados pelos seus Diretores-Superintendentes;

d) Diretor-Geral de Hidrografia e Navegação do Ministério da Marinha, ou seu representante;

e) Diretor do Serviço Geográfico do Exército, ou seu representante,

f) Subdiretor de normas e procedimentos do Ministério da Aeronáutica, ou seu representante;

g) representantes de órgãos especializados em Geografia ou Cartografia, na esfera pública ou privada, nacional ou regional, escolhidos segundo critério fixado pelo Conselho Diretor e em número a ser fixado trienalmente pelo mesmo Conselho

Parágrafo único. Aos membros da Comissão Nacional de Planejamento e Normas Geográfico-Cartográficas (CONPLANGE), aplica-se, no que couber, o disposto nos parágrafos 1 º 2.º e 3 º, do art 28 dêste Estatuto

Art 37 Competirá prioritàriamente à Comissão Nacional de Planejamento e Normas Geográfico-Cartográficas pronunciar-se sôbre os programas e planos dos órgãos especializados, a serem incluídos no Plano Nacional de Geografia e Cartografia Terrestre (Decreto-Lei n º 161, de 13 de fevereiro de 1967, art. 12, parágrafo único)

Art 38 À Comissão de Cartografia incumbirá a coordenação da execução da política cartográfica nacional e as atribuições previstas no Decreto-Lei n º 243, de 28 de fevereiro de 1967

§ 1 º A Comissão de Cartografia será constituída de representante do Diretor-Superintendente do Instituto Brasileiro de Geografia, e de membros designados pelos Ministérios da Marinha, do Exército, da Aeronáutica, da Agricultura, das Minas e Energia e Associação Nacional de Emprêsas de Aerofotogrametria, que terão suplentes, na forma do Decreto-Lei n.º 243, de 28 de fevereiro de 1967.

§ 2 º À Comissão de Cartografia aplica-se, no que couber, o disposto nos parágrafos 2 º e 3.º do artigo 28 dêste Estatuto.

§ 3 º A Comissão de Cartografia reger-se-á pelas normas estatuídas no Decreto-Lei n º 243, de 28 de fevereiro de 1967, complementadas por disposições do seu regimento interno

Art. 39 Competirá, outrossim, à Comissão Nacional de Planejamento e Normas Geográfico-Cartográficas e à Comissão de Cartografia, elaborar disposições de seu regimento interno, a ser submetido à aprovação do Conselho Diretor, por intermédio do Presidente da Fundação

Parágrafo único. Os regimentos Internos previstos neste artigo cuidarão de estabelecer a indispensável coordenação das atividades das duas Comissões

Art 40 O IBG promoverá periòdicamente a Conferência Nacional de Geografia e Cartografia (CONFEGE) com o objetivo de examinar, com representantes dos Ministérios, Governos Estaduais, e outras entidades públicas e privadas, produtoras ou usuárias de informações geográfico-cartográficas, técnicos e especialistas em assuntos geográfico-cartográficos, os programas das respectivas atividades visando a alcançar, através de racional coordenação de esforços, o melhor atendimento das necessidades do País, nesse campo de atividades (Decreto-Lei n º 161, de 13 de fevereiro de 1967, art 14).

Parágrafo único A Conferência Nacional de Geografia e Cartografia reunir-se-á com a periodicidade máxima de três (3) anos, por convocação do Presidente da Fundação, ouvido o Conselho Diretor (Decreto-Lei n º 161, de 13 de fevereiro de 1967, art. 14)

Seção 6

Da Escola Nacional de Ciências Estatísticas

Art 41 A Escola Nacional de Ciências Estatísticas (ENCE) tem por finalidade a formação, o aperfeiçoamento e a especialização, através do ensino e da pesquisa, de técnicos que possam servir às atividades estatísticas e, prioritàriamente, às necessidades do Sistema Estatístico Nacional, em todos os níveis (Decreto-Lei n º 161, de 13 de fevereiro de 1967, art 9 º, letra *b*)

Parágrafo único A Escola poderá manter, por deliberação do Conselho Diretor, outros cursos de formação e aperfeiçoamento relacionados com as demais atividades da Fundação, especialmente no campo da Geografia e da Cartografia, respeitada a legislação específica.

Art 42 A Escola Nacional de Ciências Estatísticas terá autonomia didática inerente à sua condição de estabelecimento de ensino superior, sem prejuízo de sua articulação com os demais órgãos da Fundação, inclusive quanto ao entrosamento das respectivas atividades (Decreto-Lei n º 161, de 13 de fevereiro de 1967, art 7 º)

Parágrafo único. A estrutura da Escola será definida em Regimento que observará, além dos princípios indicados neste artigo, os dispositivos legais aplicáveis

Art 43 A Escola Nacional de Ciências Estatísticas será dirigida por um Diretor-Superintendente, nomeado pelo Presidente da Fundação, respeitada a legislação específica, e que terá, no que couber, as funções estabelecidas no art 27 dêste Estatuto, além de outras decorrentes da legislação federal sôbre o ensino superior. (Decreto-Lei n º 161, de 13 de fevereiro de 1967, art 7 º, parágrafo único)

CAPÍTULO IV

Do regime financeiro

Art 44 O exercício financeiro coincidirá com o ano civil

Art 45 Anualmente, nas épocas próprias, a Fundação apresentará ao Govêrno, pela forma estabelecida, a proposta dos quantitativos necessários para fazer face às despesas a serem atendidas por dotações orçamentárias e subvenções da União

Art. 46. Até o dia trinta e um (31) de outubro de cada ano, o Presidente da Fundação apresentará ao Conselho Diretor a proposta do orçamento-programa da Fundação, que vigorará a partir de primeiro (1º) de janeiro do ano seguinte.

§ 1º A proposta será instruída com os elementos necessários, inclusive planos de trabalho.

§ 2º Para a realização de programas cuja execução possa exceder a um exercício, as despesas previstas poderão ser autorizadas globalmente, consignando-se nos orçamentos as correspondentes dotações com as respectivas especificações.

Art 47 O Conselho Diretor terá o prazo de trinta (30) dias para apreciar a proposta.

Art 48 Durante o exercício financeiro o Conselho Diretor poderá autorizar a abertura de créditos especiais e adicionais e, no segundo semestre, alterações orçamentárias, obedecidas as leis e regulamentos pertinentes

Art. 49 O Relatório das atividades e a prestação anual de contas, depois de aprovados pelo Conselho Diretor, serão submetidos pelo Presidente da Fundação ao Conselho Fiscal, até o dia vinte e oito (28) de fevereiro do ano seguinte.

§ 1.º O Conselho Fiscal terá vinte (20) dias para emitir parecer e comunicá-lo ao Presidente da Fundação.

§ 2.º O Presidente da Fundação terá o prazo de dez (10) dias para encaminhar êsse parecer ao Ministro de Estado do Planejamento e Coordenação Geral, acompanhado dos esclarecimentos necessários

CAPÍTULO V

Do Pessoal

Art 50. O regime jurídico do pessoal da Fundação será o da legislação trabalhista (Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, art 15)

§ 1º Cabe ao Ministro do Planejamento e Coordenação Geral a aprovação final do quadro de pessoal, criação e transformação de cargos, critérios de contratação e dispensa, níveis de remuneração, melhorias salariais e demais vantagens de pessoal, mediante manifestação favorável do Conselho Diretor (Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967, art. 15, parágrafo único e Decreto-Lei nº 200, de 25 de fevereiro de 1967, art 26, parágrafo único, letra "f").

§ 2.º A admissão ao quadro de pessoal será feita mediante contrato, após habilitação por meio de provas, de provas e de títulos, ou de títulos, a critério do Conselho Diretor.

Art 51 Obedecidos os critérios a que se refere o § 1.º do artigo anterior, a Fundação poderá firmar contrato de trabalho, pelo regime das leis trabalhistas, com servidores pertencentes aos quadros em extinção do CNE, CNG, SNR e ENCE, do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, bem assim com os pertencentes aos quadros do serviço público centralizado e autárquico, desde que colocados à sua disposição, nos têrmos da legislação vigente

Art. 52. É facultado ao pessoal pertencente aos quadros em extinção do IBGE e aos servidores públicos e autárquicos, que firmarem contrato de trabalho com a Fundação, continuar a contribuir para o IPASE, durante a vigência do contrato (Art. 19, § 3º do Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967).

CAPÍTULO VI

Das disposições gerais e transitórias

Art 53. A Fundação exercerá no âmbito da União, as atribuições das entidades integradas no extinto Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, enumerados no art. 3.º do Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967.

Art 54 A Fundação, quanto às tarifas postais e telegráficas, terá o mesmo tratamento assegurado pela legislação aos órgãos da administração federal (art. 27 do Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967).

Art. 55. A Fundação gozará de fôro especial (Art 26 do Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967), processando-se perante os Juízes e Tribunais Federais, e em tôdas as instâncias, as causas em que fôr autora, ré, assistente ou oponente

Art 56. No casos judiciais em curso em que figura o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística como autor, réu, assistente ou oponente, continuarão a funcionar os procuradores dos quadros em extinção dos Conselhos Nacionais de Estatística e de Geografia do referido Instituto.

