

REVISTA BRASILEIRA DE ESTATÍSTICA

Órgão oficial do Conselho Nacional de Estatística
e da Sociedade Brasileira de Estatística, editado trimestralmente
pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

DIRETOR RESPONSÁVEL: WALDEMAR LOPES

AV. FRANKLIN ROOSEVELT, 166 — TELEFONES { Redação — 42-5294
Assinaturas — 42-7142

Officinas: RUA CORDOVIL, 328 — TELEFONE 30-4747

ASSINATURA ANUAL: Cr\$ 80,00

RIO DE JANEIRO — BRASIL



S U M Á R I O

C E DIEULEFAIT	
CURSO DE ESTATÍSTICA (cap IV) <i>Elementos de Amostras e Estimativas</i>	3
GIORGIO MORTARA	
LEMBRANÇAS DE CARNEIRO FELIPPE	53
VULTOS DA ESTATÍSTICA BRASILEIRA	
PROFESSOR JOSÉ CARNEIRO FELIPPE	63
NOÇÕES DE METODOLOGIA	
INICIAÇÃO ESTATÍSTICA — AJUSTAMENTO ESTATÍSTICO	65
DE ONTEM E DE HOJE	
INTRODUÇÃO À MATEMÁTICA (<i>Estudo da Natureza do Conhecimento Matemático</i>)	70
A ESTATÍSTICA NA AMÉRICA	
INSTITUTO INTERAMERICANO DE ESTATÍSTICA	83
CURSO INTERAMERICANO DE AMOSTRAGEM	84
ESTUDOS E SUGESTÕES	
RECOMENDAÇÕES BÁSICAS SOBRE AMOSTRAGEM	85
INFORMAÇÕES GERAIS	91
BIBLIOGRAFIA	96
LEGISLAÇÃO	101
RESENHA	115

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA

PRESIDENTE

RUBENS D'ALMADA HORTA PÔRTO

(VICE-PRESIDENTE EM EXERCÍCIO)

O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, criado pelo Decreto n.º 24.609, de 6 de julho de 1934, é uma entidade de natureza federativa, subordinada diretamente à Presidência da República. Tem por fim, mediante a progressiva articulação e cooperação das três ordens administrativas da organização política da República e da iniciativa particular, promover e fazer executar, ou orientar tecnicamente, em regime racionalizado, o levantamento sistemático de todas as estatísticas nacionais, bem como incentivar e coordenar as atividades geográficas dentro do País, no sentido de estabelecer a cooperação geral para o conhecimento metódico e sistematizado do território brasileiro. Dentro do seu campo de atividades, coordena os diferentes serviços de estatística e de geografia, fixa diretrizes, estabelece normas técnicas, faz divulgação, propõe reformas, recebe, analisa e utiliza sugestões, forma especialistas, prepara ambiente favorável às iniciativas necessárias, reclamando, em benefício dos seus objetivos, a colaboração das três órbitas de governo e os esforços conjugados de todos os brasileiros de boa vontade.

ESQUEMA ESTRUTURAL

A formação estrutural do Instituto compreende dois sistemas permanentes — o dos Serviços Estatísticos e o dos Serviços Geográficos, — e um de organização periódica — o dos Serviços Censitários

I — SISTEMA DOS SERVIÇOS ESTATÍSTICOS

O Sistema dos Serviços Estatísticos compõe-se do Conselho Nacional de Estatística e do Quadro Executivo

A — CONSELHO NACIONAL DE ESTATÍSTICA, órgão de orientação e coordenação geral, criado pelo Decreto n.º 24.609, de 6 de julho de 1934, consta de:

1 Um “Órgão Administrativo”, que é a Secretaria-Geral do Conselho

2 “Órgãos Deliberativos”, que são: a *Assembleia-Geral*, composta dos membros da Junta Executiva Central, representando a União, e dos Presidentes das Juntas Executivas Regionais, representando os Estados, o Distrito Federal e o Território do Acre (reúne-se anualmente no mês de julho); a *Junta Executiva Central*, composta do Presidente do Instituto, dos Diretores das cinco Repartições Centrais de Estatística, representando os respectivos Ministérios, e de representantes designados pelos Ministérios da Viação e Obras Públicas, Relações Exteriores, Guerra, Marinha e Aeronáutica (reúne-se ordinariamente no primeiro dia útil de cada quinzena e delibera “ad referendum” da Assembleia-Geral); as *Juntas Executivas Regionais*, no Distrito Federal, nos Estados e no Território do Acre, de composição variável, mas guardada a possível analogia com a J. E. C. (reúnem-se ordinariamente no primeiro dia útil de cada quinzena)

3 “Órgãos Opinativos”, subdivididos em *Comissões Técnicas*, isto é, “Comissões Permanentes” (estatísticas fisiográficas, estatísticas demográficas, estatísticas econômicas, etc.) e tantas “Comissões Especiais” quantas necessárias, e *Corpo de Consultores-Técnicos*, composto de 36 membros eleitos pela Assembleia-Geral

B — QUADRO EXECUTIVO (cooperação federativa):

1. “Organização Federal”, isto é, as cinco Repartições Centrais de Estatística — Serviço de Estatística Demográfica, Moral e Política (Ministério da Justiça), Serviço de Estatística da Educação e Saúde (Ministério da Educação), Serviço de Estatística da Previdência e Trabalho (Ministério do Trabalho), Serviço de Estatística da Produção (Ministério da Agricultura) e Serviço de Estatística Econômica e Financeira (Ministério da Fazenda), e órgãos cooperadores: Serviços e Seções de estatística especializada em diferentes departamentos administrativos

2 “Organização Regional”, isto é, as Repartições Centrais de Estatística Geral existentes nos Estados — Departamentos Estaduais de Estatística, e no Distrito Federal e no Território do

Acre — Departamentos de Geografia e Estatística, mais os órgãos cooperadores: Serviços e Seções de estatística especializada em diferentes departamentos administrativos regionais

3 “Organização Local”, isto é, as Agências Municipais de Estatística, existentes em todos os Municípios, subordinadas administrativamente à Secretaria-Geral do C. N. E.; através da respectiva Inspeção Regional das Agências Municipais e, tecnicamente, ao Departamento Estadual de Estatística.

II — SISTEMA DOS SERVIÇOS GEOGRÁFICOS

O Sistema dos Serviços Geográficos compõe-se do Conselho Nacional de Geografia e do Quadro Executivo

A — CONSELHO NACIONAL DE GEOGRAFIA, órgão de orientação e coordenação, criado pelo Decreto n.º 1.527, de 24 de março de 1937, consta de:

1 Um “Órgão Administrativo”, que é a Secretaria-Geral do Conselho

2 “Órgãos Deliberativos”, ou sejam a *Assembleia-Geral*, composta dos membros do Diretório Central, representando a União, e dos presidentes dos Diretórios Regionais, representando os Estados e o Território do Acre (reúne-se anualmente no mês de julho); o *Diretório Central*, composto do Presidente do Instituto, do Secretário-Geral do C. N. G., de um delegado técnico de cada Ministério, de um representante especial do Ministério da Educação e Saúde pelas instituições do ensino da Geografia, de um representante especial do Ministério das Relações Exteriores, de um representante do Governo Municipal da Capital da República e de um representante do C. N. E. (reúne-se ordinariamente no terceiro dia útil de cada quinzena); os *Diretórios Regionais*, nos Estados e no Território do Acre, de composição variável, mas guardada a possível analogia com o D. C. (reúnem-se ordinariamente uma vez por mês).

3 “Órgãos Opinativos”, isto é, *Comissões Técnicas*, tantas quantas necessárias, e *Corpo de Consultores-Técnicos*, subdividido em Consultoria Nacional, articulada com o D. C., e 21 Consultorias Regionais, articuladas com os respectivos D. R.

B — QUADRO EXECUTIVO (cooperação federativa):

1 “Organização Federal”, com um órgão executivo central. — o Serviço de Geografia e Estatística Fisiográfica — e órgãos cooperadores — Serviços especializados dos Ministérios da Agricultura, Viação, Trabalho, Educação, Fazenda, Relações Exteriores e Justiça, e dos Ministérios Militares (colaboração condicionada)

2 “Organização Regional”, isto é, as repartições e institutos que funcionam como órgãos centrais de Geografia nos Estados

3 “Organização Local”, — os Diretórios Municipais, Corpos de Informantes e Serviços Municipais com atividades geográficas

CONSELHO NACIONAL DE ESTATÍSTICA

CONSTITUIÇÃO DA JUNTA EXECUTIVA CENTRAL —

Rubens d'Almada Horta Porto, Vice-Presidente do I B G E, em exercício na Presidência, representante do Ministério da Justiça e Negócios Interiores; *Carlos Alberto Gonçalves*, representante do Ministério das Relações Exteriores; *Durval Campelo de Macedo*, representante do Ministério da Guerra; *Manuel Pinto Ribeiro Espíndola*, representante do Ministério da Marinha; *Álvaro Barbosa*, representante do Ministério da Aeronáutica; *Sebastião de Sant'Anna e Silva*, representante do Ministério da Fazenda; *Raul do Rêgo Lima*, representante do Ministério da Agricultura; *Moacir Matheiros Fernandes da Silva*, representante do Ministério da Viação e Obras Públicas; *Gastão Quartin Pinto de Moura*, representante do Ministério do Trabalho, Indústria e Comércio; *Albino Martins*, representante do Ministério da Educação e Saúde

PRESIDENTES DAS JUNTAS EXECUTIVAS REGIONAIS

— ACRE: *Otávio Vieira Passos*, diretor do Departamento de Geografia e Estatística; AMAPÁ: *Raul Monteiro Valdez*, secretário do Governo; AMAZONAS: *Leopoldo Peres Sobrinho*, diretor do Departamento Estadual de Estatística; PARÁ: *Orion Cavaleiro de Macedo Klautau*, diretor do Departamento Estadual de Estatística; MARANHÃO: *Hypátia Ferreira*, diretor do Departamento Estadual de Estatística; PIAUÍ: *José Lopes dos Santos*, diretor do Departamento Estadual de Estatística; CEARÁ: *José Nascimento*, secretário da Fazenda; RIO GRANDE DO NORTE: *Américo Oliveira Costa*, diretor do Departamento Estadual de Estatística; PARAÍBA: *Normando Guedes Pereira*, diretor do Departamento Estadual de Estatística; PERNAMBUCO: *Manoel Gomes Maranhão*, secretário de Agricultura, Indústria e Comércio; ALAGOAS: *Marcos Aroucha*, diretor do Departamento Estadual de Estatística; SERGIPE: *José Cruz*, diretor do Departamento Estadual de Estatística; BAHIA: *Felipe Ney*, diretor do Departamento Estadual de Estatística; MINAS GERAIS: *Hildebrando Clark*, diretor do Departamento Estadual de Estatística; ESPÍRITO SANTO: *Antônio Lugo*, diretor do Departamento Estadual de Estatística; RIO DE JANEIRO: *Paulo Tavares da Gama*, secretário do Governo; DISTRITO FEDERAL: *Durval Magalhães Coelho*, diretor do Departamento de Geografia e Estatística; SÃO PAULO: *Albano Ferreira Costa*, diretor do Departamento Estadual de Estatística; PARANÁ: *Alcides Vieira Azevedo*, diretor do Departamento Estadual de Estatística; SANTA CATARINA: *Roberto Lacerda*, diretor do Departamento Estadual de Estatística; RIO GRANDE DO SUL: *Remy Gorga*, diretor do Departamento Estadual de Estatística; GOIÁS: *Gerardo Campos*, diretor do Departamento Estadual de Estatística; MATO GROSSO: *Homenda Pataluga de Moura*, diretora do Departamento Estadual de Estatística

CONSULTORES-TÉCNICOS — A) Seções: I — Estatística

metodológica: *Milton da Silva Rodrigues*; II — Estatística matemática: *Jorge Kafuri*; III — Estatística cosmográfica: *Lúcio Gama*; IV — Estatística geológica: *Anibal Alves Bastos*; V — Estatística climatológica: *Sampaio Ferraz*; VI — Estatística territorial: *Evarado Backheuser*; VII — Estatística biológica: *José Carneiro Felipe*; VIII — Estatística antropológica: *Rochette Pinto*; IX — Estatística demográfica: *Giorgio Mortara*; X — Estatística agrícola: *Belo Lisboa*; XI — Estatística industrial:

Alde Sampaio; XII — Estatística dos transportes: *Saturating Braga*; XIII — Estatística das comunicações: *Cel. Raul de Albuquerque*; XIV — Estatística comercial: *Lafayette Belfort Garcia*; XV — Estatística do consumo: *Valentim Bougas*; XVI — Estatística dos serviços urbanos: *Luís Anhaia Melo*; XVII — Estatística do serviço social: *Monsenhor José Távora*; XVIII — Estatística do trabalho: *João Carlos Vital*; XIX — Estatística atuarial: *Lino de Sá Pereira*; XX — Estatística educacional: *Lourenço Filho*; XXI — Estatística cultural: *Fernando de Azevedo*; XXII — Estatística moral: *Alceu de Amoroso Lima*; XXIII — Estatística dos cultos: *Monsenhor Helder Câmara*; XXIV — Estatística policial: *José Gabriel Lemos Brito*; XXV — Estatística judiciária: *José Pereira Lima*; XXVI — Estatística da defesa nacional: *General Juarez Távora*; XXVII — Estatística da organização administrativa: *Luís Simões Lopes*; XXVIII — Estatística financeira: *Eugênio Gudin*; XXIX — Estatística política: — *Luís Delgado*. B) Representações: I — Agricultura: *Artur Torres Filho*; II — Indústria: *Eraldo Loti*; III — Comércio: *João Daudt d'Oliveira*; IV — Trabalho: *Oscar Saraiva*; V — Imprensa: *Paulo Filho*; VI — Ensino: *Anísio Spínola Teixeira*; VII — Religião: *Dom João da Mata*

COMISSÕES TÉCNICAS — I — Comissão de Estatísticas

Fisiográficas — Organização federal: *José Veríssimo da Costa Pereira* e *Lúcio de Castro Soares*; organização regional: *Napoléão de Azevedo Maia* (Acre), *Helena Bastos* (Alagoas) e *Manuel Guedes de Araújo* (Bahia) II — Comissão de Estatísticas Demográficas — Organização federal: *Luiz Nunes Briggs* e *Alceu W. Carvalho*; organização regional: *Raimundo Nonato de Almeida Gouveia* (Bahia), *Irene Teixeira de Freitas* (Paraná) e *Murilo Sales* (Minas Gerais) III — Comissão de Estatísticas da Produção — Organização federal: *Rubens Freitas* e *Dulce Matos Meurer*; organização regional: *José Mosqueira Pereira de Melo* (Minas Gerais), *Antônio de Assis Brasil* (Rio Grande do Sul) e *Olavo Batista* (São Paulo) IV — Comissão de Estatísticas da Circulação — Organização federal: *Luís Timotheo da Costa* e *Gláucia Weinberger*; organização regional: *Helena Penteado* (São Paulo), *José Santiago Prudente* (Sergipe) e *Idette Alvellos* (Mato Grosso) V — Comissão de Estatísticas da Distribuição e Consumo — Organização federal: *Armando Negreiros* e *Sérgio de Godói Magalhães Nunes*; organização regional: *Francisco Sanchez* (Rio de Janeiro), *Alfredo Valdatoro* (Espírito Santo) e *João Batista Guerra* (Rio Branco) VI — Comissão de Estatísticas do Bem-Estar Social — Organização federal: *Thomas Russel Raposo* e *Írio Paes Leme*; organização regional: *Américo de Oliveira Costa* (Rio Grande do Norte), *Frederico dos Reis Coutinho* (Distrito Federal) e *Nazira da Rocha Campos* (Pernambuco) VII — Comissão de Estatísticas de Assistência Social — Organização federal: *Alfredo de Oliveira Pereira* e *Elpidio Praxedes de Oliveira*; organização regional: *Carlos Mendonça* (Guaaporé), *Maria José Monteiro Lobato* (Pernambuco) e *Ivo Moës* (Santa Catarina) VIII — Comissão de Estatísticas Educacionais — Organização federal: *Nelsina Coelho Leal* e *Maistela Fleury Ferro*; organização regional: *Clóvis Pena Teixeira* (Amapá), *Idelzaite Tavares Carneiro* (Ceará) e *Américo Pio de Almeida* (Rio Grande do Sul) IX — Comissão de Estatísticas Culturais — Organização federal: *Dênio Nogueira* e *Carmen Silva*; organização regional: *Odilon Nunes* (Piauí), *Leonar Falcão* (Paraná) e *Eglantina de Souza* (Amazonas). X — Comissão de Estatísticas Administrativas e Políticas — Organização federal: *Mário Paganha de Carvalho* e *Lineu Maria Vieira*; organização regional: *Maria das Dóres Fonseca* (Goiás), *Orion Klautau* (Pará) e *Cássio Reis Costa* (Maranhão)

REVISTA BRASILEIRA DE ESTATÍSTICA

Ano XII

JANEIRO-MARÇO DE 1951

N.º 45

C E DIEULEFAIT

(Professor da Universidade Nacional do Litoral, Argentina)

CURSO DE ESTATÍSTICA*

CAPÍTULO IV

ELEMENTOS DE AMOSTRAS E ESTIMATIVA

SUMÁRIO: 139 Amostras — 139 1 Uso de tábuas de números ao acaso — 139 2 Amostragem de um universo normal — 140 Média das médias das amostras — 140 2 Variância das médias das amostras — 140 3 Utilização de um universo hipotético. — 140 3 1. Combinação linear de variáveis aleatórias — 140 5 Determinação da extensão de uma amostra — 140 5 1. Intervalos de confiança — 140 6. Determinação da extensão de uma amostra baseada no coeficiente de variabilidade — 140 7 Determinação da extensão de uma amostra para o caso de proporções — 141. Momentos superiores das médias das amostras. — 142 Estimativa da variância de uma população. — 143 Amostragem com reposição — 144 Parâmetros numa população estratificada — 144 1 Amostragem bowleana (representativa) — 144 2 Amostragem neymaniana (ótima). — 145 Distribuição da média em amostras de um universo gaussiano — 146 Provas de hipóteses. — 146 2 Funções e curvas de potências — 147. O princípio de BAYES-LAPLACE — 147 5. Fator de verossimilhança — 148. Um problema de T C FRY. — 148 1. Problema do cultivador de J. NEYMAN — 148 2 Um problema de R v MISES

139 — Com π_N indicaremos, sempre, uma população formada com N elementos com $M_n | \pi_N$ representaremos uma amostra de n elementos tomados ao acaso de π_N . Salvo indicação contrária, a M_n formar-se-á de acordo com o processo das provas repetidas sem reposição, ou, o que é o mesmo teoricamente, em "block" Esta última consideração é a que pode aplicar-se na amostragem de um lote de pequenas peças, tomado com um recipiente de determinado volume.

Nos casos em que $M_n | \pi_N$ se vá formando por escolhas sucessivas sem reposição, de n elementos tomados dos N , ao acaso, poder-se-á proceder da seguinte forma. Atribui-se a cada elemento x_i um número. Esta operação corresponde ao relacionado nas unidades de π_N ; áreas, casas, etc. Cada um desses números se toma como marca de uma pequena bola ou de um cartão. Sorteiam-se em seguida as bolas ou cartões, sem reposição, e os campos ou casas correspondentes não de ser as unidades que se incluirão na amostra.

O processo dos cartões ou das bolas não abedece às modalidades que matematicamente atribuímos ao acaso em nossos esquemas. Na prática, realizando essas operações, observam-se resultados viciados que apresentam tendências sistemáticas. Um operador tem certa maneira de agitar ou fazer girar

* Tradução especial, feita no Serviço de Divulgação do C N E

o recipiente das bolas, ou de embaralhar os cartões, de sorte que suas operações apresentam certas permanências. As bolas ou os cartões, dada uma certa colocação inicial, não ficam logo deslocados do todo, mas, guardam certa correlação quando se chega à operação final na qual se procederá à amostragem. Além disso, o que é mais grave, as bolas ou os cartões podem diferir fisicamente entre si e essas diferenças constituem a causa de que não sejam rigorosamente iguais as probabilidades iniciais de escolher qualquer elemento, o que é de importância fundamental, uma vez que esta é a hipótese básica adotada na teoria.

139 1 — O processo de utilizar um jogo de bolas ou de cartões, que pode ser útil como recurso didático introdutório, apresenta o inconveniente de que, se o número de unidades da população é muito grande, torna-se difícil ou praticamente impossível levá-lo a cabo. Por isso foram elaboradas Tábuas de números aleatórios. A de TIPPET, que contém 41 600 dígitos agrupados de quatro em quatro; a de KENDALL e BABINGTON SMITH, mais ampla e com diversos tipos de agrupamentos, e a de FISHER-YATES, mais limitada que a primeira.

Damos, aqui, uma parte da primeira coluna correspondente à página X da Tábua de TIPPET, cuja reprodução se faz arrumando-se os números de coluna em coluna e de cima para baixo.

1089	7315	7278	2179
9385	5098	4658	4335
6984	0741	4898	2996
0052	7357	6954	7390
5736	1310	5911	3146
1501	8726	3272	1143
5372	0599	5512	6867
4677	3442	7360	0423
7856	0793	7691	1220
4937	6390	8197	0602

Suponhamos que, da distribuição dos 642 índices cefálicos apresentada na Tabela 3, Capítulo I, parágrafo 15 deste Curso,* desejamos tomar uma amostra de 25 elementos. Para tanto se começará arrolando os elementos dessa distribuição, que, no caso, figura como uma população.

Os números de 1 a 7 correspondem aos índices cefálicos do primeiro intervalo, de 8 a 14, aos do segundo intervalo, etc. Temos, assim:

<i>Intervalos</i>	<i>Repetições</i>	<i>Arrolados</i>	<i>Marcas</i>	<i>Amostra</i>
70-71	7	1-7	/	1
72-73	7	8-14		0
74-75	45	15-59	//	2
76-77	108	60-167	////////	8
78-79	146	168-313	//	2
80-81	151	314-464	////	4
82-83	98	465-562	////	5
84-85	54	563-616	//	2
86-87	16	617-632		0
88-89	8	633-640	/	1
90-91	2	641-642		0

Bastará então apelar para uma Tábua de números ao acaso, prescindir de todos os números que ultrapassem 642 e escolher os intervalos correspon-

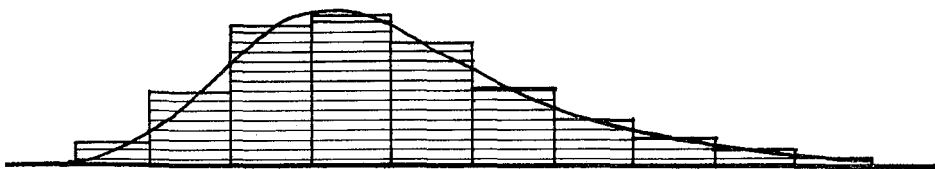
* REVISTA BRASILEIRA DE ESTATÍSTICA, n.º 17, janeiro-março de 1944

dentes aos 25 primeiros números da Tábua, que recaiam sobre números do arrolamento.

Utilizemos os números formados com os três primeiros dígitos das colunas da anterior Tábua de Tippet. O 108 corresponde a uma unidade do intervalo 76-77. O número seguinte, 938, é omitido por exceder a 642, da mesma forma o 698. O 005, ou seja, 5, leva-nos ao intervalo 70-71, e assim sucessivamente. Com um traço ou ponto se marca cada escolha e, mediante nova contagem, se obtém a coluna das repetições na amostra. Um pequeno cálculo conduz a uma média dos índices cefálicos, na amostra, de 79,72, ao passo que a do grupo original era de 80,12.

Se, trasladando-nos a outra região qualquer da Tábua (para não voltar a usar a anterior, pois se teria a mesma amostra), repetirmos a operação várias vezes, teremos várias amostras e, com elas, várias médias. Poderemos então determinar a média das médias dessas amostras.

139 2 — Suponhamos que se trate de amostrar um determinado universo (π_∞ , população com infinitos elementos) mediante uma função de densidade contínua.



Esta operação aparece como uma idealização do seguinte processo aproximado. Dividamos o eixo da variável em um certo número de intervalos de igual amplitude e imaginemos que dispusemos sobre cada intervalo uma pilha de cartões de modo que seus perfis encham, compensando-a, a área correspondente a cada intervalo.

Sobre cada cartão de um mesmo intervalo coloquemos números que filiem seus dois extremos. A seguir imaginemos que levamos todos os cartões a um recipiente do qual, mediante prévia agitação, retiramos a amostra. A medida que se vai diminuindo a amplitude de cada intervalo, mais se aproximará a operação indicada na amostragem, de um universo que obedece a uma distribuição contínua.

Realizemos uma aplicação ao caso de um universo normal

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} = G(0, 1).$$

O primeiro argumento 0 indica a média e o segundo 1 , o desvio padrão. O emprêgo da letra G decorre do hábito de referir-nos à lei de GAUSS.

Elabore-se uma amostra $M | G(0, 1)$ utilizando-se a primeira coluna na página II da Tábua de R. A. FISHER-YATES, a seguir reproduzida

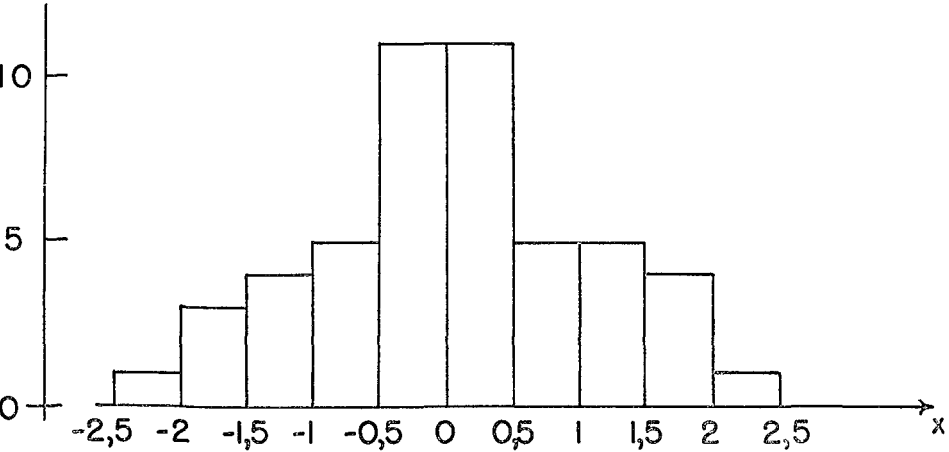
5374	0392	5044	5381	7593
6338	6295	2266	5186	3830
3530	0845	9624	3591	5129
6543	9708	3173	3771	2131
9825	0185	7860	9366	2901
0263	7284	8437	0296	9533
6455	8878	3667	4983	9084
8507	4517	0723	8460	4640
5854	9676	1015	1817	2031
3485	4331	5519	7969	7159

Dividido o eixo da variável, a partir da origem, em intervalos de amplitude 0,5, com uma Tábua da função normal se preenche, sem dificuldade, a primeira e a segunda coluna da seguinte Tabela

INTERVALOS	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_i} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$	MARCAS	AMOSTRA
— 4, — 3,5 = x_1	0,0002		
— 3,5, — 3, = x_2	0,0013		
— 3, — 2,5 = x_3	0,0062		
— 2,5, — 2, = x_4	0,0227	.	1
— 2, — 1,5 = x_5	0,0668		3
— 1,5, — 1, = x_6	0,1587	.. .	4
— 1, — 0,5 = x_7	0,3085		5
— 0,5, 0, = x_8	0,5000	: : : :	11
0, 0,5 = x_9	0,6915	: : : :	11
0,5, 1, = x_{10}	0,8413	.. .	5
1, 1,5 = x_{11}	0,9332		5
1,5, 2, = x_{12}	0,9773		4
2, 2,5 = x_{13}	0,9938		1
2,5, 3, = x_{14}	0,9987		
3, 3,5 = x_{15}	0,9998		
3,5, 4, = x_{16}	0,9999		

O primeiro número, 5 374, nos conduz ao intervalo 0, 0,5, o segundo número, 6 338, ao intervalo anterior, o terceiro número, 3 530, ao intervalo — 0,5 0, e assim por diante As marcas foram assinalando os intervalos sorteados, e a última coluna traduz a nova contagem

O gráfico que se apresenta a seguir traduz o resultado de nova amostra
Pode aconselhar-se como muito conveniente, nos cursos, realizar numerosos exercícios dêsse tipo até chegar a prever, experimentalmente, a forma da função de distribuição das “estatísticas” mais importantes que se deduz das amostras, e ir variando-as de acôrdo com a sua magnitude



Histograma da $M_{50} | G(0,1)$, segundo os primeiros quatro algarismos da primeira coluna (II) da Tábua de números ao acaso, de FISHER-YATES

140. — O número possível das diferentes $\mathbf{M}_n \mid \pi_N$ é o das combinações de N elementos tomados de n a n , $C_{N,n}$. Por exemplo, se $\pi_3: x_1, x_2, x_3$ e se formam as $\mathbf{M}_2$, poder-se-á ter:

$$\mathbf{M}_2 \begin{cases} \mathbf{M}_2^{(1)} : x_1, x_2 \\ \mathbf{M}_2^{(2)} : x_1, x_3 \\ \mathbf{M}_2^{(3)} : x_2, x_3 \end{cases}$$

Há então, neste caso, $C_{3,2}, \mathbf{M}_2 \mid \pi_3$ diferentes

Para pôr em evidência o grupo das diferentes $\mathbf{M}_n \mid \pi_N$, indica-las-emos com $\mathbf{M}_n^{(1)}, \mathbf{M}_n^{(2)}, \dots, \mathbf{M}_n^{(\omega)}$, sendo $\omega = C_{N,n}$.

Os elementos de uma amostra geral $\mathbf{M}_n^{(s)}$ com $1 \leq s \leq \omega$, são projetados na seguinte "matriz das amostras":

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_n^{(1)} : x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)} \\ \mathbf{M}_n^{(2)} : x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, \dots, x_n^{(2)} \end{aligned}$$

$$\mathbf{M}_n^{(s)} : x_1^{(s)}, x_2^{(s)}, \dots, x_n^{(s)}$$

$$\mathbf{M}_n^{(\omega)} : x_1^{(\omega)}, x_2^{(\omega)}, \dots, x_n^{(\omega)}.$$

Com $m_i^{(s)}$ indicaremos a média da primeira amostra possível $\mathbf{M}_n^{(1)}$, com $m_i^{(2)}$ a média de $\mathbf{M}_n^{(2)}$, ..., com $m_i^{(\omega)}$ a média de $\mathbf{M}_n^{(\omega)}$.

A $m_i^{(s)}$ será:

$$m_i^{(s)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^{(s)}.$$

Tem-se, pois, $C_{N,n}$ médias. A média (ou a esperança) das médias das amostras será:

$$\begin{aligned} E(m_i^{(s)}) &= \frac{1}{\omega} \sum_{s=1}^{\omega} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^{(s)} \\ &= \frac{1}{\omega n} \sum_{s=1}^{\omega} \sum_{i=1}^n x_i^{(s)}. \end{aligned}$$

O duplo somatório equivale a somar todos os elementos da matriz das amostras. Desta soma se passa à soma dos elementos na população mediante a relação:

$$\sum_{s=1}^{\omega} \sum_{i=1}^n x_i^{(s)} = C_{N-1, n-1} \sum_{i=1}^N x_i$$

cuja demonstração é imediata. Um $x_i^{(s)}$ é um certo elemento de π_N . Esse elemento se repete na matriz das amostras, $C_{N-1, n-1}$ vezes. Com efeito, consideremos todas as amostras que têm esse elemento e levemo-las à parte. Isto pôsto, imaginemos que lhes retiramos esse elemento. As amostras que assim perma-

necem terão, cada uma, $n - 1$ elementos, tomados dos $N - 1$ e, por sua origem, diferirão pela natureza de seus elementos, sendo, portanto, em número de $C_{N-1, n-1}$.

$$\begin{aligned} \text{Logo: } E(m_l^{(s)}) &= \frac{C_{N-1, n-1}}{\omega \cdot n} \sum_{i=1}^N x_i \\ &= \frac{C_{N-1, n-1}}{C_{N, n}} \sum_{i=1}^N x_i. \end{aligned} \quad (140)$$

Sendo $\sum_{i=1}^N x_i = N\mu_l$, substituindo-se em (140) e simplificando, tem-se:

$$E(m_l^{(s)}) = \mu_l \quad (140,1)$$

resultado que se traduz dizendo-se que: a média das médias das amostras é igual à média da população.

Os valores médios das amostras serão denominados *estatísticas*, enquanto os da população serão chamados *parâmetros*. Percebe-se que o objetivo primordial da amostragem é passar das estatísticas aos correspondentes parâmetros ou, mais precisamente, estimar certos parâmetros por meio de estatísticas adequadas.

Se l é uma estatística que corresponde a um parâmetro λ e se se verifica que $E(l) = \lambda$, dir-se-á que l é uma estimativa correta de λ .

Podemos, pois, interpretá-la (140,1) dizendo que a média da população está corretamente estimada pela média da amostra.

140.1. — Suponhamos que π_N representa N campos, que x_i representa o número de hectares cultivados com cereais no i -ésimo campo. Suponhamos que se elaborou uma $M_n | \pi_N$ e que se obtiveram os resultados: $x_1, x_2, \dots, x_n$. Esta é uma maneira incorreta de escrever os resultados dessa amostra, pois pode dar a idéia de que se amostraram os n primeiros campos da população. E' utilizada, todavia, para obter-se maior simplificação na escrita, melhorando-se a notação em certas passagens das demonstrações a realizar. A todo momento, o leitor deve estar prevenido a êsse respeito, o que se consegue facilmente.

A soma:

$$\sum_{i=1}^n x_i$$

nos fornece o total de Ha semeados com cereais nos campos da amostra.
O valor de

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = m_l$$

corresponde ao promédio de Ha semeados com cereais, deduzido da amostra. O resultado m_l é uma estimativa de μ_l , média de Ha semeados com cereais na população.

E' evidente que quando com m_l fizermos uma estimativa de μ_l , será necessário completá-lo com o correspondente erro padrão $\sigma(m_l)$.

140 2 — A variância das médias das amostras será:

$$\begin{aligned}\sigma^2 \{m_I^{(s)}\} &= \frac{1}{\omega} \sum_{s=1}^{\omega} [m_I^{(s)} - \mu_I]^2 \\ &= \frac{1}{\omega} \sum_{s=1}^{\omega} (m_I^{(s)})^2 - \mu_I^2.\end{aligned}$$

(Usou-se a conhecida fórmula: $\mu_2 = m_2 - m_1^2$.) Para simplificar esse cálculo poder-se-á supor que $\mu_I = 0$. Isto não restringe a generalidade, já que se trata de simples questão de escala

Então:

$$\begin{aligned}\sigma^2 \{m_I^{(s)}\} &= \frac{1}{\omega} \sum_{s=1}^{\omega} \frac{1}{n^2} \left(\sum_{i=1}^n x_i^{(s)} \right)^2 \\ &= \frac{1}{\omega n^2} \left[\sum_{s=1}^{\omega} \sum_{i=1}^n (x_i^{(s)})^2 + \sum_{s=1}^{\omega} \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j}}^n x_i^{(s)} x_j^{(s)} \right].\end{aligned}$$

Tem-se que:

$$\sum_{s=1}^{\omega} \sum_{i=1}^n (x_i^{(s)})^2 = C_{N-1, n-1} \sum_{i=1}^N x_i^2 = C_{N-1, n-1} N \sigma^2$$

visto que se supôs $\mu_I = 0$.

Analogamente:

$$\sum_{s=1}^{\omega} \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j}}^n x_i^{(s)} x_j^{(s)} = C_{N-2, n-2} \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j}}^N x_i x_j$$

repetindo-se, com naturais e ligeiras variantes, o raciocínio que justificou a anterior primeira passagem do duplo somatório sobre a matriz das amostras a um somatório sobre os elementos da população.

Mas, sendo

$$(N \mu_I)^2 = 0 = \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2 = \sum_{i=1}^N x_i^2 + \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j}}^N x_i x_j$$

resulta

$$\sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j}}^N x_i x_j = - \sum_{i=1}^N x_i^2 = - N \sigma^2.$$

Logo:

$$\sigma^2 \{m_I^{(s)}\} = \frac{1}{\omega n^2} [C_{N-1, n-1} N \sigma^2 - C_{N-2, n-2} N \sigma^2]$$

donde, com simplificações diretas:

$$\sigma^2 \{m_I^{(s)}\} = \frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1} \quad (140 2)$$

fórmula que assume importância fundamental

Se $n = N$, isto é, se a "amostra" esgota a população, a variância da média da amostra é nula, o que se explica pelo fato de que essa média coincide com a da população e, por conseguinte, não há dispersão.

Se, em lugar de uma população π_N , a M_n é tomada a um universo π_∞ , ter-se-á:

$$\sigma^2 \{m_I^{(s)}\} = \frac{\sigma^2}{n}. \quad (140.2,1)$$

O fator $\frac{N-n}{N-1}$ que figura na (140.2) é denominado coeficiente de correlação e é atribuído ao caráter finito da população.

140.3. — Em lugar da fórmula exata:

$$\sigma^2 \{\bar{x}'\} = \frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N-1}$$

utiliza-se geralmente a fórmula aproximada:

$$\sigma^2 \{\bar{x}'\} = \sigma^2 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) \quad (140.3)$$

que oferece diferenças desprezíveis quando o tamanho da população considerada substituir $N-1$ por N .

A adoção da (140.3) pode justificar-se quando N é suficientemente grande, mediante um raciocínio que consiste em supor que a mesma população π_N , é uma amostra de média m , magnitude N , derivada de um hipotético universo da média μ e variância σ^2 .

Poder-se-á então delinear a igualdade:

$$\bar{x}' - \mu = (\bar{x}' - m) + (m - \mu) \quad (140.3,1)$$

com a qual, aplicando-se-lhe um cálculo de variância (de acordo com os princípios que serão a seguir estudados) se tem:

$$\sigma^2 \{\bar{x}' - \mu\} = \sigma^2 \{\bar{x}' - m\} + \sigma^2 \{m - \mu\}. \quad (140.3,2)$$

Da (140.3,2) deduz-se:

$$\sigma^2 \{\bar{x}' - m\} = \sigma^2 \{\bar{x}' - \mu\} - \sigma^2 \{m - \mu\}$$

ou seja:

$$\sigma^2 \{\bar{x}'\} = \frac{\sigma^2}{n} - \frac{\sigma^2}{N}$$

resultado que poderemos escrever na fórmula simbólica:

$$\sigma^2 \{\bar{x}' \subset M_n | \pi_N\} = \sigma^2 \{\bar{x}' \subset M_n | \pi_\infty\} - \sigma^2 \{\mu \subset M_N | \pi_\infty\}$$

e que soe usar-se, por exemplo, se desejamos calcular o erro padrão de um promédio (que não é uma estimativa correta) nos planos de subamostragem, quando as magnitudes dos estratos não são uniformes. Essa utilização é feita no caso mencionado, utilizando-se os recursos da chamada Análise da Variância

140 3 1 — Esclareçamos, aqui, as minúcias que permitiram a passagem da (140 3 1) à (140 3.2), mediante o estudo da variância de uma combinação linear de variáveis aleatórias

Seja

$$y = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_n x_n \quad (140 3)$$

a combinação linear das variáveis aleatórias: $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Suponhamos, para simplificar, que

$$E(x_i) = 0.$$

Como isto se pode sempre conseguir tomando-se o valor médio de cada variável como origem, tal simplificação é uma simples questão de escala e não afetará nem a generalidade do raciocínio nem, por conseguinte, os resultados a obter-se Sendo:

$$\sigma^2 \{x_i\} = E(x_i^2) - [E(x_i)]^2$$

pela hipótese formulada ter-se-á:

$$\sigma^2 \{x_i\} = E(x_i^2) = \sigma_i^2.$$

A esperança $E(x_i, x_j)$ ou covariância $cov(x_i, x_j)$ não exprime outra coisa senão o segundo momento centrado uniformemente em cada variável.

Como êsse segundo momento, dividido por $\sigma_i \sigma_j$ nos dá o coeficiente de correlação $\rho_{i,j}$, teremos

$$cov(x_i, x_j) = \rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j$$

Se $i = j$, sendo então $\rho_{i,i} = 1$, ter-se-á, em particular:

$$cov(x_i, x_i) = \sigma_i^2$$

ou seja, a covariância de uma variável em si mesma outra coisa não é senão a variância dessa variável.

Se x_i e x_j são independentes a correlação entre ambas será, então, nula e, por conseguinte: $\rho_{i,j} = 0$, $i \neq j$

Voltando-se à nossa combinação linear tem-se:

$$\sigma^2 \{y\} = E[\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_n x_n]^2 - [E(\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_n x_n)]^2.$$

Por ser

$$E[\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_n x_n] = \alpha_1 E(x_1) + \dots + \alpha_n E(x_n) = 0 \quad (140.3,1)$$

resta:

$$\begin{aligned} \sigma^2 \{y\} &= E[\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_n x_n]^2 = \\ &= E \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 x_i^2 + E \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j}}^n \alpha_i \alpha_j x_i x_j . \\ \sigma^2 \{y\} &= \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j}}^n \alpha_i \alpha_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j . \end{aligned}$$

Resulta, assim, em particular, se as variáveis são independentes.

$$\sigma^2 \{y\} = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \sigma_i^2 .$$

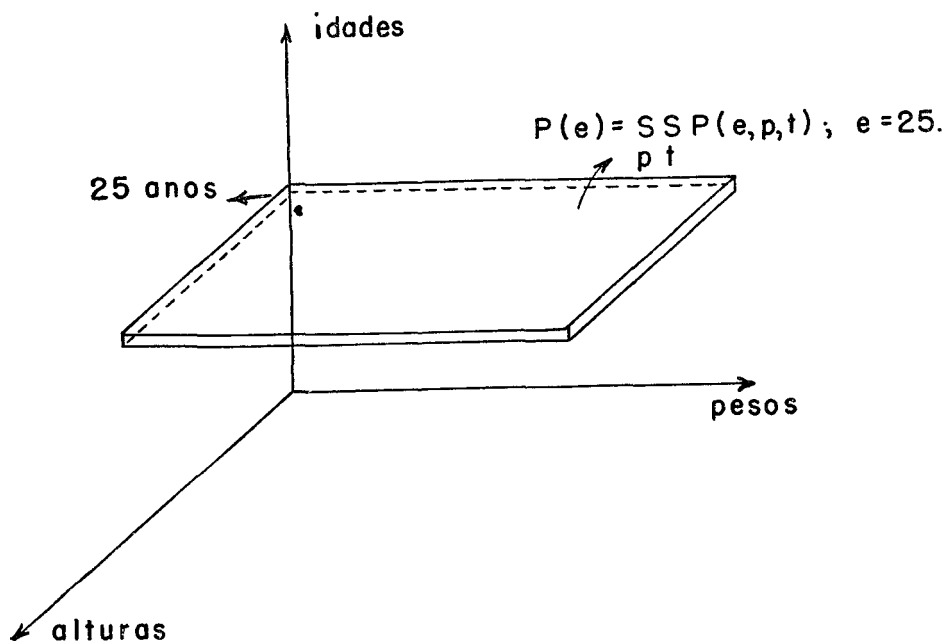
Ainda que a igualdade (140 3,1) seja imediata, tendo em conta a definição de esperança e das funções marginais, não será demais insistir sobre tôdas as minúcias nas quais se apoiou Tem-se, com efeito

$$\begin{aligned}
 E[\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_n x_n] &= \sum_1 \sum_2 \dots \sum_n [\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_n x_n] P(x_1, x_2, \dots, x_n) \\
 &= \alpha_1 \sum_1 \sum_2 \dots \sum_n P(x_1, x_2, \dots, x_n) + \\
 &+ \alpha_2 \sum_2 \sum_1 \sum_3 \dots \sum_n P(x_1, x_2, \dots, x_n) + \\
 &+ \alpha_n \sum_n \sum_1 \sum_2 \dots \sum_{n-1} P(x_1, x_2, \dots, x_n) = \\
 &= \alpha_1 \sum_1 x_1 P(x_1) + \alpha_2 \sum_2 x_2 P(x_2) + \dots + \alpha_n \sum_n x_n P(x_n) = \\
 &= \alpha_1 E(x_1) + \alpha_2 E(x_2) + \dots + \alpha_n E(x_n).
 \end{aligned}$$

Para que o leitor supere tôda dúvida no sentido de que a soma múltipla $(n-1)$ — pla $\sum_1 \sum_2 \dots \sum_n P(x_1, x_2, \dots, x_n)$

o conduz à função marginal $P(x_1)$, basta fazer a seguinte consideração

Se se mantém um x_1 fixo e se somam tôdas as probabilidades $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ nas quais x_1 permanece fixo e variam as $n-1$ variáveis $x_2, x_3, \dots, x_n$, há-de ter-se a probabilidade correspondente a x_1 . Dessarte, se se tem uma distribuição a três variáveis apenas ($n=3$) que supomos sejam a estatura, o pêso e idade de um grupo de N indivíduos, as idades de, por exemplo, 25 anos poderão ser apresentadas associadas a medidas e pesos diversos. Nestas condições, se somarmos as repetições de tôdas as medidas e pesos associados aos 25 anos, teremos como resultado a repetição correspondente aos indivíduos de 25 anos. Este resultado vem a corresponder, no gráfico abaixo, à massa de repetições que se encontram dentro do prisma ali assinalado:



140 4. — Deixando um pouco de lado o método que poderia chamar-se de matriz das amostras, vamos insistir aqui, para exercício do leitor, na aplicação do método operativo que acaba de ser visto e é correntemente usado.

Seja $\bar{x}'$ a média de uma $\mathbf{M}_n \mid \pi_N$

$$\bar{x}' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

Se se repuserem sucessivamente na população os elementos que se forem extraído para formar a amostra, então $\rho_{i,j} = 0$, $i \neq j$, pois a obtenção de um x_i é independente (pela suposta reposição) de x_j . Ter-se-á então

$$\sigma^2 \{ \bar{x}' \} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sigma^2 \{ x_i \} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

resultado que coincide com o dado em (140 2 1).

Em troca, se a $\mathbf{M}_n$ se construir sem a reposição dos seus elementos na população, então:

$$\sigma^2 \{ \bar{x}' \} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sigma^2 \{ x_i \} + \frac{1}{n^2} \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j}}^n \text{cov} (x_i, x_j)$$

$$\text{com } i \neq j, \text{cov} (x_i, x_j) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j}}^N x_i x_j = \frac{1}{N(N-1)} \left[\left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2 - \sum_{i=1}^N x_i^2 \right]$$

$$= - \frac{1}{N(N-1)} N \sigma^2$$

$$\sigma^2 \{ \bar{x}' \} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sigma^2 - \frac{1}{n^2} \frac{1}{N(N-1)} N \sigma^2 \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j}}^n 1$$

$$= \frac{\sigma^2}{n} - \frac{1}{n^2} \cdot \frac{\sigma^2}{(N-1)} n(n-1)$$

$$\sigma^2 \{ \bar{x}' \} = \frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N-1}$$

resultado que coincide com o dado em (140 2)

140 5 — Sabendo-se que. $E(m_I^{(s)}) = \mu_I$

$$\sigma^2 \{ m_I^{(s)} \} = \frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}$$

o Teorema de TCHEBYCHEFF permite escrever:

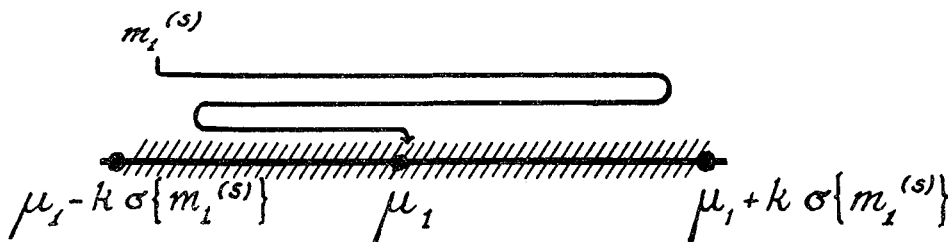
$$P \left\{ \left| m_I^{(s)} - \mu_I \right| < k \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N-1}} \right\} = P(k) > 1 - \frac{1}{k^2}$$

ou, o que é o mesmo:

$$P \left\{ \mu_I - k \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N-1}} < m_I^{(s)} < \mu_I + k \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N-1}} \right\} = P(k) > 1 - \frac{1}{k^2}. \quad (140 5)$$

A tradução desta desigualdade é a seguinte: com uma probabilidade $P(k)$ maior que $1 - \frac{1}{k^2}$, a média de uma amostra em geral, $m_I^{(s)}$, cairá dentro do intervalo

$$\mu_I - k \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N-1}}, \mu_I + k \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N-1}}. \quad (140 5,1)$$



Para que, com uma probabilidade $P(k)$ se verifique.

$$|m_1^{(s)} - \mu_1| < k \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N-1}} = E$$

ou seja, que $m_1^{(s)}$ não se afaste de μ_1 em mais ou em menos de E , bastará tomar:

$$n \geq \frac{N k^2 \sigma^2}{k^2 \sigma^2 + (N-1) E^2} . \quad (140.5,2)$$

Se, em lugar de uma população, se selecionar uma amostra de um universo ($N = \infty$), então para que se obtenha:

$$|m_1^{(s)} - \mu_1| < k \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = E$$

com uma probabilidade $P(k)$, deverá ser:

$$n \geq \frac{k^2 \sigma^2}{E^2} . \quad (140.5,3)$$

140.5.1 — Se com uma probabilidade $P(k) > 1 - \frac{1}{k^2}$ tivermos:

$$|m_1^{(s)} - \mu_1| < k \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}}$$

poder-se-á escrever, invertendo a (140.5):

$$P \left\{ m_1^{(s)} - k \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N-1}} < \mu_1 < m_1^{(s)} + k \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N-1}} \right\} = P(k) .$$

Seria incorreto interpretar esta desigualdade nos seguintes termos: a probabilidade para que a média da população μ_1 se encontre no interior do intervalo (de confiança)

$$\Delta^{(s)}: m_1^{(s)} - k \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}}, m_1^{(s)} + k \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}} \quad (140.5.1)$$

é:

$$P(k) > 1 - \frac{1}{k^2} .$$

A correção que se deve levar a êsse enunciado errado surge de pronto ao observar-se que o elemento aleatório não é o parâmetro μ_1 , mas o próprio intervalo de confiança $\Delta^{(s)}$. Portanto, o que a (140.5.1) nos permite dizer é o seguinte: a probabilidade para que o intervalo $\Delta^{(s)}$ (variável com a amostra) cubra a μ_1 é $P(k) > 1 - \frac{1}{k^2}$.