Art 57 Continuarão em pleno vigor sob a responsabilidade da Fundação, com a ressalva prevista no art. 30, do Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, até o cumprimento integral de suas cláusulas e condições, inclusive prazos, todos os contratos, convênios, ajustes e acôrdos firmados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística ou seus órgãos componentes (Conselho Nacional de Geografia, Conselho Nacional de Estatística, Serviço Nacional de Recenseamento e Escola Nacional de Ciências Estatísticas) com pessoas naturais e jurídicas, de direito público e privado

Art 58 No corrente exercício, a Fundação cumprirá a programação feita pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, cabendo-lhe, nos têrmos do art. 29, do Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967, as dotações orçamentárias respectivas

Art 59 O Conselho Diretor elaborará o plano, a ser submetido ao Govêrno, da transferência das atribuições das Repartições Centrais de Estatística, relacionadas no art. 3º, nº 5, do Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, à vista do que ficar estabelecido no Plano Nacional de Estatísticas Básicas.

Art 60 Os órgãos incluídos na estrutura da Fundação por fôrça de legislação federal específica serão instalados na medida em que sejam fornecidos os recursos financeiros necessários ao seu custeio e ao desempenho de suas atividades.

Art. 61 Para atender ao que estabelece o § 4.º do art 16 do Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, e tendo em vista o disposto nos arts 16 a 20 e 23 e seus parágrafos respectivos, do mesmo Decreto-lei, a Fundação organizará e manterá um Serviço Especial do Pessoal dos Quadros em Extinção — SEPEX — que observará, além das normas baixadas pelo Conselho Diretor e ordens emanadas do Presidente, as instruções que sôbre o assunto sejam expedidas pelo DASP

Art 62 Os servidores pertencentes aos quadros em extinção da Secretaria-Geral do CNE, da Secretaria-Geral do CNG, do SNR e da ENCE passarão a prestar serviços à Fundação sem solução de continuidade, assegurados todos os direitos e vantagens inerentes à sua condição de servidores públicos.

Parágrafo único O regime de trabalho dêsses servidores, inclusive quanto ao regime de tempo integral no que diz respeito aos vencimentos e vantagens dos cargos em comissão e funções gratificadas, continuará a ser o mesmo, até que normas específicas sejam baixadas pelo Conselho Diretor, nos têrmos do Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967, art 17 e seu parágrafo

Art 63 A contabilidade da Fundação apropriará em títulos especiais os recursos aplicados no pagamento do pessoal dos quadros em extinção do CNE, do CNG, do SNR e da ENCE e do pessoal inativo dêsses quadros (arts 18 e seu parágrafo único, e 23, do Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967)

Art 64 Para assegurar a renovação anual dos Conselheiros, pela têrça parte, como estabelecido no § 2º do art 11, os mandatos dos Conselheiros do primeiro Conselho Diretor serão os seguintes:

a) Representante do Ministério do Interior e Diretor Superintendente do Instituto Brasileiro de Estatística (1) ano;

b) Representante do Estado-Maior das Fôrças Armadas e Diretor-Superintendente do Instituto Brasileiro de Geografia dois (2) anos,

c) Representante do Ministério do Planejamento e Coordenação Geral e Diretor-Superintendente da Escola Nacional de Ciências Estatísticas três (3) anos

Art 65 Enquanto não estiver instalado o primeiro Conselho Diretor, as suas atribuições serão exercidas por uma Junta constituída pelo Presidente da Fundação e pelos Diretores-Superintendentes do Instituto Brasileiro de Estatística, do Instituto Brasileiro de Geografia e da Escola Nacional de Ciências Estatísticas

Art 66 Os membros do Conselho Diretor e os responsáveis pela Administração da entidade não responderão pelas obrigações da Fundação

Art 67 A remuneração do Presidente da Fundação e dos Diretores-Superintendentes dos órgãos autônomos será fixada pelo Ministro de Planejamento e Coordenação Geral.

§ 1º O Presidente da Fundação e os Diretores-Superintendentes dos órgãos autônomos receberão ajuda de custo mensal em importância equivalente a cinqüenta por cento (50%) da respectiva remuneração, sempre que exercerem aquelas funções em regime de tempo integral e dedicação exclusiva

§ 2º O Presidente da Fundação e os Diretores-Superintendentes dos órgãos autônomos, se funcionários públicos, militares, servidores autárquicos ou dos quadros em extinção do IBGE, serão considerados à disposição da Fundação, com prejuízo dos vencimentos de seus cargos efetivos, e, enquanto exercerem aquelas funções, farão jus aos direitos e vantagens assegurados aos servidores da Fundação

§ 3º O servidor pertencente aos quadros de pessoal da Fundação que vier a exercer os cargos de Presidente ou de Diretor-Superitendente, enquanto estiver no exercício dos mesmos deixará de receber a remuneração de sua função como empregado da entidade

Art 68 Aos conselheiros indicados no art 15 dêste Estatuto, quando tiverem a seu cargo, em caráter permanente, incumbências previstas no mesmo artigo, será paga uma ajuda de custo mensal de valor igual a vinte e cinco por cento (25%) da remuneração fixada para os Diretores-Superintendentes, nos têrmos do art. 67.

Art 69 O participante de mais de um órgão colegiado da Fundação sòmente receberá gratificação de presença por um dêsses colegiados, a sua escolha

Art 70 Até ulterior deliberação do Conselho Diretor, os diversos serviços do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística ficam distribuídos da seguinte forma pelos órgãos da Fundação

a) Instituto Brasileiro de Estatística — Serviços e órgãos da Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Estatística e do Serviço Nacional de Recenseamento,

b) Instituto Brasileiro de Geografia — Serviços e órgãos da Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Geografia,

c) Escola Nacional de Ciências Estatísticas — Serviços e órgãos da Escola Nacional de Ciências Estatísticas,

d) Presidência da Fundação — Serviços e órgãos da Presidência do IBGE, e Serviço Gráfico do IBGE.

Art 71 Até 30 de junho de 1970, obedecidas as normas legais e regulamentares, os servidores das Autarquias, das Sociedades de Economia Mista e das Emprêsas Estatais poderão ser colocados à disposição da Fundação, para colaborar no planejamento da organização estrutural e na implantação dos órgãos e das atividades da Fundação

Art 72 O presente Estatuto poderá ser reformado no todo ou em parte

§ 1º A proposta de reforma será de iniciativa do Presidente ou de dois membros do Conselho Diretor Se aceita pela maioria absoluta do Conselho a emenda será remetida ao Ministro de Estado do Planejamento e Coordenação Geral, que, se a aprovar, submetê-la-á ao Presidente da República

§ 2º Aprovados por Decreto, as alterações serão averbadas no registro competente

Art 73 Os casos omissos neste Estatuto serão resolvidos, de acôrdo com a legislação vigente, pelo Conselho Diretor da Fundação, obedecido o princípio da supervisão ministerial, nos têrmos do Título IV do Decreto-Lei nº 200, de 25 de fevereiro de 1967

Brasília, 2 de agôsto de 1967 — *Hélio Beltrão*

(Publicado no *Diário Oficial*, edição de 7-8-1967)

DECRETO N.º 61.127 — DE 2 DE AGÔSTO DE 1967

Estabelece normas disciplinadoras da instalação da "Fundação IBGE"

O Presidente da República, no uso das atribuições que lhe confere o artigo 83, item II, da Constituição, e tendo em vista a necessidade de assegurar a continuidade dos serviços prestados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, em face da instituição da "Fundação IBGE", autorizada pelo Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967,

DECRETA:

Art 1º No corrente exercício, a "Fundação IBGE" cumprirá a programação feita pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, cabendo-lhe, nos têrmos do art 29, do Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, as dotações orçamentárias consignadas àquele Instituto.

Art 2º As contas bancárias existentes em nome do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, ou de quaisquer de seus órgãos — Conselho Nacional de Estatística, Conselho Nacional de Geografia, Serviço Nacional de Recenseamento e Escola Nacional de Ciências Estatísticas — inclusive as vinculadas ao título "Podêres Públicos", serão transferidas para o nome da "Fundação IBGE", uma vez esta instituída, e passarão a ser movimentadas pelo Presidente da Fundação ou por servidor pelo mesmo designado

Art 3º As contas do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística serão encerradas na data da instituição da "Fundação IBGE", para posterior apreciação pelo Conselho Fiscal dessa Fundação, na forma da letra "e", do parágrafo único, do art 26, do Decreto-Lei nº 200, de 25 de fevereiro de 1967

Art 4º Enquanto não fôr autorizada, por Decreto, a transferência de atribuições dos Serviços Centrais Federais de Estatística, prevista no artigo 8º, parágrafos 1º e 2º do Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, êsses Serviços continuarão a realizar normalmente todos os trabalhos estatísticos de sua competência, sem qualquer solução de continuidade

Parágrafo único Os Ministérios aos quais estejam vinculados os Serviços referidos neste artigo continuarão a proporcionar-lhes todos os elementos — em pessoal, material e recursos financeiros — necessários à realização de seus encargos, até que os mesmos sejam transferidos para a Fundação

Art 5º A transferência das atribuições referidas no artigo 4.º será feita por etapas, nos têrmos do § 2º, do artigo 3º, do Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, observado o Plano Nacional de Estatísticas Básicas.

Art. 6º Instituída a "Fundação IBGE" na forma do art 1º, do § 1º do Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, adotar-se-ão as seguintes providências

I — Enquanto não fôr instalado o seu primeiro Conselho Diretor, as atribuições do mesmo serão exercidas por uma Junta Diretora constituída pelo Presidente da Fundação e pelos Diretores-Superintendentes do Instituto Brasileiro de Estatística, do Instituto Brasileiro de Geografia e da Escola Nacional de Ciências Estatísticas

II — Até ulterior deliberação do Conselho Diretor da Fundação IBGE, os diversos serviços do atual Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística ficarão distribuídos da seguinte maneira pelos órgãos da Fundação:

a) Instituto Brasileiro de Estatística — serviços e órgãos da Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Estatística e do Serviço Nacional de Recenseamento,

b) Instituto Brasileiro de Geografia — serviços e órgãos da Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Geografia,

c) Escola Nacional de Ciências Estatísticas — serviços e órgãos da Escola Nacional de Ciências Estatísticas,

d) Presidência da Fundação — serviços e órgãos da Presidência do IBGE e Serviço Gráfico do IBGE

III — Os servidores pertencentes aos quadros em extinção da Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Estatística, da Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Geografia, do Serviço Nacional de Recenseamento e da Escola Nacional de Ciências Estatísticas passarão a prestar serviços à Fundação sem solução de continuidade, assegurados todos os direitos e vantagens inerentes à sua condição de servidores públicos.

IV — O regime de trabalho dos servidores mencionados no inciso anterior, inclusive no que diz respeito ao Regime de Tempo Integral e Dedicação Exclusiva e aos vencimentos dos cargos em comissão e funções gratificadas, continuará a ser o mesmo, até que normas específicas sejam baixadas pelo Conselho-Diretor da Fundação, nos têrmos do art. 17 e seu parágrafo único, do Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967.

V — As atribuições da competência do Presidente, dos Secretários-Gerais, dos Diretores e Chefes do IBGE e de seus órgãos componentes, em relação ao pessoal dos seus quadros em extinção (art 16 do Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967), serão exercidas pelo Presidente da Fundação, pessoalmente ou por delegação

Art 7º Continuarão em pleno vigor, sob a responsabilidade da Fundação, com a ressalva prevista no art. 30, do Decreto-Lei nº 161, de 13 de fevereiro de 1967, até o cumprimento integral de suas cláusulas e condições, inclusive prazos, todos os contratos, convênios, ajustes e acôrdos firmados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística ou seus órgãos componentes — Conselho Nacional de Geografia, Conselho Nacional de Estatística, Serviço Nacional de Recenseamento e Escola Nacional de Ciências Estatísticas — com pessoas naturais ou jurídicas, de direito público ou privado

Art 8º Nos casos judiciais em curso em que o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, ou qualquer dos seus órgãos componentes, figure como autor, réu, assistente ou oponente, continuarão a funcionar os procuradores dos quadros em extinção, dos Conselhos Nacional de Estatística e de Geografia do referido Instituto, com as prerrogativas dos membros do Ministério Público da União (Lei nº 2.123, de 1º de dezembro de 1953, art. 1.º)

Art 9º Os órgãos incluídos na estrutura da Fundação por fôrça da legislação específica serão instalados na medida em que sejam fornecidos os recursos financeiros necessários ao seu custeio e ao desempenho de suas atividades

Art 10 A "Fundação IBGE" poderá pleitear recursos, em moeda nacional, junto ao Conselho de Cooperação Técnica da Aliança para o Progresso — CONTAP — a fim de financiar os estudos necessários à organização e estruturação de seus serviços e à realização de pesquisas e trabalhos técnicos de sua responsabilidade, nos têrmos do Decreto n.º 56 979, de 1º de outubro de 1965.

Art. 11 Até 30 de junho de 1970, servidores das Autarquias, das Sociedades de Economia Mista e das Emprêsas Estatais poderão ser colocados à disposição da "Fundação IBGE" com todos os seus direitos e vantagens assegurados pelas entidades a que pertençam, para colaborar no planejamento da organização estrutural e na implantação dos serviços da Fundação

Art 12 Os funcionários públicos, militares, servidores autárquicos ou dos quadros em extinção do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, nomeados para o cargo de Presidente da Fundação ou de Diretor-Superintendente de um dos seus órgãos autônomos, serão considerados à disposição da "Fundação IBGE" com perda dos vencimentos e vantagens financeiros do seu cargo efetivo, ficando-lhes, porém, assegurados os demais direitos e vantagens inerentes à sua condição de servidor público

Art 13 Êste Decreto entrará em vigor na data de sua publicação, revogadas as disposições em contrário

Brasília, 2 de agôsto de 1967; 146º da Independência e 79º da República

A COSTA E SILVA
Hélio Beltrão

(Publicado no *Diário Oficial*, edição de 7-8-1967)

DECRETO DE 16 DE AGÔSTO DE 1967

O Presidente da República, no uso da atribuição que lhe confere o art 8º, al'nea *a*, do Decreto-Lei n.º 161, de 13-2-67, resolve

NOMEAR:

o Sr Sebastião de Aguiar Ayres para exercer o cargo de Presidente da Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, criado pelo artigo 11, item 1, do Estatuto dessa Fundação, aprovado pelo Decreto nº 61 126, de 2 de agôsto de 1967

Brasília, 16 de agôsto de 1967; 146º da Independência e 79º da República

A COSTA E SILVA
Hélio Marcos Penna Beltrão

(Publicado no *Diário Oficial*, edição de 16-8-67)

RESOLUÇÕES DA JEC

RESOLUÇÃO JEC-922, DE 12 DE JULHO DE 1967

Abre crédito especial de NCr$ 4 500,00, destinado a suplementar o auxílio regular do SEEC, do MEC

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando das suas atribuições, e

considerando a solicitação contida no ofício nº SEEC/478, de 27 de dezembro de 1966, no sentido de lhe ser concedido auxílio suplementar, no montante de NCr$ 4 500,00 (quatro mil e quinhentos cruzeiros novos), para apuração das estatísticas educacionais, em face da insuficiência da dotação atribuída pelo Ministério da Educação e Cultura,

considerando que o Conselho Nacional de Estatística, nos têrmos da legislação e dos convênios de estatística em vigor, tem, sempre que necessário, adotado o princípio da colaboração e do auxílio aos órgãos integrantes do sistema estatístico nacional, e

considerando que a dotação consignada na verba "3 2 0 0 — Transferências Correntes — 3 2 9 0 — Diversas Transferências Correntes — 3 2 9.2 — Entidades Federais — 1) Assistência aos Órfãos Federais do Sistema Estatístico" foi totalmente distribuída, não havendo, assim, recursos orçamentários para a suplementação solicitada que, na conformidade do parecer do Serviço Econômico e Financeiro, sòmente poderá correr através de crédito especial,

RESOLVE

Artigo único — Fica aberto, pela Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Estatística, mediante destaque dos recursos existentes na conta "Convênios Nacionais de Estatística Municipal", o crédito especial de NCr$ 4 500,00 (quatro mil e quinhentos cruzeiros novos), destinado a suplementar o auxílio regular concedido ao Serviço de Estatística da Educação e Cultura, na conformidade do processo nº 15 100/66

*

RESOLUÇÃO JEC-923, DE 12 DE JULHO DE 1967

Abre crédito especial de NCr$ 1 850,51, para atender a pagamento de despesas de exercícios anteriores

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando das suas atribuições, e

considerando a necessidade de atender a despesas de exercícios anteriores, relativas a diferenças de vencimentos e gratificação adicional por tempo de serviço (qüinqüênio), alusivas aos exercícios de 1962 a 1966, no total de NCr$ 1 850,51 (um mil oitocentos e cinqüenta cruzeiros novos e cinqüenta e um centavos), conforme consta do processo n.º 7 171/67, no qual se acham relacionados os processos ns 18 086/64, 6 939/66, 7 753/66, 2 805/67 e 6 519/67, e

considerando que a referida despesa, por aludir a exercícios anteriores, sòmente poderá correr à conta de crédito especial,

RESOLVE

Artigo único — Fica aberto, pela Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Estatística, mediante destaque dos recursos existentes na conta "Convênios Nacionais de Estatística Municipal", o crédito especial de NCr$ 1 850,51 (hum mil oitocentos e cinqüenta cruzeiros novos e cinqüenta e um centavos), destinado a atender despesas de exercícios anteriores, na conformidade do processo n.º 7 171/67

*

RESOLUÇÃO JEC-924, DE 26 DE JULHO DE 1967

Altera os artigos 5.º e seu parágrafo único e 6.º da Resolução JEC/879, de 8 de junho de 1966

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando das suas atribuições, e

considerando que a verificação procedida pela Secretaria-Geral junto às Inspetorias Regionais, quanto à aplicabilidade do sistema de atualização de cadastros de informantes das Campanhas Estatísticas previsto na Resolução JEC/879, de 8 de junho de 1966, indicou a conveniência de ser alterada a rotina estabelecida pelos artigos 5.º e seu parágrafo único e 6.º da referida Resolução, conforme o exposto no processo n.º 5 925/66,

RESOLVE

Art 1.º — Passa a ser a seguinte a redação dos artigos 5.º e seu parágrafo único e 6.º da Resolução JEC/ /879, de 8 de junho de 1966:

"Art 5.º — Nos anos para os quais o arrolamento completo não esteja programado, caberá às Agências Municipais de Estatística preencher 4 (quatro) vias do Boletim de Alteração de Cadastro (BAC) de que trata o artigo 6.º desta Resolução, para cada assunto em que hajam ocorrido alterações no universo das unidades informantes, relativamente ao ano imediatamente anterior ao da Campanha em desenvolvimento