Em outras palavras, e interpretando a probabilidade como frequência, a (140 5 1) poderia enunciar-se dêste modo: se se considera o conjunto de tôdas as amostras possíveis e, correspondentemente, o conjunto de todos os intervalos Δ^s , a proporção daqueles intervalos que cobrem μ_i é $P(k) > 1 - \frac{1}{k^2}$.

140 6. — Usa-se correntemente nas aplicações o chamado coeficiente de variabilidade:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}}.$$

Uma variabilidade de 30% é comumente encontrada nos fenômenos sociais e econômicos.

Suponhamos que π_N tem um coeficiente de variabilidade:

$$V = \frac{\sigma}{\mu_I}$$

e que desejamos determinar a extensão de uma $\mathbf{M}_n | \pi_N$ de modo que, com certo grau de probabilidade, a média de uma amostra $m_i^{(s)}$, que é uma estimativa de μ_i , não se afaste dêste valor em mais ou menos E .

A condição:

$$P \left\{ \mu_i - k \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N-1}} < m_i^{(s)} < \mu_i + k \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N-1}} \right\} = P(k)$$

escrever-se-á:

$$P \left\{ \mu_i - k V \mu_i \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < m_i^{(s)} < \mu_i + k V \mu_i \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \right\} = P(k).$$

Para não superar, em valor absoluto, o êrro E , deverá ter-se:

$$k V \mu_i \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \leq E$$

para o que será necessário tomar:

$$n \geq \frac{k^2 N V^2 \mu_i^2}{k^2 V^2 \mu_i^2 + (N-1) E^2}$$

se se tratar da amostra de uma população, e:

$$n \geq \frac{k^2 V^2 \mu_i^2}{E^2}$$

no caso de um universo

140 7. — Suponhamos que se deseja indagar propriedades da população que se resumem em variáveis discretas e não contínuas ou de extensão, como nos casos anteriores. Isto ocorrerá, por exemplo, se se quiser estimar o número de áreas em que se cultivam certos cereais C , ou o número de residências habitadas pelos seus proprietários, etc.

Nesses casos, os elementos $x_1, x_2, \dots, x_N$ de π_N deverão considerar-se iguais a 1 ou a 0, isto é, que um x_i será igual a 1 dado que na área x_i se cultive o cereal C ou na residência x_i habite o seu proprietário.

De tal forma, se uma $\mathbf{M}_n^{(s)}$ deu os elementos: $x_1^{(s)}, x_2^{(s)}, \dots, x_n^{(s)}$

o valor da soma $\sum_{i=1}^n x_i^{(s)} = V_S$

representará o número de áreas que cultivam cereais C , dentro dessa amostra, e $\frac{V_S}{n}$ dará a proporção ou frequência correspondente dentro da amostra

A frequência

$$\frac{V_S}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^{(s)}$$

comportar-se-á exatamente como nas médias das amostras

Suponhamos que p e $q = 1 - p$ representam as proporções das áreas de π_N que cultivam e não cultivam cereais C , respectivamente

Haverá, pois, em π_N , N_p áreas que cultivam cereais C e N_q áreas que não cultivam

A população π_N , $x_1, x_2, \dots, x_N$ é tal que

$$P\{x_i = 1\} = p, \quad P\{x_i = 0\} = q = 1 - p.$$

Como exercício verifiquemos que:

$$E\left(\frac{V_S}{n}\right) = p.$$

$$\begin{aligned} E\left(\frac{V_S}{n}\right) &= E\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^{(s)}\right) = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^{\omega} \sum_{i=1}^n x_i^{(s)} \\ &= \frac{C_{N-1, n-1}}{n} \sum_{i=1}^N x_i \\ &= \frac{C_{N-1, n-1}}{n} N_p = p. \end{aligned}$$

Além disso, a variância σ^2 em π_N , será:

$$\sigma^2 = E\{x_i - E(x_i)\}^2 = E(x_i - p)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - p)^2$$

ou seja:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^{N_p} (1 - p)^2 + \sum_{i=1}^{N_q} (0 - p)^2 \right] \\ &= \frac{1}{N} [N_p q^2 + N_q p^2] \end{aligned}$$

donde

$$\sigma^2 = pq$$

Atuando, como se viu, $\frac{V_S}{n}$ como uma $m_t^{(s)}$ ter-se-á:

$$\begin{aligned} \sigma^2 \left\{ \frac{V_S}{n} \right\} &= \frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N - n}{N - 1} \\ &= \frac{pq}{n} \cdot \frac{N - n}{N - 1} \end{aligned}$$

podendo então escrever-se que:

$$P \left\{ p - k \sqrt{\frac{pq}{n} \frac{N-n}{N-1}} < \frac{V_S}{n} < p + k \sqrt{\frac{pq}{n} \frac{N-n}{N-1}} \right\} = P(k).$$

Para que a frequência $\frac{V_S}{n}$ não se afaste da probabilidade ou proporção correspondente p , em mais de E , com uma probabilidade $P(k)$, ou seja para que:

$$k \sqrt{\frac{pq}{n} \frac{N-n}{N-1}} \leq E$$

será necessário tomar:

$$n \geq \frac{k^2 N p q}{k^2 p q + (N-1) E^2}$$

caso se trate de uma população, ou:

$$n \geq \frac{k^2 p q}{E^2}$$

caso se trate de um universo.

141. — Para conhecer melhor a distribuição das médias das amostras, comecemos calculando:

$$\mu_3 \{ m_l^{(s)} \} = E [m_l^{(s)} - \mu_l]^3 = E [m_l^{(s)}]^3$$

já que se tomou, para simplificar, $\mu_l = 0$.

Tem-se:

$$\mu_3 \{ m_l^{(s)} \} = \frac{1}{\omega} \sum_{s=1}^{\omega} [m_l^{(s)}]^3 = \frac{1}{\omega n^3} \sum_{s=1}^{\omega} \left[\sum_{i=1}^n x_i^{(s)} \right]^3.$$

Desenvolvendo pela regra de LEIBNITZ:

$$\begin{aligned} \sum_{s=1}^{\omega} \left[\sum_{i=1}^n x_i^{(s)} \right]^3 &= \sum_{s=1}^{\omega} \left\{ \sum_{i=1}^n (x_i^{(s)})^3 + 3 \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n (x_i^{(s)})^2 x_j^{(s)} + 6 \sum_{\substack{i,j,l=1 \\ i \neq j \neq l}}^n x_i^{(s)} x_j^{(s)} x_l^{(s)} \right\} = \\ &= C_{N-1, n-1} \sum_{i=1}^N x_i^3 + 3 C_{N-2, n-2} \sum_{i,j=1}^N x_i^2 x_j + 6 C_{N-3, n-3} \sum_{i,j,l=1}^N x_i x_j x_l. \end{aligned}$$

Ora:

$$\left[\sum_{i=1}^N x_i^2 \right] \left[\sum_{i=1}^N x_i \right] = 0 = \sum_{i=1}^N x_i^3 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N x_i^2 x_j.$$

Donde:

$$\sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N x_i^2 x_j = -N \mu_3.$$

Além disso:

$$\left[\sum_{i=1}^N x_i \right]^5 = 0 = \sum_{i=1}^N x_i^3 + 3 \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N x_i^2 x_j + 6 \sum_{\substack{i,j,l=1 \\ i \neq j \neq l}}^N x_i x_j x_l$$

$$0 = N \mu_3 - 3 N \mu_3 + 6 \sum_{\substack{i,j,l=1 \\ i \neq j \neq l}}^N x_i x_j x_l$$

logo:

$$6 \sum_{\substack{i,j,l=1 \\ i \neq j \neq l}}^N x_i x_j x_l = 2 N \mu_3$$

com o que resulta:

$$\mu_3 \{ m_1^{(s)} \} = \left[1 - 3 \frac{n-1}{N-1} + 2 \frac{(n-1)(n-2)}{(N-1)(N-2)} \right] \frac{\mu_3}{n^2}$$

para uma π_N , e

$$\mu_3 \{ m_1^{(s)} \} = \frac{\mu_3}{n^2}$$

para um π_∞ .

141 1. — Passemos a calcular o momento centrado de quarta ordem das médias das amostras:

$$\mu_4 \{ m_1^{(s)} \} = \frac{1}{\omega n^4} \sum_{s=1}^{\omega} \left[\sum_{i=1}^n x_i^{(s)} \right]^4$$

$$\mu_4 \{ m_1^{(s)} \} = \frac{1}{\omega n^4} \sum_{s=1}^{\omega} \left\{ \sum_{i=1}^n (x_i^{(s)})^4 + 4 \sum_{i,j=1}^n (x_i^{(s)})^3 x_j^{(s)} + 6 \sum_{i,j=1}^n (x_i^{(s)})^2 (x_j^{(s)})^2 + \right.$$

$$\left. + 12 \sum_{i,j,l=1}^n (x_i^{(s)})^2 x_j^{(s)} x_l^{(s)} + 24 \sum_{i,j,l,k=1}^n x_i^{(s)} x_j^{(s)} x_l^{(s)} x_k^{(s)} \right\}$$

sendo diferentes os sub-índices de cada somatório, sem poder permutar-se.

$$\mu_4 \{ m_1^{(s)} \} = \frac{1}{\omega n^4} \left\{ C_{N-1, n-1} \sum_{i=1}^N x_i^4 + 4 C_{N-2, n-2} \sum_{i,j=1}^N x_i^3 x_j + 6 C_{N-2, n-2} \sum_{i,j=1}^N x_i^2 x_j^2 + \right.$$

$$\left. + 12 C_{N-3, n-3} \sum_{i,j,l=1}^N x_i^2 x_j x_l + 24 C_{N-4, n-4} \sum_{i,j,l,k=1}^N x_i x_j x_l x_k \right\}$$

sendo

$$\sum_{i=1}^N x_i^4 = N \mu_4$$

e:

$$\left[\sum_{i=1}^N x_i^3 \right] \left[\sum_{i=1}^N x_i \right] = 0 = \sum_{i=1}^N x_i^4 + \sum_{i,j=1}^N x_i^3 x_j$$

donde:

$$\sum_{i,j=1}^N x_i^3 x_j = -N \mu_4.$$

Tendo-se:

$$\left[\sum_{i=1}^N x_i^2 \right]^2 = N^2 \mu_2^2 = \sum_{i=1}^N x_i^4 + 2 \sum_{i,j=1}^N x_i^2 x_j^2$$

donde:

$$2 \sum_{i,j=1}^N x_i^2 x_j^2 = N^2 \mu_2^2 - N \mu_4.$$

Além disso, sendo:

$$\begin{aligned} \left[\sum_{i=1}^N x_i^3 \right] \left[\sum_{i=1}^N x_i \right]^2 &= 0 = \left[\sum_{i=1}^N x_i^3 \right] \left[\sum_{i=1}^N x_i^2 + 2 \sum_{i,j=1}^N x_i x_j \right] \\ &= \left[\sum_{i=1}^N x_i^3 \right]^2 + 2 \sum_{i,j=1}^N x_i^3 x_j + 2 \sum_{i,j,l=1}^N x_i x_j x_l \end{aligned}$$

resulta:

$$\sum_{i,j,l=1}^N x_i^3 x_j x_l = \frac{1}{2} [2 N \mu_4 - N^2 \mu_2^2].$$

Finalmente, de:

$$\begin{aligned} \left[\sum_{i=1}^N x_i \right]^3 &= 0 = \sum_{i=1}^N x_i^4 + 4 \sum_{i,j=1}^N x_i^3 x_j + 6 \sum_{i,j=1}^N x_i^2 x_j^2 + 12 \sum_{i,j,l=1}^N x_i^2 x_j x_l + \\ &+ 24 \sum_{i,j,l,k=1}^N x_i x_j x_l x_k \end{aligned}$$

segue-se que:

$$\begin{aligned} 24 \sum_{i,j,l,k=1}^N x_i x_j x_l x_k &= -N \mu_4 + 4 N \mu_4 - 3 [N^2 \mu_2^2 - N \mu_4] - 6 [2 N \mu_4 - N^2 \mu_2^2] = \\ &= 3 N^2 \mu_2^2 - 6 N \mu_4 \end{aligned}$$

com o que se chega a:

$$\begin{aligned} \mu_4 \{m_l^{(s)}\} &= \frac{1}{\omega n^4} \{C_{N-1, n-1} N \mu_4 - 4 C_{N-2, n-2} N \mu_4 + 3 C_{N-2, n-2} (N^2 \mu_2^2 - N \mu_4) + \\ &+ 6 C_{N-3, n-3} (2 N \mu_4 - N^2 \mu_2^2) + C_{N-4, n-4} (3 N^2 \mu_2^2 - 6 N \mu_4)\} \end{aligned}$$

donde se conclui com simplificações imediatas:

$$\begin{aligned} \mu_4 \{m_l^{(s)}\} &= \left[1 - 7 \frac{n-1}{N-1} + 12 \frac{(n-1)(n-2)}{(N-1)(N-2)} - 6 \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{(N-1)(N-2)(N-3)} \right] \frac{\mu_4}{n^3} + \\ &+ 3 \left[\frac{N(n-1)}{N-1} - 2 \frac{N(n-1)(n-2)}{(N-1)(N-2)} + \frac{N(n-1)(n-2)(n-3)}{(N-1)(N-2)(N-3)} \right] \frac{\mu_2^2}{n^3}. \end{aligned}$$

para o caso de uma população e:

$$\mu_4 \{m_l^{(s)}\} = \frac{\mu_4}{n^3} + 3 \frac{n-1}{n^3} \mu_2^2$$

para o caso de um universo.

141 2. — E' evidente que uma distribuição, e em nosso caso a das médias das amostras, não fica determinada dando-se os seus momentos somente até os de quarta ordem. Ora, nas pesquisas estatísticas correntes os diagnósticos a

respeito do tipo de uma distribuição podem realizar-se em primeira aproximação com esses momentos.

Resumindo os resultados obtidos na hipótese de um universo, temos:

$$\begin{aligned}\mu_2\{m_I^{(s)}\} &= \frac{\mu_2}{n} = \frac{\sigma^2}{n} \\ \mu_3\{m_I^{(s)}\} &= \frac{\mu_3}{n^2} \\ \mu_4\{m_I^{(s)}\} &= \frac{\mu_4}{n^3} + 3 \frac{n-1}{n^3} \mu_2^2.\end{aligned}$$

Fazendo intervir os momentos reduzidos:

$$q_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3}; \quad q_4 = \frac{\mu_4}{\sigma^4}$$

ter-se-á:

$$q_3\{m_I^{(s)}\} = \frac{\mu_3\{m_I^{(s)}\}}{[\sigma\{m_I^{(s)}\}]^3} = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}$$

ou seja:

$$q_3\{m_I^{(s)}\} = \frac{q_3}{\sqrt{n}}. \quad (141.2)$$

Analogamente se encontra:

$$q_4\{m_I^{(s)}\} = 3 + \frac{1}{n} [q_4 - 3]. \quad (141.2,1)$$

De (141.2) e (141.2,1) resulta:

1. Se o universo original é normal, o que liga intimamente $q_3 = 0, q_4 = 3$, então a distribuição das médias das amostras resulta normal quanto aos primeiros quatro momentos.

2. Qualquer que seja o tipo de distribuição do universo original, se a extensão das amostras, ou seja n , é muito grande, a distribuição das médias das amostras é normal quanto aos primeiros quatro momentos.

142 — Se $\bar{x}$ e σ^2 são a média e a variância de π_N e $\bar{x}'$ é a média de $M_n | \pi_N$, sendo

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [x_i - \bar{x}]^2$$

por analogia externa poder-se-ia estar induzido a estimar σ^2 , com ajuda dos dados de M_n , pela fórmula:

$$S'^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}')^2.$$

Lembrando que a condição de uma estimativa correta é que a esperança da mesma conduza ao parâmetro correspondente, convirá tomar:

$$S^2 = \lambda \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}')^2$$

e determinar λ pela condição:

$$E(S^2) = \sigma^2.$$

Podendo escrever-se:

$$S^2 = \lambda \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]$$

ter-se-á:

$$E(S^2) = \lambda \left[E \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} E \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right].$$

Ora,

$$E \sum_{i=1}^n x_i^2 = \frac{n}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2$$

segundo o raciocínio da passagem do somatório duplo sobre a matriz das amostras para um somatório sobre a população,

$$E \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 = E \sum_{i=1}^n x_i^2 + E \sum_{i,j=1}^n x_i x_j; \quad i \neq j.$$

E' evidente que sendo os x_i elementos de uma amostra, poder-se-á expressar o último somatório na forma:

$$E \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j}}^n x_i^{(s)} x_j^{(s)} = \frac{1}{\omega} \sum_{s=1}^{\omega} \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j}}^n x_i^{(s)} x_j^{(s)} = \frac{C_{N-2, n-2}}{\omega} \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j}}^N x_i x_j.$$

Logo:

$$E \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 = \frac{n}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 + \frac{n(n-1)}{N(N-1)} \left[\left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2 - \sum_{i=1}^N x_i^2 \right].$$

Donde, com simples substituições:

$$E(S^2) = \lambda \frac{N(n-1)}{N-1} \sigma^2.$$

Para que se verifique a condição de estimativa será então necessário que:

$$\lambda = \frac{N-1}{N} \frac{1}{n-1}.$$

Conclui-se assim que:

$$S^2 = \frac{N-1}{N} \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}')^2 \quad \text{para uma } \pi_N$$

$$\text{e} \quad S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}')^2 \quad \text{para um } \pi_{\infty}$$

são as estimativas corretas, respectivamente, da variância calculada com os dados da amostra.

142 1 — No caso de uma população binomial

$$\pi_N = P\{x_i\} = p, \quad P\{x_i = 0\} = q = 1 - p,$$

visto que a frequência $\frac{V}{n}$ dada por uma M_n comporta-se como uma média ($\bar{x}$), ter-se-á:

$$S^2 = \frac{N-1}{N} \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(x_i - \frac{V}{n}\right)^2.$$

Sendo:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \left(x_i - \frac{V}{n}\right)^2 &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2 \frac{V}{n} \sum_{i=1}^n x_i + \left(\frac{V}{n}\right)^2 n \\ &= V - \frac{2}{n} \frac{V^2}{n} + \frac{V^2}{n} = V \left(1 - \frac{V}{n}\right) \end{aligned}$$

resulta:

$$S^2 = \frac{N-1}{N} \frac{V}{n-1} \left(1 - \frac{V}{n}\right)$$

ou melhor, fazendo $\frac{V}{n} = f_n$

$$(142.1) \quad \left\{ \begin{array}{ll} S^2 = \frac{N-1}{N} \frac{n}{n-1} f_n (1 - f_n) & \text{para uma } \pi_N \\ \text{e } S^2 = \frac{n}{n-1} f_n (1 - f_n) & \text{para um } \pi_\infty \end{array} \right.$$

As (142 1) são, pois, as estimativas de $\sigma^2 = pq$ no caso de uma população ou universo binomial, respectivamente

143 — Seja uma população de N elementos $x_1, x_2, \dots, x_N$, da qual supor-nhamos que extrairemos amostras de extensão n tomando ao acaso n elementos, um depois do outro, com prévias reposições sucessivas dos mesmos. Em virtude desta regra, numa mesma amostra um mesmo elemento da população pode encontrar-se repetido n vezes. O número das diferentes amostras possíveis, que só diferem por seus elementos prescindindo da ordem de colocação, será o das combinações com repetição de N elementos tomados n a n , ou seja $C'_{N, n} = C_{N+n-1, n}$.

O que queremos aqui é apoiar-nos na função geratriz dos momentos, para estudar a distribuição das médias das amostras a que acabamos de referir-nos

Numa das $C'_{N, n}$ amostras, a média será

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = m_I^{(s)}$$

(de acordo com o já visto, s indica, de modo puramente acessório, a ordem da amostra) Os elementos $x_1, x_2, \dots, x_n$ de uma amostra podem ser iguais ou distintos

Se considerarmos a $m_I^{(s)}$ como uma variável aleatória, sua probabilidade correspondente será:

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = P(x_1) P(x_2) \dots P(x_n)$$

por serem as variáveis independentes. Logo, a função geratriz dos momentos correspondentes a $m_i^{(s)}$ é

$$\varphi_n(t) = \sum_{x_1} \sum_{x_2} \sum_{x_n} p(x_1) p(x_2) \dots p(x_n) e^{\frac{t}{n} [x_1 + x_2 + \dots + x_n]}$$

mas, como todos os sub-índices variam de 1 a N , deverá escrever-se

$$\varphi_n(t) = \left[\sum_{i=1}^N p(x_i) e^{\frac{t}{n} x_i} \right]^n$$

e sendo

$$P(x_i) = \frac{1}{N}$$

$$\varphi(t) = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{\frac{t}{n} x_i} \right]^n.$$

Supondo que a população está centrada, ou seja, considerando que $\mu_i = 0$, para simplificar, derivando e tomando depois $t = 0$ obtém-se, facilmente

$$\varphi'_n(0) = E(m_i^{(s)}) = \mu_i = 0$$

$$\sigma^2 \{m_i^{(s)}\} = \varphi''(0) - [\varphi'(0)]^2 = \frac{\sigma^2}{n} = \varphi''(0)$$

$$\varphi_n'''(0) = \mu_3 \{m_i^{(s)}\} = \frac{\mu_3}{n^2}$$

$$\varphi_n^{IV}(0) = \mu_4 \{m_i^{(s)}\} = \frac{\mu_4}{n^3} + 3 \frac{n-1}{n^3} \mu_2^2$$

Esses resultados coincidem com os obtidos por outro caminho no parágrafo (141.2), conforme as fórmulas para o caso de amostras extraídas de um universo.

O caso de que estamos tratando não difere daquele, pois o modo de reposição com que se constróem as amostras faz que a extensão n destas possa ser tão grande quanto se desejar, o que, em virtude do fato (no caso de amostras sem reposição) de ser $n \leq N$ implica que N apareça tão grande quanto se quiser

No parágrafo (141.2), ao analisar $q_3 \{m_i^{(s)}\}$ e $q_4 \{m_i^{(s)}\}$, vimos que, ao tratar-se de um universo qualquer (normal ou não) e quando a extensão da amostra crescia indefinidamente, concluía-se então que

$$q_3 \{m_i^{(s)}\} = 0$$

$$q_4 \{m_i^{(s)}\} = 3$$

ou seja, a distribuição de $m_i^{(s)}$ aparecia normal, quanto aos primeiros momentos

A conclusão definitiva desta propriedade será obtida no parágrafo seguinte

143.1 — Se em lugar da função geratriz dos momentos correspondentes a $m_i^{(s)}$ dermos a de $m_i^{(s)}$ reduzida, ou seja, a de

$$\frac{m_i^{(s)} - \mu_i}{\sigma \sqrt{\frac{n}{m_i^{(s)}}}} = \sqrt{\frac{n}{\sigma^2}} m_i^{(s)}$$

por ser a nova função geratriz dos momentos:

$$\phi_n(t) = \varphi_n \left(t \sqrt{\frac{n}{\sigma^2}} \right)$$

ter-se-á:

$$\phi_n(t) = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{\frac{t x_i}{\sigma \sqrt{n}}} \right]^n.$$

Podemos escrever:

$$\phi_n(t) = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ 1 + \frac{t x_i}{\sigma \sqrt{n}} + \frac{t^2 x_i^2}{2 \sigma^2 n} + \frac{t^3 x_i^3}{6 \sigma^3 n^{3/2}} + \dots \right\} \right]^n$$

donde:

$$\phi_n(t) = \left[1 + \frac{t^2}{2n} + \dots \right]^n.$$

A primeira fração omitida dentro do colchete é de ordem $\frac{1}{n^{3/2}}$; a seguinte $\frac{1}{n^2}$ etc. Logo, para n suficientemente grande, aproximar-nos-emos do resultado limite, para $n \rightarrow \infty$, que é:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \phi_n(t) = e^{\frac{t^2}{2}}$$

o qual coincide com a função geratriz dos momentos para uma gaussiana normalizada.

Segue-se daí que a distribuição das médias das amostras de um universo qualquer (gaussiano ou não), quando a extensão da amostra cresce indefinidamente, é de tipo gaussiano.

143.1.1. — Na última afirmação do parágrafo anterior, fêz-se uso, implicitamente, da seguinte proposição:

$$\begin{aligned} \text{Se} \quad & \phi_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} P_n(x) e^{tx} dx \\ \text{e} \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \phi_n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(x) e^{tx} dx = \phi(t), \\ \text{então:} \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} P_n(x) = P(x). \end{aligned}$$

O teorema correspondente, em certas condições que no caso se verificam, dá as bases para demonstrar o que está afirmado. Deixamos seu estudo para o final d'êste curso, quando, de posse dos elementos gerais, trataremos de estudar alguns pontos relativos ao fundamento do Cálculo das Probabilidades.

144 — Seja uma população π_N constituída, por exemplo, de N áreas. Suponhamos que classificamos essas N áreas de acôrdo com a extensão das mesmas, segundo K classes ou intervalos. Cada uma destas K classes será designada com o nome de estratos. Temos assim K estratos. $\pi_{N1}, \pi_{N2}, \dots, \pi_{NK}$ sendo $N_1, N_2, \dots, N_K$ o número de áreas que os compõem, respectivamente.

Seja o estrato i -ésimo π_{N_i} , $1 \leq i \leq K$ e designemos com x_i , a extensão cultivada na área j -ésima do i -ésimo estrato.

A situação geral pode resumir-se na tabela seguinte:

ESTRATOS	π_{N_1}	π_{N_2}		π_{N_i}		π_{N_K}
áreas cultivadas	$x_{1,1}$	$x_{2,1}$		$x_{i,1}$		$x_{K,1}$
	$x_{1,2}$	$x_{2,2}$		$x_{i,2}$		$x_{K,2}$
	$x_{1,3}$	$x_{2,3}$		$x_{i,3}$		$x_{K,3}$
				$x_{i,j}$		
	x_{1,N_1}	x_{2,N_2}		x_{i,N_i}		x_{K,N_K}
médias	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$		$\bar{x}_i$		$\bar{x}_K$
variâncias	σ_1^2	σ_2^2		σ_i^2		σ_K^2

O valor

$$\bar{x}_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} x_{i,j}$$

simboliza o promédio da extensão cultivada por área no estrato i-ésimo. A variância dentro desse estrato será dada por

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} (x_{i,j} - \bar{x}_i)^2 = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} x_{i,j}^2 - \left(\frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} x_{i,j} \right)^2.$$

O promédio da zona cultivada por área, na população total, será:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^{N_i} x_{i,j}$$

que se poderá também escrever:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^K N_i \bar{x}_i = \sum_{i=1}^K \frac{N_i}{N} \bar{x}_i = \sum_{i=1}^K p_i \bar{x}_i$$

sendo p_i a probabilidade de escolher o estrato i-ésimo.

A variância na população será:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^{N_i} (x_{i,j} - \bar{x})^2.$$

Consideremos agora a identidade fundamental.

$$x_{i,j} - \bar{x} = (x_{i,j} - \bar{x}_i) + (\bar{x}_i - \bar{x}).$$

Quadrando e somando, tem-se:

$$\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^{N_i} (x_{i,j} - \bar{x})^2 = \sum_i \sum_j (x_{i,j} - \bar{x}_i)^2 + 2 \sum_i \sum_j (x_{i,j} - \bar{x}_i) (\bar{x}_i - \bar{x}) + \sum_i \sum_j (\bar{x}_i - \bar{x})^2$$

Como o termo retangular pode ser escrito

$$2 \sum_{i=1}^K (\bar{x}_i - \bar{x}) \sum_{j=1}^{N_i} (x_{i,j} - \bar{x}_i)$$

e como

$$\sum_{j=1}^{N_i} (x_{i,j} - \bar{x}_i) = 0$$

fica

$$\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^{N_i} (x_{i,j} - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^{N_i} (x_{i,j} - \bar{x}_i)^2 + \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^{N_i} (\bar{x}_i - \bar{x})^2$$

que se pode interpretar assim a soma dos quadrados totais é igual à soma dos quadrados dentro dos estratos (intra-estratos) mais a soma dos quadrados entre os estratos (inter-estratos)

Entretanto, pode a fórmula anterior, observando-se que seu último termo é também igual a

$$\sum_{i=1}^K (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \sum_{j=1}^{N_i} 1 = \sum_{i=1}^K N_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2$$

escrever-se da seguinte forma

$$\sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^{N_i} (x_{i,j} - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^{N_i} (x_{i,j} - \bar{x}_i)^2 + \sum_{i=1}^K N_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2 .$$

Segue-se daí, dividindo ambos os membros por N :

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^K \frac{N_i}{N} \left[\sigma_i^2 + (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \right]$$

Esta fórmula nos mostra como a variância total está composta pela soma da variância dentro dos estratos e da variância entre os estratos

Suponhamos agora que na população total π_N fazemos uma amostra ao acaso sem restrições. Indicaremos esta amostra com o símbolo

$$\mathbf{M}_n^{(A)} \mid \pi_N .$$

Continuaremos supondo, salvo advertência em contrário, que a amostragem é sem reposição

Indicaremos com $\bar{x}'$ a média de nossa amostra

Sua variância será

$$\sigma^2 \{ \bar{x}' \} = \frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N-1}$$

logo por

$$\sigma^2 \{ \bar{x}' \mid \mathbf{M}_n^{(1)} \} = \frac{N-n}{n(N-1)} \sum_{i=1}^K \frac{N_i}{N} \left[\sigma_i^2 + (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \right] \quad (144,1)$$

Como em geral nos problemas concretos de amostragem o número N de elementos da população é grande, a (144.1) adquire, em tais casos, a forma

$$\sigma^2 \{ \bar{x}' \mid \mathbf{M}_n^{(A)} \} = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^K p_i \left[\sigma_i^2 + (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \right]$$

sendo p_i a probabilidade de tomar o estrato i -ésimo

144.1 — Suponhamos que, nas condições anteriores, em lugar de tomar uma amostra ao acaso sem restrições, como era a $M_n^{(A)}$, desejamos ter em conta a estratificação. Neste caso, tomar-se-á uma amostra ao acaso de n_i elementos no estrato π_{N1} , n_i no π_{N2} , e n_K no π_{NK} , sabendo que

$$\sum_{i=1}^K n_i = n.$$

A expressão

$$\frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} x_{i,j} = \bar{x}_i'$$

indica o valor do promédio das áreas cultivadas em cada zona no estrato i-ésimo segundo os dados de sua amostragem

A expressão:
$$\frac{N_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} x_{i,j} = N_i \bar{x}_i'$$

representa o valor estimado do total de áreas semeadas em tôdas as zonas do estrato i-ésimo e

$$x' = \sum_{i=1}^K \frac{N_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} x_{i,j} = \sum_{i=1}^K N_i \bar{x}_i'$$

a estimativa do total da área semeada em tôdas as zonas da população, enquanto que:

$$\bar{x}' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^K \frac{N_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} x_{i,j} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^K N_i \bar{x}_i'$$

estima o promédio da área semeada por zona, sendo uma estimativa correta porquanto:

$$E(\bar{x}') = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^K N_i E(\bar{x}_i') = \sum_{i=1}^K \frac{N_i}{N} \bar{x}_i = \bar{x}.$$

A variância de $\bar{x}'$ em nossa amostragem estratificada será

$$\sigma^2 \{ \bar{x}' \} = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^K N_i^2 \sigma^2 \{ \bar{x}_i' \}$$

Sendo

$$\sigma^2 \{ \bar{x}_i' \} = \frac{\sigma_i^2}{n_i} \frac{N_i - n_i}{N_i - 1}$$

e em particular $\sigma^2 \{ \bar{x}_i' \} = \frac{\sigma_i^2}{n_i}$ para o caso em que cada estrato se comporte como um universo. Ter-se-á então:

$$\sigma^2 \{ \bar{x}' \} = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^K N_i^2 \frac{\sigma_i^2}{n_i}. \quad (144,2)$$

Não se disse, até aqui, qual o critério que se seguirá para juntar a extensão da amostra em cada estrato i-ésimo. Isto se poderá resolver adotando-se a seguinte regra fixa

$$n_i = n \frac{N_i}{N} = n p_i \quad (144,3)$$

isto é, a magnitude da amostra em cada estrato é proporcional à quantidade de elementos que há em cada estrato

Nestas condições, diz-se que a amostragem adotada é representativa, ou melhor, que se trata de uma amostragem bowleyana, em justa honra ao Professor ARTHUR L. BOWLEY que a adotara originariamente em seus estudos como pioneiro nas aplicações sociais da amostragem.

Em tal caso, a (144.2) escrever-se-á:

$$\sigma^2 \{ \bar{x}' \in \mathbf{M}_n^{(B)} \} = \sum_{i=1}^K p_i^2 \frac{\sigma_i^2}{n p_i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^K p_i \sigma_i^2.$$

Se compararmos a variância da média $\bar{x}'$ produzida pela amostragem bowleyana $\mathbf{M}_n^{(B)}$ com a variância da média $\bar{x}'$ de uma amostragem ao acaso sem restrições $\mathbf{M}_n^{(A)}$, tem-se:

$$\sigma^2 \{ \bar{x}' \in \mathbf{M}_n^{(B)} \} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^K p_i \sigma_i^2 \leq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^K p_i [\sigma_i^2 + (\bar{x}_i - \bar{x})^2] = \sigma^2 \{ \bar{x}' \in \mathbf{M}_n^{(A)} \}.$$

Resulta daí que a precisão que se obtém com a amostragem bowleyana é maior do que a que dá uma amostragem ao acaso sem restrições

A igualdade da precisão entre ambos os tipos de amostragem só ocorrerá quando:

$$\bar{x}_i = \bar{x}$$

ou seja, quando não exista diferença entre as médias dos estratos ou, concretamente, quando não existam motivos para estratificação.

144 2 — Toda vez que no tratamento de problemas de amostragem aparecem valores paramétricos, isto é, pertencentes à população, isso quer dizer que, em tais casos, devem usar-se informações prévias fornecidas pelos registros ou resultados censitários com os quais se contam. Do contrário, tais parâmetros devem ser substituídos por seus valores estimados, deduzidos dos próprios resultados da amostragem

Se ocorrer, pois, que informações estatísticas prévias nos derem conta das variâncias em cada um dos estratos e se, aproveitando essas informações, se quiser determinar a magnitude n_i das amostras parciais, de maneira que sejam funções de cada σ_i^2 , então se compreende que ao poder variar a determinação dada pela (144 3) os resultados haverão de modificar-se.

Esta última consideração nos conduz a um novo método de amostragem que recebe correntemente o nome de amostragem ótima, denominação que em justiça pode ser trocada ou substituída pela de amostragem neymaniana, em homenagem ao grande estatístico JERZY NEYMAN.

Seja o universo π estratificado em universos $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_K$, cada um dos quais é de média e variância $\bar{x}_1, \sigma_1^2; \bar{x}_2, \sigma_2^2; \dots; \bar{x}_K, \sigma_K^2$ respectivamente

Seja a amostra fracionada, por estratos, em amostras:

$$\mathbf{M}_{n_1} | \pi_1, \mathbf{M}_{n_2} | \pi_2, \dots, \mathbf{M}_{n_K} | \pi_K$$

e sejam $\bar{x}'_1, \bar{x}'_2, \dots, \bar{x}'_K$ as médias correspondentes a essas amostras.

Com uma combinação linear dessas amostras, formemos a estatística:

$$y = g_1 \bar{x}'_1 + g_2 \bar{x}'_2 + \dots + g_K \bar{x}'_K$$

A esperança e a variância de y serão:

$$E(y) = g_1 \bar{x}_1 + g_2 \bar{x}_2 + \dots + g_K \bar{x}_K .$$

$$\sigma^2\{y\} = g_1^2 \sigma^2\{\bar{x}_1'\} + g_2^2 \sigma^2\{\bar{x}_2'\} + \dots + g_K^2 \sigma^2\{\bar{x}_K'\}$$

no caso de correlação nula entre: $\bar{x}_i', \bar{x}_j'; i \neq j$.

Sendo:

$$\sigma^2\{\bar{x}_i'\} = \frac{\sigma_i^2}{n_i} \frac{N_i - n_i}{N_i - 1}$$

e $\sigma^2\{\bar{x}_i'\} = \frac{\sigma_i^2}{n_i}$ no caso de universos, tem-se:

$$\sigma^2\{y\} = g_1^2 \frac{\sigma_1^2}{n_1} + g_2^2 \frac{\sigma_2^2}{n_2} + \dots + g_K^2 \frac{\sigma_K^2}{n_K} .$$

Resumindo a estatística $y = \sum_{i=1}^K g_i \bar{x}_i'$ tem:

$$E(y) = \sum_{i=1}^K g_i \bar{x}_i \quad (144,4)$$

$$\sigma^2\{y\} = \sum_{i=1}^K g_i^2 \frac{\sigma_i^2}{n_i} .$$

Para que y estime à média $\bar{x}$ de π ,

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^K \frac{N_i}{N} \bar{x}_i = \sum_{i=1}^K p_i \bar{x}_i \quad (144,5)$$

é necessário e suficiente que:

$$g_i = p_i .$$

Que é suficiente, vê-se pela imediata substituição na (144.4). Que é necessário, vê-se também imediatamente. Bastará que $K-1$ médias se tornem nulas (em todo caso, por mudança oportuna de escalas) para que o coeficiente g_i da última na (144.4) tenha de ser necessariamente igual ao p_i da (144.5).

Fica-nos assim:

$$y = \sum_{i=1}^K p_i \bar{x}_i'$$

$$E(y) = \bar{x}$$

$$\sigma^2\{y\} = \sum_{i=1}^K p_i^2 \frac{\sigma_i^2}{n_i} . \quad (144,6)$$

Mas ainda não se resolveu o problema da fixação. A única condição que se tem é a global:

$$\sum_{i=1}^K n_i = n .$$

O problema que então se estabelece, de um mínimo a variáveis ligadas, é o seguinte: determinar os valores de n_i que tornam mínima a $\sigma^2\{y\}$ estando sujeitos à condição de vínculo: $\sum_{i=1}^K n_i = n$.

Para comodidade do leitor, a correspondente teoria dos máximos ou mínimos se resumirá no parágrafo seguinte

Formemos a função auxiliar de LAGRANGE

$$\Phi(n_1, n_2, \dots, n_K; \lambda) = \sum_{i=1}^K p_i^2 \frac{\sigma_i^2}{n_i} + \lambda \left[\left(\sum_{i=1}^K n_i \right) - n \right]. \quad (144,7)$$

Os valores n_i que tornam mínima a $\sigma^2 \{ y \}$ devem verificar as condições.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n_1} = \frac{\partial \phi}{\partial n_2} = \dots = \frac{\partial \phi}{\partial n_K} = 0.$$

Elas nos dão, respectivamente:

$$\left(\frac{p_1 \sigma_1}{n_1} \right)^2 = \lambda$$

$$\left(\frac{p_2 \sigma_2}{n_2} \right)^2 = \lambda$$

.

$$\left(\frac{p_K \sigma_K}{n_K} \right)^2 = \lambda$$

ou seja:

$$n_1 = \frac{p_1 \sigma_1}{\sqrt{\lambda}}$$

$$n_2 = \frac{p_2 \sigma_2}{\sqrt{\lambda}}$$

.

.

$$n_K = \frac{p_K \sigma_K}{\sqrt{\lambda}}.$$

Delas deduz-se que:

$$p_1 \sigma_1 + p_2 \sigma_2 + \dots + p_K \sigma_K = n \sqrt{\lambda}$$

donde resulta que

$$n_i = n \frac{p_i \sigma_i}{\sum_{i=1}^K p_i \sigma_i}. \quad (144,8)$$

Com o que, ficou resolvido o problema da fixação na amostragem neymaniana. Tendo-se em conta a significação dos p_i escrevemos a (144,8) na forma

$$n_i = n \frac{N_i \sigma_i}{\sum_{i=1}^K N_i \sigma_i}.$$

Resulta, ao tomar n_i proporcionais a $N_i \sigma_i$ um valor para n_i superior a N_i ; então, se tomarmos para formar a M_i todos os elementos de π_i , e o número restante, ou seja $n - N_i$, se distribuirão proporcionalmente de acordo com a fórmula

A variância (144 6) da estimativa da média no universo será assim

$$\sigma^2\{y\} = \sum_{i=1}^K p_i^2 \frac{\sigma_i^2}{n p_i \sigma_i} \left(\sum_{i=1}^K p_i \sigma_i \right)$$

$$\sigma^2\{y\} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^K p_i \sigma_i \right)^2 = \sigma^2\{\bar{x}' \in M_n^{(N)}\}.$$

E' fácil demonstrar que esta variância da média na amostragem neymaniana é menor que a variância da média da amostragem bowleyana

Basta ter presente que sendo:

$$\sum_{i=1}^K (x_i + \lambda y_i)^2 \geq 0 \quad \text{igual a zero se} \quad \frac{x_i}{y_i} = -\lambda$$

será:

$$\sum_{i=1}^K x_i^2 + 2\lambda \sum_{i=1}^K x_i y_i + \lambda^2 \sum_{i=1}^K y_i^2 \geq 0$$

mas para que este trinômio de segundo grau em λ não tome valores negativos, seu discriminante deve ser negativo ou nulo, ou seja, deve verificar-se a desigualdade de SCHWARZ:

$$\left(\sum_{i=1}^K x_i y_i \right)^2 \leq \left(\sum_{i=1}^K x_i^2 \right) \left(\sum_{i=1}^K y_i^2 \right).$$

Resulta, assim, que:

$$\left(\sum_{i=1}^K p_i \sigma_i \right)^2 = \left(\sum_{i=1}^K p_i^{1/2} \cdot p_i^{1/2} \sigma_i \right)^2 \leq \left(\sum_{i=1}^K p_i \right) \left(\sum_{i=1}^K p_i \sigma_i^2 \right) = \sum_{i=1}^K p_i \sigma_i^2$$

ou seja:

$$\sigma^2\{\bar{x}' \in M_n^{(N)}\} \leq \sigma^2\{\bar{x}' \in M_n^{(B)}\} \leq \sigma^2\{\bar{x}' \in M_n^{(4)}\}.$$

Não se ganhará em precisão com uma amostra neymaniana, em relação a

uma amostra bowleyana, se $\frac{x_i}{y_i} = -\lambda$; ou seja, se $\frac{P_i^{1/2}}{P_i \sigma_i} = -\lambda \Rightarrow$ constante,

isto é, se as variâncias são as mesmas em cada um dos estratos.

144 2 1. — Justificaremos de modo breve, aqui, a utilização da função auxiliar de LAGRANGE, introduzida anteriormente, limitando-nos à consideração do caso especial em que se apresente o nosso problema de mínimo ligado

Seja a função de K variáveis:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_K)$$

($x_i = n_i$ em nosso caso anterior) e a condição de vínculo:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_K) = 0$$

(corresponde à $\left(\sum_{i=1}^K n_i \right) - n = 0$). Os valores que tornem mínima a função f

devem anular suas derivadas parciais de primeira ordem, ou, o que é o mesmo, sua diferencial total:

$$df = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_K} dx_K = 0; \quad (I)$$

tendo-se também, por ser $F = \text{constante}$:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial F}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_K} dx_K = 0. \quad (\text{II})$$

Somando (I) e a (II) previamente multiplicada por um fator λ , ter-se-á:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} + \lambda \frac{\partial F}{\partial x_1} \right) dx_1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} + \lambda \frac{\partial F}{\partial x_2} \right) dx_2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_K} + \lambda \frac{\partial F}{\partial x_K} \right) dx_K = 0$$

devendo ser necessariamente, pela arbitrariedade dos dx_i :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x_1} + \lambda \frac{\partial F}{\partial x_1} &= 0 \\ &\vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_K} + \lambda \frac{\partial F}{\partial x_K} &= 0 \end{aligned}$$

condições que correspondem à anulação do diferencial total da função auxiliar:

$$\phi = f + \lambda F$$

ou seja a de um mínimo para ϕ .

145 — Consideremos um universo gaussiano:

$$G(\mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}};$$

a função geratriz dos momentos correspondente, será:

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \cdot e^{xt} dx \\ &= \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2 - 2x[\mu + \sigma^2 t] + \mu^2}{2\sigma^2}} dx \\ &= e^{\mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2}} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{[x - (\mu + \sigma^2 t)]^2}{2\sigma^2}} dx. \end{aligned}$$

Como a função integrada pode considerar-se como uma gaussiana de centro $\mu + \sigma^2 t$, tem-se:

$$\varphi(t) = e^{\mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2}}.$$

Se x é a variável correspondente a $G(\mu, \sigma)$, a função geratriz dos momentos de αx será:

$$\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \cdot e^{\alpha x t} dx = \varphi(\alpha t) = e^{\mu \alpha t + \frac{\sigma^2 \alpha^2 t^2}{2}}.$$

Se y é a variável correspondente a uma $G(\mu, \sigma)$ a função geratriz dos momentos correspondente à variável:

$$Z = \alpha x + \beta y$$

será

$$\phi(t) = e^{\alpha \mu + \beta \mu + \frac{(\alpha^2 \sigma^2 + \beta^2 \sigma^2) t^2}{2}} \quad (145)$$

já que

$$\phi(t) = \varphi(t) \psi(t); \quad \psi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} G\{y, \mu_I, \sigma_I\} e^{\beta y t} dy$$

A relação anterior é geral.

Se $\varphi(t)$ é a função geratriz dos momentos correspondente à variável x que segue uma lei de probabilidade $P(x)$, e $\psi(t)$ é a função geratriz dos momentos correspondentes à variável y que segue uma lei de probabilidade $Q(y)$, a função geratriz dos momentos (t) , correspondente à variável $Z = x + y$, no caso de ambas as variáveis serem independentes, e $P(x)$ e $Q(y)$ serem funções de densidade, supostas contínuas, como até aqui, ter-se-á

$$\phi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P(x) Q(y) e^{t(x+y)} dx dy = \varphi(t) \psi(t).$$

A forma da função geratriz dos momentos (145) mostra que a lei de probabilidade da variável

$$Z = \alpha x + \beta y$$

é uma gaussiana cuja média é

$$\alpha \mu + \beta \mu_I$$

e cuja variância é

$$\alpha^2 \sigma^2 + \beta^2 \sigma_I^2$$

Por conseguinte, se se tem:

$$\{x | G(\mu, \sigma^2)\}, \{y | G(\mu_I, \sigma_I^2)\}$$

ter-se-á

$$\{Z = \alpha x + \beta y | G(\alpha \mu + \beta \mu_I, \alpha^2 \sigma^2 + \beta^2 \sigma_I^2)\}.$$

Por simples repetição, conclui-se que se:

$$Z = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_n x_n$$

com $\{x_i | G(\mu_i, \sigma_i^2)\}$ verificar-se-á que

$$\left\{ Z = \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i | G\left(\sum_{i=1}^n \alpha_i \mu_i, \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \sigma_i^2\right) \right\}. \quad (145,1)$$

145 1 — Se se tem um universo gaussiano $G(\mu, \sigma^2)$ e se confecciona uma amostra ao acaso de extensão n , $\mathbf{M}_n | G(\mu, \sigma)$, a média $\bar{x}$ de $\mathbf{M}_n$:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

seguirá uma lei de probabilidade gaussiana, dada em particular pela (145 1) quando se tomar:

$$\begin{aligned} \mu_i &= \mu \\ \sigma_i &= \sigma \\ \alpha_i &= \frac{1}{n} \end{aligned}$$

Logo, a

$$P\left\{\bar{x} \in \mathbf{M}_n | G(\mu, \sigma^2)\right\} = G\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma / \sqrt{n}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2(\sigma/\sqrt{n})^2}} \quad (145 1)$$

ou seja: as médias das amostras de um universo gaussiano se distribuem segundo uma gaussiana cuja média é a do universo e cuja variância é a variância do universo original dividida pela magnitude da amostra.