Parágrafo único — As 4 (quatro) vias do BAC, devidamente preenchidas pelo Agente, destinam-se, respectivamente, ao Órgão Central Federal interessado no assunto, ao Departamento Estadual de Estatística, à Inspetoria Regional e à Agência Municipal de Estatística encarregada da coleta

Art 6.º — A Secretaria-Geral do Conselho submeterá, até 30 de setembro de 1967, à consideração da Junta Executiva Central, para exame e aprovação, um modêlo do Boletim de Alteração de Cadastro (BAC) para ser usado na atualização dos cadastros dos informantes dos Anexos I e II das Campanhas Estatísticas"

Art 2.º — Revogam-se as disposições em contrário

*

RESOLUÇÃO JEC-925, DE 23 DE AGÔSTO DE 1967

Abre crédito especial de NCr$ 1 473,86, para atender a pagamento de despesas de exercícios anteriores

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando das suas atribuições, e

considerando a necessidade de atender a despesas de exercícios anteriores, relativas a salário família e diferenças de gratificação adicional por tempo de serviço (qüinqüênio) e alusivas aos exercícios de 1961 a 1966, no total de NCr$ 1 473,86 (hum mil quatrocentos e setenta e três cruzeiros novos e oitenta e seis centavos), conforme consta do processo n.º 8 483/67, no qual se acham relacionados os processos ns 13 890/66, 5 383, 5 834, 6 061, 6 096, 6 177, 6 303 e 6 612/67, e

considerando que a referida despesa, por aludir a exercícios anteriores, sòmente poderá correr à conta de crédito especial,

RESOLVE

Artigo único — Fica aberto, pela Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Estatística, mediante destaque dos recursos existentes na conta "Convênios Nacionais de Estatística Municipal", o crédito especial de .. NCr$ 1 473,86 (hum mil quatrocentos e setenta e três cruzeiros novos e oitenta e seis centavos), destinado a atender despesas de exercícios anteriores, na conformidade do processo número 8 483/67

★

RESOLUÇÃO JEC-926, DE 30 DE AGÔSTO DE 1967

Dispõe sôbre a realização da XXXII Campanha Estatística

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando das suas atribuições, e

considerando o resultado dos estudos realizados pela Comissão Técnica de Revisão e Aperfeiçoamento das Campanhas Estatísticas (CTRACE);

considerando o que dispõe a Resolução AG/623, de 10 de junho de 1954,

RESOLVE:

Art 1º — A XXXII Campanha Estatística Nacional será realizada segundo o plano especificado nos Anexos I e II desta Resolução.

Art 2º — Ficam as Comissões Revisoras de Estatística Municipal (CREM) incumbidas de fiscalizar, no plano regional, os prazos fixados na Resolução AG-812, de 21 de junho de 1963

Art 3.º — Os órgãos Centrais Regionais entregarão às Inspetorias Regionais de Estatística do Estado, até 15 de novembro de 1967, os instrumentos de coleta dos inquéritos regionais a serem lançados em 1968.

Parágrafo único — No mesmo prazo a que se refere êste artigo, será enviada à Secretaria-Geral do Conselho uma coleção dos mencionados instrumentos de coleta, acompanhada, quando fôr o caso, de documentação justificativa dos levantamentos, e as instruções especiais para a respectiva execução

Art 4º — A remessa do auxílio financeiro concedido pelo Conselho aos órgãos Centrais Regionais e Federais ficará na dependência do cumprimento, respectivamente, do disposto na Resolução JEC-495, de 28 de dezembro de 1955, e das obrigações decorrentes da Convenção Nacional de Estatística

Art. 5º — A Secretaria-Geral do Conselho procederá à remessa do material de coleta e apuração dos inquéritos constantes dos Anexos I e II desta Resolução, até 29 de dezembro de 1967

XXXII CAMPANHA ESTATÍSTICA

RELAÇÃO DOS INQUÉRITOS

Anexo I

ÓRGÃO INTERESSADO	CÓDIGO	INQUÉRITOS
		QUESTIONÁRIOS DA SÉRIE "Q"
SEP	Q-1 01/1	Armazenagem e Estocagem a Sêco
	Q-1 01/2	Armazenagem e Estocagem a Frio
	Q-1 03	Produção Extrativa (exclusive mineral)
	Q-1 08	Fontes Hidrominerais
SEDMP	Q-5 04	Culto Católico
	Q-5 05	Culto Protestante ou Evangélico
	Q-5 06	Culto Espírita
	Q-5 07	Guarda Civil
	Q-5 08	Serviço de Trânsito
	Q-5 09	Movimento Carcerário
	Q-5 10	Movimento Policial
	Q-5 11	*Suicídios e Tentativas*
	Q-5 12	Incêndios
	Q-5 13	Desastres e Acidentes do Trânsito
	Q-5 14	Desquites
SES	Q-6 01/1	Assistência Hospitalar e Para-Hospitalar
	Q-6 01/2	Serviços Oficiais de Saúde Pública
	Q-6 02 1	Abastecimento dágua
	Q-6 03 1	Esgôtos
	Q-6 04 1	Serviços de Limpeza Pública e Remoção de Lixo
SEPT	Q-7 01	Associações de Beneficência Mutuária
	Q-7 05	Previdência dos Servidores Públicos Estaduais
SG/DLE	Q-9 01	Emprêsas de Transporte Rodoviário
	Q-9 02	Emprêsas Telefônicas
	Q-9 03	*Automóveis e Outros Veículos Automotores*
	Q-9 04 1	Emprêsas de Terraplenagem

XXXII CAMPANHA ESTATÍSTICA

RELAÇÃO DOS INQUÉRITOS

Anexo II

ÓRGÃO INTERESSADO	INQUÉRITOS
SEP	PESCA (anual) 1) Pesca colonizada (P 1) 2) Pesca não colonizada (P 2) 3) Indústria Pesqueira (P 3) CAL LENHA CARVÃO VEGETAL CARVÃO MINERAL OLEOS E GORDURAS VEGETAIS *COUROS E PELES DE ANIMAIS SELVAGENS* MINERAÇÃO METALURGIA PECUÁRIA, AVICULTURA, APICULTURA E SIRICICULTURA GADO ABATIDO PARA CONSUMO DE CARNE VERDE GADO ABATIDO PARA INDUSTRIALIZAÇÃO PRODUÇÃO AGRÍCOLA (Caderno D) 1) Culturas temporárias 2) Culturas permanentes
SEEC	ENSINO PRIMÁRIO COMUM (EP-01) ENSINO PRIMÁRIO SUPLETIVO (EP-02) ENSINO INFANTIL (EP-03) ENSINO MÉDIO (EE-01) *ENSINO SUPERIOR (EE-02)* ENSINO MÉDIO — CURSOS AVULSOS (EE-03)

ÓRGÃO INTERESSADO	INQUÉRITOS
SEEC	RADIODIFUSÃO E RADIOTELEVISÃO (EC-01) IMPRENSA PERIODICA (EC-02) EDITORAS DE LIVROS E FOLHETOS (EC-03) CINEMAS, TEATROS E CINE-TEATROS (EC-04)
SEEF	HIPOTECAS TANSMISSÕES DE IMOVEIS
SEDMP	REGISTRO CIVIL 1) Nascimentos 2) Casamentos 3) Óbitos CRIMES E CONTRAVENÇÕES MEMBROS DA MAGISTRATURA E DO MINISTÉRIO PÚBLICO NATURALIZAÇÕES EXPULSÕES EXTRADIÇÕES PERMANÊNCIA DE ESTRANGEIROS
SLPT	INQUÉRITO SINDICAL CUSTO DE VIDA
SG DDD	ALGUNS ASPECTOS ECONOMICOS E FINANCEIROS DOS MUNICÍPIOS COM MAIS DE 100 MIL HABITANTES
SG DLE	INQUÉRITO NACIONAL DE PREÇOS INQUÉRITO MENSAL SOBRE EDIFICAÇÕES COMERCIO ESTADUAL POR VIAS INTERNAS

*

RESOLUÇÃO JEC-927, DE 30 DE AGÔSTO DE 1967

Suplementa em NCr$ 9 186,00 o auxílio regular de 1965 concedido ao Departamento Estadual de Estatística do Ceará

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando das suas atribuições, e

considerando a solicitação formulada pela Junta Executiva Regional de Estatística do Estado do Ceará, através do ofício SA/DE-226/460, de 12 de outubro de 1965, no sentido de ser concedido ao Departamento Estadual de Estatística daquele Estado uma suplementação necessária ao reajustamento, aos níveis do "salário-mínimo" da região, dos salários dos servidores pagos com recursos do auxílio concedido àquele órgão,

considerando, ainda, os pareceres dos órgãos técnicos da Secretaria-Geral, opinando pela concessão do auxílio suplementar, no montante de NCr$ 9 186,00 (nove mil cento e oitenta e seis cruzeiros novos), destinado ao pagamento da diferença de salários relativos aos exercícios de 1964 e 1965, constantes do Processo n.º 7 175/65

RESOLVE

Artigo único — Fica aberto na Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Estatística, mediante destaque dos recursos existentes na conta "Convênios Nacionais de Estatística Municipal", o crédito especial de NCr$ 9 186,00 (nove mil cento e oitenta e seis cruzeiros novos), destinado ao pagamento das diferenças salariais relativas aos exercícios de 1964 e 1965, ao pessoal do Departamento Estadual de Estatística do Ceará remunerado com recursos do auxílio concedido ao citado órgão

*

RESOLUÇÃO JEC-928, DE 6 DE SETEMBRO DE 1967

Registra votos à "Fundação IBGE"

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando das suas atribuições, e

considerando a peculiar expressão histórica da presente reunião da Junta Executiva Central, como a última a ser realizada após mais de trinta anos de ininterrupto e eficaz funcionamento, iniciado em 29 de maio de 1936,

considerando que êste Colegiado jamais se omitiu em manifestar pronunciamentos ao ensejo da verificação de ocorrências marcantes na vida e nas atividades do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística,

considerando que, em decorrência do Decreto-Lei n.º 161, de 13 de fevereiro de 1967, e do Decreto n.º 61 126, de 2 de agôsto do mesmo ano, investiu-se o IBGE no regime administrativo e jurídico de "Fundação";

considerando ser reconhecida a necessidade de revitalização orgânica e funcional da Entidade, a fim de ajustá-la à realidade e à dinâmica da presente conjuntura nacional,

considerando que o regime de Fundação ora outorgado ao IBGE virá possibilitar-lhe o cumprimento de seus encargos específicos de elaborar e divulgar, com atualização e correção ideais, as estatísticas imprescindíveis ao planejamento global ou setorial do país, a par de lhe facultar maior autonomia administrativa e técnica, tal como sempre o preconizara o seu ilustre fundador — Mário Augusto Teixeira de Freitas,

RESOLVE

Artigo único — A Junta Executiva Central deixa solenemente registrados, nesta sua última reunião, votos de confiança e pleno êxito à "Fundação IBGE", por que suas atividades venham a corresponder às favoráveis expectativas que determinaram a sua instituição

POSSE DO PRESIDENTE DA FUNDAÇÃO IBGE

Flagrante do ato de posse do primeiro presidente da Fundação IBGE, quando, na presença do Ministro Hélio Beltrão, o Professor Sebastião Ayres assinava o têrmo de posse

Realizou-se no dia 6 de setembro, às 14 horas, no Gabinete do Ministro do Planejamento e Coordenação Geral, Dr Hélio Marcos Penna Beltrão, com a presença de figuras de expressão daquele Ministério e do IBGE, a solenidade de posse do Professor Sebastião Aguiar Ayres na Presidência da Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (FUNDAÇÃO IBGE)

Ao empossar o Professor Sebastião Aguiar Ayres, nomeado Presidente da Fundação por Decreto do Presidente da República, de 16 de agôsto último, e que vinha exercendo a Presidência do IBGE (autarquia) desde abril do ano corrente, o Ministro Hélio Beltrão salientou que o fazia com especial satisfação, porque aquêle ato garantia a continuidade da administração atual da entidade, a qual no breve espaço de meses à frente do IBGE havia conseguido resultados que com a nova estrutura institucional, ora proporcionada ao órgão, serão certamente no futuro ainda mais expressivos

Pouco depois, perante grande massa de servidores da Fundação IBGE no Gabinete do Presidente da entidade, o Professor Sebastião Aguiar Ayres empossou no cargo de Diretor do Instituto Brasileiro de Estatística, no qual se transformou a Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Estatística, o Estatístico Raul Romero de Oliveira, no de Diretor do Instituto Brasileiro de Geografia, no qual se transformou a antiga Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Geografia, o Geógrafo Miguel Alves de Lima; e no de Diretor da Escola Nacional de Ciências Estatísticas, o Professor Antônio Tânios Abibe

Falaram, na ocasião, o Professor Miguel Alves de Lima e o Estatístico

Raul Romero de Oliveira, que acabavam de ser empossados Em nome do pessoal administrativo da Fundação IBGE, falou o Sr Wilson Távora Maia, pelos técnicos do Instituto Brasileiro de Geografia, o geógrafo Ney Strauch, e pela ala do Instituto Brasileiro de Estatística, o Estatístico Carlos Marcos Barbosa Os oradores realçaram a significação de que se reveste o nôvo modêlo institucional dado pelo govêrno ao IBGE, objetivando a melhoria dos serviços estatísticos e geográficos-cartográficos do país, e asseguraram à alta direção da entidade, integrada por ibgeanos com larga fôlha de serviços prestados à instituição, o mais decidido apoio aos empreendimentos constantes do programa de atividades da Fundação IBGE

Encerrando a solenidade, o Presidente Aguiar Ayres falou, ressaltando o significado do ato e o apoio que a entidade vem recebendo do Ministro Hélio Beltrão para realização dos seus programas de trabalho

Através da Imprensa

EXPANSÃO DEMOGRÁFICA URBANIZAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO

Em agôsto de 1965, realizou-se em Cali, na Colômbia, a Primeira Assembléia Pan-Americana de População, conclave que discutiu importantes teses sôbre as influências da expansão demográfica no desenvolvimento econômico da América Latina

No Brasil, essa ordem de problemas tem merecido especial atenção por parte dos políticos, demógrafos, sociólogos e economistas, em síntese, vem sendo sèriamente estudado, pois nosso país, dentre todos os países ocidentais, talvez seja o mais afetado em seus anseios de crescimento econômico pela alta taxa de crescimento populacional

Com uma população que já representa um têrço do contingente demográfico da América Latina, crescendo a uma taxa de quase 3,5% ao ano, o Brasil tem que realizar um enorme esfôrço de desenvolvimento apenas para manter inalterada sua renda "per capita" Mas a estagnação não é aceita de forma alguma pela consciência nacional, que se decidiu pelo progresso continuado, capaz de proporcionar aos brasileiros um padrão de vida mais próximo dos prevalecentes em outras nações adiantadas Daí resultam, fundamentalmente, as tensões que têm acompanhado a vida nacional nos últimos anos

Sem dúvida, os temas discutidos na Primeira Assembléia Panamericana de População são do maior interêsse para o nosso país Trataremos aqui de alguns de seus aspectos mais relevantes. No referido conclave, teve muito realce a tese relativa às repercussões demográficas no desenvolvimento econômico.

A influência do aumento da população no crescimento das economias latino-americanas tem gerado entre os estudiosos sérias controvérsias Há os que acreditam que o incremento do ritmo demográfico absorve o acréscimo que vem sendo observado no produto, impedindo que se alcance mais altos níveis de renda "per capita", enquanto outros sustentam a tese de que o aproveitamento intensivo e racional dos recursos naturais de que dispõe a região, tornará viável a superação do subdesenvolvimento Essa simplificação de ambas as posições não contempla as peculiaridades inerentes a cada país latino-americano, nem considera de forma integral os fatôres mais relevantes da realidade econômica e social

A partir do decênio 1920/30 a população latino-americana aumentou seu ritmo de expansão, acelerando-se essa tendência desde 1950 Naquele decênio a percentagem anual de crescimento alcançou 1,82%, superando a taxa dos Estados Unidos e Canadá, que foi de 1,44% Nas décadas seguintes, as percentagens anuais ascenderam a 1,85% em 1930/39, 2,21% em 1940/49 e 2,66% em 1950/59

Segundo estimativas da CEPAL, a expansão demográfica alcançará em 1980 um ritmo de 2,9% e a população total da região atingirá 363 milhões de habitantes Esta aceleração da tendência, situa a América Latina como a área de mais elevado crescimento demográfico do mundo, contribuindo para isso a apreciável diminuição da mortalidade, de vez que a taxa de natalidade tem-se mantido sem alterações significativas Em alguns países, observou-se mesmo declínio da taxa de nascimento, conforme registram as estatísticas da Argentina e do Uruguai A influência da imigração só foi considerável em algumas nações Portanto, a aceleração do crescimento demográfico foi motivada pela queda da mortalidade

À luz da experiência da Argentina e Uruguai, pode-se afirmar que é possível alcançar substanciais reduções na taxa de natalidade e, em definitivo, no ritmo de crescimento da população Para isso, torna-se necessário mudanças substanciais nas atitudes individuais e sociais Estas mudanças podem ser obtidas mediante comportamentos da planificação familiar

A comparação entre as taxas de crescimento da renda global da América Latina e o ritmo de expansão demográfica determina conclusões sôbre a influência desta sôbre o desenvolvimento econômico da região Com efeito, durante o período 1950/55, a renda real da região cresceu a uma taxa de 4,8% ao ano; em 1955/60, registrou-se 4,3%, e em 1960/63, desceu ainda mais para 3,5% Desta forma, o crescimento da renda "per capita" declinou de 1,9 para 0,6% nos períodos mencionados

Tomando-se para referência comparativa o ritmo de expansão da população da Europa Ocidental, que é de 0,8% supondo a mesma taxa de crescimento da renda real da América Latina, esta poderia duplicar na metade do tempo que seria necessário com a influência da atual taxa de crescimento demográfico

Por outro lado, considerando constante a relação entre capital invertido e o produto, a América Latina precisaria inverter uma proporção apreciàvelmente maior de sua renda, relativamente a que necessitaria a Europa Ocidental para manter os seus atuais níveis de renda

Ressalta destas comparações ser fácil obter uma explicação válida para o conjunto latino-americano, de vez que na região existem países com ritmo mais intenso de expansão demográfica, que têm alcançado uma maior taxa de crescimento econômico, frente a outros que apresentam taxas menores de incremento de população