Este resultado confirma a extensão que parecia provável diante dos resultados dados no parágrafo 141.2.

145 2. — Expressemos os resultados a que chegamos no parágrafo anterior, mediante a seguinte fórmula sintética cujo significado se esclareceu:

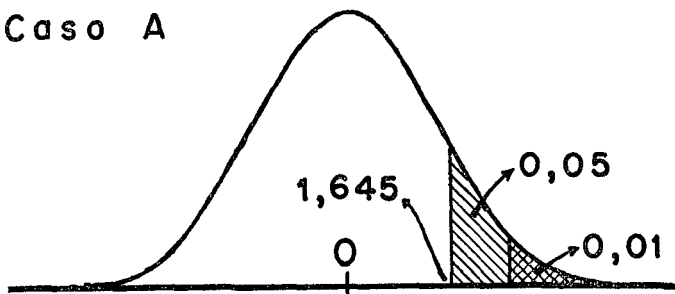
$$P(\bar{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma / \sqrt{n}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2(\sigma/\sqrt{n})^2}}$$

Para compreender as considerações que faremos, deve o leitor ter presente a tábua dos valores da função normal, que resumidamente aqui se transcrevem, intercalados alguns pontos mais usuais na prática.

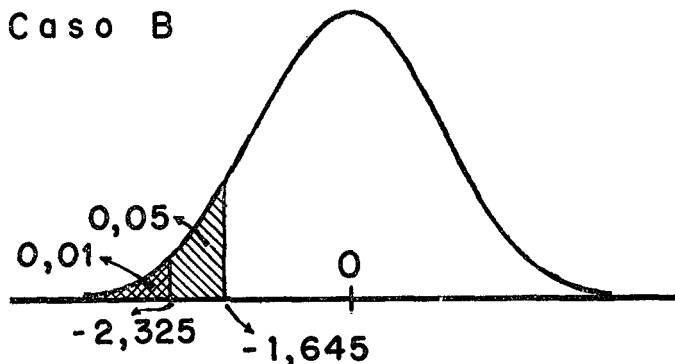
t	$\int_0^t \phi(x) dx$
0,00	0,0000
0,50	0,1915
1,00	0,3413
1,50	0,4332
1,645	0,4500
1,955	0,4750
2,00	0,4777
2,325	0,4900
2,50	0,4938
3,00	0,4987

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

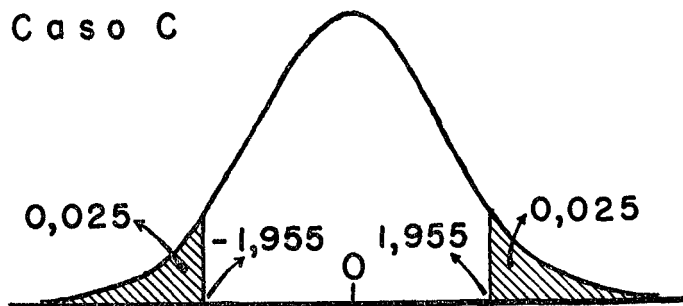
Caso A



Caso B



Caso C



A tábua de valores da função normal e os três gráficos que se juntam esclarecem as afirmações seguintes formuladas em termos de frequências:

Num universo normal, 5% dos valores da variável são superiores a 1,645 e 1% superiores a 2,325, enquanto 95% são inferiores a 1,645 e 99% inferiores a 2,325. O caso B é simétrico para o campo dos valores negativos. Os pontos vizinhos traçados no caso C correspondem ao seguinte: 5% dos valores de uma variável normal são, em valor absoluto, superiores a 1,955, ou 95% são inferiores, em valor absoluto, a 1,955.

Estas propriedades de repartições dos valores de uma variável normal facilmente se transferem para o caso de uma variável gaussiana de média aritmética e desvio-padrão dados. Seja por exemplo x tal variável de média μ e de dispersão σ :

$$\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

como a variável reduzida (que seguirá uma lei normal) é $\frac{x-\mu}{\sigma} = t$, pode-se

então, pelo que já se viu anteriormente, dizer: 5% dos valores da x são superiores a $\mu + 1,645\sigma$ ou 95% são inferiores a $\mu + 1,645\sigma$. As restantes afirmações se farão de modo semelhante, sem dificuldade

145.2.1 — Passando à média aritmética $\bar{x}$ de uma M_n derivada de uma $G(\mu, \sigma^2)$ por exemplo, trazendo a êste caso as propriedades de repartição da variável do universo

Se efetuarmos um número indefinidamente grande de amostras do mesmo universo $G(\mu, \sigma^2)$ e com a mesma extensão n , dentro desse conjunto de amostras 95% conterão as médias aritméticas que sejam inferiores ao valor $\mu + 1,645\sigma/\sqrt{n}$ e somente 5% conterão as médias aritméticas que sejam superiores ao valor anterior

145.2.2. — As afirmações anteriores podem inverter-se, dando lugar assim a proposições de inferência estatística indireta. Dizemos inferência estatística porquanto as conclusões se darão apoiadas em certos pesos de probabilidade, e, indireta, porquanto nessas proposições se parte dos resultados das amostras encarando a estimativa de valores nas populações

Suponhamos que de um universo gaussiano de média desconhecida e de desvio-padrão σ efetuamos um número indefinidamente grande de amostras da mesma extensão n . Quanto ao valor da média desconhecida de nosso universo, poderemos dizer o seguinte: em 95% de nossas amostras, as diferenças entre as médias das amostras e a média do universo, serão inferiores a $1,645\sigma/\sqrt{n}$. Usando o Caso C, nas mesmas condições, poderemos dizer: em 95% de nossas amostras, a média da população diferirá, em valor absoluto, das médias das amostras, em menos de $1,955\sigma/\sqrt{n}$. É importante insistir neste ponto para corrigir informações erradas como a seguinte: de um universo gaussiano de média desconhecida e de desvio-padrão σ resulta uma amostra ao acaso de extensão n a qual dá lugar a uma média $\bar{x}$. A aludida conclusão errônea consiste em afirmar que a média do universo, com uma probabilidade igual a 0,95 diferirá, em valor absoluto, de $\bar{x}$ em menos de $1,955\sigma/\sqrt{n}$.

Ocorre aqui o mesmo que foi assinalado no parágrafo 140.5 1. ao referir-nos aos intervalos de confiança, podendo repetir-se neste caso o que ali se disse.

Note o leitor que, em tudo quanto dizemos, não podemos ainda cair, em rigor, numa proposição deste tipo: a probabilidade para que o parâmetro desconhecido se encontre numa certa região determinada, levando em conta a evidência de uma certa experiência (amostra), é de tanto.

Se se apresentar um método, no qual tenha sentido estabelecer uma proposição desse tipo, mais de um autor a ela se oporá, utilizando o argumento de que os parâmetros, embora desconhecidos, não podem ser tratados como variáveis aleatórias, no que concerne a probabilidades que se refiram aos mesmos

A esta altura, parece inconveniente insistir sobre esses pontos que são, por assim dizer, os primeiros pequenos escolhos que cercam o problema da inferência estatística indireta. Nada obstante, convém mencioná-los de passagem, uma vez que será forçoso voltar aos aludidos pontos, que são verdadeiramente fundamentais

146 — A natureza especial e concreta de cada tipo de problema é a que, nas aplicações, nos conduzirá a adotar uma margem de 5% ou de 1%, que são as duas mais comumente usadas. Pode influir o aspecto do custo na investigação de cada unidade que há de compor a amostra, já quanto ao necessário para sua obtenção efetiva, já em face do preço da unidade, se é que a experiência impõe sua deterioração, podem interceder outros argumentos, como o do perigo que no consumo ulterior há-de encerrar uma droga, etc. A adoção deste coeficiente (coeficiente de risco) é, em todo caso, sob o ponto de vista analítico, simples questão de convenção

Fixado o coeficiente de risco, a prova teste da hipótese estatística que se formule deve completar-se com a indicação da zona que se adote como crítica ou rejeição à mesma hipótese

Com um mesmo coeficiente de risco, igual, por exemplo, a 5%, indicamos três casos, *A*, *B* e *C*. A adoção da zona de rejeição também depende, na prática, do tipo particular de problema que se estude. É evidente que se o maior valor de uma média encerra consequências perigosas como no caso de uma droga tóxica, o caso *A* se apresenta espontaneamente. Se, em troca, se trata de inferir valores médios que correspondem a rendimentos industriais em face de novas formas de produção, o natural será adotar o caso *B*, que situa na zona de rejeição os valores baixos. Por último, para todos os problemas que caem no âmbito da teoria dos erros, mensurações, desvios de impactos, etc., resulta natural a escolha do tipo *C*.

O teste de uma determinada hipótese estatística fica constituído pela dita hipótese, abrangendo o coeficiente de risco e a escolha da zona de rejeição e, por fim, como zona complementar, a zona de adoção da hipótese

146 1 — O mecanismo de um teste é o seguinte: estabelece-se a hipótese, adota-se o coeficiente de risco, fixa-se a zona de rejeição. Se a estatística com a qual se esteja trabalhando cai na zona de rejeição então a hipótese é recusada. Se cai na zona complementar, a hipótese é aceita.

146 1 1 — É evidente que toda a apresentação do problema das provas de hipóteses que se estudaram nestas lições tem um simples caráter introdutório, já que não sairemos de universos gaussianos e, nestes, suporemos conhecida a variância, para somente verificar hipóteses simples, referentes à média-parâmetro

Isto reduz notavelmente o espaço-parâmetro correspondente às gaussianas, dado por um semiplano. O eixo das abscissas, de menos a mais infinito, pode conter, potencialmente, o campo de variação da média aritmética, contudo, só atua a parte positiva do eixo das ordenadas para conter os valores potenciais (necessariamente positivos) da variância

Citemos um exemplo. Suponhamos que a vida média de uma população de peças industriais é de 1 000 horas e que o seu desvio padrão é de 21 horas. Suponhamos que se extraiu uma amostra de 49 peças tomadas ao acaso e que essa amostra nos conduziu a uma vida média de 950 horas. Na base deste

resultado, deseja-se testificar a hipótese consistente na autenticidade de uma vida média de 1000 horas para o universo que se supõe gaussiano e do qual se retém, como dado certo, o valor de sua dispersão.

Se a vida média da amostra tenha resultado inferior à suposta da população, isso pode decorrer das mesmas flutuações do acaso contido no processo de confecção da amostra. O que interessa, pois, é julgar se a diferença é ou não significativa, como também recusar ou aceitar a hipótese. O desvio padrão correspondente à média da amostra é de 3. A média da amostra menos a média da população nos dá o desvio — 50. O desvio reduzido é, pois, — 1,66. A zona de oposição aplicável a este problema é a do caso B. Vê-se que o valor obtido cai na zona crítica correspondente a um coeficiente de risco de 5%. A hipótese, com este teste e na base dessa amostra, é recusada, ou seja, não nos dispomos a aceitar que a média da população seja de 1000 horas, como se supôs.

Ao adotar essa conclusão corremos um risco. A hipótese pode ser verdadeira e, apesar disso, a amostra pode conduzir-nos à zona crítica em 5% dos casos. Isto é o que precisamente justifica a denominação dada ao coeficiente de risco. Em geral, o erro que se comete ao recusar uma hipótese quando esta é verdadeira tem a designação de erro de primeira espécie.

Mas, também existe outro erro, o de segunda espécie, que é o que pode cometer-se quando a estatística da amostra cai na zona de aceitação sem que a hipótese seja verdadeira. O verdadeiro rol de um teste deve satisfazer o jogo destes dois tipos de erros.

Aceitamos pela experiência de uma amostra a hipótese correspondente, por exemplo, a um certo valor médio de toxidez de uma droga. Em tal caso, o urgente será investigar se a amostra que caiu na zona de aceitação pode ter provindo, e com que probabilidade, de uma população na qual o valor médio de toxidez não seja ainda maior. Este juízo sobre o valor de um teste se esclarece com a introdução da chamada função de potência de um teste.

146 2 — Suponhamos que incorporamos ao nosso teste a zona de oposição correspondente ao caso A para um coeficiente de risco igual a α . Este coeficiente de risco determinará o limite da zona crítica. Por exemplo, se α é igual a 5%, E será $\bar{t} = 1,645$.

Suponhamos que de uma gaussiana $G(\mu, \sigma^2)$ derivamos uma M_n que nos proporciona uma média $\bar{x}$. A hipótese é que a média da gaussiana, cujo desvio-padrão aceitamos, é $\mu = \mu_0$. Se

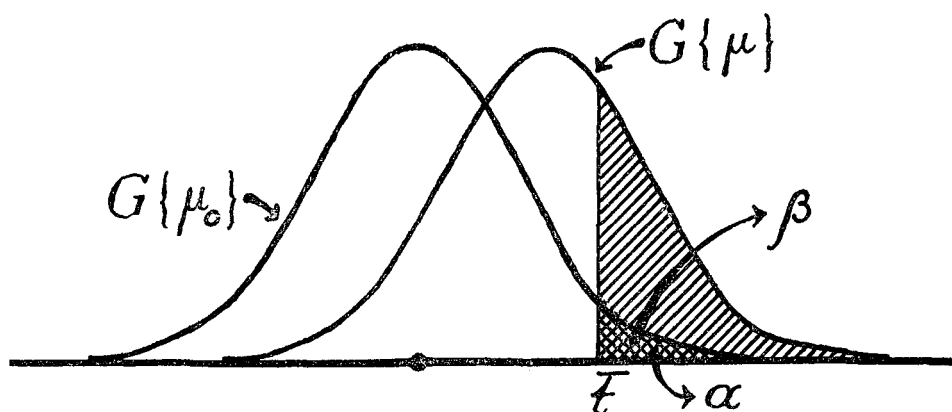
$$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} > E$$

recusaremos tal hipótese. Por outro lado, se

$$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} < E$$

aceitaremos a hipótese.

Se a média da população não fôsse $\mu = \mu_0$ mas $\mu > \mu_0$, então, como se percebe no gráfico, com uma probabilidade β que será maior que α esta nova população produzirá amostras cujas médias caíam na região crítica. Em outras palavras, tanto maior seja o valor da suposta média da população, tanto maior será a probabilidade de que a hipótese seja recusada e, com isto, se evite o perigo tantas vezes aduzido no caso de uma droga tóxica. Vê-se, pois, que a zona crítica escolhida para este caso é precisamente a mais conveniente. Contudo, se o que se quer ter é uma função direta que reflita a potência deste teste e permita traçar o gráfico de potência, fácil é alcançá-lo.



A situação desse teste fica ilustrada, analiticamente, do seguinte modo. Dado o coeficiente de risco α , o valor do ponto limite E (por suposição, feita a escolha do caso A) fica determinado por.

$$1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\bar{t}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \alpha.$$

Dada, pois, uma M_n com uma $\bar{x}$, fazemos a hipótese $\mu = \mu_0$. Se resultar

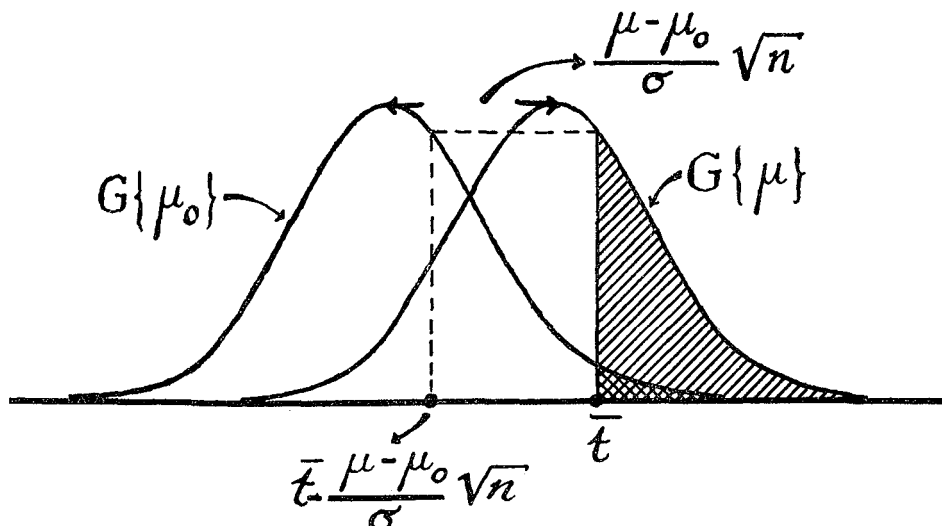
$$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} >$$

recusa-se a hipótese; do contrário, deve-se aceitá-la

A potência de um teste é uma função que dá a probabilidade de que a hipótese, considerada como variável, seja recusada. Por conseguinte, a potência do nosso teste será

$$P\left\{\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \bar{t} \mid G(\mu, \sigma^2)\right\} = P_A\{\mu\}.$$

Basta uma ligeira inspeção do gráfico para deduzir o valor de $P_A\{\mu\}$

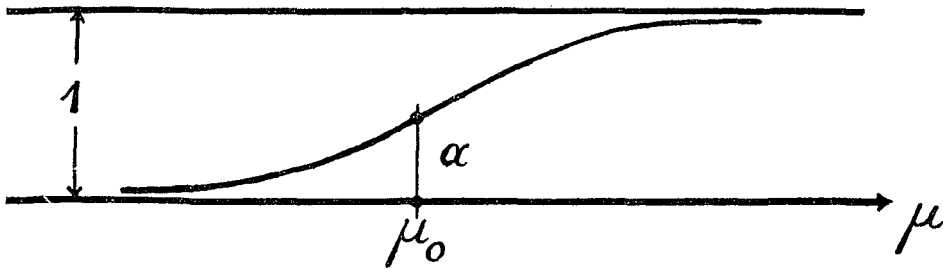


$$P_A\{\mu\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\bar{t} - \frac{\mu - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad P_A\{\mu\} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\bar{t} - \frac{\mu - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx. \quad (145.2)$$

Com esta expressão, fácil é construir o gráfico de potência para o teste que corresponde ao caso A. Vê-se que, para $\mu = \mu_0$, tem-se $P_A\{\mu_0\} = \alpha$. Logo o gráfico passa pelo ponto (μ_0, α) . Os valores extremos se deduzem de

$$P_A\{-\infty\} = 0 \quad P_A\{+\infty\} = 1$$

Com a (145.2) e a utilização da tábua da função normal, pode-se já construir a curva de potência.



Recordemos que o erro de segunda espécie era o de aceitar a hipótese feita quando outra, diferente, é a verdadeira. Como a aceitação da hipótese corresponde em nosso teste a que

$$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} < E$$

ter-se-á:

$$P \left\{ \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} < \bar{t} \mid G(\mu \neq \mu_0, \sigma^2) \right\} = 1 - P \left\{ \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} > \bar{t} \mid G(\mu \neq \mu_0, \sigma^2) \right\}.$$

Logo, a probabilidade correspondente aos erros de segunda espécie, no gráfico de potência, estão dados pelo complemento à unidade da ordenada da curva. Vê-se assim que, em nosso teste (Caso A), a probabilidade de aceitar a hipótese, quando os valores verdadeiros da média da população sejam menores, cresce à medida que estes diminuem. O perigo da aceitação (pense-se no caso da droga tóxica) não tem então maior importância. Por outro lado, a probabilidade de recusar a hipótese aumenta com o valor médio, o que quer dizer que aumenta a probabilidade de recusar drogas de toxidez elevada. Por último, a probabilidade de aceitar drogas de alta toxidez vai diminuindo com o aumento da mesma. A escolha do caso A para problemas deste tipo ficou corroborada à luz da função de potência.

146.3. — Sintetizemos o que ocorre para zonas de oposição correspondente ao caso B.

Adotando o coeficiente de risco α , o limite t fica determinado por:

$$1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \alpha.$$

Estabelecemos a hipótese: $\mu = \mu_0$. Se ocorre que:

$$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} < \underline{t}$$

a hipótese é recusada; do contrário, é aceita

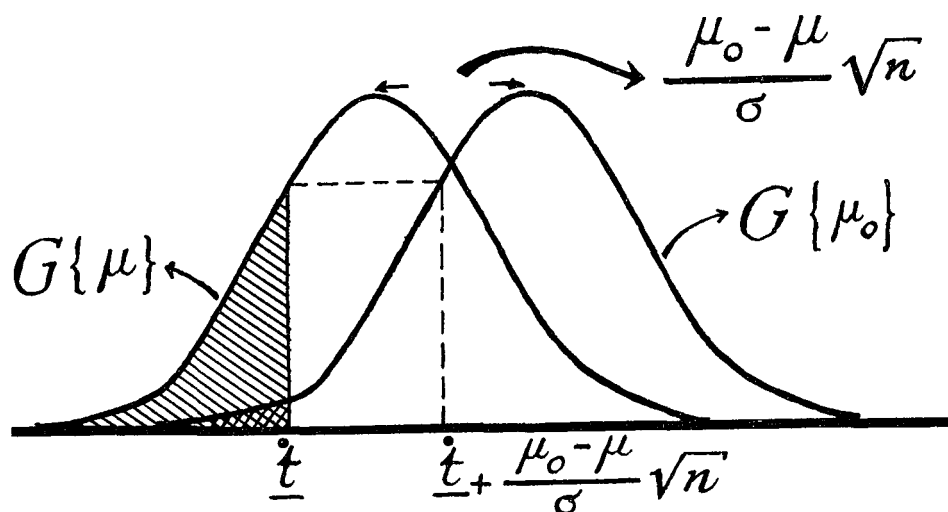
A função de potência correspondente a este teste será

$$P \left\{ \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} < \underline{t} \mid G(\mu, \sigma^2) \right\} = P_B \{ \mu \}$$

e, em particular.

$$P \left\{ \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} < \underline{t} \mid G(\mu_0, \sigma^2) \right\} = P_B \{ \mu_0 \} = \alpha$$

Neste caso, a situação se apresenta de acordo com o seguinte gráfico:



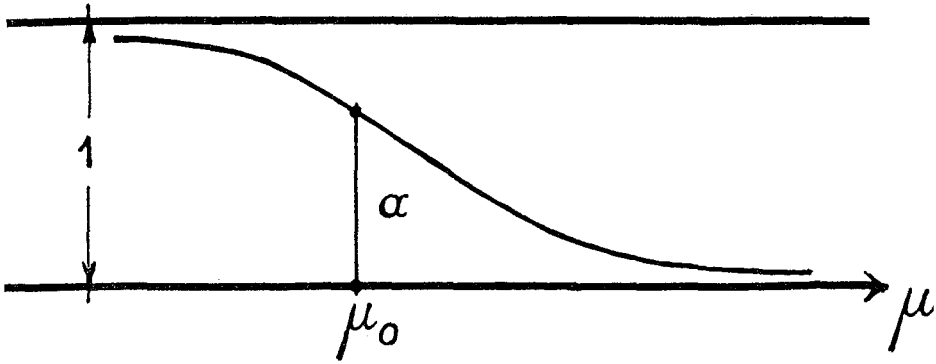
sendo a nova massa de probabilidade (que se descarrega sobre a região crítica), quando em lugar de μ_0 se tem μ .

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\underline{t} + \frac{\mu_0 - \mu}{\sigma} \sqrt{n}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

Isso nos conduz a

$$P_B \{ \mu \} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\underline{t} - \frac{\mu - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

Donde, com considerações análogas às do parágrafo anterior se deduz o gráfico de potência para o caso B.



146 4 — Finalmente, para o caso C, de um modo análogo ao já visto e de acôrdo com o gráfico acima ter-se-á que sua correspondente função de potência será:

$$P_C\{\mu\} = P\left\{\bar{t} < \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} < \bar{t} \mid G(\mu, \sigma^2)\right\} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\bar{t} - \frac{\mu - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}}^{\bar{t} - \frac{\mu - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

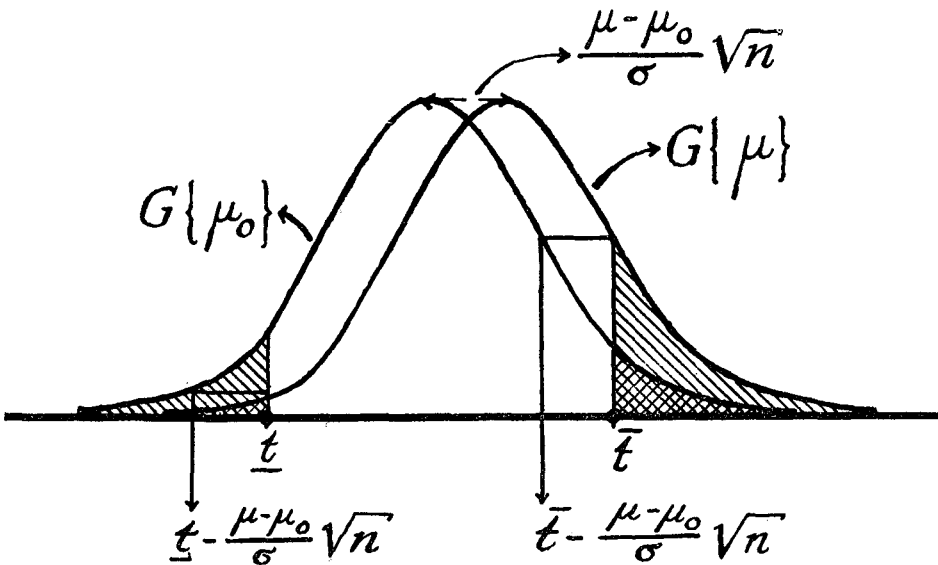
estando determinados os limites $\bar{t}$ e $\bar{t}$ por:

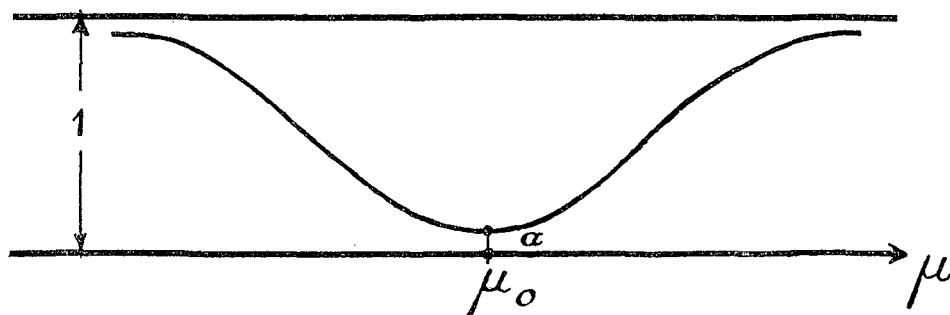
$$1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\bar{t}}^{\bar{t}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \alpha = P_C\{\mu_0\}.$$

Sendo

$$P_C\{-\infty\} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{+\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1; \quad P_C\{+\infty\} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1$$

têm-se todos os elementos para o traçado do gráfico correspondente





147. — Os testes anteriores podem resumir-se da seguinte forma. Parte-se do fato de que uma certa população π é de um determinado tipo: $f(x, \Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_K)$. De uma amostra que se supõe extraída ao acaso de f , calculam-se certas estatísticas. Adota-se um coeficiente de risco e , com base nêlo bem como na natureza do problema, uma região crítica W . Segundo a amostra (isto é, suas estatísticas) caia ou não na região W , a hipótese H concernente a uma, várias, ou a tôdas as igualdades

$$\theta_1 = \theta_1^0, \quad \theta_2 = \theta_2^0, \quad \dots, \quad \theta_K = \theta_K^0$$

é recusada ou aceita

Grande parte do teste se desenvolve sôbre bases estocásticas, exceto em dois pontos (se aqui prescindirmos do fato de que as estatísticas se definiram por processos rígidos): o da forma da função f correspondente à população e o da natureza de seus parâmetros. Deixemos de lado o primeiro problema cuja escolha se deve supor feita em face de certo conhecimento ou experiência prévia que se tem do caso concreto. E' natural, ou melhor, é preciso supor que essas experiências prévias devem ter conduzido ao valor que, na hipótese, se atribui aos parâmetros. Nos problemas examinados, êsses valores dos parâmetros dados por hipótese são de natureza tal que, do ponto de vista de sua composição lógica, o problema das provas de hipóteses tem um caráter híbrido: estocástico por um lado, e paramétrico por outro. E' evidente que o reparo daí resultante é simplesmente de ordem estética e não pode constituir base de argumento crítico. Apesar disso, o fato de que o valor dos parâmetros suponha experiências anteriores obriga, naturalmente, a explorar todo o sentido profundo e a repercussão estatística trazidos por mais atenta consideração das experiências que se tenham realizado. Em muitos casos, os aludidos parâmetros carecem, nessas experiências, de uma absoluta e imutável rigidez, como se supõe no problema das provas de hipóteses. E' o que ocorre, por exemplo, nos processos industriais, econômicos, sociais, etc. Poder-se-ia, então, nesses casos, tratar-se os parâmetros como verdadeiras variáveis aleatórias, dependendo da intensidade das experiências anteriores o conhecimento de suas leis de distribuição. Justamente para abarcar êsse mecanismo, no qual a inferência estatística indireta se torna possível sôbre a base de uma experiência anterior, contamos com o princípio de BAYES-LAPLACE cujos primeiros elementos passaremos a expor.

147 1. — Começemos considerando o seguinte caso particular para chegar à fórmula de BAYES-LAPLACE

Sejam K_1 urnas U_1 cada uma das quais contém Np_1 bolinhas azuis e Nq_1 bolinhas brancas; K_2 urnas U_2 cada uma das quais contém Np_2 bolinhas azuis e Nq_2 bolinhas brancas; . . . ; K_ω urnas U_ω cada uma das quais contém Np_ω bolinhas azuis e Nq_ω brancas. Indiquemos com a uma bolinha azul e

com b uma bolinha branca, e suponhamos que as $K = \sum_{i=1}^{\omega} K_i$ urnas são externamente idênticas. Nestas condições, suponhamos que se tenha escolhido uma urna ao acaso, que desta se tenha extraído uma bolinha ao acaso e que resultou o acontecimento $A = a$.

Nestas condições, perguntamos a nós mesmos: qual é a probabilidade para que o resultado $A = a$ tenha sido produzido por uma urna do grupo U_i ?

Este caso é, evidentemente, particular, pois nêle se supõe que a população em cada uma das K é igual a N

Para resolver facilmente o problema suponhamos que cada bolinha leva, além de sua cor, um número que identifique a urna a que pertence. Dêste modo, tôdas as bolinhas das K_i urnas U_i levarão o número um, e assim sucessivamente.

Se se supõe que tôdas as bolinhas de nossas K urnas caíram num mesmo recipiente do qual se extrai uma bolinha ao acaso, resultando $A = a$, a probabilidade que buscamos é a mesma que corresponde a que a referida bolinha leve o número i . Logo, a probabilidade de U_i , sabendo-se que se verificou o acontecimento $A = a$, é:

$$P\{U_i|A=a\} = \frac{Np_i K_i}{Np_1 K_1 + Np_2 K_2 + \dots + Np_{\omega} K_{\omega}}$$

ou seja:

$$P\{U_i|A=a\} = \frac{\bar{\omega}_i p_i}{\bar{\omega}_1 p_1 + \bar{\omega}_2 p_2 + \dots + \bar{\omega}_{\omega} p_{\omega}} \quad (147.1)$$

Nesta fórmula $\bar{\omega}_i$ é a probabilidade de escolher, ao acaso, uma urna do grupo U_i prescindindo de qualquer dado; noutras palavras, $\bar{\omega}_i$ é a probabilidade "a priori" (isto é, a probabilidade inicial independente de toda experiência anterior) correspondente às urnas (que aqui funcionam como causas) do grupo U_i .

A fórmula (147.1) pode interpretar-se do seguinte modo a probabilidade "a posteriori" (isto é, depois de ter-se realizado uma experiência) da causa $C = U_i$, sabendo-se que o acontecimento $A = a$ se produziu, é igual à probabilidade "a priori" da causa pela probabilidade de que atuando esta causa o acontecimento se verifique, devendo dividir-se êsse produto pela soma de tôdas as produtos análogos possíveis

A soma desses produtos análogos possíveis não é outra coisa senão a probabilidade para que ocorra o acontecimento $A = a$.

Por conseguinte, se a causa é designada com C e o acontecimento com A , de

$$P\{A\} = \sum_C P\{C|A\} = \sum_C P\{C\} P\{A|C\}$$

sendo:

$$P\{A\} = \sum_C P\{C\} P\{A|C\}$$

deduz-se também, em caráter geral, a fórmula de BAYES-LAPLACE:

$$P\{C|A\} = \frac{P\{C\} P\{A|C\}}{\sum_C P\{C\} P\{A|C\}} \quad (147.1,1)$$

147 2 — A fórmula ou o princípio de BAYES-LAPLACE concentrados na (147 1,1) não podem suscitar nenhuma espécie de objeção.

Os que se opõem o princípio anterior são os que discutem a escolha que se costuma fazer das probabilidades “a priori” ou iniciais, onde reside toda a verdadeira causa do litígio entre partidários e adversários do aludido princípio. Pode dizer-se, com justiça, que essas probabilidades iniciais constituem o fator decisivo no uso correto da fórmula.

A aplicação da (147 1,1) é suscetível de uma recusa tão só pelo discutível tipo de hipótese que possa tornar-se seu fator decisivo. E’ bom precisar, pois, que toda a questão depende do problema da fixação das referidas probabilidades iniciais. Se o problema permite conhecer essas probabilidades, então desaparece todo o motivo de oposição à fórmula de BAYES-LAPLACE, sempre que não se trate de uma monomania. Se, ao contrário, não se conhece a lei de distribuição “a priori” das causas, todo o mal que pode provir do uso da fórmula depende da escolha da hipótese, da convenção ou da regra, mediante a qual se fixem as referidas probabilidades “a priori”.

147 3 — Tratem-se de relacionar, sem ir mais longe, o princípio de BAYES-LAPLACE com o problema da prova de hipóteses. Consideremos, assim, um universo π $G(\mu, \sigma)$ com σ exatamente conhecido. Suponhamos que se tenha confeccionado uma amostra M_n e que, sobre esta evidência, desejamos estimar o valor de μ . Nosso princípio nos conduz à seguinte fórmula:

$$P\{\mu|M_n\} = \frac{P\{\mu\}P\{M_n|\mu\}}{\int_{\mu} P\{\mu\}P\{M_n|\mu\}d\mu}. \quad (147 3)$$

Para utilizar esta fórmula é preciso conhecer as probabilidades “a priori” $P\{\mu\}$. Isto implica uma experiência anterior relativa ao problema. Para ilustrar melhor a situação, suponhamos que M_n é uma amostra de n peças e que $\bar{x}$ (que, na fórmula vem a substituir a M_n) representa a média estatística. E’ de supor que o industrial tem experiências anteriores semelhantes, uma vez que, se assim não fôsse, não teria sentido a hipótese $\mu = \mu_0$ que é o ponto de partida nos problemas de teste. Nessas condições, o industrial, em suas experiências passadas (que sucessiva ou periodicamente vai realizando, para assegurar o próprio controle de sua produção) terá examinado um certo conjunto de lotes de cada um dos quais pôde resultar uma média. Essas médias de experiências passadas são as que atuam como parâmetros para testificar experiências futuras. Pode, então, com esses recursos (que veremos depois através de exemplos tomados de diversos casos) ter-se uma informação sobre a distribuição de μ que deixa seu pedestal paramétrico para incorporar-se como uma variável aleatória corrente.

147 4 — O outro fator $P\{M_n|\mu\}$ ou $P\{A|C\}$ que figura na fórmula de BAYES-LAPLACE é um velho conhecido nosso; êle nos dá a probabilidade de que se verifique um certo acontecimento quando se conhece seu mecanismo probabilístico. Por exemplo, suponhamos que o acontecimento A consiste no seguinte: em n provas, um sucesso de probabilidade constante em cada prova se verificou v vezes, e seu contrário, necessariamente $n-v$ vezes. Se com x indicarmos a probabilidade para que nosso sucesso se verifique numa prova,

e se com $P\{x\}$ representarmos a probabilidade inicial, supostamente conhecida, então a probabilidade para que a probabilidade seja um certo x estará dada por:

$$P\{C=x|A\} = \frac{P\{x\} C_{n,v} x^v (1-x)^{n-v}}{\sum_x P\{x\} C_{n,v} x^v (1-x)^{n-v}}$$

e

$$P\{\alpha \leq x \leq \beta | A\} = \frac{\frac{\beta}{\alpha} P\{x\} x^v (1-x)^{n-v}}{\sum_0^1 P\{x\} x^v (1-x)^{n-v}}$$

dará a probabilidade para que a probabilidade elementar esteja compreendida entre α e β . Toda a correção da solução trazida por estas fórmulas dependerá da correção na escolha da distribuição das probabilidades iniciais $P\{x\}$.

O aludido fator $P\{A|C\}$ que, no caso de nosso exemplo, é. $x^v (1-x)^{n-v}$ foi, nos problemas de estimativa, como que arrancado da fórmula de BAYES-LAPLACE para, por mérito de R. A. FISHER, atuar como a conhecida função de verossimilhança (ou fator de verossimilhança) no papel de um rol independente.

Se designarmos com **L** (inicial de "likelihood"), o mencionado fator de verossimilhança, um cálculo imediato mostra que **L** é máximo para x igual a $\frac{v}{n}$, sendo esta a estimativa da probabilidade incógnita x que seria obtida por este método

147.5 — Suponhamos, insistindo no item anterior, que um universo $\pi(x, \Theta)$, de parâmetro Θ ignorado, tenha sido examinado, ao acaso, constituindo-se dêste modo uma amostra $\mathbf{M}_n$ cujos elementos são $x_1, x_2, \dots, x_n$.

A probabilidade para que π esteja formado por um parâmetro $\Theta = \Theta_0$ será:

$$P\{\pi(x, \theta_0) | \mathbf{M}_n\} = \frac{P\{\pi(x, \theta_0)\} P\{\mathbf{M}_n | \pi(x, \theta_0)\}}{\int_{\theta} P\{\pi(x, \theta)\} P\{\mathbf{M}_n | \pi(x, \theta)\} d\theta}.$$

Sendo:

$$P\{\mathbf{M}_n | \pi(x, \theta)\} = \prod_{i=1}^n \pi(x_i, \theta)$$

poder-se-á escrever:

$$P\{\pi(x, \theta_0) | \mathbf{M}_n\} = \frac{P\{\pi(x, \theta_0)\}}{\int_{\theta} P\{\pi(x, \theta)\} P\{\mathbf{M}_n | \pi(x, \theta)\} d\theta} \cdot \prod_{i=1}^n \pi(x_i, \theta_0)$$

e aqui é

$$\mathbf{L}(\theta_0) = \prod_{i=1}^n \pi(x_i, \theta_0)$$

o fator de verossimilhança

Se o universo fôsse gaussiano $G(\mu, \sigma^2)$ e ambos os parâmetros μ e σ^2 fôsem desconhecidos, desejando-se determiná-los pelo método do máximo de verossimilhança haveria que partir da função:

$$L(\mu, \sigma^2) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}$$

e fazendo $\frac{\partial L}{\partial \mu} = 0$ e $\frac{\partial L}{\partial \sigma^2} = 0$ encontram-se as estimativas

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2.$$

147.6. — Como exercício adicional, consideremos o seguinte problema de W. HENDRICKS. Apresentaram-se 17 elementos em quatro classes, com a seguinte distribuição:

$$D: \quad 3, \quad 7, \quad 2, \quad 5$$

Supõe-se que as probabilidades correspondentes a essas classes são

$$p_1, \quad 2p_1, \quad p_2, \quad 2p_2, \quad \text{devendo ser:}$$

$$C: \quad 3p_1 + 3p_2 = 1$$

Levando em conta o resultado D e a condição C pede-se. estimar p_1 e p_2 com o fator de verossimilhança. O referido fator é.

$$L = p_1^3 (2p_1)^7 p_2^2 (2p_2)^5$$

e por conseguinte

$$\log L = 10 \log p_1 + 7 \log p_2 + 12 \log 2$$

Devem buscar-se os valores de p_1 e p_2 que tornem máximo o $\log L$ considerando a condição C . Trata-se, pois, de um problema de máximo ligado. Forma-se, então, a função auxiliar de LAGRANGE:

$$\phi = 10 \log p_1 + 7 \log p_2 + \lambda [3p_1 + 3p_2 - 1]$$

e procuram-se os valores de p_1 , p_2 e λ que tornem ϕ um máximo, obtendo-se:

$$\frac{10}{p_1} + 3\lambda = 0$$

$$\frac{7}{p_2} + 3\lambda = 0$$

$$3p_1 + 3p_2 = 1.$$

Das duas primeiras, deduz-se que:

$$\frac{p_1}{10} = \frac{p_2}{7} = K$$

com o que a terceira nos dá:

$$3 K [10 + 7] = 1$$

e, por conseguinte, resulta:

$$K = \frac{1}{51} ; \quad p_1 = \frac{10}{51} ; \quad p_2 = \frac{7}{51} .$$

147.7. — Tratado isoladamente pela fórmula de BAYES-LAPLACE, ou seja, considerando o fator de verossimilhança como função de verossimilhança, os pequenos exemplos mencionados mostram uma notável simplicidade operatória e o máximo de verossimilhança, como meio para dar a estimativa dos parâmetros, sobre a evidência de uma amostra, o que parece concordar com a intuição que admite a amostra como resultante de um jogo de parâmetros que torna máxima a probabilidade de obtê-la. R. A. FISHER desenvolveu com visão penetrante e genial um verdadeiro sistema lógico de inferência estatística, do qual será preciso que nos ocupemos mais adiante. Mas sob o aspecto da inferência estatística considerada como um processo que, partindo de experiências passadas, chega ao problema da estimativa, forçoso é reconhecer que o modelo estocástico mais natural é o constituído pelo princípio de BAYES-LAPLACE. Um estudo detido deste princípio, com métodos especiais cuja origem mesma se deve a LAPLACE e para cujo desenvolvimento R. v MISES, V. ROMANOVSKY e outros trouxeram contribuições notáveis, mostra as íntimas vinculações que podem existir entre ambos os métodos. O mesmo problema da Teoria das Amostras Pequenas, sobre a qual se efetuou o maravilhoso crescimento estatístico destes últimos anos, é tratado nesses estudos, abrindo prudentes, senão indagativas reservas que necessariamente devem ser levadas em conta, tendo em vista os próprios fundamentos de nossa disciplina.

A Estatística e seus diversos métodos, justificáveis como edifícios matemáticos ou por seus resultados satisfatórios na aplicação, têm, sobretudo, que saldar sua já crescente dívida quanto às questões básicas. E' um erro nefasto, especialmente para os estudiosos, nos círculos que se aproximaram deste movimento estatístico partindo de uma posição de busca de conhecimentos e informação, acreditar que o único motivo de seus esforços há-de consistir no manejo do copioso arsenal de processos descobertos e aplicados com êxito noutros setores. O intenso contacto com o lado técnico desses meios e, ainda mais, as peculiares e profundas características de concepção que se vinculam à forma de organização, podem favorecer, por motivos práticos, muitos dos processos teórico-técnicos. E isto não está em contradição com o fato de que diferentes concepções e organizações se prestem a encarar de outras maneiras muitos princípios.

As expressões acima não supõem, desgraçadamente, que o autor se sinta com forças para apresentar-se como empenhado num movimento de prudente revisão. Refletem, tão somente, uma advertência amistosa e amável aos jovens que se iniciam nesses estudos e a muitos dos seus colegas de suficientes energias e notória competência.

147.7.1. — Nos três parágrafos subseqüentes, dar-se-ão três exemplos de aplicação do princípio de BAYES-LAPLACE. O primeiro se refere a um controle da qualidade na produção industrial, o qual é de THORNTON C. FRAY, tomado de seu livro *Probability and its Engineering Uses*, obra cheia de experiência e sábias passagens. O segundo exemplo diz respeito ao que NEYMAN, que o propôs, chama o problema do criador e foi extraído do *Journal* da "Royal Statistical Society", de Londres, correspondente ao ano de 1942, que publicou um trabalho daquele autor, no qual se faz uma exposição das idéias básicas das Provas de

Hipóteses Estatísticas. Por último, o terceiro exemplo é de RICHARD V MISES, tirado de um dos seus vários trabalhos e se refere ao contrôlo do estado bacteriológico da água, em Boston.

Esta severa seleção, adivinha-se que é deliberada. O princípio de BAYES-LAPLACE costuma estar correntemente tão exposto a ataques irredutíveis que parece prudente cercar sua apresentação com antecedentes que inspirem a necessária confiança.

148 — Uma fábrica produz um certo tipo de parafusos, que se acondicionam em caixas contendo, cada uma, 1200 parafusos. Uma experiência suficiente mostrou que a proporção das caixas que contêm determinadas percentagens de parafusos defeituosos obedece à seguinte distribuição:

C	$P\{C\}$
PERCENTAGEM DE PARAFUSOS DEFEITUOSOS NA CAIXA	PROPORÇÃO DE CAIXAS OBSER- VADAS QUE CONTÊM ESSA PERCENTAGEM DE PARAFUSOS DEFEITUOSOS
0	0,78
1	0,17
2	0,034
3	0,009
4	0,005
5	0,002
6	0,000
	1,000

Utilizando as proporções das caixas como probabilidades, têm-se, por exemplo a probabilidade de que uma caixa não contenha nenhum parafuso defeituoso é 0,78, a probabilidade de que uma caixa contenha 12 parafusos defeituosos (e, por consequência, 1200 — 12 parafusos normais) é 0,17 e assim sucessivamente.

Uma caixa que contém 2% ou menos de parafusos defeituosos aceita-se que corresponde a uma produção sob contrôlo ou padrão, em troca, uma caixa que contenha mais de 2% de parafusos defeituosos corresponde a um processo fora de contrôlo ou irregular, que deverá ser examinado para a determinação e correção da causa.

A inspeção normal da qualidade consiste no exame de 50 parafusos de cada caixa.

No exame de 50 parafusos de uma caixa se encontram 6 defeituosos. Partindo desta evidência, pergunta-se qual é a probabilidade de que a produção padronizada não se tenha mantido na produção desta caixa? Ou, o que é o mesmo: qual é a probabilidade para que a caixa examinada tenha mais de 2% de parafusos defeituosos?

Utilizar-se-á a fórmula

$$P\{C | a = 6 d\} = \frac{P\{C\} P\{a | C\}}{\sum_C P\{C\} P\{a | C\}}.$$

As probabilidades “a priori” $P\{C\}$ são as da tabela acima. A probabilidade $P\{a|C\}$ corresponde ao acontecimento de que em 50 extrações em “block”,

ou seja, sem reposição, dos 1 200 parafusos da caixa inspecionada, se encontrem 6 defeituosos (e 44 normais) atuando a causa *C*. Ter-se-á:

$$P\{a | C\} = \frac{C_{12C,6} C_{1200-12C,44}}{C_{1200,50}}$$

$$P\{C | a = 6d\} = \frac{P\{C\} C_{12C,6} C_{1200-12C,44}}{\sum_{C=0}^6 P\{C\} C_{12C,6} C_{1200-12C,44}}.$$

Com base nesta fórmula, pode-se efetuar uma oportuna tabulação que permitirá ao estatístico, facilmente, realizar seus diagnósticos periódicos sobre a marcha da produção. Com base na referida fórmula (presente, aliás, no livro de FRY) deduz-se:

$$P = \sum_{C=3}^6 P\{C | a = 6d\} = 0,170 + 0,374 + 0,382 = 0,926$$

valor que, por sua dimensão, induz a reputar não conservado o estado da produção sob controle.