* * *

A melhoria da relação entre a inversão produtiva, a fôrça de trabalho, bem como a obtenção do pleno emprêgo desta, numa situação de intenso ritmo de expansão demográfica, exige maior esfôrço de capitalização O desenvolvimento social espera um volume mais elevado de recursos para realizar obras destinadas à educação, habitação, saúde e recreação

O crescimento acelerado da população, com sua distribuição etária e sua densidade geográfica, determina outros problemas adicionais A aceleração do ritmo demográfico causa, por seu turno, um aumento percentual de população, que não participa das tarefas produtivas, salvo o caso da economia possuir maior flexibilidade de utilização da fôrça de trabalho

Nos países de superpopulação em áreas rurais com produtividade baixíssima surgem maiores pressões migratórias do campo para a cidade, o que provoca um incremento no emprêgo e desemprêgo urbanos Nessas circunstâncias, urge acelerar a industrialização para que gere novas oportunidades de emprêgo e absorva a fôrça de trabalho que se agrega A industrialização corretamente planejada é o mais importante objetivo para os países latino-americanos, sobretudo para os que têm uma elevada proporção da fôrça de trabalho dedicada à agricultura, em condições de baixa produtividade Mas é difícil também alcançar-se um rápido desenvolvimento urbano, capaz de empregar, em tempo útil, os recursos humanos provenientes das áreas rurais

Por outro lado, o atual processo de industrialização tem efeitos contraditórios na procura de trabalho, decorrência da adoção de métodos mais modernos de racionalização, adaptados às condições da concorrência internacional É necessário considerar sempre, no caso da América Latina, o tempo reclamado para que a urbanização origine crescentes oportunidades de emprêgo Observa-se que o processo de industrialização tem se mostrado insuficiente para criar com rapidez novos empregos, enquanto se configura como um período de transição, isto é, antes de alcançar uma indústria integrada Assim, é importante que se intensifiquem os métodos de desenvolvimento industrial, objetivando atingir, no menor tempo possível, a finalização do aludido período de transição Ao mesmo tempo, é mister que o processo de industrialização esteja harmônicamente relacionado com uma melhoria substancial da produção agropecuária

A planificação do desenvolvimento econômico e social tem que considerar sèriamente um aumento expressivo da produtividade agrícola, o que constitui um problema difícil e peculiar para cada país ou região, onde as políticas agrícolas se baseiam em projetos que utilizam com maior intensidade a fôrça de trabalho desocupada

Na América Latina é freqüente a coexistência de setores econômicos de elevada produtividade com outros de muito baixo rendimento, fenômeno que há de ser corrigido com persistência Enquanto o crescimento demográfico era lento, a necessidade de tais mudanças estruturais fazia-se paulatinamente A oferta agrícola aumentava apenas em função da progressiva utilização das terras aptas e disponíveis As inversões de infra-estrutura eram realizadas preferentemente com vistas ao mercado internacional, ficando, assim, os recursos naturais latino-americanos ligados à economia mundial

A aceleração da expansão demográfica estrutural está determinando um acréscimo de populações marginais, tanto das áreas rurais como urbanas Esta população marginal tem uma grande mobilidade geográfica e, às vêzes, sobrepassa os limites fronteiriços Na América Latina uma parte apreciável do problema de habitação tem uma origem no êxodo rural. A estrutura da população foi adquirindo uma marcada conformação urbana No período de 1950/60 a população urbana cresceu 4% ao ano e a rural 1,4%

A aceleração demográfica contribuiu também na estrutura etária da população, aumentando o contingente inativo, frente à população ativa Na América Latina a população econômicamente ativa alcança sòmente 56%, ao passo que na Europa Ocidental a proporção é de 65% Essa situação determina um aumento das populações marginais, agrava a situação dos pequenos produtores ao subdividir-se as pequenas propriedades, aguça as dificuldades de capitalização e gera conflitos pelo desnível social que subsiste em todo marginalismo econômico

Considere-se ainda que o processo técnico e a industrialização exigem recursos humanos mais qualificados e as atividades rurais reclamam um crescente aperfeiçoamento pela penetração das formas mais modernas de produção agrária Participar ativamente na vida comunitária, produzir mais eficientemente, etc , só é possível mediante um nível adequado de educação e isso é dificultado pela explosão demográfica

Face essa conjuntura, impõe-se uma maior flexibilidade para a estratégia do desenvolvimento Mas esta estratégia não está sòmente determinada pela relação entre a população e os recursos naturais, mas também pela capacidade de acelerar o processo de industrialização, juntamente com a crescente produtividade no setor agropecuário

A estratégia para vencer o subdesenvolvimento na América Latina, todavia, deve ser substancialmente mais ampla, considerar outros fatôres não demográficos: a diversificação da economia, o avanço tecnológico, a capacidade de recursos humanos, o espírito de emprêsa e inovação, um maior dinamismo na integração regional, a atualização de atitudes e a criação de condições favoráveis para reformar as instituições que se opõem ao progresso Também é indispensável a aplicação de princípios mais equitativos nas relações econômicas internacionais, para uma maior expansão do comércio e uma melhor cooperação técnica e financeira

* * *

No Brasil, técnicos do govêrno e dos meios universitários já realizaram incursões, em profundidade, nesse campo de nossa realidade sócio-econômica Mas, muito há ainda que examinar, a fim de que um adequado equacionamento seja apresentado a essa ordem de problemas, que, entre nós, já assume proporções enormes.

A grande preocupação dos técnicos internacionais dedicados a êsses estudos são as teses relacionadas com os meios de impulsionar o desenvolvimento econômico e social de uma região em pleno crescimento demográfico Admitem os demógrafos e economistas que o crescimento populacional da América Latina atingirá cêrca de 86% entre 1950 e 1975 e de aproximadamente 95% no período de 1975 ao ano 2000 Tais taxas de desenvolvimento demográfico proporcionariam aos países latino-americanos uma população de 303 milhões, em 1975 e de 592 milhões de habitantes no ano 2000.

Os problemas da urbanização, notadamente os relativos à produção de bens e serviços, que ainda se mostra inferior a 300 dólares anuais "per capita", comparativamente a 2 500 dólares nos Estados Unidos, vêm merecendo análise detalhada nos seminários e organizações internacionais Tem-se constatado nessas oportunidades que a produção da América Latina havia aumentado de 5,3% entre 1945 e 1958, devido a uma forte expansão das exportações, acompanhada de uma evolução de preços favorável nos mercados mundiais, e que nos anos mais recentes essa taxa de expansão econômica desceu a menos de metade agravando sèriamente os problemas de urbanização motivados por aquêle período de intensa prosperidade.

Realmente, o crescimento da população urbana é superior ao da população total em quase todos os países latino-americanos. A América Latina ocupa, portanto, um lugar intermediário no conjunto das nações do mundo, pois no início da década de 1950 perto de 25% de sua população viviam em agrupamentos de mais de 20 habitantes, e cêrca de 17% nas cidades de mais de 100 mil pessoas Mas o processo de urbanização, em razão do desenvolvimento econômico, acentuou-se muito a partir de 1950.

O rápido crescimento urbano, no entanto, é muito mais uma conseqüência da escassez de fatôres econômicos na zona rural, do que de atração dos melhores padrões de vida das populações citadinas. Parece certo que grande parte do aumento da população urbana na América Latina representa um deslocamento da pobreza do campo para a cidade

No Brasil, as profundas desigualdades regionais de renda tem se constituído no maior estímulo às migrações internas Entre nós, os problemas da urbanização não resultam apenas de deslocamentos populacionais do campo para a cidade, mas das regiões pobres — do Nordeste, principalmente — para os Estados mais desenvolvidos, notando-se uma nítida tendência de fixação habitacional nas áreas industriais

Conquanto em nosso país o fenômeno da transferência de população tenha sido um elemento positivo de desenvolvimento econômico, a partir de certo ponto passou a se constituir em grande preocupação A apreciação do problema exige uma série de ponderações Temos de reconhecer que são necessárias condições básicas para que o deslocamento da população rural seja compatível com um crescimento econômico equilibrado Seria de todo conveniente que essa transferência se fizesse, em piimeiro lugar, sem redução da produção primária, mas com o aumento desta através da substituição de mão-de-obra por elementos mecânicos ou pelo aproveitamento intensivo dos trabalhadores disponíveis Em segundo lugar, tornar-se-ia necessário que o homem liberado pelo campo tivesse aquelas condições mínimas de educação, saúde, etc., que o qualificam para as atividades industriais, comerciais e serviços em geral, tornando-o uma fôrça ativa da produção Dessa forma, ficaram afastados todos os riscos dêsse homem transformar-se em um marginal da vida econômica e um candidato a mais a habitante das favelas

No caso brasileiro, as duas condições acima mencionadas estão muito longe de poderem ser satisfeitas Conquanto não tenha havido decréscimo da produção campesina, porque o ritmo de crescimento da população global, nos últimos anos, foi mais que suficiente para atender ao acréscimo da demanda provocada pelo incremento da renda, resultante do rápido processo de industrialização urbana, outros problemas se fazem presentes As grandes pressões experimentadas pelo setor agrícola, com sensíveis repercussões sôbre o abastecimento e os preços, são um dos principais exemplos Resulta, pois, que o elevado grau de urbanização de algumas cidades brasileiras, notadamente na região Centro-Sul do País, embora signifique em eloqüente índice de progresso econômico nacional, traduz, também, dada a maneira irregular e desequilibrada, como foi e ainda vem sendo realizada um complexo de dificuldades que se apresenta ao próprio processo de desenvolvimento de nossa economia