148 1 — Vamos agora preceder o nosso problema com uma ligeira explicação básica. Observou-se que as diferenças constantes entre duas variedades de animais ou vegetais dependem de um certo número de caracteres distintos que dos pais se transmitem à descendência. A explicação baseia-se em supor que nas células reprodutoras dos genitores existe “algo” (fator unidade de MENDEL) que se transmite aos descendentes e condiciona os caracteres neles observados.

Sejam, por exemplo, duas raças de galinhas, uma negra e a outra branca (com pintas negras). Ao cruzá-las, a chamada geração *F*₁ dá galinhas iguais entre si, mas diferentes dos pais, que são galinhas azuis, chamadas andaluzas. Se estas galinhas andaluzas se cruzarem entre si, obtém-se uma *F*₂ que não são todas iguais, mas que dão 25% de galinhas brancas, iguais às suas avós, 50% de galinhas andaluzas, iguais aos pais, e 25% de galinhas negras, iguais às suas avós negras.

As experiências de MENDEL, realizadas com ervilhas, proporcionam resultados numéricos iguais ao do nosso exemplo.

Logra-se a explicação imediata de tais fatos se se adotar a seguinte posição dada por MENDEL: as galinhas azuis assim resultaram porque o óvulo fecundado recebe um fator que origina o branco e outro fator que origina o negro. Ao se multiplicarem as andaluzas entre si, cada uma das células reprodutoras pode receber um fator branco ou um fator negro, mas não ambos. Em sua projeção lógica, a hipótese descritiva dos resultados anteriores se obtém designando com *B* o fator branco e com *N* o negro. As galinhas andaluzas azuis são o resultado de um cruzamento das brancas (*BB*) com as negras (*NN*), ou seja, têm a seguinte fórmula: (*BN*). O cruzamento das galinhas azuis pode dar os resultados: (*BB*) (*BN*) (*NN*) nas proporções anteriormente mencionadas.

Embora esses elementos sejam suficientes para esclarecer o problema do criador de NEYMAN, insistiremos em alguns leves pormenores que ampliam a importância que pode ter para o estatístico um verdadeiro aprofundamento nos problemas mendelianos, não estranhos à sua consideração ao largo de sua carreira profissional.

Voltemos a nossas galinhas brancas e negras, mas consideremos, além da cor, outro característico dado pela forma e tamanho da crista, distinguindo-se assim a crista simples (*S*) e a crista rosada (*R*) (crista curta com pequenas

verrugas). Os genitores correspondentes, puros, serão designados pelas fórmulas: (BB, SS) e (NN, RR) . Os elementos da F_1 corresponderão às fórmulas: (BN, SR) . No que se refere à cor, serão, pelo que já se viu, galinhas andaluzas, azuis, e quanto à crista se apresentarão como se fossem de crista simples. Isto quer dizer que a crista simples aparece como característico dominante, dizendo-se então que a crista rosada é recessiva. O cruzamento de galinhas da fórmula F_1 corresponderá aos tipos que podem resultar das combinações dos produtos (BN, SR) por (BN, SR) , os quais serão: (BB, SS) , (BB, SR) , (BB, RR) , (BN, SS) , (BN, SR) , (BN, RR) ; (NN, SS) , (NN, SR) e (NN, RR) .

Apareceram, assim, dois tipos puros e novos, os (BB, RR) e (NN, SS) ou sejam, galinhas brancas com cristas rosadas e galinhas negras com cristas simples. Além delas, têm-se outras idênticas aos seus primeiros genitores (BB, SS) e (NN, RR) e outros também iguais a eles, mas não puros, em virtude de figurar, nestas últimas, um característico recessivo.

Com estes elementos, passemos ao nosso problema.

Consideremos o cruzamento de dois híbridos $X_1 = X_2 = Aa$ e designemos com Y_1 sua descendência, supondo que tem aspecto de dominante. Isto implica que Y_1 só pode corresponder à fórmula: $Y_1 = AA$ ou, melhor, a $Y_1 = Aa$.

Suponhamos que o nosso Y_1 é cruzado com um elemento recessivo $Y_2 = aa$ e que tal cruzamento produz n descendentes

$$Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n$$

supondo que nenhum destes elementos é recessivo, o que está de acordo com a hipótese feita sobre Y_1 .

Se entre os nZ_i houvesse algum elemento que não tivesse aspecto dominante, isso significaria que Y_1 corresponde, necessariamente, à fórmula aa e então deixaria de apresentar-se o problema que passamos a encarar, o qual é: indicado com E o acontecimento de que os n elementos Z tenham aspecto dominante, determinar a probabilidade para que Y_1 seja um dominante puro ($Y_1 = AA$) ou um híbrido ($Y_1 = Aa$).

Aplicando a fórmula de BAYES-LAPLACE, ter-se-á

$$P\{Y_1 = AA | E\} = \frac{P\{Y_1 = AA\} P\{E | Y_1 = AA\}}{P\{Y_1 = AA\} P\{E | Y_1 = AA\} + P\{Y_1 = Aa\} P\{E | Y_1 = Aa\}}$$

sendo $P\{Y_1 = AA\} = \frac{1}{3}$ pois Y_1 pode ser AA , Aa , aa .

$P\{E | Y_1 = AA\} = 1$ pois se $Y_1 = AA$ todos os Z por ser $Y_2 = aa$ serão necessariamente híbridos com aspecto dominante, já que todo Z se forma com um "gen" de Y_1 e outro de Y_2 .

$$P\{Y_1 = Aa\} = \frac{2}{3}$$

$P\{E | Y_1 = Aa\} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ pois se $Y_1 = Aa$, este, ao cruzar-se com $Y_2 = aa$ dará os resultados possíveis Aa , aA , aa , aa , logo, a probabilidade de ter um Z dos supostos será $\frac{1}{2}$. Tem-se então:

$$P\{Y_1 = AA | E\} = \frac{\frac{1}{3} \times 1}{\frac{1}{3} \times 1 + \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n} = \frac{2^{n-1}}{1 + 2^{n-1}}.$$

Por outro lado

$$P\{Y_I = Aa | E\} = \frac{P\{Y_I = Aa\} P\{E | Y_I = Aa\}}{P\{Y_I = Aa\} P\{E | Y_I = Aa\} + P\{Y_I = AA\} P\{E | Y_I = AA\}}$$

obtendo-se

$$P\{Y_I = Aa | E\} = \frac{\frac{2}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^n}{\frac{2}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{1}{3} \times 1} = \frac{1}{1 + 2^{n-1}}.$$

Suponhamos então que um criador tem um grupo de unidades resultantes do cruzamento de dois híbridos e todos os quais, por terem aspecto dominante, são do tipo de Y_I .

Admitamos que o nosso criador quer conhecer o número de híbridos no total dos Y_I . Cruza os Y_I com recessivos $Y_2 = aa$ e anota a descendência dada pelas Z . Se, numa descendência, há um recessivo, isto quer dizer que Y_I é híbrido. O problema se apresentará, pois, em face das descendências que sejam tôdas dominantes. Tendo-se.

n	$P\{Y_I = Aa E\}$
1	0,500
2	0,333
3	0,200
4	0,111
5	0,052

se $n = 3$ ter-se-á de esperar que, em 20% dos casos nessas condições, Y_I seja um híbrido. Em troca, se $n = 4$ em 11% dos casos nessas condições Y_I serão híbridos e 81% dominantes puros.

148.2. — A prova que se fez, através de uma experiência de dez anos, consiste no seguinte: tomam-se $n = 5$ amostras de água, de 10 centímetros cúbicos cada uma. Pela análise bacteriológica, determina-se se cada amostra contém ou não uma bactéria pelo menos de certo tipo.

O número x de resultados positivos será:

$$0 \leq x \leq 5.$$

A experiência de 3 420 ensaios prévios é a seguinte:

x	NÚMERO DE CASOS
0	3 086
1	279
2	32
3	15
4	5
5	3
	3 420

Isto significa que, por exemplo, em 3 086 casos nenhuma das cinco amostras apresentou bactérias, que em 279 casos só uma amostra, das cinco, apresentou pelo menos uma bactéria, etc

Suponhamos que se efetuou um novo ensaio e que não se observaram bactérias em nenhuma das cinco amostras. Na base desta evidência, perguntamos qual é a probabilidade de que a densidade das bactérias, λ , seja menor que 1 por 10 centímetros cúbicos?

Se com λ representarmos o promédio de bactérias por 10 centímetros cúbicos, uma distribuição do número de bactérias por amostras será dada por uma função de Poisson de parâmetro λ . Segue-se que $\Theta = 1 - e^{-\lambda}$ é a probabilidade (correspondente a uma densidade λ) de que se apresente ao menos uma bactéria em cada amostra de 10 centímetros cúbicos. A probabilidade Θ_i de que se apresente ao menos uma bactéria por 10 centímetros cúbicos se $\lambda = 1$ será

$$\theta_1 = 1 - e^{-1} = 0,63212$$

A probabilidade para que em $n = 5$ amostras se apresentem x das mesmas com uma bactéria no mínimo cada uma, caso se suponha que $\Theta = \Theta_i$, será

$$C_{n,x} \theta_1^x (1 - \theta_1)^{n-x}$$

e se se supuser que $\Theta < \Theta_i$

$$C_{n,x} \int_0^{\theta_1} \theta^x (1 - \theta)^{n-x} d\theta.$$

A probabilidade procurada será, portanto:

$$P\{\lambda < 1 | x = 0\} = P\{\theta < 0,63 | x = 0\} = \frac{P\{\theta < 0,63\} P\{x = 0 | \theta < 0,63\}}{P\{\theta < 0,63\} P\{x = 0 | \theta < 0,63\} + P\{\theta \geq 0,63\} P\{x = 0 | \theta \geq 0,63\}}.$$

Se as probabilidades "a priori" forem tomadas de conformidade com os resultados das experiências passadas, ter-se-á:

$$P\{\lambda < 1\} = P\{\theta < 0,63\} \geq \frac{3\ 086}{3\ 420}$$

$$P\{\lambda \geq 1\} = P\{\theta \geq 0,63\} \leq \frac{334}{3\ 420}.$$

Logo

$$P\{\lambda < 1 | x = 0\} \geq \frac{\frac{3\ 086}{3\ 420} \int_0^{0,63212} (1 - \theta)^5 d\theta}{\frac{3\ 086}{3\ 420} \int_0^{0,63212} (1 - \theta)^5 d\theta + \frac{334}{3\ 420} \int_{0,63212}^1 (1 - \theta)^5 d\theta} = 0,99973.$$

O resultado anterior difere muito pouco do de 0,99915, dado por R. v MISES. A diferença se deve aos caminhos seguidos, sendo o nosso pouco mais que o clássico.

LEMBRANÇAS DE CARNEIRO FELIPPE

CHEGANDO ao Rio de Janeiro nos primeiros dias de 1939, para exercer a função, que me fôra generosamente oferecida, de Consultor-Técnico da Comissão Censitária Nacional, fui acolhido ao desembarque pelo Professor CARNEIRO FELIPPE, Presidente dessa Comissão, acompanhado de outros representantes da estatística brasileira. A cordialidade da recepção foi tal que, desde o primeiro instante, tive a impressão de encontrar-me não em país estrangeiro, mas num recanto da minha própria terra. Essa impressão confirmou-se no dia seguinte, quando fui apresentado à Comissão, cujos componentes me trataram como velho amigo, de volta de longa viagem, e não como estranho. Dez anos de trabalho ao lado de CARNEIRO FELIPPE consolidaram a amizade fraterna nascida naqueles dias, alargando cada vez mais as bases de simpatia e deferência recíproca sôbre as quais ela se fundara. Quando, pela participação do Brasil na segunda guerra mundial, fiquei de repente na posição paradoxal de “cidadão de país inimigo” — sujeito à suspeita de um possível agente daquele mesmo regime desumano que, despojando-me dos direitos de cidadão, me impelira a buscar a liberdade da vida e a dignidade do trabalho no Brasil —, CARNEIRO FELIPPE me sustentou com tôda a sua autoridade e, em cooperação com TEIXEIRA DE FREITAS, outro amigo incomparável, conseguiu-me fôsse permitido não sômente continuar na função de Consultor-Censitário, mas também orientar a elaboração e a análise dos dados concernentes à economia de guerra, dos quais estava sendo iniciada a apuração pelos inquéritos econômicos do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. E pouco depois, com a cooperação de RAFAEL XAVIER, criou no Serviço Nacional de Recenseamento um Gabinete Técnico, cuja direção me foi confiada, e que desenvolveu ampla e digna atividade, fornecendo mais tarde o primeiro núcleo de estatísticos-analistas para o Laboratório do Conselho Nacional de Estatística.

Aos sentimentos de gratidão pelas possibilidades que CARNEIRO FELIPPE me abriu de prosseguir em minha obra científica, devo acrescentar os decorrentes do conforto moral que me dispensou em períodos de graves preocupações, e, ainda, das judiciosas sugestões que me deu no sentido da reorganização da vida de minha família nesta nova pátria.

Reconhecendo publicamente os benefícios recebidos, ousou, entretanto, afirmar que estou habilitado a lembrar objetivamente, sem nenhum dos exageros tão freqüentes nas homenagens aos desaparecidos, a obra do sábio organizador do V Recenseamento Geral do Brasil. À sua própria mentalidade, caracterizada pela serena imparcialidade, teria repugnado todo louvor que não fôsse apenas apreciação imposta pelo exame objetivo das realizações.

Outra circunstância que poderia influir sôbre o meu julgamento é a da minha participação nas atividades censitárias. Mas essa participação foi apenas de caráter consultivo, e nos dez anos pelos quais ela se

desenvolveu, minha posição foi a de crítico sincero e vigilante, pela própria vontade de CARNEIRO FELIPPE, que achou ser essa a forma mais eficaz da minha colaboração. Atestam, aliás, essa posição as numerosas observações críticas sobre o levantamento e a apuração do Recenseamento, expostas e discutidas em estudos redigidos por mim pessoalmente, ou sob minha direção, e divulgados pelo Serviço Nacional de Recenseamento.

* * *

Depois de algumas semanas de participação nos trabalhos da Comissão Censitária Nacional, convenci-me de que o Brasil dispunha de técnicos de valor incontestável. Já estavam elaborados o questionário do Censo Agrícola, em sua forma definitiva, e o do Censo Demográfico, em seu aspecto preliminar, ambos caracterizados pela grande quantidade de informações pedidas.

Em geral, o técnico é levado a pedir demasiados pormenores nos inquéritos estatísticos; nesse caso, porém, minha impressão foi a de que os questionários, como planejados, resultariam numa carga excessiva, seja para o levantamento, seja para a apuração. Manifestei timidamente essa impressão; mas a coragem que, sob o impulso de CARNEIRO FELIPPE, animara a Comissão no planejamento de tão vasto inquérito, venceu todas as dúvidas, e as doudas discussões que se travaram nas sessões da Comissão conseguiram dar forma satisfatória — salvo poucas exceções, reveladas somente pela experiência da apuração — aos numerosos quesitos dos documentos de coleta. Seja-me permitido recordar, com saudade, os nomes de alguns componentes da Comissão naquela época, que em seguida, em curto prazo, nos abandonaram — LICÍNIO DE ALMEIDA, ALBERTO DE CERQUEIRA LIMA, LEONEL FRANCA e LÉO DE AFFONSECA —, todos bem dignos de que sua memória seja associada à do saudoso Presidente

Enquanto se prosseguia, na Comissão, à discussão dos questionários para os demais censos, industrial, comercial, dos transportes, social (questionários menos bem sucedidos do que os referidos acima, e posso dizê-lo porque colaborei ativamente na sua preparação), desenvolvia-se, simultaneamente, a organização central e local dos serviços censitários, sob a direção do próprio Presidente.

Já então eu conseguia apreciar mais profundamente a personalidade de CARNEIRO FELIPPE, vendo-o coordenar com superior sabedoria as discussões no seio da Comissão, sobre assuntos de caráter biológico, antropológico, social, moral, econômico, como os referentes aos quesitos do Censo Demográfico, acerca dos grupos étnicos (côr), do estado conjugal, dos filhos tidos, da ocupação, e, ao mesmo tempo, cuidar minuciosamente, no Serviço de Recenseamento, da organização dos meios materiais e humanos, estudar e preparar orçamentos, resolver inúmeros pequenos e grandes problemas, e, nos raros e breves intervalos de repouso, dedicar-se ao estudo de alguma questão matemática, química ou física, ou rever mais uma vez seus cálculos originais para a aplicação da curva logística à representação do crescimento da população do Brasil e das diferentes Unidades da Federação. (Lastimo imensamente que, apesar de meus repetidos apelos, ele não tenha redigido a exposição que deveria acompanhar a divulgação dessas elaborações, tendo constantemente dado prioridade ao cumprimento de outros deveres de interesse público sobre o desse dever de cientista, que talvez, na sua modéstia, lhe parecesse ser apenas de interesse pessoal)

Tão extensa e profunda era a sua cultura, que, se algumas vêzes eu pude efetivamente assisti-lo com os conselhos que o longo estudo e a variada experiência me sugeriam, outras vêzes, passando do papel de consultor para o de consulente, aproveitei a sua competência enciclopédica para obter dêle informações, sugestões e orientação. Nos domínios da matemática êle era um mestre perfeito, e certo sua escola não me foi inútil. Pelo profundo conhecimento da técnica industrial e da merceologia, lembrava-me o famoso VILLAVECCHIA, também Químico, de quem eu fôra colega em Roma. A geografia e a história do Brasil — às quais tantos subsídios deve pedir a organização censitária — eram-lhe familiares em tôdas as particularidades; quando foi distribuído o material de coleta dos censos, êle próprio em muitos casos estudou e estabeleceu os meios e as vias mais convenientes para a rapidez e a segurança da transmissão. Apenas nas questões de Demografia e de Economia, ciências às quais eu dedicara sete lustros de estudo, foi-me dado trazer-lhe auxílio eficaz; mas nunca pensaria em tomar atitude de perito diante dêle, sempre tão modesto, que era efetivamente um perito bem maior em outros domínios do nosso trabalho. Trocávamos idéias, e nessas trocas eu recebi muito mais do que pude dar.

Os questionários dos diversos censos, as instruções que os acompanhavam, as cadernetas dos agentes recenseadores e todos os demais documentos de coleta do recenseamento não continham uma palavra que não tivesse sido examinada e ponderada pelo Presidente, um quadro cuja forma, disposição e dimensões não tivessem sido por êle minuciosamente estudadas, uma diretriz que não tivesse sido por êle meditada e aprovada. Desde a fase inicial do recenseamento, CARNEIRO FELIPPE acostumara-se a fazer sôzinho muitos trabalhos que deveriam caber aos seus colaboradores, ou a refazer boa parte dos que êles preparavam. Por exemplo, os questionários especiais, adotados para determinadas indústrias, foram obra dêle.

Muitas vêzes perguntei-me por que na organização do Serviço Nacional de Recenseamento não fôra dada suficiente atenção à constituição de um estado-maior adequado, em quantidade e em qualidade, à extensão do exército de colaboradores do grande inquérito de 1940, e à variedade e amplitude das tarefas próprias do órgão central. Pouco a pouco reconheci que, pelo menos em parte, essa falha dependera da extrema dificuldade de encontrar pessoas idôneas para essas tarefas e dispostas a cumpri-las nas condições de sacrifício que exige o serviço público. A guerra agravou essa dificuldade, multiplicando os órgãos administrativos de caráter extraordinário, os quais precisavam justamente de colaboradores dotados daquelas qualidades e capacidades que mais eram necessárias no órgão censitário. Apesar dessa situação, o pessoal do Serviço Nacional de Recenseamento, animado pelo exemplo do chefe querido e respeitado, trabalhou, em geral, com rendimento bastante elevado, nos limites das suas possibilidades.

Terminado de maneira satisfatória o levantamento, iniciou-se o trabalho de crítica e codificação dos boletins preenchidos; trabalho penoso pela quantidade e variedade dos quesitos propostos, a que muitos dos informantes acharam difícil responder em consequência do baixo nível cultural da maior parte da população. Apesar de claras e pormenorizadas, as instruções aos recenseados e aos recenseadores não bastaram para evitar falhas no preenchimento dos questionários, enganos na interpretação dos quesitos e insuficiência nas respostas, que amiúde se revelaram justamente na crítica dos boletins, tendo escapado às revisões anteriormente efetuadas nos próprios Municípios e Estados

onde foram realizados os levantamentos. Nem sempre foi possível reparar êsses inconvenientes, mas em virtude das sábias diretrizes do Presidente muito se conseguiu nesse sentido.

Na apuração foi dada prioridade ao Censo Demográfico. O plano de apuração, muito amplo, que eu preparara, visando a aproveitar na maior extensão praticamente possível as combinações entre as informações obtidas pelos diversos quesitos, foi adotado com ligeiras modificações pelo Presidente e aprovado pela Comissão com outras leves alterações. Pela compilação desse plano tenho certo remorso, pois que sua execução exigiu grande trabalho e contribuiu para atrasar a apuração do próprio Censo Demográfico e a dos demais censos. Em minha defesa, entretanto, devo lembrar que a própria amplitude do questionário do Censo Demográfico (45 quesitos) conduzia, como consequência necessária, a um plano de apuração de correspondente extensão, e que, de outro lado, a falta de toda informação fidedigna sobre a demografia do Brasil, a partir de 1920, impunha aproveitar o mais possível os elementos colhidos pelo Censo. Foi justamente essa segunda consideração que levou CARNEIRO FELIPPE a prosseguir na apuração do Censo Demográfico segundo o plano inicial, quando as dificuldades oriundas das condições do período bélico aconselhavam limitá-la aos dados mais essenciais. Eu próprio estava disposto a êsse sacrifício, e êle o sabia, mas resistiu, não querendo renunciar a um conjunto de informações sobre a população do Brasil, que êle julgava muito úteis para a administração pública e para os cultores das ciências sociais. Hoje, acho que os resultados obtidos pelos inquéritos censitários sobre a fecundidade, as línguas faladas, a nacionalidade e a naturalidade dos pais dos recenseados, as ocupações suplementares, e outros assuntos, só aparentemente de importância secundária, justificam plenamente aquela tenaz resistência de CARNEIRO FELIPPE às sugestões para a limitação das apurações.

A propósito dêste assunto da apuração, cumpre-me lembrar a dedicação e a paciência com que o próprio chefe do Recenseamento trabalhou para a preparação das discriminações dos dados apurados. Cito apenas dois exemplos: o da lista das profissões, predisposta para a codificação do Censo Demográfico, incluindo muitas denominações de caráter técnico, como também inúmeras variantes de designações profissionais, de uso local nas diversas regiões do país, e o da classificação das indústrias, para o Censo Industrial, que, pela racionalidade das diretrizes e pela esmerada discriminação dos ramos, das classes e das subclasses de atividades, merece um lugar de honra na história das realizações da estatística nacional. Ao primeiro desses trabalhos atendeu incansável até terminá-lo, justamente num período em que suas condições de saúde aconselhavam um regime de repouso e tornavam urgente a sua transferência para um lugar de clima mais adequado.

Quando começaram a ser disponíveis os resultados das apurações, CARNEIRO FELIPPE dedicou-se a examiná-los não só com a satisfação do organizador, mas também com o espírito crítico do cientista. Não faltaram enganos e incoerências, por êle descobertos ou a êle assinalados pelos seus próprios colaboradores, e sempre êle mandou indagar das causas do erro, mesmo nos casos em que êste era desprezível e a indagação se tornava laboriosa, seria moralmente impossível para êle mandar "ajustar" um resultado de apuração (eufemismo usado em certos meios em lugar da expressão legítima, que é "adulterar"). O seu escrúpulo de retidão tornou-se mais admirável, ao contrastar com o abuso de correções que se praticara em inquéritos anteriores: correções sugeridas, na maior parte dos casos, pelo desejo de aproximar mais da

realidade os dados apurados, mas amiúde contraproducentes. E eu não pude eximir-me de admirar essa rigorosa honestidade, mesmo quando, contrariando minha sugestão, êle recusou completar, por um cálculo aproximado, os dados sôbre a população presente de dois Municípios, nos quais o Recenseamento fôra efetuado regularmente e também realizada a apuração preliminar, tendo-se, depois, extraviado os documentos de coleta de partes dêsses Municípios. Não tendo chegado à sede central do Serviço de Recenseamento êstes documentos, os habitantes dessas partes de Municípios não puderam ser incluídos na apuração dos caracteres individuais; todavia, pelo menos o número dêles era conhecido com suficiente aproximação pela apuração preliminar das cadernetas dos agentes recenseadores, e para alguns caracteres (sexo, côr, idade, etc) podia-se admitir, sem perigo de afastar-se muito da realidade, que a composição proporcional da população na parte não apurada de cada Município fôsse igual à verificada na parte apurada. Êle foi irredutível na exclusão de todo complemento conjectural dos dados apurados, de modo que nas publicações oficiais sôbre o Censo de 1940 existe essa lacuna; mas êle próprio permitiu que, assumindo eu a responsabilidade dêsse complemento, retificasse eu mesmo os dados apurados, para objetivos de comparação ou de referência que exigiam essa correção, nas *Análises de Resultados do Censo Demográfico*, divulgadas pelo Gabinete Técnico do próprio Serviço Nacional de Recenseamento.

A constante preocupação de que pudessem ser publicados dados afetados por erros de levantamentos ou de apuração contribuiu para agravar enormemente o ônus do trabalho a que CARNEIRO FELIPPE se submeteu, e contribuiu, também, para atrasar a divulgação dos resultados censitários. As provas da *Sinopse Preliminar do Censo Demográfico*, publicada em 1941, ficaram algumas semanas — se a memória não me engana — em cima da mesa dêle, sendo cada dia reexaminadas, com o intuito de eliminar todo possível engano. Outras apurações — como a do Censo dos Transportes, que foi feita no Gabinete Técnico — ficaram meses e anos nos arquivos, aguardando a revisão final do Presidente, que, apesar da sua inesgotável capacidade de trabalho, nem sempre conseguiu atender completamente às pesadas tarefas que se impusera.

Se em grande parte o conseguiu, foi em virtude de três circunstâncias, a saber: a sua vastíssima cultura, que lhe apresentava com precisão as soluções dos mais variados problemas; a sua rapidez de percepção e de ação, que contribuía para elevar o rendimento da sua atividade; e, “last but not least”, a vontade inflexível, que vencia a fraqueza do corpo, exausto pelo trabalho excessivo e pelas doenças desprezadas.

Dos primeiros dêsses dotes eu já observara provas surpreendentes desde os primeiros tempos do exercício de minhas funções de Consultor. Algumas observações ou sugestões que lhe expusera eram por êle levadas à Comissão, sendo apresentadas de maneira mais apropriada e com argumentos mais persuasivos do que na formulação original. Êle via prontamente os pontos essenciais de cada questão, acostumado como estava a pôr corretamente em equação todo problema antes de buscar a solução. E, no curso de dez anos, outras e inúmeras demonstrações tive ocasião de observar dessa excepcional prontidão de pensamento e de raciocínio.

Quanto à energia da sua vontade não é preciso citar exemplos, pois que tôda a atuação de CARNEIRO FELIPPE para o Recenseamento

de 1940 representou um triunfo dessa vontade sôbre os obstáculos, em parte imprevisíveis, que se opunham à grande obra. Aos que colaboravam com êle, essa energia, sempre vigilante, mas aplicada sem ostentação, e quase disfarçada pela grande cortesia do trato, tornara-se tão familiar, que amiúde passava despercebida, assim como passava, muitas vêzes, despercebido o esforço heróico do homem que se submetia a um trabalho intenso e exaustivo, achando-se em condições físicas tais que afastariam a maioria de nós de qualquer ocupação

Os resultados gerais dos quatro censos principais — Demográfico, Agrícola, Industrial e Comercial — foram publicados nas *Sinopses* por êle organizadas pessoalmente, cada uma das quais condensa, na aparência de um folheto, a substância de um grosso volume. Também essa economia de espaço, levada ao extremo para possibilitar a visão simultânea dos dados referentes ao conjunto do país ou a cada Unidade da Federação, é uma expressão característica da mentalidade do cientista, para o qual a análise representava apenas o primeiro passo para a síntese, e da prudência do administrador, que considerava quase um crime toda despesa não indispensável. A êsse propósito lembro que mais de uma vez, justamente com êsse intuito de economizar, êle me pediu reduzir para 60 ou 80 a enorme tiragem normal de 100 exemplares das *Análises de Resultados do Censo Demográfico*, compiladas pelo Gabinete Técnico, que acabaram por constituir um comentário pormenorizado dêsse Censo; nem por isso fiquei magoado, pois que conhecia e admirava o escrúpulo do rígido administrador. Mas, para que não fique uma impressão enganadora do espírito que animava a conduta de CARNEIRO FELIPPE nas questões financeiras, quero lembrar que, tendo sido obrigado, por disposição superior, a reter, como quota de indenização para os danos de guerra, 10% dos vencimentos de um “cidadão de país inimigo”, que colaborava lealmente nos trabalhos censitários, êle concedeu a êsse colaborador, simultâneamente, uma gratificação da mesma importância, como remuneração por um curso ministrado no interesse do serviço e como parte de suas atribuições

Voltando ao assunto das sinopses dos quatro censos, devo salientar os cuidados paternos com que o organizador do Recenseamento acompanhou cada fase da preparação dêsses testemunhos da sua obra admirável. As introduções concisas e claras permitem mesmo ao leigo interpretar sem dificuldades os dados expostos: dados que foram examinados minuciosamente, um por um, pelo incontentável crítico de si mesmo, não uma só vez, mas muitas, antes que saísse da sua pena o “imprimatur”. E mesmo depois da impressão, não parou essa busca febril de possíveis imperfeições. Os que possuem a primeira edição da *Sinopse do Censo Demográfico (Dados Gerais)*, publicada em maio de 1946, poderão verificar que as páginas 45 e 46 foram cortadas e reimpressas, e, se bem me lembro, a causa disso foi a de figurar no quadro de Mato Grosso uma criança de religião xintoísta, cuja presença lhe pareceu inverossímil, e que, pela verificação feita nos documentos de coleta, resultou de fato pertencer a outra religião.

Extinto, no fim de 1948, o Serviço Nacional de Recenseamento de 1940, CARNEIRO FELIPPE renunciou ao honroso pôsto de Diretor de um dos Serviços estatísticos nacionais, que o Govêrno da República lhe oferecera, preferindo voltar para as pesquisas científicas no Instituto Oswaldo Cruz, de que fôra antes de 1939 um dos mais ativos e eficientes colaboradores. Mas de fato continuou ainda, por dois anos, a orientar

o trabalho de preparação da publicação dos resultados pormenorizados do Recenseamento, dando a essa atividade espontânea e desinteressada o fervor usual.

Ao corpo, debilitado pelo extenuante esforço que o espírito dominador lhe impusera, faltou afinal capacidade para suportar novas fadigas. O amigo fiel, e chefe respeitado, o companheiro de anseios e de ideais nos deixou. Cumpre aos que tiveram a sorte de colaborar com êle, especialmente aos moços que ainda têm diante de si amplas possibilidades de servir à pátria, serem dignos do mestre e perpetuarem a nobre tradição que CARNEIRO FELIPPE criou, com o mesmo espírito com que êle a animou

* * *

A inigualável modéstia, a serena firmeza e a grande bondade de CARNEIRO FELIPPE, dotes que o tornavam querido mesmo aos que não estavam habilitados a apreciar adequadamente a superioridade do seu intellecto, revelavam-se continuamente, pelo trato e pela ação

Melhor do que pela minha palavra, essas virtudes podem ser ilustradas pela seguinte singela narração de dois episódios, escrita por D. MARIA DO CARMO L. MONTEIRO, que foi fiel colaboradora do Presidente da Comissão Censitária Nacional:

“O Professor CARNEIRO FELIPPE estava sempre alerta a detalhes de ordem administrativa, como escrupuloso vigilante, tendo pelo material censitário uma preocupação de guardião zeloso. Foi assim que durante quase tôda a vigência dos trabalhos, o enorme volume de problemas técnicos, e ainda o exame de contas, não impediram que estivesse êle sempre de vista atenta ao que se passava pela casa. Fazia sua ronda freqüente ao depósito de material, ora revistando a instalação elétrica, ora examinando as paredes e o teto à procura de goteiras, no tempo das chuvas, inspecionando êle próprio qualquer consêrto que se realizasse no prédio, fôsse de reforma de telhas, ou de reparos na instalação elétrica; mais de uma vez subiu ao fôrro da casa, depois da partida dos operários, para verificar, com os próprios olhos, se as telhas retiradas haviam sido recolocadas. Contra os dois possíveis agentes de destruição — o fogo e a água — estêve o Professor CARNEIRO FELIPPE sempre vigilante e, costumeiramente, só tarde, depois da meia-noite, cedia o plantão a um servente de confiança.

Um domingo, à tarde, estando o Professor na sede do Recenseamento, em trabalhos com o Diretor do Serviço Administrativo e mais dois ou três colaboradores, deu-se, justamente no depósito das caixas de material coletado, um curto circuito que originou algumas labaredas, em poucos segundos atingindo o fogo o teto e ameaçando as caixas. Deu-se o alarme; o depósito estava fechado por um gradil. Não sei o que teria acontecido se não estivesse o Professor CARNEIRO FELIPPE presente. Cheio de coragem e serenidade, êle tomou as providências necessárias, encontrou as chaves, abriu o portão, manejou extintores, subindo em escadas de pedreiro, batalhou sozinho contra as labaredas e as extinguiu, salvando assim documentos que haviam custado ao País cêrca de 80 milhões de cruzeiros.

Além de coragem e serenidade possuía êle bondade instintiva e essa bondade transparecia a cada passo. Lembro-me, entre outros, de um episódio singelo que muito me impressionou.

Uma vez, já tarde, depois do expediente, foi êle procurado por uma mocinha que, tendo feito um concurso para auxiliar censitário, aguar-

dava sua nomeação. Vinha pleitear um aproveitamento imediato, independente da ordem de classificação. Alegava ser pobre, filha de mãe viúva, e estar obrigada a interromper seus estudos por falta de meios. O Professor CARNEIRO FELIPPE, embora mostrando muita simpatia, respondeu que nada podia fazer senão nomear segundo a ordem de classificação, e que ela deveria aguardar a sua vez. A moça saiu tristonha e o Professor, pesaroso, lembrou-se, então, de pedir a lista de classificação do concurso, para verificar se ainda muito tempo decorreria antes de chegar a vez da solicitante. Obteve a lista, e qual não foi nossa surpresa ao verificar que a ordem de chamada estava justamente alcançando o nome da candidata em questão. "Que pena", disse o Professor, "poderíamos ter dado uma notícia tão boa à pobrezinha", e no mesmo instante correu à janela e, avistando a moça do outro lado da Avenida Pasteur, saiu correndo pelas escadas abaixo, sem que eu pudesse contê-lo. Da janela verifiquei que êle, como uma criança a correr na disparada, atravessara a praça e atrás da mocinha foi até o ponto de ônibus. Tôda essa correria e cansaço para dar uma boa notícia à candidata. ela seria nomeada logo, chegara a sua vez."

VULTOS DA ESTATÍSTICA BRASILEIRA



J. Garibaldi Filho

PROFESSOR JOSÉ CARNEIRO FELIPPE

A LÉM de cientista de largo renome na sua especialidade, no País e no estrangeiro, o Professor JOSÉ CARNEIRO FELIPPE é, também, uma figura a quem muito deve a Estatística, no Brasil. Presidente, durante vários anos, da Comissão Censitária Nacional, instituída para preparar e executar o V Recenseamento Geral do Brasil, de 1940, revelou-se, na direção do Serviço Nacional de Recenseamento, não só o técnico, o homem de gabinete, como também o administrador dedicado, cuja abnegação, desprendimento e particular noção do dever iam até a total entrega de si mesmo, dos seus interesses privados, de seu bem-estar, de sua própria saúde.

Deve-se ao Professor CARNEIRO FELIPPE, em grande parte, o êxito daquela operação, cuja significação adquire sentido especial se considerarmos que o censo anterior datava, já, de vinte anos, e, ainda, em virtude do fato de ter sido o Censo de 1940 o primeiro que se realizava, no País, dentro das normas e requisitos técnicos inerentes a inquéritos de tal amplitude. Isso exigiu demorados e metuculosos estudos e um planejamento minucioso. E a própria escolha de CARNEIRO FELIPPE para coordenar os trabalhos preparatórios e dirigir, depois, a execução do empreendimento correspondeu a severo critério de seleção dentre as melhores reservas de que dispunha o País, naquela ocasião. Químico e Físico de real valor, exerceu a cátedra da especialidade nas Escolas Politécnica e Nacional de Química, bem como noutros centros de ensino superior integrantes da Universidade do Brasil. Pertenceu à equipe de cientistas do Instituto Oswaldo Cruz, onde prestou, com o desinteresse que era um dos traços de sua personalidade, assinalados serviços, na qualidade de Chefe do Departamento Físico-Químico do grande e prestigioso centro de pesquisas que tem sido Mangueiras. A todos esses títulos, que faziam do Professor CARNEIRO FELIPPE uma figura de invulgar relevo no cenário científico, deve juntar-se o da Presidência do Conselho Nacional de Pesquisas, que, todavia, não chegou a exercer por ter a respectiva nomeação coincido com a data do seu falecimento.

Nasceu o Professor JOSÉ CARNEIRO FELIPPE em São João Del Rei, a 6 de outubro de 1886. Foram seus pais o Sr. JOSÉ MOREIRA CARNEIRO FELIPPE e sua esposa, a Sra. VIRGÍNIA AUGUSTA DA TRINDADE FELIPPE. Feitos os estudos primários sob a assistência de um tio materno, o Cônego JOÃO BAPTISTA DA TRINDADE, cursou o Ginásio Mineiro, em Barbacena, onde se distinguiu pela pronta inteligência e amor aos livros. Concluído o curso de humanidades, matriculou-se na Escola de Minas de Ouro Preto, diplomando-se em 1914 e havendo sido laureado com prêmio de viagem.

Dedicou os primeiros tempos de sua vida profissional à terra natal, tendo ocupado, em 1916, o cargo de Engenheiro-Chefe das Obras de Saneamento de São João Del Rei. Nessa ocasião, dirigiu os trabalhos de remodelação dos serviços de águas e esgotos locais. Obedecendo aos seus pendores de analista e pesquisador, que em CARNEIRO FELIPPE haveriam de configurar pela vida afora o homem de ciência, foi Diretor, em 1918 e 1919, do Laboratório Químico e Biológico do Estado de Minas Gerais, e, logo em seguida, ingressava como Assistente e, depois, Chefe, no Departamento de Físico-Química do Instituto Oswaldo Cruz.

Passando a residir na Capital Federal, teve CARNEIRO FELIPPE, no laboratório e na cátedra, dividida a sua atividade exclusivamente devotada aos puros interesses da ciência Professor de Química-Física do Curso de Química Industrial, anexo à Escola Politécnica do Rio de Janeiro (1925-1928), Assistente-Técnico de Ensino do Ministério da Educação, onde colaborou, principalmente, no preparo da legislação do ensino do Governo Provisório (1931-1934), Professor de Química-Física na Escola Nacional de Química (1934) e no Curso de Aplicação do Instituto Oswaldo Cruz, onde também lecionou Biometria com aplicação de Estatística Matemática (1920-1937) — CARNEIRO FELIPPE alternava o exercício do magistério com uma infatigável vida de laboratório e gabinete, aprofundando observações, efetuando estudos, pesquisando sempre

Representou o Brasil no II Congresso Sul-Americano de Química, realizado em Buenos Aires, e nas Reuniões Estatísticas de Washington, promovidas, em 1947, pelo Instituto Interamericano de Estatística Foi membro do Conselho Nacional de Educação, da Comissão de Reajustamento do Funcionalismo Público Civil, da Comissão de Estudos da Cidade Universitária e do Conselho Nacional de Pesquisas, para cuja Presidência fôra designado, por ato do Governo, no dia em que faleceu

Pertencia CARNEIRO FELIPPE a grande número de instituições culturais e científicas, no País e no exterior, as quais o acolheram em reconhecimento ao seu saber, nos mais complexos ramos das ciências experimentais Era membro efetivo da Academia Brasileira de Ciências, Academia de Ciências do Brasil, Associação dos Amigos de Portugal, Associação Brasileira de Educação, Associação Química do Brasil, Clube de Engenharia, Instituto Brasileiro de Cultura Internacional, Instituto Interamericano de Estatística, Sociedade Brasileira de Biologia, Sociedade Brasileira de Estatística, Sociedade Brasileira de Química e Fundação Getúlio Vargas; e membro correspondente da Academia Colombiana de Ciências Exatas, Físicas e Naturais, da Associação Química Argentina e do The Institute of Mathematical Statistics (Pittsburg)

Mantendo assídua colaboração sobre assuntos de sua especialidade em revistas e outras publicações de natureza técnica, destacam-se, dentre esses trabalhos, pela importância da contribuição levada ao progresso científico, os seguintes: "Comunicações diversas no C R de la Societé de Biologie de Paris"; "Memórias insertas nos Anais do II Congresso Sul-Americano de Química"; e "Anais do III Congresso Sul-Americano de Química"

O Professor JOSÉ CARNEIRO FELIPPE faleceu no dia 15 de janeiro de 1951

NOÇÕES DE METODOLOGIA

INICIAÇÃO ESTATÍSTICA — AJUSTAMENTO ESTATÍSTICO
(Continuação)

AJUSTAMENTO DA PARÁBOLA DO 2.º GRAU

105 Método das médias — No ajustamento de uma parábola do 2.º grau, cuja equação é da forma

y = a + bx + cx²

teríamos, para os valores efetivos xi e yi da série estatística dada tantas equações similares a

yi = a + bxi + cxi²

quantos os termos dessa série (Ver nº 99 destas notas)

Como a equação da parábola tem três parâmetros, a, b e c, em vez de dois como a da linha reta, teremos de reduzir o conjunto das equações da forma

yi = a + bxi + cxi²

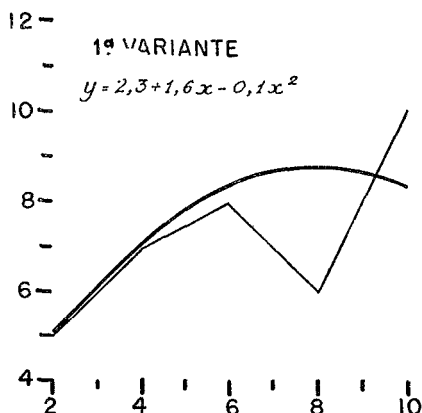
a um sistema de 3 equações:

{ yα = a + bxα + cxα²
yβ = a + bxβ + cxβ²
yγ = a + bxγ + cxγ²

Procedendo como no caso da interpolação da linha reta, teríamos, então, de começar por separar os pares de valores de y e x, da série, em três lotes e calcular as médias dos valores de y, x e x² em cada um dos três lotes. Essas médias dariam os valores yα, xα, xα², yβ, xβ, xβ², yγ, xγ e xγ², contidos nas equações do sistema acima. Para evitar quocientes não exatos, pode-se tomar, em vez das médias, as somas que as determinam antes da divisão pelo número das respectivas parcelas e atribuir ao termo a das equações um coeficiente igual ao número dessas parcelas. O sistema de equações obtido seria equivalente ao formado com as médias, como o ensina a Álgebra, pois apenas teríamos multiplicado ambos os membros de cada uma das equações formadas com as médias por uma mesma quantidade (Ver a seguir a 3ª variante)

106 Ilustração da aplicação do método das médias. — Vamos fazer a ilustração considerando diversas variantes na formação dos lotes

DADOS		CÁLCULO DAS MÉDIAS DOS LOTES			EQUAÇÕES
x	y	x	x ²	y	y = a + bx + cx ²
1ª variante					
2	5	$x\alpha = \frac{2+4}{2} = 3$	$x\alpha^2 = \frac{4+16}{2} = 10$	$y\alpha = \frac{5+7}{2} = 6$	$6 = a + 3b + 10c$
4	7				
6	8				
8	6	$x\beta = 6$	$x\beta^2 = 36$	$y\beta = 8$	$8 = a + 6b + 36c$
10	10				
		$x\gamma = \frac{8+10}{2} = 9$	$x\gamma^2 = \frac{64+100}{2} = 82$	$y\gamma = \frac{6+10}{2} = 8$	$8 = a + 9b + 82c$
2ª variante					
2	5	$x\alpha = \frac{2+4}{2} = 3$	$x\alpha^2 = \frac{4+16}{2} = 10$	$y\alpha = \frac{5+7}{2} = 6$	$6 = a + 3b + 10c$
4	7				
6	8				
8	6	$x\beta = \frac{6+8}{2} = 7$	$x\beta^2 = \frac{36+64}{2} = 50$	$y\beta = \frac{8+6}{2} = 8$	$7 = a + 7b + 50c$
10	10				
		$x\gamma = 10$	$x\gamma^2 = 100$	$y\gamma = 10$	$10 = a + 10b + 100c$
3ª variante					
2	5	$x\alpha = \frac{2+4+6}{3} = \frac{12}{3}$	$x\alpha^2 = \frac{4+16+36}{3} = \frac{56}{3}$	$y\alpha = \frac{5+7+8}{3} = \frac{20}{3}$	$20 = 3a + 12b + 56c$
4	7				
6	8				
8	6	$x\beta = 8$	$x\beta^2 = 64$	$y\beta = 6$	$6 = a + 8b + 64c$
10	10				
		$x\gamma = 10$	$x\gamma^2 = 100$	$y\gamma = 10$	$10 = a + 10b + 100c$



Resolvendo o sistema de equações da 1ª variante:

$$\begin{cases} a + 3b + 10c = 6 \\ a + 6b + 36c = 8 \\ a + 9b + 82c = 8 \end{cases}$$

acha-se:

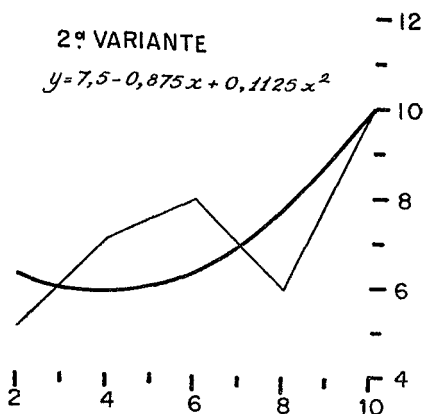
$$a = 2,3; \quad b = 1,6; \quad c = -0,1$$

Logo, a equação da parábola correspondente à 1ª variante é

$$y = 2,3 + 1,6x - 0,1x^2,$$

donde as ordenadas teóricas determinadas abaixo:

$$\begin{aligned} x=2-y &= 2,3 + 1,6 \times 2 - 0,1 \times 4 = 5,1 \\ 4- & 2,3 + 1,6 \times 4 - 0,1 \times 16 = 7,1 \\ 6- & 2,3 + 1,6 \times 6 - 0,1 \times 36 = 8,3 \\ 8- & 2,3 + 1,6 \times 8 - 0,1 \times 64 = 8,7 \\ 10- & 2,3 + 1,6 \times 10 - 0,1 \times 100 = 8,3 \end{aligned}$$



O sistema de equações da 2ª variante

$$\begin{cases} a + 3b + 10c = 6 \\ a + 7b + 50c = 7 \\ a + 10b + 100c = 10 \end{cases}$$

daria

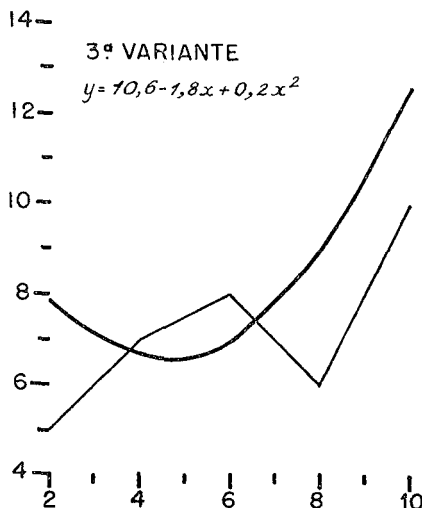
$$a = 7,5; \quad b = -0,875; \quad c = 0,1125$$

Como equação da parábola correspondente teríamos, pois,

$$y = 7,5 - 0,875x + 0,1125x^2,$$

donde o seguinte cálculo de ordenadas teóricas:

$$\begin{aligned} x=2-y &= 7,5 - 0,875 \times 2 + 0,1125 \times 4 = 6,2 \\ 4- & 7,5 - 0,875 \times 4 + 0,1125 \times 16 = 5,8 \\ 6- & 7,5 - 0,875 \times 6 + 0,1125 \times 36 = 6,3 \\ 8- & 7,5 - 0,875 \times 8 + 0,1125 \times 64 = 7,7 \\ 10- & 7,5 - 0,875 \times 10 + 0,1125 \times 100 = 10,0. \end{aligned}$$



Finalmente, pelo sistema de equações da 3ª variante

$$\begin{cases} 3a + 12b + 56c = 20 \\ a + 8b + 64c = 6 \\ a + 10b + 100c = 10, \end{cases}$$

obteríamos

$$a = 10,6; \quad b = -1,8; \quad c = 0,2,$$

o que conduziria à equação da parábola

$$y = 10,6 - 1,8x + 0,2x^2,$$

da qual se deduziriam, como indicado abaixo, as ordenadas teóricas:

$$\begin{aligned} x=2-y &= 10,6 - 1,8 \times 2 + 0,2 \times 4 = 7,8 \\ 4- & 10,6 - 1,8 \times 4 + 0,2 \times 16 = 6,6 \\ 6- & 10,6 - 1,8 \times 6 + 0,2 \times 36 = 7,0 \\ 8- & 10,6 - 1,8 \times 8 + 0,2 \times 64 = 9,0 \\ 10- & 10,6 - 1,8 \times 10 + 0,2 \times 100 = 12,6 \end{aligned}$$

Consideremos, ainda, uma 4ª variante, em que os lotes são formados respectivamente pelo primeiro dos pares de valores, pelo conjunto dos três pares intermediários e pelo último dos pares. Equivale isso a fazer coincidir os valores teóricos e efetivos das ordenadas do primeiro e último pares de valores

O sistema de equações seria então

$$\begin{cases} a + 2b + 4c = 5 \\ 3a + 18b + 116c = 21 \\ a + 10b + 100c = 10, \end{cases}$$

que, resolvido, dá

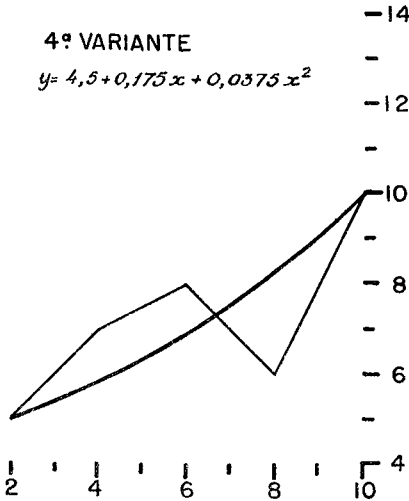
$$a = 4,5; \quad b = 0,175; \quad c = 0,0375$$

A equação da parábola de ajustamento,

$$y = 4,5 + 0,175x + 0,0375x^2,$$

levaria ao cálculo, que segue, das ordenadas teóricas:

$$\begin{aligned} x=2-y=4,5+0,175 \times 2+0,0375 \times 4 &= 5,0 \\ 4- & 4,5+0,175 \times 4+0,0375 \times 16= 5,8 \\ 6- & 4,5+0,175 \times 6+0,0375 \times 36= 6,9 \\ 8- & 4,5+0,175 \times 8+0,0375 \times 64= 8,3 \\ 10- & 4,5+0,175 \times 10+0,0375 \times 100=10,0 \end{aligned}$$



107 Gráfico da parábola ajustada pelo método das médias — Aos valores teóricos das ordenadas y obtidos no número precedente, em cada variante de aplicação do método das médias, correspondem as parábolas traçadas no respectivo gráfico

É interessante notar-se como a escolha dos lotes para formação dos sistemas de equações usados para determinar os parâmetros a , b e c , afeta a forma das parábolas, chegando mesmo a curvatura da parábola da primeira variante a apresentar sentido oposto à das demais. À simples vista, sente-se que a parábola da terceira variante é a menos adequada a representar a série, enquanto que a da quarta é a que mais se aproxima da parábola ajustada pelo método dos mínimos quadrados

É claro que diversidade tão profunda de resultados decorre, no caso, do pequeno número de dados da série que foi tomada para ilustrar, em termos simples, as bases do processo. Não é, portanto, de esperar-se que, nos problemas reais da prática, se chegue a tão marcantes contrastes

108 Método dos mínimos quadrados. — O método consiste em substituir, como no caso da linha reta, um conjunto de n equações (se os dados são em número de n) da forma

$$y_i = a + bx_i + cx_i^2$$

por um sistema de três equações, obtidas como segue:

— a *primeira*, somando, membro a membro tôdas as equações

$$y_i = a + bx_i + cx_i^2,$$

soma que se costuma representar simbolicamente

$$[y_i] = na + b[x_i] + c[x_i^2];$$

— a *segunda*, multiplicando cada uma das equações

$$y_i = a + bx_i + cx_i^2$$

pelo respectivo valor de x , x_i , e somando, membro a membro, tôdas as equações resultantes,

$$y_i x_i = ax_i + bx_i^2 + cx_i^3,$$

soma representada usualmente na seguinte forma simbólica:

$$[y_i x_i] = a[x_i] + b[x_i^2] + c[x_i^3];$$

— a *terceira*, finalmente, multiplicando cada uma das equações do passo precedente

$$y_i x_i = ax_i + bx_i^2 + cx_i^3$$

novamente pelo respectivo valor de x , x_i , e somando, membro a membro, tôdas as equações obtidas

$$y_i x_i^2 = ax_i^2 + bx_i^3 + cx_i^4,$$

soma representada simbolicamente por

$$[y_i x_i^2] = a[x_i^2] + b[x_i^3] + c[x_i^4].$$

Os parâmetros a , b e c são, então, determinados resolvendo o sistema de três equações

$$\begin{cases} [y_i] = na + b[x_i] + c[x_i^2] \\ [y_i x_i] = a[x_i] + b[x_i^2] + c[x_i^3] \\ [y_i x_i^2] = a[x_i^2] + b[x_i^3] + c[x_i^4] \end{cases}$$

no qual a , b e c são as incógnitas, e os demais elementos, quantidades conhecidas, assim obtidos:

$$[y_i] = \text{soma dos valores de } y \text{ na série dada;}$$

$$[x_i] = \text{soma dos valores de } x \text{ na série dada;}$$

$$[y_i x_i] = \text{soma dos produtos de cada valor de } y \text{ na série dada pelo valor de } x \text{ a que corresponde;}$$

$$[x_i^2], [x_i^3], [x_i^4] = \text{soma dos quadrados, dos cubos, e das quartas potências dos valores de } x \text{ na série dada;}$$

$$[y_i x_i^2] = \text{soma dos produtos de cada valor de } y \text{ na série dada pelo quadrado do valor de } x \text{ a que corresponde.}$$

As equações do sistema acima adquirem forma simplificada quando os valores x_i de x se apresentam, dois a dois, *numéricamente iguais* e de *sinais contrários*, ou são tornados

tais, mediante artifício freqüentemente aplicável na prática. Em tal caso, com efeito, a soma das potências ímpares de x_i é nula, isto é:

$$[x_i] = 0 \quad \text{e} \quad [x_i^3] = 0$$

reduzindo-se o sistema ao seguinte:

$$\begin{cases} [y_i] = na + c[x_i^2] \\ [y_i x_i] = b[x_i^2] \\ [y_i x_i^2] = a[x_i^3] + c[x_i^4] \end{cases}$$

109 Ilustração de aplicação do método dos mínimos quadrados — A tabela abaixo ilustra a forma prática de aplicar o método dos mínimos quadrados:

DADOS		CÁLCULO DOS ELEMENTOS DAS EQUAÇÕES					
x	y	x ²	yx	x ³	yx ²	x ⁴	
2	5	4	10	8	20	16	
4	7	16	28	64	112	256	
6	8	36	48	216	288	1 296	
8	6	64	48	512	384	4 096	
10	10	100	100	1 000	1 000	10 000	
30	36	220	234	1 800	1 804	15 664	
$[x_i]$	$[y_i]$	$[x_i^2]$	$[y_i x_i]$	$[x_i^3]$	$[y_i x_i^2]$	$[x_i^4]$	

O sistema de equações correspondente aos elementos acima será:

$$\begin{cases} 36 = 5a + 30b + 220c \\ 234 = 30a + 220b + 1 800c \\ 1 804 = 220a + 1 800b + 15 664c \end{cases}$$

Podemos simplificar as equações dividindo a segunda delas por 2 e a terceira por 4, obtendo o sistema equivalente

$$\begin{cases} 5a + 30b + 220c = 36 \\ 15a + 110b + 900c = 117 \\ 55a + 450b + 3 916c = 451 \end{cases}$$

Para resolver o sistema pelo método de redução ao mesmo coeficiente, combinemos, por subtração, a primeira equação, depois de multiplicada respectivamente por 3 e por 11, para igualar os coeficientes de a , com cada uma das duas outras. Vem:

$$\begin{cases} 15a + 90b + 660c = 108 \\ 15a + 110b + 900c = 117 \end{cases}$$

$$20b + 240c = 9$$

$$\begin{cases} 55a + 330b + 2 420c = 396 \\ 55a + 450b + 3 916c = 451 \end{cases}$$

$$120b + 1 496c = 55$$

Podemos agora determinar c , combinando as duas últimas equações obtidas por subtração, após multiplicar a primeira por 6 para igualar os coeficientes de b . Vem:

$$\begin{cases} 120b + 1 440c = 54 \\ 120b + 1 496c = 55 \end{cases}$$

$$56c = 1$$

Donde:

$$c = \frac{1}{56} = 0,02,$$

e, usando as demais equações, da forma que parecia mais cômoda:

$$b = \frac{9 - 240c}{20} = \frac{9 - 240 \times 0,02}{20} =$$

$$= \frac{9 - 4,8}{20} = \frac{4,2}{20} = 0,21$$

$$a = \frac{36 - 30b - 220c}{5} =$$

$$= \frac{36 - 30 \times 0,21 - 220 \times 0,02}{5} =$$

$$= \frac{36 - 6,3 - 4,4}{5} = \frac{36 - 10,7}{5} = \frac{25,3}{5} = 5,06$$

A equação da parábola de ajustamento será pois:

$$y = 5,06 + 0,21x + 0,02x^2$$

O trabalho se simplifica se, em vez dos valores de x dados, tomarmos os valores correspondentes às diferenças $x_\delta = x - 6$, como se vê pelo quadro abaixo, que ilustra o que se afirmara a respeito

VALORES		CÁLCULO DOS ELEMENTOS DAS EQUAÇÕES					
$x_\delta = x - 6$	y	x_δ^2	yx_δ	x_δ^3	yx_δ^2	x_δ^4	
-4	5	16	-20	-64	80	256	
-2	7	4	-14	-8	28	16	
0	8	0	0	0	0	0	
+2	6	4	+12	+8	24	16	
+4	10	16	+40	+64	160	256	
0	36	40	18	0	292	544	
$[x_i]$	$[y_i]$	$[x_i^2]$	$[y_i x_i]$	$[x_i^3]$	$[y_i x_i^2]$	$[x_i^4]$	

Donde o sistema de equações:

$$\begin{cases} 36 = 5a + 40c \\ 18 = 40b \\ 292 = 40a + 544c \end{cases}$$

Da segunda equação tira-se imediatamente:

$$b = \frac{18}{40} = 0,45$$

Para determinar a e c , combinemos por subtração as duas outras equações, depois de multiplicar a primeira por 8 para igualar os coeficientes de a . Vem:

$$\begin{cases} 288 = 40a + 320c \\ 292 = 40a + 544c \end{cases}$$

$$4 = 224c$$

Donde:

$$c = \frac{4}{224} = 0,02$$

Quanto ao parâmetro a , basta tirar o seu valor da equação

$$36 = 5a + 40c,$$

que dá:

$$a = \frac{36-40c}{5} = \frac{36-40 \times 0,02}{5} =$$

$$= \frac{36-0,8}{5} = \frac{35,2}{5} = 7,04.$$

A equação da parábola, em função de x_δ seria então:

$$y = 7,04 + 0,45 x_\delta + 0,02 x_\delta^2.$$

Para exprimi-la em função da variável original x , basta substituir nela x_δ por $x-6$, obtendo assim:

$$y = 7,04 + 0,45(x-6) + 0,02(x-6)^2 =$$

$$= 7,04 + 0,45x - 2,7 + 0,02(x^2 - 12x + 36) =$$

$$= 7,04 + 0,45x - 2,7 + 0,02x^2 - 0,24x + 0,72 =$$

$$= 5,06 + 0,21x + 0,02x^2,$$

a qual coincide com a equação obtida pela marcha não simplificada

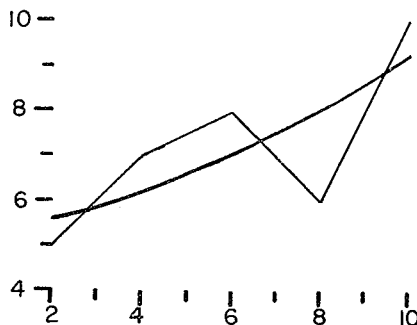
110 Gráfico da parábola ajustada pelo método dos mínimos quadrados. — Para construí-lo, temos de calcular os valores teó-

ricos de y correspondentes aos valores dados de x , mediante a equação de ajustamento

$$y = 5,06 + 0,21x + 0,02x^2.$$

A fim de facilitar o desenho, são calculados abaixo, além das ordenadas correspondentes aos valores dados de x , as dos pontos intermediários, o que se poderia também ter feito na aplicação do método das médias

$$\begin{array}{l} x=2 \rightarrow y=5,06+0,21 \times 2+0,02 \times 4=5,56 \\ 3 \rightarrow 5,06+0,21 \times 3+0,02 \times 9=5,87 \\ 4 \rightarrow 5,06+0,21 \times 4+0,02 \times 16=6,22 \\ 5 \rightarrow 5,06+0,21 \times 5+0,02 \times 25=6,61 \\ 6 \rightarrow 5,06+0,21 \times 6+0,02 \times 36=7,04 \\ 7 \rightarrow 5,06+0,21 \times 7+0,02 \times 49=7,51 \\ 8 \rightarrow 5,06+0,21 \times 8+0,02 \times 64=8,02 \\ 9 \rightarrow 5,06+0,21 \times 9+0,02 \times 81=8,57 \\ 10 \rightarrow 5,06+0,21 \times 10+0,02 \times 100=9,16 \end{array}$$



Ajustamento pelo método dos Mínimos Quadrados

O. ALEXANDER DE MORAES

INTRODUÇÃO À MATEMÁTICA

Estudo da Natureza do Conhecimento Matemático

EM todos os jogos a que está presente um matemático, as contagens finais dos participantes lhe são apresentadas para fins de totalização. É possível que esta incumbência lhe traga embaraços, pois talvez não se lhe tenha oferecido oportu-

nidade para somar grandes séries de números. Isso traduz, no entanto, o conceito que faz do matemático a maioria das pessoas: simples "máquina de calcular". A verdade, porém, é que muitos matemáticos de fama internacional têm menos ensino de manipular números do que uma dona de casa, que lança mão deles apenas no contido da economia doméstica. Muitos são os matemáticos que se atrapalham nos cálculos mais elementares. Daí, as divertidas histórias que a respeito se contam e cuja principal personagem é um matemático em dificuldades para resolver uma operação de câmbio. Como o calculista, pode o físico, em muitas ocasiões, aplicar no seu trabalho os processos matemáticos, sem contudo ser forte nessa matéria. O mesmo se pode dizer do geômetra ou do aglimensor. A matemática — compreenda-se definitivamente — é algo muito mais fundamental do que as suas aplicações. Os próprios dicionários contribuem para a errônea concepção popular, definindo-a: ciência dos números e do espaço.

BERTRAND RUSSEL designou-a como a "classe de todas as proposições do tipo: de p in-

ferir-se q "¹. Parece razoável, pois, definir da seguinte maneira um sistema de matemática: uma série de axiomas combinada com um sistema de lógica. E a matemática seria então considerada com a totalidade dos sistemas matemáticos. Pôsto que, na essência,

esta classificação seja idêntica à do filósofo e pensador inglês, afigura-se mais aceitável nesta pequena obra. O método matemático de análise é o exemplo mais freqüente de como se opera aquela combinação.

Dia a dia, torna-se mais importante nas ciências o método matemático. Pelo que se sabe, ninguém proclamou melhor esta verdade do que G. C. EVANS, conceituado economista, quando afirmou: "A sistematização de uma ciência teórica, como poderemos denominá-la, para distingui-la de uma ciência natural ou aplicada, é um processo a que, afinal, se subordina o desenvolvimento de qualquer assunto. É evidente que alguns setores do conhecimento ainda não se podem submeter a semelhante processo, que é antes o resultado de uma liberdade espiritual de sugerir hipóteses e definições do que simples reconhecimento de fatos. Quando, porém, aliamos ao senso da hipótese e ao da definição algo do raciocínio dedutivo, chegamos ao

método característico de construção e análise, o qual, em suma, vem a ser o método matemático. Pouco importa seja ele útil à matemática, ou deixe de o ser em determinado estudo ou investigação. O fato é que nos vemos

O PRESENTE trabalho, editado em 1941, pela Universidade de Novo México, E. U., é de autoria do Professor CARROL V. NEWSOM, ex-componente do corpo docente daquela Universidade, do "Oberlin College", de Ohio, e atual "Assistant Commissioner for Higher Education", na Universidade de Nova York. Seu objetivo, ao escrever a Introdução à Matemática, que, por gentileza dos editores é aqui apresentada em tradução do Estatístico MOACYR SANTA LÚZIA GONÇALVES, vem claramente exposto em nota preliminar, que a seguir se transcreve:

"Há vários anos o autor vem realizando, perante os estudantes da Universidade de Novo México, palestras e conferências sobre a natureza da Matemática, das quais bom número foi dedicado a algumas classes de participantes, pois acreditam inúmeros profissionais ser possível inculcar um pouco de pensamento matemático antes de se fazer a ampla compreensão do alcance desta ciência. Cursos superiores de caráter suplementar têm-se ministrado aos estudantes mais avançados, com a esperança de que apreciem muitos dos problemas de fronteira pelo método de espírito criador. De fato, parece que seria bem recebida uma curta monografia sobre a natureza da Matemática. Para quem visa a adquirir conhecimentos mais profundos, existem livros excelentes, infelizmente em número reduzido e vazados em linguagem pouco acessível, que, não raro, dificulta ao estudioso a compreensão de muitos conceitos. Justifica-se, assim, este pequeno trabalho, que tem por objetivo apresentar fácil introdução ao moderno pensamento matemático, sem recorrer absolutamente às importantes extensões que no momento ocupam a atenção dos sábios.

Em grau apreciável, constitui obra do arbítrio — cumpre não esquecer — o limite entre o que se pensa ser Matemática e o que se presume não ser Matemática. Por isso não estão de acordo todos os matemáticos. Uns preferem ser chamados de "matemáticos puros", outros, de "matemáticos aplicados". O mais puro dos "matemáticos puros" não se entrega a trabalhos de laboratório, e suas meditações fazem tanta injeção aos modernos filósofos, que estes já hoje se dedicam aos estudos matemáticos. Por outro lado, o extremista entre os "matemáticos aplicados" fica entendido quando expõe uma teoria. Ele quer uma fórmula, e deseja saber quando e como deve da sua empregada. Se tal exposição parece um tanto "pura", é unicamente porque o autor imagina que tal ou tal aproximação é a mais certa, ao invés de apreciar os fatos do ponto de vista prático. Naturalmente, não se pode esperar que os partidários deste ponto de vista compreendam ou apreciem as divagações dos matemáticos teóricos. Além disso, podem filósofos e psicologistas assumir uma atitude de crítica ante as tendências da moderna Matemática. A verdade é que muitos críticos e pensadores de renome entreferem na matemática moderna poderoso meio de integração científica. A moderna filosofia matemática, não se pode negar, é perfilhada com entusiasmo por eminentes pensadores da época.

Freqüentemente se ouve dizer que a Matemática é estática. Nada mais errôneo. Durante muito tempo foi ela, acima de tudo, uma arte estática. As suas possibilidades criadoras não eram ainda conhecidas; mas do ponto de vista do desenvolvimento, vivemos no período mais importante da sua história. Merece de notáveis deduções matemáticas, grandes progressos ocorrem no campo da Física. E' possível que esta breve monografia indique ao matemático não profissional algumas oportunidades para estudo. Pelo menos, lá-lo-á reconhecer que é bem longo o caminho percorrido, a partir de quando se erigia, nas escolas da infância, a memorização dos temas da geometria.

Não se pode, em trabalho como este, dar crédito a todas as idéias. Umas são originais, muitas talvez não o sejam. O autor reconhece, todavia, sua grande dívida para com o Professor R. L. WHEAT, da Universidade de Michigan, cujas introduções magistrais, sob os títulos Analysis Situs e Topology, muito têm contribuído para estimular os estudiosos.

¹ RUSSEL: *Principles of Mathematics*, vol. I, pág. 1.

forçados a empregar o método matemático, que é condição de futuros progressos”²

LAPICQUE, em recente artigo, faz interessantes observações relativas ao uso dêste método em fisiologia Segundo êle, “antigamente, em período não muito remoto da história da humanidade, digamos há um século, quase tudo era mistério no terreno da fisiologia, e o corpo vivo, um autêntico enigma” MARGENDIE certa vez dizia: “Eu criava pelas redondezas como um apanhador de papel, e, a cada passo, encontrava algo interessante para meter na minha cesta” Esta declaração causou espanto ao mestre DASTRE, que costumava dizer: “Quando a gente não sabe o que está procurando, não sabe o que vai encontrar” Para êle, o ideal da pesquisa fisiológica seria partir de uma teoria que explicasse certo fenômeno conhecido, porém não compreendido (são comuns na fisiologia fenômenos dessa natureza), e a seguir determinar, ainda pela meditação, o experimento capaz de provar, ou não, a teoria Pela manhã, entrava-se num laboratório, e, à tarde do mesmo dia, o assunto estava resolvido Estas duas tendências cada uma na sua forma divertidamente exagerada, caracterizam bem o temperamento dos naturalistas e o dos físicos À medida que a fisiologia se desenvolve, tornam-se mais raras as descobertas para o “apanhador de papel”, ao mesmo tempo que se impõe, pouco a pouco, o método idealizado por DASTRE³

Um sistema de matemática, conforme demonstram as duas citações anteriores, tem a sua origem na técnica dos postulados; e para indicar que é nos postulados, antes de tudo, que assenta o método matemático, é êste frequentemente chamado método dos postulados ou axiomas Por conseguinte, parece razoável considerar logo o primeiro componente de um sistema de matemática, a saber, a série de axiomas A propósito, deve lembrar-se que o moderno matemático não distingue mais entre postulados e axiomas Palavras como axioma, postulado e suposição constituem vocábulos quase sempre sinônimos na terminologia matemática

É notável que tenha sido ARISTÓTELES o primeiro a preocupar-se mais detidamente com a natureza dos axiomas Deve-se admitir, entretanto, que os seus estudos fôsem influenciados, em grau apreciável, pela obra anterior de PLATÃO Para o lógico, é ARISTÓTELES o pai da ciência dedutiva O seu original sistema de lógica, não há dúvida, êle o compôs com elementos tirados da matemática; mas os matemáticos têm sido inclinados a ignorar a sua importante contribuição para o estudo dos axiomas e da lógica Em 1904, HEIBERG fez excelente resumo dos excertos matemáticos do mestre grego, os quais fazem crer já

tivesse êste bem avançada concepção sobre a natureza fundamental do conhecimento matemático Apesar disso, um historiador omitiu inteiramente, em recente tratado sobre a história da matemática, o nome do grande precursor da ciência moderna

Um trecho da sua “Posterior Analytics” bem merece aqui citação mui especial Depois de afirmar que toda ciência demonstrativa parte de princípios necessários, diz o Mestre:

“Por primeiros princípios, em cada gênero, entendo aqueles cuja verdade não pode ser provada: o que é indicado pelos primeiros termos e seus derivados não passa de suposição A existência, porém, do que é por êles indicado, precisa ser suposta quanto aos princípios, mas provada quanto ao resto Assim, o que é unidade, o que é linha reta, ou o que é triângulo têm de ser suposições, como igualmente o tem a existência da unidade de grandeza O resto, entretanto, necessário é que seja provado Das premissas usadas nas ciências demonstrativas, umas são peculiares a cada ciência, outras comuns a todas, e comuns por analogia, pois evidentemente são úteis até ao ponto em que se aplicam à matéria de um setor particular do conhecimento Exemplos de primeiros princípios peculiares a uma ciência nos vêm das suposições de que uma linha se reveste de tais e tais características, como a linha reta; enquanto que um princípio comum é, por exemplo, o que estabelece: partes iguais subtraídas de partes iguais deixam restos iguais Basta, porém, que todo princípio comum seja verdadeiro, quando se tem em vista o gênero particular (matéria), pois (em geometria) o efeito será o mesmo, ainda que o princípio comum seja tido como verdadeiro, não com referência a todas as cousas, mas às grandezas e, em aritmética, aos números

Agora, as coisas peculiares à ciência e cuja existência tem de ser suposta, são aquelas em relação às quais a ciência investiga os atributos essenciais: a aritmética, com relação às unidades, e a geometria, com referência aos pontos e linhas Com estas coisas supõe-se que semelhantes atributos existem e que são de tal e tal natureza Pois toda ciência demonstrativa compreende: (1) as coisas que se supõe existirem, ou sejam, os gêneros (matéria) em cada caso, cujas propriedades essenciais a ciência investiga; (2) os chamados axiomas comuns, fontes primárias da demonstração; e (3) as propriedades relativamente às quais tudo o que é suposto vem a ser o significado dos respectivos termos empregados”

O mais célebre de todos os sistemas matemáticos surgiu depois de ARISTÓTELES, e foi organizado por EUCLIDES, primeiro professor de Matemática na famosa Universidade de Alexandria O seu período de atividade está fixado mais ou menos em 300 anos antes de Cristo Virtualmente, nada se sabe de tão falado geometria É de crer tenha sido grego, e não egípcio O certo, porém, é que pode ser considerado, e deve sê-lo, o primeiro grande sistematizador da matemática A sua obra monumental, “Os

² EVANS: *Mathematical Introduction to Economics*, pág 113

³ L LAPICQUE: *L'orientation actuelle de la Physiologie*, em *L'orientation actuelle des sciences*, Paris, 1930

⁴ *Mathematisches Zu Aristoteles in Abhandlungen zur Geschichte der mathematik Wissenschaften* (“A Matemática no Tempo de ARISTÓTELES” no *Manual de História do Conhecimento Matemático*), págs 1-49

Elementos", em treze volumes, é muitíssimo conhecida e encerra, praticamente, todos os princípios expostos nos modernos tratados de geometria plana e no espaço (livros 1, 3, 4, 6, 11 e 12). Que são originais os conceitos e idéias ali contidos é coisa ainda muito discutível, pois é sabido que existiu, antes, o célebre tratado escrito por TEUDRIS DE MAGNÉSIA. Além disso, é bem provável que EUCLIDES se deixasse influenciar pelas idéias de vários discípulos de ARISTÓTELES e PLATÃO. A verdade, entretanto, é que a sistematização conseguida pelo notável mestre da geometria constituiu um marco na história do pensamento matemático, embora os seus axiomas e definições já não satisfizessem aos rigores da ciência moderna.

O Livro 1 de "Os Elementos" começa com trinta e três definições e passa depois aos axiomas, que são classificados em postulados e "noções comuns". As noções comuns são precisamente aquelas que ARISTÓTELES dizia serem comuns a todas as ciências, e que hoje correspondem aos axiomas da lógica. Exemplo da série de cinco noções comuns é dado pela primeira, que afirma: "Coisas que são iguais a outra coisa são também iguais entre si". Os cinco postulados são axiomas peculiares ao estudo particular em que se achava interessado EUCLIDES. Dentre eles, é mais digno de nota o quinto postulado, "usualmente conhecido como o da paralela: "Se uma linha reta, caindo sobre duas linhas retas, formar ângulos interiores do mesmo lado menores do que dois ângulos retos, as duas linhas retas, prolongadas indefinidamente, encontrar-se-ão no lado onde se acham os ângulos menores do que dois ângulos retos". Não se sabe ao certo que ponto de vista se dispunha EUCLIDES a defender quanto aos seus axiomas. Todavia, T. L. HEATH, considerado a maior autoridade moderna em história da Matemática no período grego, é de opinião que se poderia imaginar o antigo mestre dizendo: "Além das noções comuns, existem em pequeno número outras coisas que tenho de admitir sem comprovação, mas que diferem daquelas noções pelo fato de não serem evidentes por si mesmas. O discípulo pode estar, ou não, disposto a aceitá-las, porém, é levado a concordar com elas, em virtude da autoridade superior do mestre, e a convencer-se da verdade no decorrer da investigação que se segue".

Segundo D. E. SMITH, surgiram mais de mil edições de "Os Elementos" a partir de 1482, quando apareceu a primeira, além dos manuscritos que nos 1800 anos anteriores dominaram todo o ensino da geometria. Daí sei EUCLIDES, para muitos matemáticos, antes um documento do que propriamente um homem. O caráter sagrado da geometria constitui um dos aspectos originais da história da matemática. Pelo menos na aparência, os matemáticos achavam impossível, com semelhante "background" de axiomas, conceber outra geometria ou um diferente sistema de matemática. Houve, de fato, alguma discordância do postulado da paralela; mesmo antes, porém, da época de EUCLIDES, o conceito de paralelas, ao que se sabe, já ocasionava discussões e tra-

dicionais controvérsias. Parece que não existia, da parte dos matemáticos, nenhum interesse em abolir de fato o postulado. Alguns insistiam na divertida tarefa de o demonstrar, recorrendo aos demais axiomas do sistema, ao passo que outros, baseados em argumentos diversos, procuravam negá-lo.

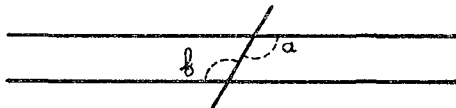
Na primeira parte do século dezanove é que está o segundo importante marco na história do pensamento matemático. A era de BOLYAI e LOBACHEVSKY significou realmente o alvorecer da moderna matemática. A sua geometria não euclidiana constituiu a primeira e decisiva reação contra o arraigado sistema de EUCLIDES. É verdade que os fundamentos da nova ciência já haviam sido lançados por SACCHERI, GAUSS e outros; quando, porém, aos vinte e um anos de idade, BOLYAI escreveu ao seu pai dizendo "tirei do nada um novo universo" foi que teve início outro período na história da Matemática.

A única diferença apreciável entre a geometria de EUCLIDES e a de BOLYAI e LOBACHEVSKY é a substituição do postulado da paralela, a que chegaram os dois últimos sábios por mera curiosidade e espírito recreativo, tentando verificar a que teoremas daria lugar semelhante substituição. Claro que disto só poderia resultar uma estranha geometria, na qual, todavia, se mantiveram os teoremas de EUCLIDES que eram independentes do seu quinto postulado. Outros teoremas da velha geometria foram substituídos por conclusões surpreendentes, como a de que num plano, ao invés de uma linha, é possível passar, por um

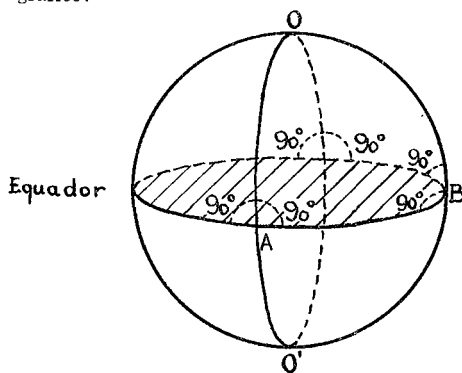
Aplicando à esfera o conceito de linhas paralelas, os supracitados matemáticos abalaram os alicerces da antiga geometria euclidiana, erigida sobre o conceito de plano absoluto e naturalmente influenciada pela idéia — outrora dominante — de que a terra era um imenso disco.

Tome-se, como exemplo, a própria terra, mas com a forma que hoje lhe atribui a moderna astronomia — a da esfera. Num plano (o do equador), por um ponto (o polo), dado fora desse plano, é possível passar uma infinidade de linhas paralelas.

Que são linhas paralelas? Aquelas que, intercentadas por uma terceira, formam ângulos opostos iguais:



Tendo isto em conta, passe-se ao exemplo gráfico:



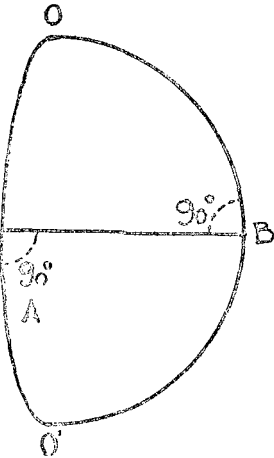
⁵ Heath, "The Thirteen Books of Euclid's Elements" vol I, pág 124

ponto dado fora de determinada linha, duas linhas paralelas a esta linha; e a de que se podia passar um número infinito de linhas pelo mesmo ponto situado no ângulo entre as duas primeiras linhas, e de tal modo, que nenhuma daquelas linhas inteceptasse a linha dada

No ano de 1854, em Goettingen, RIEMANN demonstrou mais uma geometria Substituindo, também, por outra suposição o postulado da paralela, chegou a uma geometria em que todas as linhas eram de comprimento limitado, e a soma dos ângulos de um triângulo, maior do que dois ângulos retos⁷

Ao principiante parecem estranhas e provavelmente ridículas semelhantes conclusões Para o matemático, nada obstante, os resultados foram de extrema relevância Pouco a pouco, tornou-se velhaia, exceto em algumas

Destacando-se a figura formada pelas linhas $O A O'$ e $O B O'$, tem-se, mais ou menos:



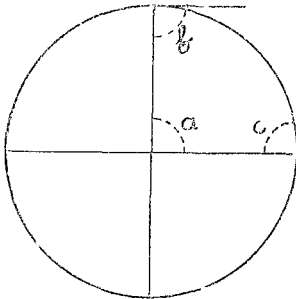
As duas linhas $O A O'$ e $O B O'$, interceptadas por uma terceira (a do equador), formam ângulos opostos iguais, mas encontram-se nos polos. Ruiu o velho postulado:

"duas linhas paralelas são aquelas que não se encontram, por mais que se prolonguem ou que só se encontram no infinito"

Se, de um lado, prevalece uma verdade — a de que duas linhas são paralelas quando interceptadas por uma terceira formam ângulos opostos iguais — de outro, ficou provado que, na esfera, as linhas paralelas vão encontrar-se em um ponto.

(Nota do Tradutor)

⁷ Desviando também para a esfera o seu pensamento geométrico, RIEMANN demonstrou que é igual a 270° a soma dos ângulos internos de um triângulo, e não a 180° . De fato, é o que se pode notar num triângulo formado pelas duas secções perpendiculares de uma esfera



escolas de altos estudos, o pressuposto de que precisam ser "verdades evidentes" os axiomas de qualquer sistema de matemática Não é mais necessário que os postulados e teoremas se enquadrem neste ou naquele conceito de verdade Alguns axiomas podem parecer verdadeiros, outros, falsos, enquanto alguns são indeterminados pelo fato de não se revestirem dos atributos de verdade ou falsidade Sem embargo, o conjunto é aceito como sistema matemático, se foi logicamente consistente Com efeito, a consistência, e não a verdade, é que interessa ao pensamento matemático Embora existam propriedades características de boa série de axiomas (o assunto será discutido mais adiante), não constituem eles, em grande parte, senão pontos de partida meramente arbitrários

Em data recente, o serviço gráfico da Universidade de Harvard iniciou a publicação de dez volumes da Coletânea de CHARLES SANDERS PEIRCE, famoso professor de lógica naquela Universidade São tão claras e concisas algumas das suas exposições a respeito do papel dos axiomas no pensamento matemático, que merecem reproduzidas:

"Toda ciência tem o seu aspecto matemático, um ramo de atividade em que se faz mistear a atuação de um matemático Dizemos: "Aqui, matemático, suponha tratar-se de tal e tal caso Não que lhe deva importar se de fato é ou não; mas supondo-se que é, diga-nos: qual será a consequência?" (Vol I, pág 54)

"A tarefa do matemático é estabelecer uma hipótese arbitrária, a qual deve ser perfeitamente clara no ponto de partida, pelo menos, no que diz respeito aos aspectos sobre os quais se pode aplicar a raciocínio matemático, e a seguir deduzir desta hipótese as consequências necessárias, o que se pode fazer com o raciocínio diagramático" (Vol I, pág 241)

"A matemática não é instrumento de observações exteriores nem, tampouco, afirma qualquer coisa como fato real Quando o matemático lida com fatos, estes se tornam, para ele, meras hipóteses; pois ele se recusa a interessar-se pela verdade de tais fatos" (Vol 3, pág 270)

"Acho que o único papel do matemático é tirar conclusões de supostas premissas, nos casos em que a dificuldade justifique a interferência a um especialista" (Vol 4, pág 10)

$$a = 90^\circ$$

$$b = 90^\circ$$

$$c = 90^\circ$$

logo,

$$a + b + c = 90^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 270^\circ$$

(Nota do Tradutor)

"A matemática é o estudo do que é verdadeiro nas situações hipotéticas das coisas. Esta é a sua essência e a sua definição" (Vol 4, pág. 193)

Durante o século passado exigiram-se padrões cada vez mais elevados da técnica dos postulados. É provável que tenha sido originado com PEANO, em 1889, o estudo sistemático do problema. Importantes contribuições nos Estados Unidos foram as de E. H. MOORE e seus continuadores; também na primeira parte do século vinte surgiram contribuições de valor. A obra de maior repercussão veio a ser, entretanto, o curso de conferências sobre a geometria euclidiana, ministrado por HILBERT na Universidade de Goettingen num semestre de 1898/99 e posteriormente publicado. Entre nós, apareceram duas edições de uma tradução feita por TOWNSEND. A maior falha de EUCLIDES é o fato de empregar, com frequência, uma suposição que não está claramente exposta no começo da sua obra original. Sem dúvida, crítica idêntica se pode fazer a um estudante de curso superior que empreender a demonstração dos seus teoremas geométricos. Tais dificuldades, como outras na geometria de EUCLIDES, foram cuidadosamente encaradas por HILBERT. Ele provou não se contradizerem os axiomas, que eram classificados em cinco grupos. Investigou também se qualquer axioma podia ser tido como teorema e demonstrado como uma consequência dos axiomas restantes. Neste particular, os seus estudos foram mais notáveis, embora E. H. MOORE provasse depois que cada um dos axiomas era uma consequência lógica dos outros.

Acentuou-se nos últimos anos uma tendência original para o desenvolvimento de novos sistemas matemáticos. Virtualmente, cada sistema de matemática requer nova série de axiomas; e, uma vez que a série de axiomas em grande parte é arbitrária, parece-nos facilmente compreensível um aspecto da recente engenhosidade matemática. Para esclarecer-se melhor sobre essa moderna tendência da matemática pode o leitor recorrer ao "Foundation of Point Set Theory", de MOORE,⁸ há pouco publicado.

Muitas peculiaridades da moderna matemática, possivelmente estranhas e absurdas para o novato, podem ser compreendidas, quando se leva em conta o papel capaz de ser atribuído a uma série de axiomas. Frequentemente se pergunta ao matemático: "Como podem existir tantas espécies diferentes de espaço?" ou "Como pode haver mais de três dimensões?" E' necessário frisar mais uma vez que o matemático não se interessa pela realidade no sentido usual do termo. Por conseguinte, ele pode ter qualquer espécie de teoria sobre espaço ou dimensão apenas estabelecendo apropriada série de axiomas.

Naturalmente, é difícil para o matemático limitar a sua atenção aos sistemas matemáticos do tipo tradicional. Além disso, a moderna definição da matemática não exige que os sistemas matemáticos fiquem restritos a

palavras de sentido amplo, como linha, espaço ou número. A obra de BRIDGEMAN sobre os fundamentos da física está sendo observada com interesse considerável. Incidentalmente, é ele um dos críticos mais sutis de alguns sistemas matemáticos. Todavia, com exceção de pouquíssimos cientistas, os matemáticos são os únicos que percebem as vantagens oferecidas pela consideração da técnica dos postulados.

Eles acreditam que numa ciência indutiva existem sempre algumas suposições fundamentais que determinam o curso da ação em tais domínios. Essas suposições vêm a ser axiomas no sentido matemático. Em muitos exemplos, nenhuma pessoa devidamente informada se daria ao cuidado de arguir sobre a verdade ou falsidade de semelhantes suposições. A única justificativa em seu favor é que têm aceitação unânime dos mestres. Os axiomas mudam, de época para época, e podem ser a causa, em alguns setores do conhecimento, tanto de uma intensa atividade como — quem sabe? — de um período de estagnação. E' fora de dúvida que não pode haver ciência dedutiva sem a existência de axiomas, que são o ponto de partida. Em qualquer ciência, dedutiva ou indutiva, parece condição essencial de progresso o reconhecimento das suposições fundamentais.

Como ilustração do tipo de axiomas empregados nas ciências naturais, destaca-se o chamado princípio de causa e efeito. Na sua recente obra, HEISENBERG deu considerável atenção a este axioma. Pôsto lhe tenha sido inegável a eficácia no progresso da ciência, constituiu o seu uso continuado evidente obstáculo a futuras conquistas. Há várias décadas PEIRCE antevia esta possibilidade, segundo se depreende destas suas palavras: "Dos axiomas metafísicos, o primeiro a ir para a tumba dos credos extintos há de ser a proposição segundo a qual tudo o que acontece neste universo é determinado por uma causa, em obediência a uma lei inviolável." A ciência precisa ater-se ao fato de que tem sido discutida a consistência deste axioma. Se um acontecimento, arbitrariamente chamado efeito, é observado sem a causa correspondente, a curiosidade é imediatamente satisfeita, pois novas palavras podem ser inventadas para ocultar a ignorância. O interessante é que tais palavras não podem ser definidas ou explicadas senão em termos do fato apontado como efeito. Gravidade é um exemplo.

A quem não pode admitir ciência sem o axioma de causa e efeito não seria difícil lembrar que existem muitas possibilidades de ser este axioma substituído ou suplementado por outros axiomas. Inúmeros matemáticos estão interessados num axioma que estabeleça ser a probabilidade o vínculo entre causa e efeito. Por conseguinte, o atual axioma seria apenas um caso especial do novo axioma em que o vínculo estivesse 100%. Nessas condições, a ciência se tornaria mais interessada nas situações em que certo fato ocorresse como resultado de certa causa 85% ou talvez 15% das vezes. Sem dúvida, muitos setores do conhecimento viriam a ser estimulados, porquanto podem estar hoje restritos a situações que envolvam 100% o elo probabilidade. O atual

⁸ "American Mathematical Society Colloquium Publications", vol. 13

axioma de causa e efeito requer um axioma suplementar que diga respeito à simplicidade última do universo. A muitos parece mais desejável um axioma que, ao contrário, reconheça a sua complexidade última. Nesse caso, torna-se mais peremptório um axioma como o que envolve o elo probabilidade. Como segunda alternativa, lembre-se a sugestão de KARL PEARSON em "The Grammar of Science", onde se lê: "Sempre que uma seqüência de percepções D, E, F, G é invariavelmente precedida pela percepção C, C considera-se causa de D, E, F, G, então havidas como efeitos. Nenhum fenômeno ou estágio de seqüência tem somente uma causa: todos os estágios anteriores são causas sucessivas, e, como a ciência não tem nenhuma razão para inferir uma causa primeira, a sucessão de causas deve retroagir até ao limite do conhecimento existente." Como suplemento do presente axioma, poder-se-ia tolerar certo grau de espontaneidade por parte da natureza. Esta sugestão certamente mudaria de cor o semblante do tradicionalista dogmático.

Os matemáticos encontram-se muito interessados na controvérsia filosófica entre os idealistas ou subjetivistas e os realistas. Sem dúvida, é responsável por muitos axiomas correntes, usados sem o devido exame, a consideração do vínculo entre a experiência mental de um indivíduo e a possível realidade exterior, fonte provável dessa experiência. Admite-se axiomáticamente que as experiências mentais entre várias pessoas não variam sob as mesmas condições de estímulo. Todavia, como de modo tão hábil se expressou J. S. TURNER, "se as existências fundamentais divergissem nas diferentes pessoas, ninguém tomaria conhecimento do fato, pois nenhuma contradição surgiria na troca de idéias. Assim, se um objeto que me dá a sensação do vermelho, produz noutra pessoa, digamos, a do amarelo, mas que essa pessoa chama de vermelho, não percebemos em que são diferentes as nossas sensações. Mais ainda: se a memória e as idéias fundamentais variassem de modo idêntico na mesma pessoa, esta não poderia notar qualquer possível inconsistência."⁹ HANS DRIESCH assinalou que é uma hipótese extremamente útil a da existência de uma realidade exterior. Todavia, tornam-se necessárias certas suposições suplementares no tocante a tal realidade. Na sua opinião, estas suposições vêm a ser as seguintes: "O real, como tecnicamente o chama, é racional, isto é, são válidos também para ele os conceitos e proposições mais gerais de natureza imperativa que aplicamos à semelhança (isto é, ao "nosso mundo"). Por exemplo, uma propriedade do real a que chamamos A não é, enquanto for esta propriedade, também algo diferente de A; e duas propriedades do real, mais duas propriedades suplementares, são quatro propriedades reais; e assim por diante."¹⁰ Podiam citar-se muitos axiomas idênticos, de uso comum, porém raramente expostos com clareza. Os poucos aqui mencionados entretanto, servem de

realce à importância das considerações axiomáticas.

Os matemáticos têm ido mais longe no exame de certos aspectos fundamentais dos axiomas, a cuja linguagem, neste estudo, ainda não se deu a necessária atenção, a despeito de, tecnicamente, reconhecer-se-lhe a elevada importância, numa discussão desta natureza. E' que aos matemáticos parecem de valor secundário algumas partes do discurso como, "verbi gratia", os artigos e as conjunções, que eles consideram requintes literários e retóricos. Nem tudo, porém, que se relaciona a pontos de linguagem é havido por despidendo pelos matemáticos. O que principalmente lhes desagrada é o palavrorio ôco do dicionário. Um dicionário definirá a palavra A em termos da palavra B. A palavra B será definida em termos da palavra C, etc. Poder-se-á notar, à prima vista, que uma palavra na seqüência será definida em termos da palavra A. Daí, ser a palavra A, por fim, definida em termos da palavra A. Semelhante processo se justifica, sem dúvida, para fins de dicionário, uma vez que existe a esperança de que alhures, na seqüência de palavras, se encontrará uma que tenha sentido para o leitor. Assim, a palavra A pode ser interpretada. Não é desejável na matemática semelhante círculo vicioso. De fato, os matemáticos têm chegado à conclusão de que devem ser deixados sem definição certos vocábulos fundamentais. Isto pode significar uma desventura, mas, ao que parece, não há outra saída. Neste particular, a dificuldade está menos na matemática do que em outros ramos do pensamento, talvez porque o significado último seja tirado de um sistema matemático puro. Considera-se desejável, em qualquer sistema de matemática, reduzir a um mínimo o número de vocábulos sem definição. A propósito, muito estudo já se fez. Verificou-se, por exemplo, que na geometria euclidiana é possível reduzir a três o número de termos sem definição. Em outras palavras, podem-se definir todos os outros termos necessários, partindo de um grupo de vocábulos não definidos: ponto, linha, congruente. Uma série alternada de vocábulos que dá igual resultado é o grupo: ponto, entre, congruente. Por certo, se não estão definidos alguns vocábulos fundamentais, deduz-se que se acham idênticamente falhos de qualquer significado fundamental os vocábulos definidos em termos daqueles vocábulos. Por isso não é de admirar que BERTRAND RUSSEL dissesse: "A Matemática é o ramo de conhecimentos em que raramente se sabe de que se fala ou se é verdade o que se diz."

O conceito de definição tem, entretanto, como já se disse o seu lugar na matemática. Quando parece desejável estender o vocabulário além dos vocábulos primitivos, vocábulos novos podem ser introduzidos. Todavia, estes vocábulos têm de ser definidos em termos daqueles. O que constitui ainda motivo para controvérsia é a maneira como estabelecer, por meio da definição, a relação entre as novas palavras e as palavras não definidas. O acréscimo de novas palavras ao vocabulário de um sistema de matemática faz-se de modo mais

⁹ TURNER, "Mathematical Logic", "Collegiate Press", Ames, Iowa.