Face a todos êsses problemas decorrentes da urbanização desorganizada e mesma apressada que se operou em nosso país, fêz-se mister uma série de medidas de índole econômica, de organização do trabalho, de planejamento urbano e de educação, capazes de atenuar os seus aspectos negativos

Continuando a tendência atual, a população latino-americana dentro de 30 anos, estará duplicada Os núcleos citadinos terão os seus habitantes aumentados com muito mais rapidez, e os seus problemas de hoje sensìvelmente agravados Tal perspectiva impõe aos programadores do desenvolvimento regional uma definição antecipada da magnitude e da natureza das dificuldades que advirão com a urbanização, sugerindo, ao mesmo tempo, os meios de atenuá-las

E CEZAR DE CARVALHO

(Publicado no *Jornal do Comércio*, edição de 10-9-67)

FROTA DE VEÍCULOS

O número de veículos a motor em circulação no País elevava-se em 1966 a 2.680 834 unidades, das quais 1 336 952 automóveis, 899 020 veículos de carga, sendo 817 746 caminhões (inclusive camionetas) e 81 274 ônibus, 284 002 motocicletas, inclusive motonetas e bicicletas motorizadas e 160 860 tratores e máquinas de terraplenagem A frota paulista, a mais numerosa do País, era constituída em 1966 por 939.500 unidades, no conjunto, representava 35,05% do total de veículos a motor existentes em todo território nacional No estado bandeirante havia, naquele ano, 518 457 automóveis, ou seja, 38,78% do total em circulação no Brasil, 289.486 veículos de carga, assim discriminados: 267 977 caminhões (inclusive camionetas), e 21.509 ônibus A frota paulista de veículos de carga correspondia a 32,20% do total do País. Há em São Paulo 82 279 motocicletas, inclusive motonetas e bicicletas motorizadas, e 49 278 tratores e máquinas de terraplenagem Na Guanabara, por sua vez, trafegavam 347 822 veículos a motor (12,98%) Nesse total estão incluídos 222 136 automóveis (16,62% do total do País), 103 473 veículos de carga (11,51%), sendo 93 265 caminhões (inclusive camionetas) e 10 208 ônibus No mesmo ano havia 19 303 motocicletas, inclusive motonetas e bicicletas motorizadas, e 2 910 tratores e máquinas de terraplenagem Em terceiro lugar, figurava o Rio Grande do Sul, com 284 542 unidades, representando 10,61% do total geral, enquanto Minas Gerais, com 256 329 unidades (9,56%) possuía a quarta frota de veículos a motor do País

COMÉRCIO EXTERIOR

No período de janeirc a abril do ano em curso, as exportações brasileiras se situaram ao redor de 448,6 milhões de dólares (valor FOB), enquanto as importações (CIF) se elevaram ao nível de 498,3 milhões, registrando-se um saldo negativo da ordem de 49,8 milhões de dólares No rol das exportações de café em grão figurou em primeiro plano, com o montante de 189,5 milhões de dólares, isto é, 42,2% do valor das exportações registradas no período Em segundo lugar, ainda quanto ao valor, figuraram, na pauta, minérios de ferro, hematita, com o total de 33,5 milhões de dólares, ou seja, 7,5%, seguindo-se o algodão em rama — perto de 23,5 milhões (5,2%) —, o açúcar demerara — 18,3 milhões (4,1%) —, cacau em amêndoas — 17,8 milhões (quase 4,0%) — e peças de pinho serradas — mais de 15,5 milhões de dólares (3,5%). Em níveis mais modestos aparecem preparações de café n e — 7,8 milhões de dólares (1,7%) —, manteiga de cacau — cêrca de 7,5 milhões, representando mais de 1,6% —, fumo em fôlhas — 6,8 milhões (1,5%) —, sisal ou agave em bruto, n e — 5,9 milhões (1,3%) —, óleo de mamona ou rícino — 5,4 milhões (1,2%) —, farelo de amendoim — 4,6 milhões (1,0%) Quanto às importações, os principais itens da pauta foram trigo em grão — 66,4 milhões de dólares, o que corresponde a 13,3% do valor total das compras brasileiras no exterior, no período —, petróleo em bruto ou cru — 44,6 milhões (8,9%) —, seguindo-se aviões a jato propulsão — 15,2 milhões (3,0%) —, cobre, "wire bars" — 11,9 milhões (2,4%) —, bacalhau salgado sêco — 11,8 milhões (2,4%) Por sua vez, as importações de tratores, n e somaram 7,9 milhões de dólares (1,6%), as de óleos simples, compostos, n e — 6,5 milhões (1,3%) —, alumínio em bruto — 6,4 milhões (1,3%) —, carvão betuminoso — 6,2 milhões (1,2%) —, matrizes e estampas para prensas — perto de 5,8 milhões (quase 1,2%) — e chapas de aço comum, de menos de 3 mm — 5,2 milhões (1,0%)

IMPORTAÇÕES

Durante o ano de 1966, o Brasil importou mercadorias no valor (CIF) de cêrca de 1,5 bilhão de dólares Êsse total representa um acréscimo de 35,4% sôbre os resultados do ano anterior, quando as importações se fixaram ao redor de 1 096 milhões de dólares Embora a distribuição das compras brasileiras no exterior se faça de modo equilibrado, verifica-se que houve acentuado incremento nas aquisições de maquinaria, veículos, pertences e acessórios, e manufaturas e artigos manufaturados diversos A classe matérias-primas (inclusive petróleo e derivados)" aparece com o total de 307,4 milhões de dólares, o que corresponde a um acréscimo de 13% sôbre os resultados de 1965, enquanto "gêneros alimentícios e bebidas" figuram com o montante de 284,6 milhões, ou seja, um aumento de 34% Com a aquisição de produtos químicos e farmacêuticos foram despendidos 225,3 milhões de dólares, isto é, um incremento de 29% sôbre 1965 São bastante expressivos os dados referentes a "máquinas, veículos, pertences e acessórios", que atingiram mais de 369,6 milhões de dólares, com um aumento de 51% sôbre o valor das compras efetuadas em 1965 Por sua vez, a classe "manufaturas e artigos manufaturados diversos" participou com o montante de 291,5 milhões de dólales, o que representa aumento relativo de 55% em relação às aquisições de 1965 Finalmente, as classes "animais vivos" e "transações especiais" aparecem com os totais de 1,7 e 4,4 milhões de dólares, correspondendo a 22% e 63%, respectivamente

EXPORTAÇÕES DE PINHO

No período de janeiro a abril do ano em curso, as exportações brasileiras de pinho serrado totalizaram 323,9 milhões de metros cúbicos, ou 137,3 milhões de pés quadrados, no valor de 15,6 milhões de dólares Em relação às exportações de idêntico período de 1966, observou-se um declínio tanto no volume físico embarcado como no valor Essa diferença anda beirando a casa de 32,6 milhões de pés quadrados, já que no primeiro quadrimestre de 1966 nossas exportações alcançaram 170,0 milhões de pés quadrados, valendo 19,1 milhões de dólares O mercado argentino continua sendo o principal consumidor do pinho serrado brasileiro Suas aquisições no período, equivalem a mais da metade de nossas vendas, elevando-se a 77 milhões de pés quadrados, ou 7,9 milhões de dólares Pelos dados do IBDF, verifica-se que a exportação para aquêle país caiu de 11,4 milhões de pés quadrados, e de 818 mil dólares no valor, em relação a idêntico período de 1966 Também para os países do Hemisfério Norte nossas exportações experimentaram acentuado declínio, não indo além de 49,5 milhões de pés quadrados (cêrca de 6,3 milhões de dólares), no primeiro quadrimestre de 1966 somaram perto de 71,6 milhões de pés quadrados (quase 9,2 milhões de dólares) As vendas ao Uruguai, por outro lado, se elevaram a mais de 6,5 milhões de pés quadrados, valendo 861 159 dólares, ao passo que, no mesmo período de 1966, se fixaram em tôrno de 6,2 milhões de pés quadrados, ou 815 792 dólares Para outros mercados registraram-se embarques da ordem de 4,2 milhões de pés quadrados (460 272 dólares). No ano anterior (janeiro-abril) êsses embarques foram de 3,7 milhões de pés quadrados, no valor de 396 692 dólares