¹⁰ HANS DRIESCH, "Man and the Universe", pág. 52.

interessante Sempre que um sistema não promete ulteriores ampliações e que o estudioso se haja esgotado em pesquisas para manter-se em boa forma na sua especialização, a inserção de nova palavra lhe dará algo novo a manejar Ele poderá provar um número considerável de novos teoremas a respeito do vocábulo novo

Importa não considerar apenas a linguagem de um axioma, pois é igualmente digna de interesse a forma de semelhante exposição primeira Por consenso geral, a forma é a de uma proposição lógica, ou seja, um juízo em que se afirma ou nega alguma coisa de um objeto Contudo, surge ao mesmo tempo uma dificuldade O juízo "dois pontos determinam uma linha", é axioma um tanto comum em geometria Aparentemente, envolve uma afirmação Deve-se lembrar, porém, que "ponto" e "linha" são vocábulos não definidos, motivo pelo qual não têm significação O geômetra pode imaginar um pingo para o seu ponto e um fino traço para a sua linha, o que o levará a inclinar-se numa aprovação, quando o axioma foi mencionado A outra pessoa pode ocorrer a ponta de um alfinete e a lista de um tecido Neste caso, o juízo pode ecoar de modo muito ridículo Cada um tem o direito de interpretar à sua maneira os vocábulos empregados O fato é que semelhante juízo, como o axioma supracitado, pode ser falso ou verdadeiro, conforme o sentido atribuído às palavras sem definição Como está, entretanto, não podemos dizer se é falso ou verdadeiro, uma vez que os vocábulos não têm conteúdo Por isso, o juízo não é uma proposição de fato: trata-se antes de algo apenas sob a forma de proposição O princípio em matemática pode ser consideravelmente prejudicado pela falta de conteúdo nas palavras, muitas das quais, empregadas pelos entendidos, já possuem determinados sentidos para certas pessoas Talvez para essas seja conveniente substituir os vocábulos por símbolos de um novo tipo Por exemplo, um axioma comum podia resumir-se em $x \text{ é } y$ Trata-se — percebe-se logo — de uma sentença sob a forma de proposição, mas ninguém é levado a atribuir-lhe qualquer das propriedades do falso ou do verdadeiro

Refletindo sobre o juízo $x \text{ é } y$, o matemático lembra-se logo do conceito de função em matemática Ainda que objetasse o entendido na teoria das funções, pode-se afirmar que a variável é função de uma ou mais variáveis, se a primeira variável ou variável dependente se encontra em dependência das outras variáveis ou variáveis independentes De tal modo que, dadas as variáveis independentes, seja possível determinar a variável dependente

Pode-se observar, por isso, que um axioma estabelecido da maneira usual tem a forma de uma proposição e as características de uma função matemática Daí, dizer-se que o axioma é função proposicional típica FREGE empregou funções proposicionais nos seus trabalhos; porém a BERTRAND RUSSEL é que se deve o legítimo desenvolvimento da idéia Talvez fôsse oportuno transcrever o que disse ele com referência à função proposicional: "Uma função proposicional é apenas uma expressão

que contém um elemento indeterminado ou vários elementos indeterminados, e que se transforma numa proposição logo que são determinados os elementos indeterminados Se eu digo ' x é um homem' ou ' n é um número', eis uma função proposicional"¹¹

Pode-se notar, entretanto, que os axiomas não são as únicas funções proposicionais de um sistema de matemática Os juízos, que são logicamente deduzidos dos axiomas, vêm a ser também, por necessidade, funções proposicionais

Os matemáticos acreditam que é muito importante o conceito de função proposicional Constitui quase motivo de estianheza o fato de ser tão recente esta suposição Talvez sejam na realidade funções proposicionais muitas das chamadas proposições C J KEYSER emitiu interessante opinião ao afirmar: "O fato explica satisfatoriamente as intermináveis controvérsias entre os homens Pois, o que pode ser uma fonte mais prolífica de controvérsias prejudiciais do que funções proposicionais emitidas como proposições e tidas pela humanidade como proposições e com isto consideradas verdadeiras ou falsas, embora na realidade não sejam nem uma nem outra coisa?"¹²

Até aqui a discussão se limitou aos axiomas individuais e suas propriedades Os matemáticos foram ainda mais longe, e têm estabelecido certo número de requisitos referentes a todo o grupo de axiomas que formam o "background" de um sistema de matemática Tais requisitos vêm a ser consistência, independência e categoria Caso o leitor pretenda ultrapassar os limites do presente estudo, veja a introdução encontrada na conferência n.º 5 dos "Conceitos Fundamentais de Álgebra e Geometria", de YOUNG

Numa série de axiomas matemáticos, simples é a noção de consistência, se encarado o assunto de modo superficial Se, entretanto, alguém se propõe estudar a questão seriamente, perceberá que não existe problema mais abstrato ou mais difícil Além disso, é preciso saber que alguns dos maiores pensadores matemáticos da época meditaram profundamente sobre esse problema

Quando não é possível deduzirem-se teoremas contraditórios de uma série de axiomas, pode dizer-se que é consistente E' claro que se dos axiomas decorrem teoremas contraditórios, deve haver contradição nos próprios axiomas Este conceito não seria particularmente difícil, se não fôsse o fato de a matemática empregar certo número de termos técnicos, que provavelmente precisam de restrições Isto é útilmente apreciado pelo matemático, à medida que estuda os modernos paradoxos da lógica Um típico podia ser interessante

E' possível que seja o paradoxo de RUSSEL o mais simples e conhecido Ele considera a palavra "classe" um dos termos originários da lógica Todavia, pode ser havido como sinô-

¹¹ RUSSEL, "Philosophy of Logical Atomism" em *The Monist*, 1919

¹² KEYSER, *Mathematics and the Question of the Cosmic Mind*, pág. 7

nimo das palavras: grupo ou agregado. Cumpre, entretanto, não levar isto à conta de definição. O paradoxo diz respeito, então, ao que será conhecido como classe comum. Qualquer classe é considerada como tal, desde que não esteja contida em si mesma como elemento. Cite-se, por exemplo, o vocábulo "francês", que representa uma classe comum, visto que a classe de todos os vocábulos indicados por "francês" não contém o vocábulo "francês". O vocábulo "inglês" não é comum, visto que está contido na classe dos vocábulos indicados por "inglês". O problema consiste, então, em considerar a classe C de todas as classes comuns. É tal classe comum ou não? Refletindo-se um pouco, observar-se-á que qualquer espécie de suposição levará à contradição. Em outras palavras, é impossível dizer se a Classe C é ou não comum. É realmente muito incômodo semelhante estado de coisas, no qual os matemáticos e lógicos não chegam a acôrdo. O problema envolve a noção matemática de infinito. Pode ser que semelhante concepção tenha de sofrer restrições, e que o vocábulo "classe" precise ser limitado. Basta dizer que a idéia de contadição não é tão simples como à primeira vista parece.

HILBERT e seus continuadores vêm tentando, há vários anos, provar a consistência da matemática pura, considerada no seu conjunto. O esforço acarreta a confusão de tremendos sistemas simbólicos, e muita gente acha que são pouco prováveis os resultados positivos. O desânimo é inevitável, e os matemáticos em geral se acham perturbados pela recente descoberta de K. GÖDEL, de Viena. Há dois anos, GÖDEL fez conferências em conhecida instituição americana, o Instituto de Altos Estudos ("Institute for Advance Study"). As suas palestras ali impressionaram pela precisão e profundidade de pensamento. Até agora não houve nenhuma refutação às suas idéias. Ele provou, parece, que uma contradição definida pode ser deduzida de qualquer prova destinada a evidenciar a impossibilidade de contradição na matemática, isto é, que levará à inconsistência qualquer tentativa para provar a consistência da matemática. Esta conclusão não é importante somente para a matemática, senão para toda a ciência.

Admitindo-se até que não existe um processo muito rigoroso para verificar a consistência de uma série de axiomas, qualquer matemático se esmera na defesa da série que porventura haja inventado. O método comum é assegurar ao sistema uma representação concreta, em que se dê conteúdo aos termos sem definição e que satisfaça a todos os axiomas. Se, então, o matemático puder imaginar uma situação real ou ideal (existe alguma diferença?) em que todos os axiomas forem representados de modo não contraditório, deduzirá que não há no sistema nenhuma contradição. Dedução que se terá como certa, se se considerar que, se fôsse possível qualquer contradição no sistema matemático de origem, se observaria contradição correspondente na representação material ou ideal. Tais considerações não são fáceis, e é motivo de estranheza que andem os matemáticos compe-

tindo com os filósofos no terreno das abstrações, a ponto de se dizer que também eles se encontram no "mundo da lua". Cumprir acentuar que a incapacidade para descobrir uma representação concreta, na qual todos os axiomas sejam contemplados, não quer dizer exista inconsistência na série de axiomas em consideração. Pode indicar apenas falta de habilidade ou boa sorte da parte do investigador. Todavia, se é encontrada semelhante representação, concluiu-se que a série é consistente. Estes conceitos se nos mostram mais evidentes ao submeter-se a prova de consistência uma série atual de axiomas. Quando muito simples, a série de axiomas é a empregada na fixação da ordem simples. Haja vista:

1 Se a e b não são os mesmos elementos; de C , então ou a é menor do que b ou b é menor do que a .

2 Se a é menor do que b , então a e b não são os mesmos elementos de C .

3 Se a é menor do que b , e b é menor do que c , então a é menor do que c .

Nesta série de axiomas, aparecem vários termos sem definição, ou sejam, as letras a , b , C , c , e a expressão "é menor do que". É possível que a expressão "não são os mesmos" pareça ter a mesma propriedade, mas apenas indica falta de identidade. O conceito de identidade pertence aos lógicos, e os matemáticos evitam cuidadosamente qualquer intromissão em tais domínios. Supõe-se que tenham conhecimentos intuitivos de semelhantes conceitos, como resultado dos seus contactos ou falta de contactos com os lógicos. Para a necessária representação concreta deste sistema, seja C uma longa enumeração de pessoas, na qual as letras minúsculas vêm a ser componentes individuais. A expressão "menor do que" pode ser interpretada como "estando em algum lugar em frente de". Ver-se-á logo que semelhante representação satisfaz a todos os axiomas. Reportando-se ao que se disse antes, o fato demonstra a consistência da série.

O conceito de independência, quando aplicado a uma série de axiomas, é um tanto mais simples do que a noção de consistência. Uma série de axiomas é independente quando nenhum deles é deduzido logicamente dos outros. Às vezes, a independência é tida como propriedade estática, pois o matemático apreciará muito mais uma série de axiomas se souber que estes foram reduzidos a um mínimo absoluto. Isto não ocorreria se um dos axiomas pudesse ser provado como a consequência lógica dos outros e por isso classificado como teorema, ao invés de o ser como axioma. Todavia, cumpre esclarecer que a independência não é, numa série de axiomas, atributo absolutamente necessário. R. L. WILDER provou que um dos axiomas originais de MOORE, base da sua "Point Set Theory", podia ser deduzido dos outros, fato que nem de leve lhe prejudica o valor da obra.

A verificação satisfatória da independência dos axiomas requer igualmente uma representação material ou ideal. Desta vez, porém, deve-se procurar uma representação que satisfaça a todos os axiomas, exceto a um. Se tal representação puder ser encontrada, demons-

trará que este axioma não se pode deduzir dos outros. Outro exemplo pode tornar mais claro o argumento. Se na série de axiomas, dada anteriormente para a ordem simples, *C* for interpretado como a coleção de todos os seres humanos a partir de certa época, as letras minúsculas forem empregadas para significar os indivíduos, e a expressão "é menor do que" for interpretada como "é um ascendente de", observar-se-á logo que os axiomas (2) e (3) se enquadram na representação, sem que o mesmo aconteça com o axioma (1). Por conseguinte, o axioma (1) não pode ser deduzido dos outros dois, pois, se isto fosse exequível seria ele igualmente verdadeiro para todas as situações em que se enquadram os dois últimos axiomas, e ainda há pouco se observou um caso em que isto não se verifica. Com um pouco de reflexão, as representações podem decidir a respeito do que demonstrará a independência dos outros dois axiomas. Sem dúvida, em séries mais complicadas de axiomas é muito grande a dificuldade em aplicar o princípio ora considerado. Usualmente, o pesquisador é levado a uma representação ideal e não a uma representação material, o que não é nada recomendável. Num quadro ideal, o "intuitivo" tem um papel muito importante. Por certo, como foi indicado antes, o intuitivo pode desempenhar papel muito mais importante, no chamado quadro material, do que aquele que comumente se lhe confere. Esta opinião justificaria tão somente o grande interesse dos matemáticos modernos pela filosofia idealista ou subjetivista. Estudo mais minucioso do assunto encontrá-lo-á o leitor na recente obra *Mind and Nature*, de HERMANN WEYL, cuja influência é notória no âmbito matemático do Instituto de Altos Estudos.

O conceito de categoria é muito mais difícil de analisar do que as duas propriedades anteriores de uma boa série de axiomas. O juízo matemático de categoria acha-se estreitamente ligado ao conceito lógico, e quem estiver familiarizado com o princípio na lógica, nenhuma dificuldade terá em compreender o conceito idêntico na matemática.

Embora superficial, admite-se que ao principiante possa afigurar-se de compreensão difícil, discussão como esta: WILDER está inclinado a relacionar a discussão de categoria com a consideração do que pode ser chamado perfeição de uma série de axiomas. Este conceito de perfeição assemelha-se fundamentalmente à noção aceita de categoria, e os dois conceitos podem ser idênticos. De fato, no sentido em que é empregada aqui, a palavra *perfeição* é usualmente substituída pelo vocábulo *categoria*. Diz então WILDER: "Uma série de axiomas é categórica se pode responder, na base da série, a todas as perguntas expressas em termos dos vocábulos sem definição. Assim, uma série categórica de axiomas para a geometria plana deve ser perfeita a fim de que se possa responder, tendo-os por base, à totalidade das perguntas sobre geometria plana." Presentemente, não há, na geometria plana, questões que digam respeito a propriedades como cor. Por isso, não é preciso que nos axiomas esteja compreendido o que é necessário

para responder a perguntas sobre tais questões.

A definição geralmente aceita de categoria está baseada no interessantíssimo conceito de isomorfismo. Antes de tudo, é indispensável dizer, portanto, o que é isomorfismo. Universo é qualquer coleção de coisas que satisfazem a determinada série de axiomas, após a conveniente particularização dos termos não definidos. Suponhamos, então, que existam dois universos satisfazendo à mesma série de axiomas. Admitamos, além disso, que existe, entre os indivíduos dos dois universos, uma correspondência tal, que qualquer exposição verdadeira, quanto ao primeiro universo, será igualmente verdadeira em relação ao segundo, sempre que os indivíduos nela implicados forem substituídos pelos indivíduos correspondentes do segundo universo. Como suposição suplementar, admita-se que o mesmo aconteça no sentido contrário. Então se diz que, em relação à série de axiomas, são isomorfos os dois universos. Claro que pode haver grande número de universos isomorfos com referência à mesma série de axiomas. Estes universos, num sentido, podem ser tidos como constitutivos essenciais do mesmo universo, posto existam diferenças superficiais na sua linguagem.

Pode dizer-se agora que uma série de axiomas é categórica quando são isomorfos os dois universos que a satisfazem. Todos estes universos podem ser considerados na mesma categoria. A prova de categoria não se discutirá aqui nos seus pormenores. Convém, nada obstante, se diga que o problema acarreta, por certo, o estabelecimento do isomorfismo de dois universos que satisfaçam aos axiomas. Isto se consegue por meio de representação material, que é então empregada para estabelecer o isomorfismo de quaisquer outros dois universos.

Evidentemente, se os universos fossem considerados aos pares, a tarefa se tornaria duvidosa. Por isso, o processo comum acarreta a consideração de universos gerais.

Não se enquadra nos limites deste breve estudo a apreciação do "background" de um sistema particular de matemática. É possível, no entanto, que o estudo até aqui feito proporcione ao leitor alguma impressão da esmerada pesquisa dos matemáticos a respeito das séries de axiomas. Tais séries, que formam os fundamentos de sistemas matemáticos bem conhecidos, como aritmética, álgebra e geometria, têm fornecido elementos para muito estudo e controvérsia. O aspecto desastoso do problema é que mesmo aos estudantes dos cursos secundários não se tem dado muita oportunidade para verem a natureza atual do pensamento matemático e um pouco do "background" axiomático da parte matemática que podem estar estudando. Não é exagero dizer que tais considerações, para os iniciantes, precisam ter caráter elementar e apresentar-se extemes de rigor científico. Estes fatos não justificam a tendência, que se nota em muitos professores, de ignorar completamente a técnica axiomática.

Como para o método axiomático em geral, nada poderia sintetizar melhor o problema do que a opinião de um dos perso-

nagens do *South Wind*, de DOUGLAS: "quanto mais velho fico mais compreendo que tudo depende do que um homem postula. O resto é apenas questão de método"

* * *

A lógica é o segundo componente de um sistema de matemática. Não se pretende fazer aqui completa exposição sobre os princípios deste antigo setor do conhecimento humano. Todavia, há certos aspectos tão intimamente ligados às considerações de natureza matemática, que devem ser mencionados mesmo em estudo como este.

Foi no sexto século antes de Cristo que PITÁGORAS anteviu "a necessidade humana de uma clara concepção de prova, a respeito da qual chegassem a acôrdo todos os mortais". ARISTÓTELES, porém, foi quem primeiro se pronunciou sobre certos princípios que, na sua opinião, constituem a rigor o "background" do pensamento. E, como são hoje usualmente apresentados:

1 $A \text{ é } A$ (Princípio de identidade)

2 Uma coisa não pode ser e, ao mesmo tempo, deixar de ser A (Princípio de contradição)

Os dois últimos são de compreensão um tanto difícil, que se torna clara comparativamente, mercê de um artifício interpretativo, empregado pela maior parte dos matemáticos e por inúmeros lógicos. Ao invés de pensar em termos de conceito abstrato, como uma propriedade que vários objetos, de per si, podem ter, é comum ao matemático pensar em termos da classe de objetos que possuem tal propriedade. Por exemplo: se diante de um matemático alguém se referisse à cor vermelha, era provável que ele não pensasse na abstração indicada pelo vermelho, mas, acima de tudo, na classe de todos os objetos vermelhos. E' isto mais ou menos o que se quer dizer quando se afirma que o matemático pensa nas relações lógicas, antes em extensão do que em intensidade. Além disso, como o lógico, o matemático considera arbitrariamente o produto de duas classes como nova classe composta dos membros comuns às duas classes. Também a soma de duas classes é tida como a nova classe composta dos membros que pertencem a uma ou a outra, ou a ambas as classes dadas. Assim, pois, se o sinal menos fôr empregado para indicar negação, o símbolo 1 para indicar a classe de todos os objetos (tudo), e o símbolo 0 para indicar a classe zero (nada), os dois últimos princípios aristotélicos assumem a seguinte forma:

2 $a + \neg a = 1$ (Princípio do terceiro excluído).

3 $a \times \neg a = 0$ (Princípio de contradição)

A lógica tradicional diz respeito quase exclusivamente às relações entre os termos. O problema consiste em tirar uma conclusão quanto ao que deve ser ou não pode ser verdadeiro de tais relações. Os princípios acima apresentados, juntamente com as regras do silogismo, vêm a ser os meios para uma decisão.

Além disso, é preciso compreender que um vasto sistema de lógica tem sido erigido

com base em princípios referentes a certas idéias consideradas fundamentais. Vocábulo como classe, tudo, negação, "ou — ou", etc., são cuidadosamente guardados pelos homens da ciência dedutiva, como se constituíssem propriedade exclusiva da lógica. Os princípios básicos, em que estão contidas essas idéias, são universais no sentido em que não pertencem, na sua aplicação, a qualquer ciência ou disciplina. Às vezes, é um tanto difícil ao matemático saber, ao certo, porque passaram, ao domínio exclusivo da lógica, vocábulos e princípios que teriam mais utilidade no campo da matemática. Os matemáticos, assim como outros cientistas, têm cobijado aspectos que, por tradição, se enquadram em outros domínios da ciência.

Vem merecendo interesse dos matemáticos o fato de serem elementos não definidos os vocábulos primitivos da lógica, e de serem axiomas, no sentido matemático, os seus chamados princípios fundamentais. Realmente, a estrutura conhecida como lógica, erigida sobre fundamentos axiomáticos, assemelha-se por certo a qualquer estrutura matemática. A Álgebra de BOOLEAN vai-se tornando cada vez mais popular, e semelhante sistema de lógica, elvado de uma linguagem simbólica e construído sobre bases axiomáticas, é num relance compreendido por qualquer matemático. Incidentalmente, pode-se observar, a bem do principiante, que a Álgebra de BOOLEAN é definitivamente aristotélica no seu caráter, e que são conclusões típicas os dois últimos princípios da lógica aristotélica apresentados em forma simbólica.

Se, então, os chamados princípios, que são os fundamentos da lógica tradicional, não passam de simples axiomas, não surpreende que haja numa tendência para os modificar ou talvez substituir totalmente sob várias circunstâncias. E' possível que se esteja já aproximando a época em que o tipo de lógica será determinado pela natureza do problema a ser estudado, precisamente como o matemático ora investiga a espécie adequada ao problema em consideração. KORZYBSKY tem sido confundido na sua análise do princípio de identidade e, aparentemente, sente que é injustificado o uso universal desse princípio. De modo idêntico, BROUWER tem desafiado o emprego universal do princípio do terceiro excluído. Cumpre admitir que a lógica tradicional se fundamenta na filosofia de um universo determinado e é muito duvidoso se tal espécie de doutrina é aplicável onde quer que seja. Inegavelmente, há perguntas a que se não pode responder com um irrestrito "sim" ou um irrestrito "não". As respostas a inúmeras dessas perguntas acham-se muito além das possibilidades humanas. Diria alguém: "Mesmo, porém, no caso de tais perguntas, existe uma resposta adequada?" Ou deve ser reservado, no universo, um lugar para a indeterminação, e processar-se de acôrdo com este ponto de vista o desenvolvimento da lógica? E' interessante notar que, virtualmente, toda a raça humana depende essencialmente do mesmo sistema de lógica. Todavia, revelou-se que a consistência não é um componente essencial na lógica de alguns aborígenes.

Principia Mathematica, a obra monumental de RUSSEL e WHITEHEAD, contribuiu de maneira notável para o estudo da natureza atual da lógica e de outras espécies de lógica além do sistema tradicional de ARISTÓTELES. Pouca gente algum dia se deu à leitura dos três formidáveis tomos que constituem essa obra. Basta a forma para deter qualquer pessoa não muito erudita, uma vez que é empregada a linguagem simbólica originalmente desenvolvida por PEANO. O ponto de interesse imediato é o fato de não ser nada aristotélico o cálculo das proposições apresentado no *Principia Mathematica*. Diferem radicalmente dos conceitos usuais as interpretações técnicas da inferência e da identidade. Não obstante, as deduções são conseguidas tão prontamente como através dos métodos tradicionais, que nenhuma aplicação encontram no *Principia*.

E' possível desenvolver o sistema de lógica empregado no *Principia* utilizando-se um método de matrizes. Para quem está acostumado ao uso de quadros, será de aplicação fácil o artifício. Se é conhecida a verdade ou falsidade de cada uma das duas proposições, a natureza de uma relação particular entre as duas proposições pode ser determinada, referindo-se a um quadro que é chamado matriz. A natureza das outras relações pode ser determinada em seguida, tendo-se em vista o ponto de contacto dessas relações com a relação considerada fundamental. Ampliando este esquema, LUKASIEWICZ constituiu sistemas de lógica onde as proposições não têm necessariamente uma ou outra das duas possibilidades verdadeiras, "verdade" e "não verdade", mas em que podem ter um número qualquer de possibilidades. TARSKI andou contribuindo com ulteriores desenvolvimentos de tais sistemas.

Esses desenvolvimentos levaram C. I. LEWIS a emitir a seguinte declaração:

1 Não existem "princípios de lógica" que possam ser atribuídos ao universo ou à razão humana, à moda tradicional. Os ordinariamente chamados "princípios de lógica" não passam de juízos explicativos ou analíticos do alcance de certos conceitos, como verdade e falsidade, negação, "ou — ou", inferência, consistência, etc. considerados básicos.

Um "sistema de lógica" nada mais é do que um conveniente agrupamento de tais conceitos, juntamente com os princípios deles originados, mercê de uma análise.

2 Há um número ilimitado de possíveis sistemas de lógica, cada um tal que qualquer dos seus princípios é verdadeiro e aplicável à dedução. Estes sistemas vêm a ser alternativas no sentido em que os conceitos e princípios pertencentes a um não podem geralmente ser introduzidos em outro por causa das diferenças fundamentais de categoria.¹³

Para o matemático, são de grande importância esses resultados. Enquanto por algumas décadas se tem observado ser variável o componente axiomático da matemática, a tarefa do matemático está agora considerável-

mente realçada pela verificação de que é também variável o componente lógico. O matemático já não pode encarar como fixa e predeterminada a sua lógica; antes, as suas conclusões são relativas ao tipo de lógica empregada, bem como ao sistema de axiomas em causa. Disse uma vez C. S. PEIRCE: "A lógica é a ciência das conclusões, a matemática é a ciência das conclusões necessárias." Disto se deduz que a matemática tinha uma tarefa, e a lógica, uma atividade particular. Contudo, é intolerável a contínua separação entre os dois campos.

Dia a dia, mais precisam os matemáticos saber o que se passa no terreno da lógica. E' difícil vencer tradições seculares e assumir uma atitude de crítica perante a lógica, mas é necessário fazê-lo. E' possível que a repercussão das idéias de BROUWER entre os matemáticos se deva, em parte, ao fato de insistir este cientista numa urgente reconstrução da lógica através da matemática.

Ainda não se pronunciou, no entanto, a última palavra sobre as relações entre a lógica e a matemática. Muitos estudiosos não concordariam com a tese fundamental da discussão, a saber, que a matemática é a resultante dos dois componentes já examinados. Há quem pense que a lógica não é senão a subdivisão de um campo mais vasto chamado matemática. Entre os argumentos, citam o fato de se assemelharem, apenas, aos tipos muito simples de sistemas matemáticos, os sistemas de lógica estabelecidos em linguagens simbólicas. Por outro lado, há também estudiosos afirmando peremptoriamente que a lógica é uma ciência geral, de que a matemática é simples ramo. Este último argumento desperta interesse bastante para exigir uma atenção especial.

E' conhecida como escola logicista a de matemáticos que acreditam ser possível, por fim, reduzir a matemática a conceitos lógicos. PEANO é usualmente considerado precursor desta escola, em virtude da sua obra notável, *Formulaire*. Como antes se disse, os partidários da escola logicista empregam uma linguagem simbólica, sobremodo complexa, tal como o foi a introduzida por PEANO. Dentre os pioneiros, mencione-se também FREGE, cuja obra não era apreciada até quando chamou a atenção de BERTRAND RUSSEL. Todavia, o ponto culminante foi atingido com o *Principia Mathematica*, de RUSSEL e WHITEHEAD, anteriormente referido. Esta obra monumental procura demonstrar a doutrina da escola, ou seja, que toda a matemática pura pode ser reduzida à lógica. Observe-se que o tratado em apêço foi escrito antes de introduzir-se a noção matemática de número transfinito, de tanta importância. Por isso há, no presente, sistemas de matemática ainda não reivindicados pela lógica. Não obstante, é difícil atacar os pontos de vista dos autores do *Principia* com referência a sistemas matemáticos puros como aritmética e suas extensões. E' de fácil compreensão o método empregado para se tirar matemática de conceitos puramente lógicos. Como se observou antes, há conceitos que têm sido reservados ao lógico. Entre eles não se encontram as noções de

¹³ LEWIS, "Alternative Systems of Logic" em *The Monist*, 1932, pág. 483.

número, de zero, ou das várias operações matemáticas como adição ou multiplicação. Sômente conceitos como classe, negação, "ou — ou", etc são permitidos ao lógico. Com espantosa ingenuidade, porém, os conceitos matemáticos elementares foram definidos em termos dos conceitos lógicos admitidos. Foi então possível usar a obra de DEDKIND para a do conceito elementar de número (os números inteiros) à noção de fracionais. Por fim, todos os princípios necessários da aritmética foram deduzidos. Evidentemente, o trabalho é uma obra-prima de beleza lógica. Em anos recentes, mais objeções têm sido feitas aos vários artifícios empregados no *Principia*, e a obra não é tida em conceito tão elevado como antes.

Outros vêm observando com olho crítico o estudo da natureza do conhecimento matemático. O nome de BROUWER já foi objeto de debates. Ele advertiu que a estrutura simbólica, usualmente identificada com a matemática, é apenas o disfarce de algo muito mais fundamental no sentido de uma estrutura mental. Quando — acentuou — os matemáticos elaboram o acompanhamento simbólico do pensamento, sem levar na devida conta o próprio pensamento, há confusão de idéias. Ele afirma, de modo muito definitivo, que existe algo suscetível de chamar-se "intuição" fundamental e que deve servir sempre de orientação para o comportamento matemático.

As idéias contidas nesse trabalho são essencialmente as de um formalista. A chamada escola formal do pensamento reconhece a liderança de DAVID HILBERT — como antes se frisou. HILBERT tem encontrado dificuldades, o que não impede sejam as suas idéias, acima de tudo, as mesmas da maioria dos matemáticos americanos. Os sistemas matemáticos despertam o interesse do formalista em virtude das propriedades estruturais que entram em consideração. Os símbolos em si não têm sentido e carecem de significação, exceto quando se estabelece uma relação entre eles e outros símbolos. Alguns sistemas matemáticos podem acaietar, aparentemente, o estudo de situações de todo diferentes, embora possam existir idênticas propriedades estruturais básicas. Em outros casos, a disseminação das estruturas fundamentais pode constituir o ponto de interesse. Isto nos leva, neste trabalho, à próxima e breve seção relacionada com a aplicação dos sistemas matemáticos ao estudo do mundo físico ou natural em que vivemos.

Como já foi observado, qualquer sistema de matemática é um acabouço que tem forma, sem, no entanto, possuir conteúdo. Este só é dado a semelhante estrutura, atribuindo-se um sentido a cada vocábulo sem definição. A tarefa do matemático aplicado consistirá, pois, em procurar uma estrutura matemática especial, apoiada num fundamento axiomático adequado à situação ou aplicação particular, em causa, uma vez que se atribua justo significado às palavras não definidas. Às vezes, é conveniente atribuir a uma estrutura matemática a natureza de uma norma que se sobrepõe a um grupo de fenômenos físicos ou naturais. Claro que parecia aconselhá-

vel dispor-se de muitas normas, e isto é precisamente o que ocorre ao matemático moderno, à medida que ele vai inventando estruturas matemáticas. Talvez muitas das normas matemáticas jamais virão a ser empregadas, mas o certo é que podiam ser utilizadas muitas ora inexistentes. Alguns podem argumentar que em nossos dias pouquíssimas normas matemáticas estão sendo de fato empregadas pelo chamado matemático aplicado. Sem dúvida, é preciso compreender que poucos dentre eles podem usar com facilidade quaisquer das normas ou padrões clássicos. Pode-se argumentar, por outro lado, que a aptidão de muitos matemáticos para o emprego somente de poucos sistemas pode ter ocasionado uma deficiência de estruturas científicas matematicamente correlacionadas.

E' uma tarefa delicada o ajustamento de uma série de axiomas a uma situação natural. De fato, é apenas aparente o derradeiro ajustamento. E' impossível afastar de tais considerações o elemento humano. Além disso, os dados fornecidos por um engenho mecânico merecem crédito somente dentro dos limites de precisão da máquina. Precisão absoluta é impossível. Assim, pode acontecer que várias séries de axiomas pareçam ajustar-se à mesma série de fenômenos. À medida que outras observações forem feitas e, possivelmente, que se corrigirem observações anteriores, algumas séries de axiomas virão a ser abandonadas pelo motivo de não se ajustarem muito bem. Ao mesmo tempo, surgirão novas séries capazes de ajustamento. Em algum estágio do estudo serão encontradas, provavelmente, muitas séries de axiomas que pareçam ajustar-se, de modo igualmente satisfatório, à situação em apreço. Semelhante série de axiomas, como aquela que se pode deduzir desses axiomas, podia ser considerada então como uma teoria ou talvez um princípio. Contudo, não se deve cometer o erro de considerar tal norma à luz de uma explicação do que realmente se verifica. E' provável que a explicação esteja para sempre oculta aos olhos de um mortal, e que os homens sejam obrigados a considerar somente as normas superficiais que parecem ajustar-se. E' estranhável que tão poucos homens tenham apreciado este fato comum. Alguns dos nossos destacados pensadores atuais têm feito alusões claras a este princípio, bastante como se verá a seguir.

EDDINGTON diz em "The Domain of Physical Science", ensaio em *Science, Religion and Reality*: "Deixando de lado os aspectos estético, ético ou espiritual de nosso ambiente, deparam-se-nos qualidades como peso, substantialidade, extensão, duração, etc., que se supõe pertencerem ao âmbito da física. Num sentido, elas pertencem; mas a física não está em posição de as manejar diretamente. E' impenetrável a essência da sua natureza. Podemos utilizar representações mentais para auxiliar os cálculos, porém nenhuma imagem da mente pode ser uma réplica da que não está na mente. E por isso a física atual não estuda essas qualidades impenetráveis, mas indica o que podemos observar. As interpretações, é verdade, refletem as flutuações das condições mundiais, porém o nosso conhecimento exato

é das interpretações, não das propriedades. Aquelas têm tanta semelhança com estas como um número de telefone com o respectivo assinante."

J W N SULLIVAN disse, de modo incisivo: "No tocante à física — tornou-se evidente — não queremos conhecer a natureza das entidades que analisamos, mas unicamente a sua estrutura matemática. E, na verdade, isto é tudo o que sabemos. Muita gente não percebe que este é todo o nosso conhecimento, mesmo das entidades newtonianas comuns."¹⁴

É interessante notar que os elementos de uma situação física correspondente aos axiomas de um estrutura matemática precisam estar vinculados logicamente aos elementos do universo físico correspondente às camadas superiores da estrutura matemática. Por conseguinte, não é demais notar-se que, através de um sistema matemático aparentemente não relacionado, os fatos sejam correlacionados. Além disso, como resultados deste mesmo princípio, é possível, à matemática, prever novas entidades físicas. Se as bases de um sistema matemático têm correspondente físico, mas algumas partes da estrutura não têm entidades físicas correspondentes, é natural que se procurem os "elementos que faltam". Uma indicação atual pode ser usualmente obtida de um estudo da estrutura matemática do que deve ser procurado. Descobertas espetaculares têm ocorrido como resultado de prognósticos matemáticos. Citam-se, entre elas, a descoberta das ondas hertzianas, a da curvatura dos raios luminosos, segundo a teoria de EINSTEIN, e a de planetas além do sistema solar.

Há perigos na consideração de aspectos do universo físico através de uma estrutura matemática. Deve-se evitar, especialmente, atribuir à situação física certas propriedades que podem ser inerentes antes à própria estrutura lógica ou matemática do que ao seu correspondente físico. Suspeita-se que tal pode ser o caso dos estudos modernos referentes à limitação do universo. Sem dúvida, há outros perigos, como a interpretação imprópria de um silogismo abstrato em termos de entidades físicas.

Para fins de resumo e de ênfase, apresenta-se aqui uma citação de G. A. BLISS, eminente matemático da Universidade de Chicago. Afirma ele: "As teorias matemáticas têm sido de grande utilidade em muitas ciências experimentais, correlacionando os resultados das observações e predizendo novos dados a seguir verificados pela observação. Isto tem acontecido particularmente na geometria, na física e na astronomia. E', porém, muitas vezes mal compreendida a relação entre uma teoria matemática e os dados destinados a estabelecer a relação. Quando semelhante teoria foi bem sucedida como agente de correlação, é possível que se estabeleça a convicção de que a teoria tem com a natureza uma relação única, segundo interpretações decorrentes de nossas observações. Além disso, às vezes se conclui que a natureza se conduz precisamente da maneira indicada pela matemática. Na verdade, a natureza nunca se porta dessa maneira,

e existe sempre mais de uma teoria matemática cujos resultados procedem menos de uma determinada série de dados do que dos erros de observação."¹⁵

O matemático não se interessa apenas pela correta aplicação de um sistema matemático. Sente, porém, além disso, que tem uma obrigação especial de analisar o pensamento matemático ou axiomático onde quer que seja. O exato pensamento matemático é coisa tão rara, que parece constituir justificativa para muita gente que estuda matemática. Há poucos anos ocorreu uma polêmica entre um físico e um teólogo. As discussões matemáticas foram então assaz impressionantes para justificarem um comentário nesta obra. O físico argumentava que, após alguns anos de estudo, não podia deduzir, das leis físicas, nenhuma prova da existência de uma Divindade. O cientista, evidentemente, não tomava em consideração a categoria, uma das propriedades de qualquer série de axiomas. Os seus anos de reflexão foram inúteis, visto que não incluiu uma divindade nos seus axiomas, e, por conseguinte, não podia deles inferir a existência de Deus. O vocábulo Divindade nem sequer havia sido definido em termos dos vocábulos não definidos, que tornavam a dedução inteiramente impossível. O teólogo retrucou demonstrando, com base nos seus axiomas, a existência de uma Divindade. Ele havia tido o cuidado de incluir a Divindade nos seus axiomas e, por isso, estava em condições de provar a proposição. O teólogo se antecipou ao cientista, uma vez que estava empregando uma série categórica de axiomas. Todavia, não compreendeu que as chamadas funções proposicionais de um sistema matemático apenas explicam o que foi de fato originariamente exposto nos axiomas. Provar uma proposição não é criar conhecimento. Antes, toda nova proposição vai um pouco além, visando ao esclarecimento das suposições. Provar dedutivamente a existência de uma Divindade, recorrendo-se a uma série de axiomas, apenas indica que a existência de uma Divindade foi a princípio admitida, mas sob um disfarce não imediatamente reconhecido. Afirmar fundamentalmente como "existe um Deus" podia ser transformada em axioma de um momento para outro. Algumas pessoas o aceitariam, outras, não. A questão da conveniência de tal axioma seria determinada pelas suas consequências.

São discutíveis muitas das conclusões apresentadas neste trabalho. É inegável que alguns estudos são abstratos. Assim, porém, é a matemática. Nada há mais fascinante do que algumas das considerações modernas. Não obstante, ainda poucos estudiosos estão familiarizados com elas. Há sempre a esperança de que alguém mais estudará os problemas aqui focalizados, e contribuirá para o desenvolvimento da grande arte, tão necessária ao progresso futuro. Como se exprimiu BRAITHWAITE, no seu prefácio à notável coletânea de ensaios de RAMSEY sobre os fundamentos da matemática: "Isto é apresentado na esperança de que irá estimular outros a refletirem sobre as coisas mais intrincadas deste mundo."

¹⁴ *Atlantic Monthly*, março, 1933, pág. 283

¹⁵ *American Mathematical Monthly*, outubro, 1933, pág. 472

A ESTATÍSTICA NA AMÉRICA

INSTITUTO INTERAMERICANO DE ESTATÍSTICA

De acôrdo com o que ficou estabelecido pelo Comitê Executivo do Instituto Interamericano de Estatística, deverá realizar-se, em Washington, de 2 a 8 de junho do corrente ano, a I Sessão da Comissão de Melhoramento das Estatísticas Nacionais (C O I N S)

A criação desse órgão, por mais de uma vez encarecida nas reuniões do I A S I , foi recomendada pela Resolução n.º 4 do Congresso Interamericano de Estatística, reunido em Bogotá, de 16 a 27 de janeiro de 1950, e cujo texto é o seguinte:

Considerando que a C O T A tem demonstrado o progresso que se pode alcançar, ao concentrar esforços num campo específico de ação e, ainda, ao somar-lhes o apoio unificado dos governos nacionais,

RECOMENDA:

1.º) que o Comitê Executivo do I A S I estabeleça uma Comissão de Melhoramento das Estatísticas Nacionais ("Committee on Improvement of National statistics", C O I N S) — cujos membros serão designados depois de consulta às autoridades governamentais competentes — e elabore um programa de trabalho para a mesma. Esse programa deverá ser de interesse direto e de utilidade para os governos nacionais. Os membros do C O I N S serão, em geral, os chefes das repartições estatísticas das nações americanas. Possibilitar-se-á o convite a representantes de territórios dependentes no Hemisfério Ocidental, com o caráter de membros adjuntos;

2.º) que o programa do C O I N S seja desenvolvido através de correspondência e de reuniões convocadas pelo Comitê Executivo do I A S I , uma vez por ano, geralmente. O temário das aludidas reuniões será restrito a um número limitado de tópicos, e a representação de cada país, determinada pelo Comitê Executivo do I A S I , consultados os membros da C O I N S e as autoridades competentes dos governos americanos

Um dos aspectos mais importantes da reunião dessa Comissão é o que diz respeito à participação direta dos dirigentes das repartições de estatística das nações americanas, ou de delegados seus, iniciativa, aliás, que deu os melhores resultados nos trabalhos da C O T A

O Comitê Executivo do I A S I , em sua VI Sessão, realizada em Washington, nos dias 29 e 30 de junho de 1950, e em obediência aos termos da Resolução n.º 4 acima mencionada, resolveu:

1. Criar a Comissão de Melhoramento das Estatísticas Nacionais (C O I N S.), cuja primeira reunião deverá ser convocada para meados de 1951

2. Solicitar ao Secretário-Geral que tome as medidas indispensáveis a esse fim, em especial as seguintes:

a) efetuar as consultas necessárias à nomeação dos membros do C O I N S.;

b) formular um programa preliminar de trabalhos para a Comissão;

c) formular um regulamento preliminar, baseado em "Pontos Sobre a Política das Comissões do I A S I " (Documento 725), que regule as reuniões do C O I N S.;

d) apresentar um projeto de relação com os nomes dos técnicos estatísticos em condições de serem nomeados para, em caráter de membros associados, se ocuparem de matérias específicas incluídas no programa de trabalhos do C O I N S.

3. Solicitar ao Secretário-Geral que informe ao Comitê Executivo, em sua próxima reunião, acerca das gestões realizadas por ele, de conformidade com o item 2, acima citado, a fim de que o Comitê possa tomar as deliberações cabíveis

4. Na execução desta tarefa, o Secretário-Geral por-se-á em contacto com as organizações internacionais interessadas, a fim de assegurar a necessária coordenação com os programas dessas entidades

De modo geral, compete ao C O I N S :

a) estimular o aperfeiçoamento dos métodos para a compilação, tabulação, análise e publicação das estatísticas nacionais oficiais;

b) fomentar a adoção de medidas tendentes a aumentar a comparabilidade e acessibilidade das estatísticas econômicas e sociais dos países americanos;

c) promover a cooperação entre os diversos órgãos oficiais de estatística dentro das nações;

d) cooperar com as escolas, universidades, sociedades estatísticas e organizações internacionais, a fim de promover o treinamento das técnicas requeridas pelas repartições de estatística;

e) promover condições para a discussão dos pontos de vista nacionais acerca das atividades estatísticas internacionais e das recomendações referentes à coleta de dados estatísticos nas nações

* * *

Logo após o encerramento dos trabalhos da I Sessão do C O I N S , isto é, de 11 a 15 de junho do corrente ano, realizar-se-á, também em Washington, a IV Sessão do Comitê do Censo das Américas de 1950 (C O T A)

Deliberou o I A S I que as duas reuniões — do C O I N S e da C O T A — se realizem em épocas próximas, em face não só da correlação de matérias a serem tratadas, como da conveniência de se aproveitarem as delegações, as quais deverão ser, salvo casos especiais, as mesmas para ambas as reuniões

Com a reunião de junho próximo, encerrará o Comitê do Censo das Américas suas atividades, que foram das mais fecundas e trouxeram, para os sistemas estatísticos americanos, benefícios da mais alta valia, principalmente no que diz respeito à padronização de métodos utilizados nos diferentes levantamentos censitários americanos. Serão, nessa oportunidade, apreciados os resultados das operações realizadas, devendo-se formular as sugestões e recomendações impostas pela experiência para os futuros levantamentos

CURSO INTERAMERICANO DE AMOSTRAGEM

Em obediência à Resolução n.º 13, aprovada pelo II Congresso Interamericano de Estatística, realizado em Bogotá, em janeiro de 1950, o Instituto Interamericano de Estatística organizou o I Curso Interamericano de Amostragem, destinado a técnicos deste Hemisfério e cujas aulas tiveram início em Washington, D C, a 29 de janeiro deste ano, de acordo com o plano previamente divulgado

O Curso terá a duração exata de seis meses, e compreende teoria e prática, no total de oito horas diárias de trabalhos. Muito embora o I A S I pretendesse a frequência de, em média, 50 técnicos americanos, razões especiais — sejam pertinentes às condições intelectuais de matrícula, sejam concernentes à concessão de bolsas de estudos — determinaram o ingresso de 19 estudantes, apenas, assim distribuídos pelos países participantes:

Argentina: M A MONZON, JOSÉ OTADUY e JUAN NIMO (3)
 Brasil: LOURIVAL CÂMARA (1)
 Chile: SÉRGIO CRUZAT (1)
 Colômbia: BERNARDO ARRIETA e ALFONSO PEREZ (2)
 Costa Rica: OMAR DENGÓ, L DIAZ, VITHYNIA ROJAS, MARIO ROMERO, ROBERTO SASSO (5)
 Guatemala: JORGE ARIAS (1)
 Haiti: LUCIEN HIBBERT (1)
 México: PEDRO GUILLEN (1)
 Nicarágua: RAFAEL GUTIERREZ (1)
 Peru: ROQUE GARCIA-FRIAS (1)
 Thailand: J JAIPRABHA (1)
 Uruguai: RAUL ARRIETA (1)

O corpo docente obedece à orientação do Professor WILLIAM EDWARDS DEMING e conta com a colaboração de MORRIS HANSEN, WILLIAM N HURWITZ, THOMAS GREVILLE, SAMUEL WEISS, J STEVENS STOCK, EARL HOUSEMAN, WALTER HENDRICKS e outros especialistas em Amostragem

O programa do curso atende, em linhas gerais, à discriminação seguinte:

1 Princípios gerais dos cálculos estatísticos. Estudos de documentos da Subcomissão de Amostras Estatísticas das Nações Unidas relativos a pesquisas de amostragem realizadas em diferentes partes do mundo. Discussão acerca da utilização dos dados estatísticos e os objetivos do estudo da teoria da amostragem

2 Etapas do plano de pesquisa

3 Estudo dos diferentes erros e vícios nas pesquisas e seu efeito no plano de amostragem

4 Elaboração de questionários; entrevistas; codificação; instruções práticas e teóricas

5 Variâncias na amostragem de uma só etapa. Necessidade de planejar o processo de estimativa, bem como o de seleção. Aplicações

6 Variâncias na amostragem de duas ou mais etapas. Estimativas de razões. Seleção das unidades de amostragens; funções do custo. Discussão acerca dos custos prováveis de diversas operações nos respectivos países dos estudantes, e de seu efeito no plano de uma amostra. Amostragem com probabilidades variáveis. Técnicas especiais

7 Distribuição da amostra na amostragem estatificada. Fatores de ponderação e projetos de tabulação

8 Preparo de mapas e listas para unidades eficientes de amostragem. Observações sobre operações atuais de amostragem: a) algumas das pesquisas mais importantes sobre população, agricultura, comércio e manufatura; b) algumas das amostragens importantes de arquivos e registros que realizam diferentes repartições do governo. Exame de diversos materiais, listas e mapas de amostragem, atualmente existentes. Controle dos trabalhos de campo e manuseio dos dados na repartição. Discussão da teoria e suas modificações, e os efeitos, sobre os dados, do não cumprimento de todas as condições em que se baseia a teoria

9 Problemas especiais de amostragens das explorações agrícolas. A "amostra padrão" da agricultura. Amostragem do rendimento e condição das culturas

10 Controle da qualidade da manufatura. Amostragem de ensaio. A amostragem e a prova de materiais físicos. Importância do controle e do acaso na aplicação da teoria estatística à amostragem de populações humanas e de materiais físicos

11 Projetos de tabulação; controle das tabulações manuais e mecânicas; preparo e publicação de tabelas estatísticas

12 Discussão e desenvolvimento de possibilidades para a aplicação da amostragem nos países dos respectivos estudantes: amostragem dos arquivos administrativos; amostragens de uma cidade, de uma região ou de um país inteiro; amostragem para tabulações preliminares dos resultados censitários

RECOMENDAÇÕES BÁSICAS SOBRE AMOSTRAGEM

1 DESCRIÇÃO GERAL DA PESQUISA

FAR-SE-Á uma descrição geral da pesquisa, tendo-se em vista aquelas pessoas que se interessam mais nos resultados do que nos aspectos técnico-estatísticos do planejamento da amostra e consequente execução e análise. Os aspectos citados devem ser pormenorizados em secções à parte ou em apêndices. O campo a ser coberto acha-se indicado em subseqüentes secções do presente trabalho. Da descrição geral constará o informações acêrca dos seguintes tópicos:

a) *Declaração da finalidade da pesquisa* — Há-de ser apresentada uma indicação generalizada das finalidades da pesquisa, bem assim a expectativa em relação à utilização dos resultados.

b) *Descrição do material abrangido* — Será feita uma descrição exata da região geográfica e das categorias de material abrangidas pela pesquisa. Torna-se necessário especificar, numa investigação que cubra uma população humana, se foram incluídas, por exemplo, categorias como as de residentes em hotéis e em instituições (pensões, sanatórios), itinerantes e militares. O relator precisa estar de sobreaviso contra possíveis dúvidas, no tocante ao campo coberto pela pesquisa.

c) *Natureza das informações coletadas* — Impõem-se esclarecimentos minuciosos, incluída uma relação de itens coletados, mas não comentados. Torna-se útil, muitas vezes, a anexação de exemplos dos questionários e de partes importantes das instruções empregadas na pesquisa (inclusive as normas especiais de codificação e classificação). Caso isto se torne impraticável, talvez se possam fornecer, mediante solicitação, alguns exemplos avulsos.

d) *Método de coleta de dados* — Informar-se-á se a coleta foi realizada mediante entrevistas, ou por investigadores, ou pelo correio, etc.

e) *Método de amostragem* — Serão indicadas, em termos gerais, a espécie de amostragem adotada, a magnitude da amostra, a proporção entre ela e o material coberto, as providências tomadas para entrevistas complementares nos casos de falta de resposta.

f) *Repetição* — Declarar-se-á se se trata de uma pesquisa isolada, executada sem intenção de ser repetida, ou de uma série de pesquisas semelhantes.

g) *Data e duração* — Tornar-se-á clara a data ou período de tempo a que se referem os dados, bem assim a data do início e o período dedicado ao trabalho de campo.

h) *Exatidão* — Indicar-se-á, de modo geral, o grau de exatidão atingido.

i) *Custo* — Mencionar-se-á o custo do inquérito, sob as seguintes epígrafes: trabalhos preliminares, investigações de campo, análises, etc.

j) *Avaliação* — Deve avaliar-se até que ponto as finalidades de pesquisa foram satisfeitas.

l) *Responsabilidade* — Declarar-se-á o nome da entidade que patrocina o inquérito, bem como o

do responsável pela execução.

m) *Referências* — Devem assinalar-se as referências a quaisquer relatórios ou estudos publicados em relação à pesquisa.

2 PLANEJAMENTO DE PESQUISA

E' necessário que seja cuidadosamente especificado o planejamento de pesquisa. Com os tópicos a seguir desenvolvidos, acreditamos fiquem cobertos os principais tipos de planejamento, empregando, em linhas gerais, a ter-

A MATÉRIA que se vai ler é o texto do documento E/CN 3/52, (The Preparation of Sampling Surveys Reports, Lake Success, 1950), elaborado pela Subcomissão de Amostragem Estatística da Comissão de Estatística das Nações Unidas, em tradução promovida pela REVISTA

Trata-se de valioso pronunciamento, acêrca de processos de amostragem, dos técnicos e cientistas de projeção mundial componentes daquela Subcomissão e que são os Professores P. C. MAHALANOBIS (Presidente), R. A. FISHER (Consultor), G. DARMOIS, W. E. DEMING e F. YATES. No relatório apresentado à Comissão de Estatística, a Subcomissão de Amostragem declara que "a ampla circulação de relatórios, de modo geral preparados de acordo com as sugestões contidas no "memorandum", fomentará o intercâmbio internacional de experiências e conduzirá ao emprego da amostragem em vários empreendimentos que, atualmente, estão sendo executados mediante recenseamentos ou por pesquisas parciais não aleatórias".

Trata-se de recomendações de cunho normativo, cujo emprego poderá permitir a comparabilidade internacional nos relatórios concernentes às finalidades, métodos de trabalho e exatidão dos resultados, neste setor de suma importância das modernas pesquisas estatísticas. Sendo este um campo em torno do qual se desenvolvem presentemente intensivos estudos e, desarte, em fase de plena exploração, está claro que tais recomendações não poderão ter caráter definitivo. Elas devem ser encaradas, portanto, como um esboço dos diferentes aspectos que requerem maiores atenções, quanto à aplicação dos métodos de amostragem.

minologia que até agora tem sido adotada nos domínios da amostragem:*

a) *Fundamentos da pesquisa* — Consistem os fundamentos da pesquisa ou “substrato”, das descrições disponíveis de material sob a forma de mapas, relações, indicadores, etc., com o qual é possível construir unidades de amostragem e selecionar um conjunto de unidades. A especificação dos fundamentos de pesquisa deve definir o âmbito geográfico e as categorias de material incluídas, bem como a data e fonte do “substrato”. Os fundamentos aludidos, inicialmente disponíveis, não raro exigem emendas, especialmente nas fases adiantadas da amostragem por etapas múltiplas, antes de se tornarem aceitáveis; às vezes, o “substrato” tem de ser construído desde o começo. Nesses casos, deve descrever-se o método de emenda, ou o de construção.

b) *Unidades elementares* — São as que formam a parte mínima do material capaz de possuir característica especial. Podem, portanto, ser de tipos diferentes (por exemplo, a característica da família é o número de filhos; a do indivíduo, a idade), em estágios diferentes da amostragem por etapas múltiplas.

c) *Unidades de amostragem* — São as unidades que constituem a base do processo de amostragem. Podem ser: 1) semelhantes às unidades elementares, ou 2) grupos de tais unidades capazes de possuir todas as características exigidas. O grupo pode consistir de um conglomerado de unidades elementares contíguas, ou de várias delas, dispostas em determinada configuração. Por exemplo, um modelo sistemático de unidades elementares pode ser considerado unidade de amostragem.

Admite-se, sob conceito, a conveniência de as unidades de amostragem serem definidas a ponto de a totalidade das mesmas conter cada unidade elementar uma vez, e uma vez somente.

Se essa condição não for observada (por exemplo, pelo emprego de áreas circulares na amostragem à base de áreas) deve prestar-se atenção ao problema do provável afastamento sistemático motivado por condições de limites ou outros fatores.

É importante que se especifiquem as características quantitativa e qualitativa das unidades de amostragem registradas no inquérito, pois formam a base de todas as análises posteriores, e, nos casos de amostragem por etapas e fases múltiplas, podem, também, ter sido empregadas para determinar o processo de amostragem.

As unidades de amostragem podem ser de magnitude igual ou diferente, e podem conter aproximadamente o mesmo número de unidades elementares, ou números bem diferentes. A estimação dos parâmetros e dos erros de amostragem torna-se mais simples quando as unidades de amostragem, dentro de um estrato, são aproximadamente da mesma magnitude,

ou contêm o mesmo número de unidades elementares.

d) *A amostra* — O conjunto das unidades de amostragem selecionadas constitui a amostra. Esta nos fornece tanto estimativas objetivas (de médias, totais, etc.), como meios para a estimativa de sua precisão. A palavra “amostra” é empregada, quer para o conjunto de unidades de amostra escolhidas de um só estrato, quer, em sentido mais amplo, para o total delas, selecionadas mediante inquérito completo. No primeiro sentido, a amostra é, geralmente, uma fração especificada do estrato que representa.

e) *Setor de estudo* — Receberá essa denominação qualquer subdivisão sobre a qual se projete o inquérito, destinada a fornecer informação numérica de precisão preestabelecida. E’ desejável que se indiquem os setores mínimos de estudo dos quais se esperem informações de exatidão adequada.

f) *Grupo de setores* — Qualquer grupo de dois ou mais setores de estudo, cujo contraste tenha de ser avaliado, será denominado Grupo de Setores.

g) *Âmbito do inquérito* — O campo total de um inquérito diz respeito aos seus fundamentos ou “substrato”, e, freqüentemente, consiste de um conjunto de blocos de setores.

h) *Estratificação* — A totalidade das unidades elementares abrangidas pelo “substrato” pode dividir-se em grupos, ou estratos, dos quais se extrairão amostras, separadamente, de modo a obter-se um número especificado de unidades de amostragem de cada estrato. Tais estratos podem ser subdivisões geográficas, bem assim divisões dependentes de alguma variável estatística, quantitativa ou qualitativa, pertencente às unidades de amostragem, etc.

i) *Frações uniformes e variáveis de amostragem* — Os números das unidades de amostragem serão de ordem que, de cada estrato, se escolherá a mesma fração de unidades, caso em que se usará o termo estratificação com fração uniforme de amostragem, ou amostragem proporcional; ou os números especificados podem ser de ordem tal que diferentes frações de estratos diversificados sejam escolhidas, usando-se, então, o termo estratificação com fração variável de amostragem.

j) *Estratificação múltipla* — Em certos casos, a totalidade das unidades elementares pode ser dividida simultaneamente de conformidade com duas ou mais classificações, dependendo cada uma delas de uma variável estatística geográfica, quantitativa ou qualitativa. Cada casa determinada pela classificação dupla ou múltipla, constitui, potencialmente, ela própria, um estrato da totalidade das unidades elementares. Se a amostragem de cada uma for feita separadamente, como no caso da amostra comum estratificada, usa-se o termo estratificação múltipla, sem outro qualificativo. Se a informação disponível não for adequada a isto, de modo que os números das unidades de amostra somente nos estratos principais podem ser predeterminados, denomina-se isto de estratificação múltipla, sem controle de “substratos” ou de estratificação marginal.

* Não há, ainda, no Português, terminologia firmada em relação ao campo específico da amostragem. A revisão técnica da presente tradução vernácula foi efetuada pelo Sr. LOURIVAL CÂMARA, o qual ultimamente tem formulado, através da REVISTA, sugestões acerca do Vocabulário Brasileiro de Estatística.

1) *Amostragem por etapas múltiplas* — Nessa espécie de amostragem, o material é considerado como sendo constituído por um número de unidades da primeira etapa, cada uma das quais é constituída por unidades da segunda etapa, e assim por diante

Há, portanto, uma hierarquia de diferentes tipos de unidades, dividindo-se as unidades da primeira etapa (potencialmente divisíveis) em unidades da segunda etapa, etc. Ao atingi-se a primeira etapa da amostragem, escolhem-se algumas unidades, de cada uma das quais se selecionam outras da segunda etapa, e assim sucessivamente

Por exemplo: considera-se uma região dividida em distritos diferentes, cada distrito em povoados, e cada povoado em fazendas. Para a amostragem por etapas múltiplas, escolhem-se vários distritos na primeira etapa, dentro de cada um desses vários povoados na segunda etapa, e, em cada povoado, várias fazendas na terceira etapa. Tratando-se de investigação referente a colheitas, prossegue-se com o trabalho, selecionando-se campos nas fazendas escolhidas e, nos campos, lotes de terra.

A amostragem por etapas múltiplas requer, a cada etapa, um "substrato", isto é, fundamentos para as unidades nela escolhidas. De início, é preciso um "substrato" para definir e escolher as unidades da primeira etapa. Na segunda, precisa-se de outro, para a definição das unidades da segunda etapa, dentro daquelas escolhidas para a primeira. Uma das vantagens da amostragem por etapas múltiplas é que os fundamentos da segunda etapa somente são necessários para as unidades da primeira etapa, e assim sucessivamente.

Os recursos da estatificação e a fração variável de amostragem usam-se em qualquer etapa. Se empregarmos uma fração variável de amostragem na primeira etapa, nas seguintes essas frações podem ser ajustadas de modo a dar uma fração geral uniforme de amostragem. Se a seleção tiver probabilidade proporcional à magnitude da primeira etapa (veja-se seção 3), nas posteriores as frações de amostragem podem ajustar-se de forma semelhante a fim de dar igual probabilidade de seleção a todas as unidades elementares.

m) *Amostragem por fases múltiplas* — Às vezes, é conveniente e econômico coletar alguns tópicos de informação sobre o total das unidades da amostragem, e outros itens, apenas sobre algumas dessas unidades, escolhendo-se as últimas de modo a constituir uma subamostra das unidades da amostra original. A essa operação, chama-se-lhe amostragem de duas fases. As informações para a segunda fase, ou fase de subamostragem, podem ser coletadas mais tarde. Nessa hipótese, utilizam-se, caso se ache vantajoso fazê-lo, as informações obtidas sobre todas as unidades da amostra da primeira fase para selecionar a amostra da segunda. Adicionam-se outras fases, em se querendo.

Pode notar-se que, na amostragem por fases múltiplas, as diferentes fases de observação se referem a unidades de amostra do mesmo tipo, ao passo que, na de etapas múltiplas, elas são de tipos diferentes em etapas diversas.

Importante aplicação da amostragem por

fases múltiplas consiste no emprêgo da informação obtida na primeira fase como informação suplementar para conseguir estimativas mais exatas (graças ao método da regressão, ou de razões) das médias, totais, etc., das variáveis estatísticas obtidas somente na segunda fase. A isto dá-se, às vezes, o nome de amostragem por variável estatística correlacionada.

A informação obtida através de censos pode ser usada, para melhorar as estimativas obtidas da amostra; nesse caso, tanto o recenseamento, como a amostra, são análogos às amostras da primeira e segunda fases, respectivamente.

A amostragem por fases múltiplas pode combinar-se com a de etapas múltiplas. No esquema para a estimação das áreas cultivadas e produção de uma safra, por exemplo, toma-se, para a primeira, a amostra de duas etapas dos povoados e fazendas, e, para a segunda, a subamostra das fazendas. É a amostragem de duas fases na segunda etapa.

Vejamos o seguinte exemplo: escolhem-se, ao acaso, cem entre 5 mil povoados (seleção da primeira etapa), e conta-se o número de estabelecimentos comerciais em cada povoado escolhido (observação da primeira etapa). Faz-se, então, a seleção de uma fração (ou, talvez, de todas) dos povoados com um ou mais estabelecimentos comerciais (seleção da primeira etapa e segunda fase); e, em cada uma dessas, escolhem-se, ao acaso, 10 fazendas (seleção da segunda, baseada em observações da primeira etapa). Indaga-se a respeito das safras das fazendas selecionadas (observação da segunda etapa). Escolhe-se, depois, uma fração (ou, talvez, todas) das fazendas que produzem algodão (seleção da segunda etapa e da segunda fase); e indaga-se, aí, se o algodão é vendido por intermédio dos estabelecimentos comerciais da vila, ou por outro meio (observação da segunda etapa e segunda fase).

n) *Rêdes de amostras interpenetradas* — Qualquer que seja o método da escolha de unidades de amostragem (estratificadas ou não; de etapas simples ou múltiplas; de fases simples ou múltiplas), é possível, caso se deseje, organizar as unidades de amostragem em conjuntos de duas ou mais rêdes de amostras interpenetradas dentro de cada setor de estudo, e coletar a informação, independentemente, para cada uma dessas amostras, de modo a produzir uma estimativa individual independente das variáveis estatísticas em estudo. Nesses casos, podem considerar-se as amostras interpenetradas como análogas às locações na teoria do planejamento de experiências, e executar-se a análise da variância como de costume.

Esse processo toma, ainda, a designação de amostragem reproduzida.

É possível conservar iguais algumas dessas unidades de amostragem em duas (ou mais) rêdes de amostras interpenetradas, de sorte que as informações a respeito são independentemente coletadas duas ou mais vezes. É possível, dessarte, efetuar confrontos minuciosos entre os dois (ou mais) conjuntos de observações. Quando observadas mais de uma vez, chamam-se unidades duplicadas (triplicadas, quadruplicadas etc.) de amostragem.

As amostras interpenetradas podem ser empregadas com o fim de obter informação a respeito de erros alheios à amostragem, como as diferenças oriundas da tendenciosidade diferencial do entrevistador, de métodos diversos de solicitar as informações etc

A rede interpenetrada fornece, pois, meios de controlar (isto é, de avaliar) a qualidade da informação. Por exemplo, em um inquérito sobre orçamentos familiares, as unidades de amostragem podem ser escolhidas em cada setor de estudo na forma de dois ou mais conjuntos independentes, cada um dos quais abrange todo o setor e as informações referentes a cada conjunto devem ser coletadas por agentes diversos. Obter-se-á, assim, para o setor inteiro, uma estimativa independente com base no material de cada investigador, e o confronto dessas estimativas independentes (obtidas mediante análise da variância) indicará a existência de diferenças significantes entre os investigadores, o que, muitas vezes, aponta a medida a ser tomada para aperfeiçoar o planejamento de pesquisas semelhantes no futuro

o) *Planos complexos de amostragem* — Em dadas ocasiões, métodos diferentes de amostragem são necessários para as várias partes do material. Por exemplo, na amostragem da população humana, recomenda-se melhor, nas zonas rurais do país, alguma modalidade da amostragem à base de áreas (onde a unidade de amostra é uma área pequena), ao passo que, nas cidades, seria preferível a modalidade baseada em relações de domicílios. Pode denominar-se isto de Plano Complexo de Amostragem

p) *Pesquisas sucessivas (ou repetidas)* — Acontece, às vezes, repetir-se, a intervalos adequados, uma pesquisa de amostras da mesma natureza, até constituir uma série de pesquisas sucessivas. É possível, em tais casos, escolher-se, em cada pesquisa, unidades de amostragem inteiramente independentes, ou conservar-se igual, em duas ou mais pesquisas, um número (ou proporção) determinado de unidades de amostra. Este processo é de especial utilidade para estudar as mudanças. O funcionamento prolongado de um órgão de pesquisas, em operações sucessivas do mesmo tipo em geral, também resulta em aperfeiçoamento gradual na qualidade das informações

q) *Pesquisas de ensaio e exploração* — Ao se empreenderem pesquisas em larga escala, mormente de material ainda inexplorado, é aconselhável, via de regra, a realização de pesquisas de ensaio e exploração para pôr à prova, e aperfeiçoá-los, a norma de trabalho de campo, os boletins, e para treinar o pessoal; e, simultaneamente, para a obtenção de informações que aumentem a eficiência do planejamento de padrão da amostra e a obtenção de uma estimativa do custo. Por exemplo, os resultados de uma pesquisa de orientação servem para estimar os componentes, da primeira e segunda etapas, da variância relevante a algum processo de amostragem por duas etapas, previsto para a pesquisa principal, e, também, os componentes do custo, pelos quais pode determinar-se a intensidade ótima da amostragem durante qualquer das etapas

3 MÉTODO DE SELECIONAR UNIDADES DE AMOSTRAGEM

O informador deve descrever o processo empregado para a seleção das unidades de amostragem. Se a escolha não for ao acaso, indicará os comprovantes em que se baseou para adotar outra alternativa. A seleção intencional e a amostragem por quotas controladas não se podem considerar equivalentes à amostragem ao acaso

A rigor, considera-se o processo como sendo "ao acaso", se a cada unidade foi dada, de início, determinada probabilidade de ser escolhida. Método rápido de fazer-se uma seleção ao acaso é pelo emprêgo de números (ao acaso) de amostragem. Obtém-se resultado idêntico, porém com maior trabalho, se se usar qualquer aparelho do tipo empregado em jogos de azar. Recorre-se, com frequência, à seleção sistemática, quando o responsável pelo planejamento da pesquisa reconhece ser ela, na prática, equivalente, nos pontos essenciais, à seleção ao acaso. Assume ele, então, a responsabilidade do critério em que foi baseado seu plano

De ordinário, atribui-se a todas as unidades, dentro de certo estrato, igual probabilidade de seletiva, tornando-se a amostragem "sem substituição", isto é, nenhuma unidade será incluída mais de uma vez. Casos há em que será vantajoso, ou conveniente, escolher as unidades de amostra com probabilidades proporcionais a certa característica das unidades, como, por exemplo, a magnitude. Se se vai escolher mais de uma unidade do universo (ou dos estratos individuais), somente será possível obter probabilidades exatas proporcionais à magnitude, se a amostragem for com "substituição", sendo contadas duas ou mais vezes as unidades escolhidas nas mesmas condições

Os métodos de calcular as estimativas do universo, adequadas às amostras selecionadas com probabilidade proporcional à magnitude, diferem dos usados para as amostras escolhidas com probabilidade uniforme

4 PESSOAL E EQUIPAMENTO

Convém fazer um relato da organização do pessoal da coleta, crítica e tabulação dos dados primários, juntamente com as informações sobre treinamento e experiência anteriores do mesmo. Devem-se explicar as providências tomadas para treinamento, fiscalização e supervisão do pessoal, bem como os métodos de verificação, na fonte, a exatidão dos dados primários. Far-se-á ligeira menção do equipamento empregado

5 ANÁLISE ESTATÍSTICA E PROCESSOS DE CÁLCULO

Devem descrever-se os métodos estatísticos adotados na elaboração das tabelas sumárias finais dos dados primários. Se forem usados processos de estimativa mais complexos do que os totais e médias simples, devem os mesmos ser explicados, e reproduzidas, onde conveniente, as fórmulas de interesse

Indicar-se-á, minuciosamente, a providência a tomar para assegurar a eliminação de

erros grosseiros dos dados primários (mediante exame, verificação de amostra, etc.), e a exatidão dos cálculos subsequentes. Se se recorreu a processos mais complexos para a apuração dos dados (cartões perfurados, tabulação manual, etc.), inclusive os métodos empregados para controlar os erros, o fato deve ser mencionado.

No caso de se ter feito análise estatística crítica dos resultados incorporados nas tábuas sumárias finais, é importante descrever por extenso os métodos empregados. Muitas vezes um exemplo numérico auxilia a elucidação do processo.

Acontece com frequência que as quantidades das quais se desejam estimativas não correspondem exatamente às que foram verificadas. Por exemplo, em pesquisas de safras, as produções dos lotes de amostra dão estimativas da quantidade específica da safra "em pé", ao passo que as produções finais são atingidas por perdas na colheita. É, então, necessário fazer ajustamentos, cujo valor se calcula por meio de observações subsidiárias. A natureza e origem desses ajustamentos terão de ser apresentadas.

A quantidade de matéria tabular incluída no relatório, e a extensão do estudo, dependem da finalidade a que se destina o relatório. Deve aludir-se às tabulações preparadas, mas que não foram anexas ao relatório, e, também, às análises estatísticas, críticas, que não deram resultados interessantes e, por isso, não foram julgadas merecedoras de referência especial.

Deve considerar-se cuidadosamente a inclusão de informações secundárias sem influência imediata sobre o relatório, mas que facultarão a estudiosos futuros a execução de análises estatísticas críticas que lhes possam ser úteis. Se, por exemplo, em aditamento às médias de classe de cada classificação principal dos dados, forem incluídos os números, mas não as médias da subclassificação das várias classificações bidirecionais, poder-se-á fazer (contanto que sejam os efeitos aditivos) um estudo dos efeitos de cada uma das classificações principais, livres dos efeitos de todas as outras classificações, sem mais referência ao material original.

6 ANÁLISE DO CUSTO

Importante justificativa para o emprego da amostragem, ao invés de censo, é o baixo custo. São, portanto, de real interesse as informações relativas a esse aspecto. Tanto quanto possível, os custos deverão ser classificados sob os títulos de: preparo (assinalando-se, separadamente, o custo dos estudos de orientação), trabalho de campo, supervisão, apuração, análises e despesas gerais. Mencionar-se-á, também, o custo da mão-de-obra em semanas-homem de diferentes categorias de pessoal, bem como o tempo necessário para entrevistas e locomoção, e o custo do transporte no intervalo das visitas. O preparo desses informes, embora muitas vezes árduo, é compensador, pois pode sugerir vultosas economias para o planejamento de pesquisas futuras. Para conseguir-se bom padrão de eficiência, é preciso ter conhecimen-

to seguro dos diversos componentes do custo e dos da variância.

7 EXATIDÃO DA PESQUISA

a) *Precisão indicada por erros de amostragem ao acaso, dedutíveis da pesquisa* — Os desvios-padrão de unidades de amostra devem ser apresentados em aditamento àqueles erros-padrão (de médias, totais, etc.) considerados interessantes. Deve ficar bem claro o processo da dedução dessas estimativas de erro, e dependerá intimamente do padrão da pesquisa de amostragem. É também de grande valor a análise das variâncias das unidades de amostragem que participam desses componentes, e que parecem ser de interesse para o planejamento de pesquisas futuras.

O termo "erro de amostragem" tem sido empregado para designar tanto o erro-padrão de amostragem, como os limites do erro de amostragem a determinado nível de probabilidade; por exemplo, duas vezes o erro-padrão correspondendo aproximadamente ao nível de probabilidade de 1 em 20. Os erros-padrão de amostragem e os limites do erro de amostragem devem ser claramente diferenciados, e, neste último, especificados ou múltiplos.

b) *Grau de concordância observado entre investigadores independentes do mesmo material* — Só é possível estabelecer tal comparação quando foram empregadas amostras interpenetradas, ou parte da pesquisa foi verificada. Somente assim pode a pesquisa dar prova objetiva de possíveis equações pessoais (tendências diferenciais entre os investigadores).

c) *Outros erros alheios à amostragem* — Os erros comuns a todos os investigadores, bem como qualquer componente constante de erro (ou tendenciosidade) nas informações registradas, não serão incluídos nas estimativas dos erros de amostragem ao acaso, dedutíveis dos resultados da pesquisa. Outra fonte de erro é causada por determinações incorretas dos ajustamentos (mencionados na seção 5) provenientes da observação de grandezas que não correspondem exatamente às quantidades das quais se desejam estimativas.

A existência e os possíveis efeitos desses erros na precisão dos resultados e de dados incompletos nas informações registradas (em geral: ausência de respostas; falta de registros, quer referentes a toda a pesquisa, quer a categorias ou áreas do material), devem ser estudados exaustivamente. Quaisquer verificações especiais instituídas para controlar e determinar a magnitude dos erros terá de ser descrita, e os resultados assinalados.

d) *Exatidão, integralidade e adequação dos fundamentos da pesquisa* — Durante o curso do inquérito, a exatidão pode e deve ser verificada e, automaticamente, corrigida. Esses exames constituem útil orientação para o futuro. Não se pode julgar da integralidade e adequação guiado apenas por provas internas. Assim sendo, a omissão, por completo, de uma região geográfica, ou a omissão completa ou parcial de qualquer classe particular do material destinado a ser incluído, não pode ser descoberta pelo inquérito por si, e há-de recorrer, com frequência, a investigações auxiliares. Estas

serão registradas, mencionando-se a extensão da falta de exatidão atribuível a tais omissões

e) *Confronto com outras fontes de informação* — Far-se-á esforço razoável para confrontar dados externos com outras fontes de informação. Essas comparações devem ser registradas juntamente com os outros resultados, discutindo-se as diferenças significantes. O objetivo não é esclarecer o erro de amostragem, visto que um inquérito bem projetado fornecerá estimativas internas adequadas de tais erros, mas é, de preferência, conhecer os afastamentos sistemáticos e outros erros acidentais

f) *Eficiência* — Os resultados de um inquérito, muitas vezes, revelam informações que permitem se façam investigações a respeito da eficiência dos planos de amostragem em relação aos outros porventura usados na pesquisa

Esses resultados devem ser registrados. Para que demonstrem todo o seu valor, os custos relativos dos diversos métodos de amostragem devem ser levados em conta, ao avaliar-se a eficiência relativa dos diferentes planejamentos e intensidades da amostragem

A investigação pode ampliar-se até abranger a relação entre o custo de execução de pesquisas de níveis diferentes de exatidão e as perdas resultantes de erros nas estimativas fornecidas. Isto nos dá base para determinarmos se o inquérito foi inteiramente adequado ao fim em mira, ou se os do futuro devem ser planejados de modo a produzir resultados de maior ou menor exatidão

g) As observações críticas dos técnicos, a respeito de qualquer parte do inquérito, terão de ser registradas, pois auxiliarão o aperfeiçoamento de trabalhos posteriores

BRASIL

O CACAU NA ECONOMIA BRASILEIRA

NATIVO do continente americano, o cacau, segundo a opinião de muitos, é originário da América Central. Convém referir, todavia, que, antes do descobrimento, já o cacauero era encontrado em estado selvagem na Amazônia.

A lavoura do cacau, entretanto, no sentido em que deve ser tomada, isto é, correspondendo a atividade com fins econômicos e determinada pela criação de mercados de consumo certos, só viria a incrementar-se durante o século passado.

Embora existente na Amazônia, como já se disse, a cultura do cacau (*Theobroma Cacao*, na classificação de LINNÉU) tem sua área de expansão, no Brasil, localizada ao sul da Bahia, em áreas recobertas de matas e que reúnem requisitos climáticos dos mais adequados para esse tipo de cultura.

A introdução do cacau na região que viria a converter-se em seu maior centro produtor, em nosso país, verificou-se há cerca de duzentos anos, constituindo motivos de controvérsias a sua exata determinação. Contudo, a versão mais aceita é a de que o *Theobroma* haja sido levado àquela zona no ano de 1746. Um colono francês de nome LUIZ FREDERICO WARNEAUX teria trazido, do Pará, sementes da planta WARNEAUX, de quem ainda na atualidade existem descendentes naquela região, apresentou um morador chamado ANTÔNIO DIAS RIBEIRO com as referidas sementes, que vingaram facilmente, dando lugar a árvores de elevado porte e abundante frutificação. Estudiosos da cultura cacauera no Brasil asseveram que, ainda hoje, pode ser visto o primeiro cacauero plantado na Bahia, à margem direita do rio Pardo, na fazenda denominada "Cubículo". Dêse vale, como é lógico admitir-se, teria o cacauero passado para o do Jequitinhonha, dada a proximidade entre os dois cursos d'água.

Se bem, na época, não se concedesse maior importância à árvore ali introduzida, foi ela, aos poucos, ganhando os vales de outros rios da região, inclusive o das Contas, assim se alastrando, graças a condições naturais altamente favoráveis, que só se repetem na África (Costa do Ouro e Nigéria). É a partir de meados do século, entretanto, e mais particularmente por volta de 1870, que tem início o "rush" do cacau por toda a região. Do sul da Bahia irradiou-se o cacauero para a zona do baixo rio Doce, no Espírito Santo, mas isto somente de cerca de cinquenta anos para cá. A aclimação nessa área, porém, só veio a processar-se em termos animadores muito depois, quando, por volta de 1930, foram para ali transplantadas variedades mais apropriadas às condições locais.

Figura o Brasil no segundo posto, entre os maiores produtores mundiais de cacau, com

cêrca de 20%, cabendo o primeiro lugar à Costa do Ouro, com quase metade do total produzido. Na África, também a Nigéria aparece com uma produção expressiva, em torno de 15% do total. Após o Brasil, segue-se o resto do continente americano, com cerca de 13%, figurando, por último, a Ásia.

No Brasil, é o sul da Bahia, como já ficou dito, a principal região produtora. Em 1949, o total produzido nessa região representou 96,57% do montante nacional. Em seguida, figura o Espírito Santo (zona do baixo rio Doce), com 2,07%, cabendo à Amazônia apenas 1,34%.

O consumo mundial de cacau se reparte entre os países de mais alto padrão de vida, o que bem se compreende por se tratar de um ingrediente destinado a entrar, como matéria-prima essencial, nas indústrias de confeitaria e fabrico do chocolate. Em primeiro lugar, figuram os Estados Unidos, vindo a seguir a Inglaterra. Os países da Europa continental aparecem logo após, e, por último, a América Latina e os Domínios britânicos.

As variações da produção brasileira de cacau decorrem de fatores vários, desde aqueles relacionados aos azares do próprio cultivo, influindo no vulto das safras, aos pertinentes à procura nos mercados externos.

Como não podia deixar de acontecer, o período da segunda guerra mundial ocasionou graves distúrbios no mecanismo do comércio mundial do produto, com profundas repercussões na economia cacauera do Brasil. Os prejuízos daí resultantes levaram muitos produtores ao desânimo, verificando-se, nos anos que se seguiram ao conflito, tendência para decréscimo da tonelagem. Um extraordinário surto de procura, entretanto, verificou-se nessa ocasião, determinado pela intensificação das atividades industriais relacionadas ao aproveitamento do cacau, enquanto, a essa altura, esforços se conjugavam para elevar o nível da produção, buscando-se recuperar as lavouras essenciais em todo o mundo. As cotações subiram a partir de 1946 e, no ano seguinte, alcançavam o índice 553, considerando 100 para 1931.

Entre os mercados importadores do cacau brasileiro figuram os Estados Unidos em plano destacado. Das 132 244 toneladas exportadas em 1949, 97 078 se destinaram aos centros de consumo norte-americanos. Os demais países importadores têm sido a Holanda, a Argentina, a Itália, a Suíça, o Uruguai e o Chile, sendo os três primeiros, porém, os de maior importância, depois dos Estados Unidos.

No que se refere à contribuição percentual no conjunto das exportações nacionais, o valor dos embarques de cacau vem representando, nos últimos anos, de 4 a 5%. Em princípio,

pode-se dizer que o valor da nossa produção raramente ultrapassa 2% do valor total da produção dos 22 principais produtos da agricultura nacional. Acompanhando o ritmo vertiginoso dos aumentos gerais, subiu o valor

da produção do cacau de 127 milhões de cruzeiros, em 1935, a 419 milhões, em 1946, e a 790 milhões, em 1947. Em 1948 e 1949 registrou-se ligeiro declínio: 630 e 615 milhões de cruzeiros, respectivamente.

TABELA I

Produção brasileira de cacau, segundo a área cultivada, rendimento médio e quantidade produzida — 1931/1949

ANOS	ÁREA CULTIVADA		RENDIMENTO MÉDIO		QUANTIDADE	
	Em hectares	Em números relativos 1931=100	Em kg/ha	Em números relativos 1931=100	Em toneladas	Em números relativos 1931=100
1931	153 670	100	500	100	76 738	100
1932	180 000	117	580	116	104 437	136
1933	175 730	114	570	114	100 074	130
1934	175 880	114	610	122	107 922	141
1935	177 715	116	720	144	127 116	166
1936	189 080	123	670	134	126 677	165
1937	187 330	122	630	126	118 900	155
1938	180 909	118	780	156	141 839	185
1939	205 902	134	654	131	134 759	176
1940	229 884	150	557	111	128 016	167
1941	239 362	156	553	111	132 305	172
1942	241 164	157	451	90	108 869	142
1943	239 173	156	745	149	178 300	232
1944	241 520	157	472	96	116 532	152
1945	267 920	174	447	89	119 656	156
1946	243 772	159	499	100	121 659	159
1947	257 885	168	462	92	119 056	155
1948	260 786	170	372	74	96 910	126
1949	258 024	168	517	103	133 376	174

FONTE — Serviço de Estatística da Produção

TABELA II

Valor da produção brasileira de cacau — 1931/1949

ANOS	VALOR TOTAL		VALOR MÉDIO		% SOBRE O VALOR DA PRODUÇÃO TOTAL (22 PRODUTOS)
	Em Cr\$ 1 000	Em números relativos 1931=100	Em Cr\$/t	Em números relativos 1931=100	
1931	92 004	100	1 199	100	(1) 1,93
1932	114 538	124	1 097	91	(1) 2,13
1933	109 059	119	1 090	91	1,78
1934	107 076	116	992	83	1,56
1935	126 504	137	995	83	1,84
1936	126 007	137	995	83	1,54
1937	118 644	129	998	83	1,45
1938	164 337	179	1 159	97	1,91
1939	163 987	178	1 217	102	2,00
1940	141 048	153	1 102	92	1,81
1941	219 454	239	1 659	138	2,53
1942	183 401	199	1 685	141	2,00
1943	290 352	316	1 628	136	2,33
1944	179 947	196	1 544	129	1,05
1945	221 341	241	1 850	154	1,15
1946	419 055	455	3 445	287	1,66
1947	790 074	859	6 636	553	2,78
1948	629 722	684	6 498	542	1,90
1949	615 707	669	4 616	385	1,77

FONTE — Serviço de Estatística da Produção

(1) Exclusive o valor da mamona

TABELA III

Produção brasileira de cacau, segundo as Unidades da Federação — 1949

ZONAS FISIográficas E UNIDADES DA FEDERAÇÃO	QUANTIDADE		VALOR	
	Em toneladas	% (Brasil = 100%)	Em Cr\$ 1 000	Em Cr\$/t
Norte	1 787	1,34	10 085	5 644
Acre	12	0,01	8	700
Amazonas	728	0,55	4 301	5 913
Pará	1 042	0,78	5 744	5 512
Amapá	5	0,00	32	6 265
Nordeste	18	0,01	35	1 944
Maranhão	6	0,00	11	1 941
Pernambuco	12	0,01	24	2 000
Leste	131 571	98,65	605 587	4 603
Bahia	128 795	98,57	585 700	4 548
Minas Gerais	18	0,01	46	2 500
Espírito Santo	2 758	2,07	19 841	7 194
BRASIL	133 376	100,00	615 707	4 616

FONTE — Serviço de Estatística da Produção

ESTRANGEIRO

ESTIMATIVAS DE RENDA NACIONAL

O ÓRGÃO de Estatística das Nações Unidas, publicou, em *Statistical Papers*, Série E n.º 1, de outubro de 1950, estimativas da renda nacional e "per capita" de setenta países, em moeda nacional, e, para efeito de comparações, em dólares

Esses dados, ora divulgados pela REVISTA, conforme salienta a citada publicação, deverão ser encarados com as reservas decorrentes da precariedade das estimativas compiladas ou levantadas pelo Bureau de Estatística das Nações Unidas. É que, em se tratando de dados sobre renda nacional, os elementos disponíveis são escassos, mesmo nos países onde as estatísticas têm alcançado elevado grau de precisão, cumprindo levar em conta, ainda, que a diversidade dos critérios adotados determina sérios obstáculos na redução desses elementos a um denominador comum, para efeito de comparações internacionais

Para melhor interpretação dos dados numéricos da tabela, transcrevem-se, a seguir, algumas considerações sobre a fidedignidade dos mesmos, publicadas pelo *Statistical Papers*

"As comparações internacionais sobre renda nacional são de difícil execução e sujeitas a erros consideráveis. Em primeiro lugar, as estatísticas fidedignas da renda nacional, expressas em moeda nacional, são aproveitáveis, apenas, para um limitado número de países. De setenta países mencionados na tabela a seguir, talvez um quarto possui, atualmente, estimativas da renda nacional firmemente estabelecidas em fatos estatísticos. Dos restantes, menos de um quarto dispõe de estimativas com margem tolerável de erro, para um ou mais anos recentes; e, quanto à maioria, as fontes nacionais, só possibilitam alguns cálculos grosseiros, ou nem mesmo isso. Consequentemente, tornou-se necessário para o Bureau de Estatística aceitar, em muitos casos, dados duvidosos, extrapolar elementos calculados para anos anteriores, ou estabelecer sua própria estimativa com base em escassas informações aproveitáveis

Para os países abaixo, foram utilizadas as estimativas oficiais ou semi-oficiais da renda nacional para 1949, ou para o ano fiscal ou agrícola 1948/49 ou 1949/50:

Alemanha (Ocidental)	Índia
Austrália	Israel
Áustria	Itália
Bélgica	Luxemburgo
Canadá	México
Chile	Nova Zelândia
Dinamarca	Noruega
Estados Unidos	Polónia
Filipinas	Reino Unido
Finlândia	Rodésia do Sul
França	Suécia
Grécia	Suíça
Holanda	União Sul-Africana

Os cálculos, para 1949, dos países seguintes, foram estimados, ou extrapolados de estimativas referentes a anos recentes:

Argentina	Paraguai
Bolívia	Peru
Brasil	República Dominicana
Burma	
Ceilão	Equador *
China	Egito
Colômbia	Guatemala *
Costa Rica	Honduras
Cuba *	Hungria
Checoslováquia	Indonésia
Irlanda	Iran
Islândia	Rússia **
Iugoslávia	Salvador
Japão	Tailândia
Nicarágua	Turquia
Paquistão	Uruguai
Panamá	Venezuela

No caso dos demais países, abaixo enumerados, a renda nacional foi obtida com base em suposições ou nas estimativas da renda "per capita" multiplicada pela estimativa da população:

Afganistão	Libéria
Coreia do Sul	Portugal
Etiópia	Saudi-Arábia
Haiti	Síria
Iraque	Yemen
Líbano	

A observação da tabela, nos revela, de imediato, forte dispersão da renda "per capita" nos setenta países em foco, que totalizam cerca de 90% da população mundial. Assim é que 12 países (17,14% dos 70) têm renda "per capita" abaixo de 50 dólares; 13 (18,57%), entre 50 e menos de 100; apenas 15 (21,43%) têm renda superior a 400; e 30 (42,86%), entre 100 e 400 dólares. A maior renda é a dos Estados Unidos (1 453 dólares) e a menor a da Indonésia (25 dólares). A renda mediana está em torno de 125 dólares e a média aritmética ponderada em 245

* Estimativa não oficial, em cooperação com o órgão de estatística das Nações Unidas

** Inclusive a Bielo-Rússia e a Ucrânia

TABELA I

Renda nacional (total e "per capita") de setenta países, em dólares — 1949

- a) Estimativa oficial ou semi-oficial
b) Estimativa ou extrapolação do "Statistical Office"
c) Estimativa grosseira do "Statistical Office" baseada em dados "per capita" presumíveis

PAÍSES	QUALIDADE DA ESTIMATIVA DA RENDA NACIONAL	RENDA NACIONAL EM MILHÕES DE DÓLARES	POPULAÇÃO EM 1949 (em milhões de habitantes)	RENDA "PER CAPITA" (dólares)
Alemanha (Zona Ocidental)	a	15 300	47 585	320
Afganistão	c	(1) 600	12 000*	50
Argentina	b	5 722	16 555	346
Austrália (1948/49)	a	5 374	7 912	679
Áustria	a	1 516	7 000	216
Bélgica	a	5 015	8 614	582
Bolívia	b	(2) 221	3 990*	55
Brasil	b	5 530	49 340	112
Burma (1948/49)	b	(1) 612	17 180	36
Canadá	a	11 797	13 549	870
Ceilão	b	487	7 297	67
Chile	a	1 070	5 709	188
China	b	(1) 12 384	463 493*	27
Colômbia . . .	b	1 456	11 015	132
Coreia do Sul	c	(1) 700	20 189	35
Costa Rica	b	(1) 105	837	125
Cuba	b	1 550	5 199	296
Checoslováquia	b	4 625	12 463	371
Dinamarca	a	2 908	4 230*	689
Egito	b	1 989	20 045	100
Equador . . .	b	134	3 378*	40
Estados Unidos	a	210 831	149 216	1 453
Etiópia	c	(1) 570	15 000*	38
Filipinas	a	850	19 356	44
Finlândia	a	1 399	4 015	348
França	a	19 857	41 180	482
Grécia	a	1 008	7 852	128
Guatemala	b	(1) 293	3 784	77
Haiti	c	(1) 150	3 750*	40
Holanda	a	5 000	9 956	502
Honduras	b	(1) 110	1 326	83
Hungria	b	(3) 2 315	9 165	269
Índia (1948/49)	a	10 572	346 000	57
Indonésia	b	(1) 2 000	79 260*	25
Iran	b	1 450	17 073*	85
Iraque	c	(1) 424	4 990	85
Irlanda	b	1 260	2 991	420
Islândia	b	66	139	476
Israel	a	395	1 016	389
Itália	a	10 800	45 996	235
Iugoslávia	b	2 343	16 040	146
Japão	b	(1) 8 260	82 636	100
Líbano	c	155	1 240	125
Libéria	c	(1) 62	1 648*	38
Luxemburgo	a	162	295	553
México	a	2 960	24 448	121
Nova Zelândia (1949/50)	a	1 610	1 881	856
Nicarágua	b	(1) 105	1 184	89
Noruega	a	1 898	3 233	587
Paquistão	b	(1) 3 760	73 855*	51
Panamá	b	(1) 140	764	183
Paraguai	b	109	1 304*	84
Peru	b	(1) 820	8 240	100
Polónia	a	(1) 7 344	24 500	300
Portugal	c	(1) 2 150	8 491	250
Reino Unido	a	38 922	50 363	773
República Dominicana	b	(1) 170	2 277	75
Rodésia do Sul	a	204	2 022*	101
Salvador	b	197	2 150	92
Saudi-Arábia	c	(1) 240	6 000*	40
Suécia	a	5 426	6 956	780
Suíça	a	3 940	4 640	849
Síria	c	(1) 340	3 407*	100
Tailândia	b	(1) 650	17 987	36
Turquia	b	(1) 2 452	19 623	125
U R S S. (4)	b	(1) 59 500	193 000*	308
União Sul-Africana (1948/49)	a	3 200	12 112	264
Uruguai	b	779	2 353	331
Venezuela	b	1 478	4 595	322
Yemen	c	(1) 280	7 000*	40

FONTE — "Statistical Office of the United Nations"

NOTA — Os elementos apresentados na última coluna se referem à mais recente cotação do dólar, isto apenas para mostrar os resultados do cômputo; é claro que a precisão dos dados fica um pouco prejudicada ao se fazerem as conversões segundo a última cotação do dólar

(1) Os dados em moeda nacional não foram aproveitados para 1949; o equivalente em dólar foi baseado em estimativas anteriores ou em dados supostos de renda "per capita" em dólares

(2) Os dados em moeda nacional foram calculados segundo os preços em 1946

(3) Os dados em moeda nacional foram calculados segundo os preços em janeiro de 1947

(4) Inclusive a Bielo-Rússia e a Ucrânia

* O asterisco é usado para indicar que se trata de estimativa grosseira da população

BIBLIOGRAFIA

R A FISHER — *Contributions to Mathematical Statistics* — John Wiley and Sons, Inc — New York, 1950

Se, de um lado, o desenvolvimento das modernas teorias estatísticas encontra nos trabalhos de RONALD AYLMER FISHER seus mais sólidos fundamentos, há que considerar, de outro, a dificuldade que se impõe ao estudioso, quando sente a necessidade de recorrer às diversas contribuições do eminente mestre de Cambridge. É que os trabalhos de R. A. FISHER — salvo os que tomaram forma de livros, hoje traduzidos em diversos idiomas — seja os referentes à teoria matemática de Estatística, seja os pertinentes à aplicação da teoria estatística à Agricultura, seja ainda os concernentes à Genética, foram publicados, a partir de 1920, principalmente, em diversas revistas técnicas de vários países, ou são encontrados em anais de associações científicas. De uma ou outra forma, porém, essas contribuições são inacessíveis à maioria dos estudantes e estudiosos de todo o mundo, embora sumamente importantes, notadamente aquelas que fundamentam a teoria estatística, ou expõem a lógica da inferência, ou tratam dos testes de significância na análise harmônica.

Solicitado a selecionar as contribuições que, em seu próprio parecer, julga mais expressivas à cultura estatística, R. A. FISHER escolheu 43, as quais reviu cuidadosamente, chegando mesmo, em muitas delas, a opor emendas substanciais, inclusive “cortes” ou acréscimos. Essas 43 seleções fisherianas foram, agora, reunidas em alentado volume, dado à publicidade neste começo de janeiro de 1951 pela “John Wiley and Sons”, de Nova York.

Apesar de as 43 contribuições significarem, no próprio julgamento do Autor, seus trabalhos de maior penetração ou projeção científicas, parece acertado referir-nos em especial a algumas delas.

Em primeiro lugar está “On the interpretation of χ^2 from contingency tables, and the calculation of P ”, publicado em 1922. Em recentes afirmações, FISHER diz que “This short paper, with all its juvenile inadequacies, yet did something to break the ice”. Realmente, já YULE e GREENWOOD, em 1915, e BOWLEY, em 1920, tinham observado que alguma coisa não estava bem, na prova pearsoniana de χ^2 , “mas ninguém descobriu o erro”.

“On the mathematical foundation of theoretical statistics”, publicado em 1922, significa uma das maiores contribuições fisherianas à Estatística Moderna, e representa o ataque, maciço, em larga escala, ao problema da estimação. Nova contribuição sobre o mesmo assunto seria “Theory of statistical estimation”, dado à publicidade em 1925.

Estudo da maior relevância é “On a distribution yielding the error functions of several well known statistics”, onde FISHER realça que muitos problemas de distribuição envolvem, somente, uma simples família (χ^2 , z , t)

“Inverse probability” é o estudo apresentado, em 1930, à “Cambridge Philosophical Society” e com o qual FISHER introduz a noção de probabilidade fiducial.

“The logic of inductive inference”, aparecido em 1925, examina o desenvolvimento da matéria até aquele ano.

“Professor KARL PEARSON and the method of moments”, publicado em 1937, não é apenas um trabalho de crítica no terreno da técnica, ou da ciência, mas, ainda, de crítica pessoal. Em se referindo a PEARSON — com quem, antes da primeira guerra mundial entrara em contacto pessoal e de quem leia, cuidadosamente, com espírito de crítica, *Mathematical Contributions to the Theory of Evolution* — FISHER diz: “If peevish intolerance of free opinion in others is a sign of senility, it is one which he had developed at an early age”.