ENSINO MÉDIO

O ensino de nível médio, no Brasil, contava no início do ano letivo de 1966 com um total de 10 380 cursos em funcionamento, elevando-se a 133 178 o número de professôres por estabelecimento Estimativas feitas adiantam que a matrícula no início de 1966 compreendia 2 485 024 alunos, e no final de 1965, 2 115 795 As conclusões de curso em 1965 somaram 324 101 Dos 10 380 cursos de ensino médio existentes em 1966, 5 908 pertenciam ao ensino Secundário, 2 083 ao Normal, 1 945 ao Comercial, 319 ao Industrial, 120 ao Agrícola, 3 ao Artístico e 2 ao Auxiliar de Enfermagem Quanto ao corpo docente, o curso mais bem aquinhoado era o Secundário, com um total de 99 958 professôres, seguindo-se o Comercial, com 14 584, o Normal, com 9 568, e o Industrial, com 7 463 O Curso Agrícola, por sua vez, era ministrado por 1 561 professôres, o Artístico por 27, e o de Auxiliar de Enfermagem, por 17 No que se refere à matrícula, havia 1 805 528 alunos no Curso Secundário no início do ano letivo de 1966; no final de 1965, êsse total era de 1 550 552 Por outro lado, 218 258 alunos conseguiram concluir o curso Secundário em 1965 Já o curso Comercial era representado no início do ano letivo de 1966 por um contingente de 305 978 alunos, e no final de 1965, por 263 701 Nesse mesmo ano, as conclusões de curso somaram 49 176 Os dados relativos ao curso Normal são também dignos de registro No início de 1966 a matrícula era de 265 742 alunos, e de 215 651 no final de 1965 O número de alunos que concluíram o curso naquele ano totalizou 47 868 O curso Industrial registrava um total de 93 168 alunos matriculados no início de 1966, e de 73 950 no final de 1965, atingindo 6 928 as conclusões de curso Quanto ao ensino Agrícola, a matrícula no início de 1966 era de 14 410 alunos, e de 11 816, no final de 1965. Nesse ano as conclusões de curso totalizaram 1 858 No que diz respeito aos cursos

Artístico e de Auxiliar de Enfermagem, o número de alunos matriculados, no primeiro, no início de 1966, era de 125, e de 73 no segundo No final de 1965, êsses totais eram respectivamente, de 88 e 37. Em 1965, 13 alunos concluíram o curso Artístico

EXPORTAÇÕES

As exportações brasileiras durante o primeiro semestre do ano em curso totalizaram 735,9 milhões de dólares, correspondentes a um volume físico da ordem de 9,6 milhões de toneladas Confrontando-se êstes resultados com os do primeiro semestre de 1966, verifica-se que enquanto a tonelagem exportada cresceu de 8,1%, o valor caiu de 8,5% Assim, no primeiro semestre de 1966, para um total de mais de 8,8 milhões de toneladas exportadas para o exterior, corresponderam 804,6 milhões de dólares, contribuindo os embarques de café em grão com 379,3 milhões de dólares, ou 480 751 toneladas No primeiro semestre do ano em curso, os embarques do produto renderam 320,7 milhões de dólares, isto é, menos de 58,6 milhões, ou em números relativos, 15,4%, situando-se os embarques ao redor de 445 811 toneladas As apurações indicam, por outro lado, apreciável incremento no setor de manufaturados, cujas exportações cresceram de 43,4% em têrmos de valôres (US$ dólares), elevando-se de 45,7 milhões ao nível de 65,6 milhões de dólares Os dados também registram aumento de 7,0% no valor dos embarques de minério de ferro hematita que, de 45,1 milhões no primeiro semestre de 1966, alcançaram 48,3 milhões em idêntico período de 1967 O volume físico exportado, por sua vez, cresceu de 13,7%. Foram igualmente expressivas as vendas de algodão em rama — 45,4 milhões de dólares —, embora apresentem declínio de 5,5% em relação a 1966, quando ultrapassaram a casa de 48,0 milhões de dólares. As exportações de açúcar alcançaram resultados bastante favoráveis, elevando-se de 25,1 ao nível de 37,6 milhões de dólares, ou seja, aumento de 49,6%. Fenômeno mais ou menos idêntico ocorreu com as exportações de cacau em amêndoas, as quais se elevaram de 16,6 a 20,2 milhões de dólares, isto é, um aumento relativo de 21,7%, observando-se ligeiro declínio na tonelagem exportada Outros produtos da pauta cujas vendas foram sensìvelmente melhoradas em relação ao primeiro semestre de 1966: fumo em fôlhas, manteiga de cacau, amendoim em grão, pimenta em grão Bastante significativas foram as vendas de soja (feijão), que não figuram na pauta do primeiro semestre do ano anterior· 8,8 milhões de dólares Quanto ao valor (US$/t) das mercadorias embarcadas em 1966, a cotação andou à volta de 90,83, caindo êste ano para 76,87 No que diz respeito ao café, o valor da tonelada exportada no primeiro semestre de 1966 se situava ao redor de US$ 788,92; êste ano caíu para 719,35, sendo de notar que, para o mês de junho, levou-se em conta o preço de abril de 1967

RESERVE

CADASTRO INDUSTRIAL

1965

Editado pelo Instituto Brasileiro de Estatística (Fundação IBGE) Contém a relação de estabelecimentos industriais existentes em 31-12-1965, segundo as Unidades da Federação, Municípios, classes de indústria, gêneros e subgrupos Além do nome da firma, endérêço e dimensionamento dos estabelecimentos, o **Cadastro Industrial** registra em seus 15 volumes, já no prelo: inscrição, razão social, grupo de pessoal ocupado (GPO) e grupo de valor das vendas (GVV) 159 919 estabelecimentos das indústrias de mineração, beneficiamento e transformação, mantidos por emprêsas privadas ou entidades públicas, excluídas as emprêsas de construção civil e de energia elétrica, figuram no **Cadastro Industrial.**

Pedidos ao Instituto Brasileiro de Estatística (Avenida Franklin Roosevelt, 166, Rio de Janeiro, GB) e às Inspetorias Regionais de Estatística, nas Capitais dos Estados e Territórios.

CATÁLOGO DE PUBLICAÇÕES

PERIÓDICOS

Anuário Estatístico do Brasil:

1956	NCr$	0,15
1957	NCr$	0,22
1960	NCr$	0,40
1961	NCr$	0,60
1962	NCr$	1,00
1963	NCr$	1,20
1965	NCr$	4,00
1966	NCr$	6,00
1967	NCr$	10,00

Boletim Estatístico

Revista Brasileira de Estatística

Revista Brasileira dos Municípios

Assinatura anual	NCr$	2,80
Número atrasado	NCr$	1,00
Número avulso	NCr$	1,00

ECONOMIA E FINANÇAS

Comércio Exterior do Brasil, por mercadorias segundo os países:

1962	NCr$	1,50
1964	NCr$	4,00

Comércio Exterior do Brasil, por países segundo as mercadorias:

1962	NCr$	2,60
1964	NCr$	8,50

Comércio Exterior do Brasil — 1965:

Vol. I — Importação	NCr$	2,50
" II — Exportação	NCr$	2,00

Comércio Exterior do Brasil — 1966:

Vol. I — Importação	NCr$	2,50
" II — Exportação	NCr$	2,00

Movimento Bancário do Brasil, segundo as praças:

1959/1960	NCr$	0,35
1962	NCr$	0,60
1963	NCr$	2,50
1964	NCr$	4,50
1965	NCr$	6,50
1966	NCr$	10,00

O Brasil em Números — 1966	NCr$	5,00

ESTUDOS DE ESTATÍSTICA

Exercícios de Estatística (10.ª edição) — Lauro Sodré Viveiros de Castro	NCr$	7,00
Pontos de Estatística (14.ª edição) — Lauro Sodré Viveiros de Castro	NCr$	7,00
Normas de Apresentação Tabular — 1967	NCr$	0,20

PUBLICAÇÕES AVULSAS

Bibliografia Geográfico-Estatística Brasileira 1936/1950	NCr$	0,13
Brazil Today	NCr$	3,00
Cadastro de Cartórios — 1966	NCr$	0,40
Cadastro Industrial da Guanabara — 1962	NCr$	0,40
Divisão Territorial do Brasil (Separata da R B.M , números 73/74)	NCr$	0,40
Ferrovias do Brasil	NCr$	0,10
Indústrias de Transformação — Dados Gerais — Brasil — 1963/64	NCr$	0,60
Inquéritos Econômicos — 1965	NCr$	0,65
Manual do Agente Municipal de Estatística	NCr$	0,25

Produção Industrial Brasileira:

1955	NCr$	0,20
1956	NCr$	0,20
1957	NCr$	0,20
1958	NCr$	0,30

PUBLICAÇÕES GRATUITAS

Flagrantes Brasileiros

Monografias Municipais

O IBGE em 1966

Brasil: Instantâneos

Brazil: A Statistical Glimpse

Brésil: Un Aperçu Statistique

Brasil: Un Bosquejo Estadístico

DESCONTOS

É concedido desconto de 30%, em tôdas as publicações, a funcionários do sistema estatístico-geográfico Brasileiro, sócios quites da Sociedade Brasileira de Estatística, professôres, estudantes e livreiros, com pagamento à vista, sem consignação.

VENDAS NA GUANABARA:

As publicações acham-se à venda na Secção de Intercâmbio, Avenida Franklin Roosevelt, 146, loja A — ZC 39, Rio de Janeiro, GB, telefone 42-7142.

VENDAS NO INTERIOR:

Nos Estados e Territórios, as publicações do IBE poderão ser adquiridas nas sedes das respectivas Inspetorias Regionais de Estatística Municipal, localizadas nas Capitais.

VENDAS PARA O INTERIOR:

São efetuadas vendas mediante a remessa de pedidos endereçados ao Instituto Brasileiro de Estatística, Avenida Franklin Roosevelt, 166 — ZC 39, Rio de Janeiro, GB, para pagamento contra apresentação da fatura respectiva.

FUNDAÇÃO IBGE

Presidente: SEBASTIAO AGUIAR AYRES

INSTITUTO BRASILEIRO DE ESTATÍSTICA

Diretor-Superintendente: RAUL ROMERO DE OLIVEIRA