Graças à iniciativa da seleção, revisão e publicação dos 43 principais trabalhos de R. A. FISHER — seleção e revisão que é próprio efetuar — é possível ao técnico estatístico conhecer e estudar as substanciais contribuições fisherianas ao desenvolvimento científico da Estatística.

Coube a MAHALANOBIS elaborar a biografia do Professor de Cambridge — ora com 61 anos de idade, desde que nascido a 17 de fevereiro de 1890 — na qual examina honestamente o papel de FISHER na Estatística Moderna, e focaliza a influência do mesmo na Índia, onde as pesquisas estatísticas se encontram em surpreendente evolução.

BOULDING, KENNETH E — *A Reconstruction of Economics* — John Wiley and Sons, Inc — New York, 1950

A nova obra de BOULDING — ora Professor de Economia na Universidade de Michigan — é, acima de tudo, uma obra de idéias novas, talvez decorrentes de rápida evolução no domínio da teoria econômica, talvez conseqüentes a uma evolução no terreno do pensamento específico. É uma obra para ser lida com muito vagar e maior meditação, não porque apenas dirija críticas a escolas ou sistemas, mas, e principalmente, porque pretende edificar.

Diz BOULDING que alimenta crescente insatisfação em face das presentes condições da teoria econômica, tais como são aceitas e ensinadas. Daí, o seu esforço no sentido de estabelecer alguns padrões teóricos mais consistentes, sob o aspecto conceitual, e mais úteis, para efeito de interpretação.

O A enumera as razões de sua insatisfação, entre as quais vale ressaltar:

a) “a incapacidade de a Economia promover a sua integração no corpo geral das ciências sociais”. E adianta que “não há essa coisa chamada Economia”, mas, e somente, uma ciência social aplicada a problemas econômicos. Sallienta o A, também, que os erros do passado, relativamente a essa integração — como os dos

spencerianos, marxistas e institucionalistas, por exemplo — “não devem tirar-nos a coragem”;

b) a condição keynesiana de macroeconomia. Boulding diz que, apesar do brilho e do valor do sistema de Keynes, esse mesmo sistema exibe não poucas debilidades, que são apontadas e discutidas pelo Autor

A obra de Boulding está dividida em duas partes. A primeira é dedicada à macroeconomia, onde o Autor estuda, em especial, o equilíbrio ecológico, o indivíduo e o organismo econômico, teoria do organismo econômico, mercado, teoria geral da preferência, teoria da produção, teoria do consumo, equilíbrio da produção e consumo

A segunda parte é devotada à macroeconomia, e, aí, o Autor expõe suas idéias a respeito da natureza e significância dos agregados econômicos, a estrutura dos agregados macroeconômicos (capital, renda, pagamentos), a teoria da produção e emprego, teoria macroeconômica de distribuição, moeda e lucro e dívida, economia governamental

É uma obra, por sem dúvida, destinada a fortes repercussões especialmente porque submete a crítica bem incisiva conceitos admitidos pacificamente por escolas econômicas, tal, por exemplo, a Keynesiana. Não se trata, todavia, de trabalho facilmente acessível. Bem ao contrário: é obra destinada a espírito amadurecido no estudo da Economia, notadamente no terreno dos “modelos econômicos” e, conseqüentemente, na Econometria. O Autor, aliás, adverte inicialmente: “This work is directed mainly at serious students of economics who have already had some moderate exposure to the subject”

MILBANK MEMORIAL FUND — Problems in the collection and comparability of international statistics — Milbank Memorial Fund — New York, 1950

Ao apresentarem este trabalho, FRANK BOURDAU e CLYDE KISER salientam que “longe estamos de ter um mundo estatístico”, tal a diversidade de padrões que se encontram nos diversos países. Como é óbvio, essa realidade dificulta seriamente a comparabilidade internacional de resultados estatísticos. Embora as diferenciações sejam generalizadas, elas se tornam mais fortes no terreno das estatísticas sociais e econômicas

Alguns esforços têm sido feitos, em ocasiões distintas e por iniciativa de organismos internacionais, no sentido de padronizar certos resultados e de harmonizar, ao máximo possível, métodos de coleta e de apuração

O “Milbank Memorial Fund”, de New York, discutiu, na sua reunião anual de 1948, o problema da comparabilidade ora em tela. Foram então estudadas as seguintes contribuições: 1 “Development of International Statistics”, de WALTER F. WILLCOX; 2 “Problems of collection and comparability of international population statistics”, de DUDLEY KIRK; 3 “A case study of the international collection of demographic statistics”, de FORREST E. LINDER; 4 “Cultural differences and Census concepts”, de CALVERT L. DEDRICK; 5 “Problems of collection and comparison of migration statistics”, de MAX

LACROIX; 6 “World health statistics”, de KNUX STOWMAN; 7 “The sixth revision of the international lists of diseases and causes of death”, de J. T. MARSHALL; 8 “Internationally comparable statistics of food and agriculture”, de CONRAD TAUBER; 9 “Problems in the collection and comparability of international labor statistics”, de ROBERT MORSE WOODBURY; 10 “Statistics of the distribution of family incomes by size”, de J. B. D. DERKSEN; 11 “General assessment of international statistics and outlook for the future”, de WILLIAM R. LEONARD

Como se vê, as onze parciais contribuições são de autoria de técnicos de projeção internacional, e a maioria delas com pesadas responsabilidades nas atividades estatísticas das Nações Unidas, a cujos quadros diretivos pertencem

Merecem leitura demorada as referidas teses, agora publicadas num volume, graças à iniciativa do “Milbank Memorial Fund” a que se devem, aliás, interessantes estudos de profundidade estatística, quer no campo da Economia, quer no da Demografia

COCHRAN, WILLIAM G., e COX, GERTRUDE M. — Experimental Designs — John Wiley and Sons, Inc. — New York, 1950

Se, efetivamente, os princípios lógicos que conduzem o planejamento e a execução de experimentações se encontram na obra de FISHER, *The Design of Experiments*, há que considerar a realidade de situações específicas na matéria, exigentes de normas especiais de orientação, não explicitamente contidas ali

Dizem COCHRAN e COX que, quando ainda no “Iowa State College”, — e, hoje, o primeiro é professor da “Johns Hopkins University”, e a segunda, diretora do Departamento de Estatística Experimental em North Carolina — receberam numerosas consultas, proferidas de investigadores em diferentes aspectos científicos, quanto a problemas do planejamento e análise experimentais. E isto os levou a elaborar *Experimental Designs*, recentemente editado

O livro foi escrito, assim, com um objetivo: tornar-se um auxiliar valioso daqueles que se dedicam a pesquisas e a experimentações. E não há dúvida de que alcançou o propósito inicial. Em seus 15 longos capítulos, há exposição clara de processos científicos e abundante exemplificação de situações concretas em casos específicos. Acertadamente, os Autores consagraram dois capítulos aos princípios lógicos que governam a experimentação, além de outro devotado às bases teóricas na análise dos resultados

A obra de COX e COCHRAN torna-se, dessarte, um complemento valioso àquela outra, anteriormente, citada, de RONALD FISHER

LUTZ, R. R. — Graphic Presentation Simplified — Funk & Wagnalls Company — New York, 1950

Em virtude, especialmente, do largo emprego de gráficos estatísticos em atividades comerciais e industriais, tem-se multiplicado, nestes últimos anos, a elaboração e publicação de

livros especializados na matéria, notadamente nos Estados Unidos, de onde nos tem vindo, a partir do primeiro trabalho de WILLIARD C BRINTON, *Graphic methods for Presenting Facts*, publicado em 1914, não poucas e interessantes contribuições e, entre elas, *Graphs: How to Make and Use Them*, de HERBERT ARKIN e RAYMOND R COLTON, traduzido para o português por PAULO LARA e editado pelo I B G E

Recentemente a "Funk & Wagnalls Company", de New York, editou *Graphic Presentation Simplified*, de R R LUTZ. É uma obra de feição elementar, que expõe, sob forma eminentemente prática, — acessível a quem possuir, apenas, cultura de nível ginasial, em Matemática — diversos tipos de gráficos: curvas, superfícies, barras, colunas, circulares, setores, cartogramas, pictóricos, diversos. Trata, além disso, de processos ligados à elaboração desses gráficos, bem assim o uso de cores, métodos de reprodução, classificação de gráficos segundo o uso, feitura e apresentação de tabelas. Finalmente, resume noções básicas de metodologia estatística, inclusive calculação de promédios e de números-índices.

É um livro útil ao trabalho de ilustração estatística, notadamente na apresentação de estatísticas comerciais.

HOEL, PAUL G — *Introduction to Mathematical Statistics* — John Wiley and Sons, Inc — New York, 1950

Editada pela primeira vez em 1947, a obra de HOEL foi bastante bem recebida pelos estudantes norte-americanos de Estatística, a ponto de merecer, recentemente, sua quinta edição.

Situado a meio termo entre os compêndios elementares — MILLS, CROXTON e COWDEN, WAUGH etc — e tratados do porte dos de KENDALL, CRAMÉR, FISHER e outros mais, o trabalho de HOEL adapta-se bem aos que, suficientemente preparados em Cálculo, dão os primeiros passos em Estatística Matemática.

Embora o Autor confesse que noções elementares de Cálculo permitem a compreensão da matéria exposta, há passagens, todavia, que exigem domínio seguro da diferenciação e da integração.

HOEL — baseado, sem dúvida, na experiência que adquiriu no magistério, desde que é celebrado professor de Matemática na Universidade de Califórnia — dosou com muita habilidade a matéria de seu compêndio, expondo sucessivamente: distribuições de frequências de uma variável, de duas variáveis, de mais de duas variáveis; grandes amostras; pequenas amostras; métodos não-paramétricos; provas da bondade do ajustamento; teoria das hipóteses; experimentação.

A exposição é bastante clara e auxiliada por desenvolvida parte prática. Para o estudante interessado em ampliar estudos, há selecionadas referências no fim de cada capítulo.

Dentro do campo em que a situamos, isto é, num terreno intermédio, a obra comentada é das mais interessantes e valiosas entre as que têm surgido nos últimos anos. Preocupa-se, sobretudo, em registrar as principais contribuições da moderna teoria de Estatística.

NEYMAN, J. — *First Course in Probability and Statistics* — Henry Holt and Company — New York, 1950

Deve-se a NEYMAN, orientador de uma das principais escolas modernas de Estatística, valiosa contribuição aos que se iniciam na metodologia respectiva, ou seja, as aulas que ministrou, em 1947, aos alunos do Laboratório de Estatística da Universidade de Califórnia.

Admitindo que a teoria da Estatística é uma secção da teoria das Probabilidades, NEYMAN dedica ao Cálculo respectivo alguns capítulos. Observa, porém, que, normalmente, o Cálculo de Probabilidades é ilustrado com jogos de azar, o que conduz o estudante ao desinteresse e a uma compreensão malsã do espírito matemático desse Cálculo.

O objetivo primacial da obra, todavia, é a teoria das hipóteses. Daí, longo capítulo, no qual NEYMAN sumariza, em termos elementares, os conceitos básicos da teoria, hoje famosa, que, com a cooperação de PEARSON, introduziu no domínio científico, há mais ou menos 20 anos.

A obra está dividida em cinco capítulos; no primeiro, são expostos os objetivos das probabilidades e da Estatística; o segundo é consagrado ao estudo das probabilidades; no terceiro, discutem-se problemas probabilísticos em Genética; o quarto, é dedicado ao estudo das variáveis casuais e às distribuições de frequência; o quinto, que é o ponto alto do livro, cuida da teoria das hipóteses.

O novo trabalho de NEYMAN é indispensável a quem estude as modernas teorias de Estatística.

COMRIE, L. J. — *Barlow's Tables* — Chemical Publishing Co., Inc — Brooklyn, New York, 1950.

As úteis *Barlow's Tables* apareceram pela primeira vez, como se sabe, em 1814, elaboradas por PETER BARLOW, da "Royal Military Academy", de Woolwich. Anteriormente, tabelas de quadrados e cubos, até 10 000, haviam surgido, tais as de GULDINUS, em 1635; as de BUCKNER, em 1701; as de SÉGUIN, em 1801, bem assim as de HUTTON, em 1781, com cubos até 10 000 e quadrados até 25 400.

As de BARLOW, todavia, tornaram-se famosas, e têm prestado relevantes serviços a diversas gerações. Em 1840, graças a DE MORGAN, foi publicada a segunda edição, onde se este-reotipariam as sucessivas edições. Certo é que a edição de DE MORGAN excluiu algumas tabelas da primitiva, como, por exemplo, os logaritmos hiperbólicos, a oito decimais, dos números entre 1 000 e 10 0000.

Deve-se, agora, a L. J. COMRIE, do "Royal Naval College", o preparo desta atualíssima edição, que contém alguns melhoramentos, inclusive a eliminação de enganos. "Todos os esforços foram feitos — diz o Autor — no sentido de evitar qualquer erro." Por isso, as diversas e numerosas tabelas foram conferidas com outras de alta precisão. COMRIE põe de manifesto, por exemplo, que usou as tabelas de JAHN, *Tafeln der Quadratzahlen und Kubikzahlen*, onde há "51 erros nos quadrados e 341 ditos nos cubos até 10 000".

A recente edição de *Barlow's Tables* é, assim, um trabalho cuidadoso e, por isso, inspira a maior confiança. Além de uma parte descritiva do manuseio das tabelas, inscreve os valores de n (até 100), n^2 , n^3 , n^4 , $1/\sqrt{n}$, n , $\sqrt{n}$, $\sqrt[3]{n}$ e $1/n$; de 101 a 12 500, os seguintes: n , n^2 , n^3 , $\sqrt{n}$, $\sqrt[3]{n}$, $\sqrt[4]{n}$ e $1/n$. Em apêndice, assinala as potências 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 dos números inteiros até 100, além das potências 11 e 20 dos números 1 a 10. Finalmente, registra os coeficientes binomiais (sendo n de 1 a 12) e valores de expressões que contêm π e e .

As *Barlow's Tables* constituem indispensável elemento de trabalho para estatísticos

HOGBEN, LANCELOT — Chance and Choice
Chanticleer Press — New York, 1950

A penetração dos métodos estatísticos nos mais diversificados campos das atividades humanas — dos trabalhos de pesquisa, nos laboratórios, na Física e na Sociologia, na Química e na Economia, na Agricultura e na Medicina, aos encargos de organização ou de racionalização — tem dado margem a elaboração e publicação de incommum quantidade de compêndios, ou tratados, ou monografias, onde, não raro, as idéias são sacrificadas à forma. Não é nosso intento, porém, examinar o aspecto qualitativo dessa produção imensa, mas focalizar o principal característico da mesma, aliás já assinalado alhures: é possível subdividir êsses milhares de obras em duas partes nitidamente distintas; numa, os livros elementares, acessíveis a quem possui, apenas, noções de matemática de programa colegial, isto é, dos nossos "ciclos clássicos ou científicos"; noutra, os livros, como o de KENDALL, por exemplo ou o de CRAMÉR, ou o de NEYMAN, que exigem amplo domínio de matemática superior.

LANCELOT HOGBEN, professor de Estatística Médica da Universidade de Birmingham, compreendeu precisamente o problema, e tentou dar-lhe solução. Daí, o seu *Chance and Choice by cardpack and chessboard*, que representa uma das mais substanciais contribuições, já aparecidas no mundo, ao estudo introdutório das probabilidades e dos métodos estatísticos modernos.

Estamos em face, realmente, de uma obra de repercussão mundial. É uma obra de peso, efetivamente, que expõe conceitos fundamentais, calculação, hipóteses e expectância, reconhecimento duma diferença taxonômica, significância e confiança, momentos, correlação e independência, variação concomitante, sistemas de amostragem.

A obra de HOGBEN vem preencher uma grande lacuna na bibliografia estatística internacional. Daí a incommum repercussão que está obtendo, particularmente nos Estados Unidos.

ABRAMOVITZ, MOSES — Inventories and Business Cycles — National Bureau of Economic Research — New York, 1950

Prosseguindo nas investigações sistemáticas sobre os movimentos cíclicos da economia, divulga o "National Bureau of Economic Re-

search", no presente volume, os resultados das pesquisas do Professor MOSES ABRAMOVITZ, referentes ao andamento dos estoques e aos investimentos nos inventários das empresas no decorrer dos ciclos econômicos.

Apoia-se o A nas estatísticas existentes, resultando daí maior desenvolvimento no estudo das indústrias manufatureiras, que oferecem os dados mais minuciosos sobre o movimento dos estoques.

A matéria tratada está distribuída em três partes: na primeira, resume o A as teorias de HAWTREY, KEYNES e HANSEN, os estudos de METZLER e os métodos de medida dos ciclos econômicos; a segunda parte compreende o estudo do andamento cíclico dos inventários, referindo-se aos inventários em conjunto durante os ciclos da conjuntura e aos estoques de matéria-prima, produtos semi-elaborados e produtos terminados; no final dessa parte, apresenta o A a sua teoria preliminar do andamento cíclico dos estoques das indústrias manufatureiras; na terceira parte, são estudados amplamente os investimentos nos inventários das empresas, de acordo com os critérios seguidos na parte anterior.

Trabalho extenso, com mais de 600 páginas de texto, tabelas e gráficos, apresenta valiosa contribuição aos que se dedicam ao estudo dos ciclos econômicos.

CRIMES E CONTRAÇÕES (DISTRITO FEDERAL), 1947 — Serviço de Estatística Demográfica, Moral e Política — Serviço Gráfico do IBGE — Rio de Janeiro, 1950

Com a promulgação do Decreto-lei n.º 3 992, de 30-12-1941, que instituiu o boletim individual para fins de apuração estatística dos diferentes aspectos judiciais, tornou-se possível ao Serviço de Estatística Demográfica, Moral e Política, do Ministério da Justiça, coligir, sistematizar e divulgar os dados mais oportunos acerca da criminalidade no País.

Assim, após divulgados os números relativos ao quinquênio 1942/1946, publicou aquele órgão novo trabalho, com elementos estatísticos referentes aos crimes e contrações cometidos na Capital da República, em 1947, discriminados segundo a classificação adotada no Código Penal e a espécie dos delitos, profissão, nacionalidade, idade, raça, estado civil, situação de família, instigação e naturalidade dos respectivos indicados e acusados, além do movimento de inquéritos e processos apreciados pela Justiça Comum do Distrito Federal.

DEPARTAMENTO ESTADUAL DE ESTATÍSTICA DO RIO GRANDE DO SUL — Anuário Estatístico da Exportação — Porto Alegre, 1950

O Departamento Estadual de Estatística do Rio Grande do Sul, prosseguindo no plano de divulgação de elementos estatísticos, deu à publicidade mais um número do *Anuário Estatístico da Exportação*, que desde 1920 vem sendo

publicado com informes pormenorizados acêrca do volume e valor das mercadorias exportadas e discriminação dos principais produtos por Estados e países de destino

As tabelas divulgadas referem-se ao triênio 1946/48

IL BRASILE D'OGGI — Ministério das Relações Exteriores — Rio de Janeiro, 1951

Organizado pelo Conselheiro CARLOS ALBERTO GONÇALVES, representante do Itamarati na Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, publicou o Ministério das Relações Exteriores mais um trabalho de divulgação do Brasil no estrangeiro, escrito, desta vez, em língua italiana

Seguindo, de modo geral, o plano adotado nas anteriores, insere a publicação informações pormenorizadas acêrca da situação política, econômica e social, além de um resumo histórico do País, divisão territorial e regional, aspecto demográfico, imigração e muitos outros dados de interesse

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA — Comércio (separata do Anuário Estatístico do Brasil, ano XI, 1950) — Serviço Gráfico do I B G E — Rio de Janeiro, 1950

Dando continuidade à prática de divulgar, por antecipação, os dados de maior interesse do

Anuário Estatístico do Brasil, o I B G E ofereceu à publicidade o folheto *Comércio*, separata do número XI, referente a 1950, daquela publicação, que deverá circular nos próximos meses

Na coletânea de tabelas divulgadas por antecipação, figuram as relativas ao comércio exterior, interestadual e local, bem como um capítulo dedicado a cotações de preços de mercadorias nas principais bolsas do País e de New York, além de quadros dos preços médios de gêneros alimentícios no comércio varejista dos Municípios das Capitais, no decênio 1933/49

LLOYD BRASILEIRO — Relatório de 1949 — Rio de Janeiro, 1950

Organizado pela Divisão de Estatística do Lloyd Brasileiro, foi entregue à publicidade o Relatório que o Diretor dessa Empresa pertencente ao Patrimônio Nacional apresentou ao Sr. Ministro da Viação e Obras Públicas, referente às atividades no ano de 1949

Incluindo amplo noticiário administrativo, o Relatório apresenta, também, importantes informações de caráter estatístico, oportunas e variadas, com numerosos gráficos e tabelas a respeito do movimento geral da Empresa, embarcações em trânsito, com as respectivas características de construção e funcionamento; número de milhas percorridas; recsita e despesa das Agências; principais produtos transportados; movimento de passageiros e muitos outros dados de interesse

LEGISLAÇÃO

CONSELHO NACIONAL DE ESTATÍSTICA

JUNTA EXECUTIVA CENTRAL

Resolução n.º 351, de 19 de dezembro de 1950

Autoriza destaque e suplementação de verbas, no orçamento do Conselho Nacional de Estatística para o exercício de 1950

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando das suas atribuições, e

considerando a proposta formulada pelo Serviço Econômico e Financeiro da Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Estatística, como fundamento nas modificações verificadas em compromissos orçamentários da mesma Secretaria,

RESOLVE:

Art. 1.º — Ficam autorizados os destaques e suplementações de verbas abaixo especificadas, no orçamento vigente da Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Estatística:

DESTAQUES

VERBA 1 — PESSOAL

Consignação II — Pessoal extranumerário

	Cr\$
04 — Contratados	70 683,40
Total da Consignação II	70 683,40

Consignação III — Vantagens

14 — Gratificação adicional "pro-tempore"	5 300,00
15 — Gratificação de Representação (Decreto-lei n.º 24 609)	18 000,00
16 — Gratificação por exercício de docência e honorários por concursos e provas	8 840,00
17 — Gratificação por serviços extraordinários	66,00
18 — Gratificação por trabalho técnico ou científico	300,00
Total da Consignação III	32 506,00

Consignação IV — Indenizações

26 — Ajuda de custo	4 849,10
27 — Diárias	160,00
Total da Consignação IV	5 009,10
TOTAL DA VERBA 1	108 198,50

VERBA 2 — MATERIAL

Consignação I — Material permanente

	Cr\$
04 — Livros, fichas bibliográficas impressas, revistas e outras publicações especializadas	17 516,20

08 — Móveis em geral, máquinas, equipamentos e utensílios de escritório e de desenho; material didático e de laboratório; material elétrico; utensílios de copa e cozinha; aparelhagem médico-cirúrgica	44 661,50
Total da Consignação I	62 177,70

Consignação II — Material de consumo

13 — Artigos de expediente, desenho, ensino e educação; fichas e livros de escrituração, impressos e material de classificação	12,10
17 — Medicamentos e material de penso; produtos químicos e farmacêuticos, material de higiene e desinfecção	33,50
18 — Vestuários, uniformes e equipamentos; artigos e peças acessórios; roupa de cama, mesa e banho; tecidos e artefatos	2 914,00
Total da Consignação II	2 959,60
TOTAL DA VERBA 2	65 137,30

VERBA 3 — SERVIÇOS DE TERCEIROS

Consignação I — Conservação e reparos

	Cr\$
01 — Ligeiros reparos, adaptações, consertos e conservação de bens móveis e imóveis	191,10
Total da Consignação I	191,10

Consignação III — Taxas de serviços públicos

13 — Iluminação, força-motriz, gás e água	2,50
14 — Serviços postais, telegráficos e aéreos; radiogramas	6 504,40
Total da Consignação III	6 506,90

Consignação IV — Transportes e viagens

19 — Acondicionamento e embalagem; armazenagens, fretes, carros, estivas e capatazias; alojamento de animais e estadia de veículos em garagem	4,70
20 — Indenização por condução e transportes urbanos	35,00

21 — Passagens; transportes de pessoal e sua bagagem	Cr\$ 114,60
Total da Consignação IV	154,30

Consignação V — Outros serviços de terceiros

26 — Custeio de lavagem e engomagem de roupa; serviço de asseio e higiene	203,80
Total da Consignação V	203,80
TOTAL DA VERBA 3	7 056,10

VERBA 4 — ENCARGOS DIVERSOS

Consignação I — Encargos gerais

01 — Aluguel de bens imóveis	Cr\$ 5 373,30
06 — Despesas pela participação em certames e exposições, realizações culturais	2 100,00
09 — Representação social — recepções, excursões, hospedagens e homenagens	20 000,00
Total da Consignação I	27 473,30

Consignação II — Encargos específicos

28 — Passagens para os Delegados e Conferencistas à Assembléia-Geral do C N E	287,40
Total da Consignação II	287,40

Consignação III — Outros encargos

34 — Cursos de Estatística (indenização de passagens e diárias aos estagiários designados pelos Órgãos Regionais)	20 000,00
43 — Preparo da Exposição Nacional de Educação, Cartografia e Estatística	5 000,00
Total da Consignação III	25 000,00
TOTAL DA VERBA 4	52 760,40
TOTAL GERAL	233 152,60

RESUMO DOS DESTAQUES

	Cr\$
VERBA 1 — PESSOAL	108 198,50
VERBA 2 — MATERIAL	65 137,30
VERBA 3 — SERVIÇOS DE TERCEIROS	7 056,10
VERBA 4 — ENCARGOS DIVERSOS	52 760,70
TOTAL	233 152,60

SUPLEMENTAÇÃO

VERBA 5 — EVENTUAIS

	Cr\$
<i>Consignação I — Diversos</i>	
01 — Despesas imprevistas	233 152,60
Total da Consignação I	233 152,60
TOTAL DA VERBA 5	233 152,60

Resolução n.º 352, de 19 de dezembro de 1950

Dispõe sobre a alienação de veículos adquiridos para fins do Recenseamento Geral de 1950

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando das suas atribuições, e

considerando que, para atender às necessidades da coleta censitária deste ano, foram adquiridos, pelo Conselho, em diferentes pontos do País, veículos automotores usados, de vários tipos e modelos;

considerando que, concluída a coleta censitária, não se torna recomendável, por motivos óbvios, a manutenção desses veículos no patrimônio do Conselho;

considerando a conveniência de que se criem, a exemplo do que ocorre em outras organizações, condições para a aquisição, por parte dos servidores do Conselho, de veículos que, facilitando o transporte pessoal, possam contribuir, em determinados casos, para maior eficiência no desempenho das respectivas tarefas funcionais;

considerando, por outro lado, a necessidade de resguardar, no interesse da administração, o princípio da concorrência pública para a alienação de bens,

RESOLVE:

Art 1.º — Fica a Secretaria-Geral do Conselho autorizada a promover a alienação, mediante concorrência pública, dos carros adquiridos para os trabalhos censitários deste ano e cuja manutenção, a serviço dos órgãos da entidade, não seja considerada necessária

Art 2.º — Os editais de concorrência especificarão, em relação a cada carro, o valor mínimo aceitável para a alienação, após a avaliação que for feita segundo instruções a serem baixadas pela Secretaria-Geral

Art 3.º — À vista das propostas apresentadas em cada caso, deverão ter preferência, em igualdade de condições, os proponentes que pertencerem ao quadro de servidores do Conselho Nacional de Estatística e, dentre estes, os que, pela natureza de suas funções, mais necessitem de facilidade de transporte, a juízo da administração

Art 4.º — Aos servidores do Conselho que tiverem assegurada, pelos resultados da concorrência, a aquisição de carro, poderá ser facultado o pagamento do débito mediante desconto em folha, até o máximo de sessenta prestações mensais

§ 1.º — A nenhum servidor poderá ser vendido mais de um veículo

§ 2.º — No caso de exonerar-se ou ser demitido, o servidor beneficiado pela concessão prevista neste artigo perderá direito ao veículo adquirido, sem ressarcimento das contribuições que já houver pago, a menos que promova o imediato recolhimento aos cofres do Conselho da importância correspondente ao saldo do seu débito

§ 3.º — No caso de ser concedido o pagamento em prestações, ficará o adquirente sujeito às condições especiais que a Secretaria-Geral estabelecer para resguardo dos seus interesses, inclusive quanto à reserva de domínio

Resolução n.º 353, de 19 de dezembro de 1950

Dispõe sobre a concessão de licença especial aos servidores da Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Estatística

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando das suas atribuições, e

considerando que a Lei n.º 283, de 24 de maio de 1948, instituiu, para os servidores públicos federais, civis e militares, que tenham mais de dez anos de ininterrupto exercício, o direito ao gozo de licença especial de seis meses;

considerando que tem sido norma desta Junta seguir, em relação à administração de pessoal da Secretaria-Geral, orientação similar à adotada para o serviço público federal;

considerando que a licença especial instituída na Lei n.º 283, citada, pelo seu elevado alcance e objetivos, deve ser extensiva aos servidores do Conselho Nacional de Estatística, feitas, porém, nas disposições legais correspondentes, as adaptações exigidas pelas normas em vigor na Secretaria-Geral,

RESOLVE:

Art 1.º — Ao servidor do Conselho Nacional de Estatística é assegurado o direito ao gozo de licença especial de seis meses por decênio de efetivo exercício, com vencimentos integrais, na forma estabelecida na presente Resolução

Art 2.º — Para o fim de apuração do decênio de efetivo exercício, será considerado, apenas, o tempo de serviço prestado à Secretaria-Geral do Conselho, a partir da admissão do servidor nos quadros ou tabelas da repartição, ou como seu delegado junto a quaisquer órgãos do sistema

Art 3.º — Aos funcionários requisitados de outro órgão será concedida a licença especial, na forma prevista, desde que tenham dez anos de serviço efetivo no C N E

Art 4.º — Não interrompem o exercício, para o fim de contagem do decênio, as faltas ao serviço decorrentes de:

- a) férias;
- b) nojo ou gala;
- c) licença à gestante;
- d) licença para prestação de serviço militar;
- e) licença ao servidor acidentado em serviço;
- f) licença especial prevista na presente Resolução;
- g) afastamento para serviço eleitoral, judiciário e outros previstos em lei

Parágrafo único — Serão ainda computadas como de efetivo exercício, desde que não excedam a 60 quotas no decênio, as faltas justificadas pela autoridade competente, consideradas com a seguinte ponderação:

- a) doença do servidor ou de pessoa da família — 1 ponto;
- b) outros motivos — 3 pontos

Art 5.º — As ocorrências de ponto abaixo especificadas, não enquadradas nas disposições do Artigo anterior, adiam a aquisição do direito

ao gozo da licença especial, de acôrdo com a seguinte tabela:

- a) falta por motivo de moléstia do servidor ou de pessoa da família — 10 dias para cada falta;
- b) falta justificada por outro motivo — 60 dias para cada falta;
- c) falta não justificada — 120 dias para cada falta;
- d) suspensão disciplinar até 10 dias — 1 ano para cada dia

§ 1.º — Sempre que, em decorrência da aplicação do disposto neste Artigo, o adiamento da concessão da licença fôr superior a 3 650 dias, será desprezado o tempo em excesso, recomeçando-se nova contagem a partir do término de cada decênio apurado como de efetivo exercício

§ 2.º — O merecimento do servidor, considerado na data da apuração do decênio, anulará ou reduzirá o adiamento previsto neste artigo, creditando-se 1 mês para cada ponto superior à média do merecimento dos servidores da Repartição a que pertencer

Art 6.º — A suspensão disciplinar por prazo superior a 10 dias determinará a perda do direito ao gozo da licença relativa ao decênio em que fôr aplicada

Parágrafo único — Para os fins deste Artigo, os decênios serão fixados tomando-se por base a data da admissão do servidor, ressalvada a apuração do tempo de efetivo exercício

Art 7.º — As ocorrências verificadas após o servidor ter adquirido direito à licença especial não determinarão descontos no decênio já computado

Art 8.º — O ocupante de cargo em comissão ou de função gratificada, quando em gozo da licença prevista na presente Resolução, perceberá apenas o vencimento ou salário do cargo ou da função que desempenha em caráter efetivo, salvo se contar mais de dez anos no desempenho da comissão, quando a licença será concedida sem prejuízo da remuneração que o servidor percebe no momento da concessão

Resolução n.º 354, de 29 de dezembro de 1950

Modifica a distribuição orçamentária prevista na Resolução n.º 345, de 7 de fevereiro de 1950

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando das suas atribuições, e

considerando a necessidade de ajustar a discriminação de verbas constante da Resolução n.º 345, desta Junta, à dotação designada no orçamento geral da República em favor do Conselho Nacional de Estatística e respectivo Serviço Gráfico,

RESOLVE:

Artigo único — Os recursos orçamentários, no total de dezesseis milhões de cruzeiros (Cr\$ 16 000 000,00), atribuídos ao Instituto pelo orçamento geral da República, e destinados a atender às despesas dos serviços e encargos superintendidos pelo Conselho Nacional de Esta-

tística, serão aplicados, no exercício de 1951, de acôrdo com a seguinte distribuição:

VERBA 1 — PESSOAL	
<i>Consignação I — Pessoal permanente</i>	
	Cr\$
01 — Pessoal permanente	3 434 600,00
Total da Consignação I	3 434 600,00

<i>Consignação II — Pessoal extra-numerário</i>	
04 — Contratados	390 000,00
05 — Diaristas	230 000,00
06 — Mensalistas	5 463 000,00
Total da Consignação II	6 083 000,00

<i>Consignação III — Vantagens</i>	
12 — Auxílio para diferença de "caixa"	3 600,00
13 — Funções gratificadas	184 000,00
14 — Gratificação adicional "pro-tempore"	87 000,00
15 — Gratificação de representação (Decreto-lei n.º 24 609)	36 000,00
16 — Gratificação por exercício de docência e honorários por concursos e provas	13 200,00
17 — Gratificação por serviços extraordinários	30 000,00
18 — Gratificação por trabalho técnico ou científico	20 000,00
Total da Consignação III	373 800,00

<i>Consignação IV — Indenizações</i>	
26 — Ajuda de custo	20 000,00
27 — Diárias	30 000,00
Total da Consignação IV	50 000,00

<i>Consignação V — Outras despesas de pessoal</i>	
32 — Salário-família	200 000,00
Total da Consignação V	200 000,00
TOTAL DA VERBA 1	10 141 400,00

VERBA 2 — MATERIAL	
<i>Consignação I — Material permanente</i>	
	Cr\$
04 — Livros, fichas bibliográficas impressas, revistas e outras publicações especializadas	30 000,00
08 — Móveis, em geral, máquinas e utensílios de escritório e de desenho; material didático e de laboratório; material elétrico; utensílios de copa e cozinha aparelhagem médico-cirúrgica	100 000,00
Total da Consignação I	130 000,00

<i>Consignação II — Material de consumo</i>	
13 — Artigos de expediente, desenho, ensino e educação;	

fichas e livros de esculturação, impressos e material de classificação	250 000,00
17 — Medicamentos e material de penso; produtos químicos e farmacêuticos; material de higiene e desinfecção	29 000,00
18 — Vestuários, uniformes e equipamentos; artigos e peças acessórios; roupa de cama, mesa e banho; tecidos e artefatos	70 000,00
Total da Consignação II	349 000,00
TOTAL DA VERBA 2	479 000,00

VERBA 3 — SERVIÇOS DE TERCEIROS	
<i>Consignação I — Conservação e reparos</i>	
	Cr\$
01 — Ligeiros reparos, adaptações, consertos e conservação de bens móveis e imóveis	25 000,00
Total da Consignação I	25 000,00

<i>Consignação II — Publicidade e publicações</i>	
04 — Assinatura de órgãos oficiais e aquisição de publicações periódicas	2 000,00
05 — Assinatura de recortes e publicações de editais e avisos	3 600,00
07 — Serviços de encadernação	32 000,00
Total da Consignação II	37 600,00

<i>Consignação III — Taxas de serviços públicos</i>	
12 — Assinaturas de telefones e caixa postal; telefonemas interurbanos	60 000,00
13 — Iluminação, força-motriz, gás e água	56 000,00
14 — Serviços postais, telegráficos e aéreos; radiogramas	10 000,00
Total da Consignação III	126 000,00

<i>Consignação IV — Transportes e viagens</i>	
19 — Acondicionamento e embalagens, fretes, carretos, estivas e capatazias; alojamento de animais e estada de veículos em garage	10 000,00
20 — Indenização por condução e transporte urbanos	4 000,00
21 — Passagens, transporte de pessoal e sua bagagem	30 000,00
Total da Consignação IV	44 000,00

<i>Consignação V — Outros serviços de terceiros</i>	
26 — Custeio de lavagem e engomagem de roupa; serviço de asseio e higiene	6 000,00
Total da Consignação V	6 000,00
TOTAL DA VERBA 3	238 600,00

VERBA 4 — ENCARGOS DIVERSOS		RESUMO	
			Cr\$
<i>Consignação I — Encargos gerais</i>		VERBA 1 — PESSOAL	10 141 400,00
		VERBA 2 — MATERIAL	479 000,00
		VERBA 3 — SERVIÇOS DE TER- CEIROS	238 600,00
		VERBA 4 — ENCARGOS DIVER- SOS	5 116 030,00
		VERBA 5 — EVENTUAIS	25 030,00
		TOTAL GERAL	16 000 000,00
		Resolução n° 355, de 29 de dezembro de 1950	
		<i>Dispõe sobre a distribuição do auxílio concedido aos órgãos regionais para o exercício de 1951</i>	
		A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, no uso de suas atribuições, e	
		considerando haver sido incluída no orçamento da União para o exercício de 1951, relativo ao Instituto importância que permite a duplicação do auxílio concedido, nos termos do estabelecido no Artigo 13, do Decreto-lei n° 4 181, de 16 de março de 1942, aos órgãos regionais do sistema;	
		considerando que o sistema de estatística dos novos Territórios Federais, apesar de não se encontrarem integrados no Instituto quando foi estabelecido o auxílio pelo Decreto-lei n° 4 181, devem, também, pelos motivos que determinaram a medida, ser beneficiados com a concessão, embora em base reduzida,	
		RESOLVE:	
		Art 1° — A distribuição do auxílio atribuído pelo Governo Federal aos órgãos regionais do Instituto, na forma do Artigo 13 do Decreto-lei n° 4 181, de 16 de março de 1942, será feita de acordo com a seguinte relação:	
		<i>Unidades da Federação</i>	<i>(Importância)</i> (Cr\$ 1 000)
		Guaporé	30
		Acie	58
		Amazonas	65
		Rio Branco	30
		Pará	76
		Amapá	30
		Maranhão	82
		Piauí	73
		Ceará	100
		Rio Grande do Norte	72
		Paraíba	86
		Peinambuco	113
		Alagoas	76
		Sergipe	67
		Bahia	140
		Minas Gerais	201
		Espírito Santo	73
		Rio de Janeiro	96
		Distrito Federal	94
		São Paulo	210
		Paraná	82
		Santa Catarina	81
		Rio Grande do Sul	127
		Mato Grosso	65
		Goiás	73
		TOTAL	2 200
		Resolução n° 355, de 29 de dezembro de 1950	
		<i>Dispõe sobre a distribuição do auxílio concedido aos órgãos regionais para o exercício de 1951</i>	
		A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, no uso de suas atribuições, e	
		considerando haver sido incluída no orçamento da União para o exercício de 1951, relativo ao Instituto importância que permite a duplicação do auxílio concedido, nos termos do estabelecido no Artigo 13, do Decreto-lei n° 4 181, de 16 de março de 1942, aos órgãos regionais do sistema;	
		considerando que o sistema de estatística dos novos Territórios Federais, apesar de não se encontrarem integrados no Instituto quando foi estabelecido o auxílio pelo Decreto-lei n° 4 181, devem, também, pelos motivos que determinaram a medida, ser beneficiados com a concessão, embora em base reduzida,	
		RESOLVE:	
		Art 1° — A distribuição do auxílio atribuído pelo Governo Federal aos órgãos regionais do Instituto, na forma do Artigo 13 do Decreto-lei n° 4 181, de 16 de março de 1942, será feita de acordo com a seguinte relação:	
		<i>Unidades da Federação</i>	<i>(Importância)</i> (Cr\$ 1 000)
		Guaporé	30
		Acie	58
		Amazonas	65
		Rio Branco	30
		Pará	76
		Amapá	30
		Maranhão	82
		Piauí	73
		Ceará	100
		Rio Grande do Norte	72
		Paraíba	86
		Peinambuco	113
		Alagoas	76
		Sergipe	67
		Bahia	140
		Minas Gerais	201
		Espírito Santo	73
		Rio de Janeiro	96
		Distrito Federal	94
		São Paulo	210
		Paraná	82
		Santa Catarina	81
		Rio Grande do Sul	127
		Mato Grosso	65
		Goiás	73
		TOTAL	2 200

Art 2º — A aplicação dos auxílios referidos no Artigo precedente será feita de acôdo com o disposto na Resolução nº 314, de 25 de junho de 1948

Parágrafo único — Ao estabelecer a aplicação do auxílio, nos termos do que especifica o Artigo 4º da citada Resolução nº 314, deverão as Juntas Executivas Regionais obedecer à discriminação orçamentária constante da Resolução nº 338, de 30 de dezembro de 1949

Art 3º — A remessa dos auxílios consignados no Artigo 1º ficará condicionada à entrega, por parte do Governo da União, dos respectivos recursos orçamentários, podendo a Secretaria-Geral do Conselho, não obstante, fazer adiantamentos aos órgãos regionais do sistema, destinados a despesas de caráter urgente

Resolução nº 356, de 29 de dezembro de 1950

Aprova o orçamento da Caixa Nacional de Estatística Municipal, para o exercício de 1951

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando das suas atribuições,

RESOLVE:

Art 1º — Fica aprovado, para o exercício de 1951, o orçamento da Caixa Nacional de Estatística Municipal, instituída, por força dos Convênios Nacionais de Estatística Municipal, para o fim especial de manter a administração dos serviços municipais de estatística de todo o País, mediante a distribuição constante dos Artigos a seguir, e das respectivas tabelas explicativas

Art 2º — A Receita, estimada em noventa e cinco milhões de cruzeiros (Cr\$ 95 000 000,00), será realizada com os recursos provenientes da arrecadação da "Quota de Estatística" e de outras contribuições específicas, "ex-vi" do Decreto-lei nº 4181, de 16-3-1942, e sob a seguinte classificação orçamentária:

I — RECEITA ORDINÁRIA

a) Venda de "selos de estatística" no Pósto de Arrecadação das Capitais, no interior dos Estados e nos Territórios	91 000 000,00	
b) Arrecadação de "selos por verba" no Pósto de Arrecadação das Capitais	2 400 000,00	
c) Venda de "Livro de Registro de Selos"	50 000,00	93 450 000,00

II — RECEITA EXTRAORDINÁRIA

a) Emolumentos sobre devolução de "selos de estatística" e outras receitas específicas	350 000,00	
b) Juros bancários	1 200 000,00	1 550 000,00
Total da Receita		95 000 000,00

Art 3º — A Despesa, fixada em noventa e cinco milhões de cruzeiros (Cr\$ 95 000 000,00), será realizada para custeio e manutenção dos serviços municipais de estatística, segundo a discriminação constante das respectivas tabelas explicativas e mediante a distribuição global a seguir:

1 Administração geral dos serviços municipais de estatística e da arrecadação da "Quota de Estatística" a cargo dos seguintes órgãos:	
a) Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Estatística	22 625 000,00
b) Inspetorias Regionais de Estatística Municipal	26 341 668,80
c) Agências Municipais de Estatística	46 033 331,20
TOTAL	95 000 000,00

Art 4º — Fica o presidente do Instituto autorizado a baixar os atos necessários à distribuição específica dos recursos e dotações globais a que se referem os Artigos 2º e 3º

Parágrafo único — A distribuição de que trata o presente artigo não exclui a possibilidade de destaque, "ad referendum" da Comissão de Tomada de Contas da Assembléia-Geral do C N E, dos quantitativos da receita destinados a completar as dotações indispensáveis às despesas normais das Inspetorias Regionais de Estatística Municipal cuja execução orçamentária fôr deficitária

Resolução nº 357, de 29 de dezembro de 1950

Aprova o orçamento do Serviço Gráfico do Conselho Nacional de Estatística, para o exercício de 1951

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando das suas atribuições,

RESOLVE:

Art 1º — Fica aprovado, para o exercício de 1951, o orçamento do Serviço Gráfico do Conselho Nacional de Estatística, mediante a distribuição constante dos Artigos a seguir

Art 2º — A receita, estimada em dezesseis milhões de cruzeiros (Cr\$ 16 000 000,00), será realizada com os recursos provenientes da exploração industrial das oficinas gráficas e de outras contribuições específicas, sob os seguintes grupos:

a) Receitas industriais	15 000 000,00
b) Receitas Diversas	1 000 000,00
Total da Receita	16 000 000,00

Art 3º — A despesa, orçada em dezesseis milhões de cruzeiros (Cr\$ 16 000 000,00), será realizada para o custeio dos serviços industriais e de administração geral, mediante a seguinte distribuição, constante da respectiva tabela explicativa:

a) Despesas Industriais	15 000 000,00
b) Despesas Diversas	1 000 000,00
Total da Despesa	16 000 000,00

Art 4º — Fica o Presidente do Instituto autorizado a baixar os atos necessários à efetivação do adiantamento da recelta a que se refere o Artigo 2º, até o limite mensal de seiscentos mil cruzeiros (Cr\$ 600 000,00)

Parágrafo único — O adiantamento de que trata o presente Artigo destina-se a atender às despesas de pessoal e material (pronto pagamento de caráter urgente) do Serviço Gráfico, em virtude da relativa autonomia administrativa do citado órgão industrial

Resolução nº 358, de 29 de dezembro de 1950

Cria, no Quadro Permanente da Secretaria-Geral, o cargo de Assessor-Técnico do Conselho Nacional de Estatística

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando das suas atribuições, e

considerando o disposto no Artigo 2º da Resolução nº 365, da Assembléia-Geral do Conselho Nacional de Estatística,

RESOLVE:

Artigo único — Fica criado, no Quadro Permanente da Secretaria-Geral, o cargo isolado, de provimento efetivo, de Assessor-Técnico do Conselho Nacional de Estatística, padrão R (Cr\$ 11 000,00).

Resolução nº 359, de 29 de dezembro de 1950

Cria na Secretaria-Geral do Conselho o Laboratório de Estatística e dá outras providências

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando das suas atribuições, e

considerando que a Assembléia-Geral do Conselho, que se tem pronunciado reiteradas vezes sobre a criação do Laboratório de Estatística da Secretaria-Geral, determinou, pela Resolução nº 365, de 16 de julho de 1948, a instalação do referido órgão técnico;

considerando que o Laboratório de Estatística vem funcionando, em caráter experimental, desde princípios de 1949;

considerando que a experiência das atividades do Laboratório, durante o período em que tem funcionado com estrutura provisória, já torna possível a fixação de um esquema estrutural que lhe permita atender de maneira mais completa às suas finalidades específicas;

considerando que as tarefas executadas pelo Laboratório de Estatística exigem, pelas suas características próprias, seja esse órgão estruturado de modo diferente dos demais setores de trabalho da Secretaria-Geral,

RESOLVE:

Art 1º — Fica criado na Secretaria-Geral do Conselho o Laboratório de Estatística, com a finalidade de realizar estudos e pesquisas sobre os dados da Estatística brasileira, con-

siderados em si ou em relação aos dos demais países

Art 2º — O Laboratório de Estatística terá a seguinte constituição:

I — Chefe do Laboratório de Estatística

II — Quatro Grupos Técnicos Especializados, a saber:

- a) Estatística Metodológica
- b) Estatística Demográfica e Social
- c) Estatística Econômica (Produção e Consumo)
- d) Estatística Econômica (Circulação e Distribuição)

III — Setor de Expediente

Art 3º — Ficam sob a responsabilidade imediata do Assessor-Técnico do Conselho Nacional de Estatística a orientação e a direção técnica do Laboratório de Estatística

Art 4º — Ao chefe do Laboratório de Estatística incumbe a direção administrativa do mesmo órgão, bem como dar assistência, no planejamento e execução das tarefas, ao Assessor-Técnico do Conselho Nacional de Estatística, a quem substituirá nos impedimentos eventuais

§ 1º — São as seguintes as atribuições dos grupos técnicos especializados de que trata o Artigo 2º:

1 Grupo de Estatística Metodológica — estudos de metodologia geral e estatística matemática;

2 Grupo de Estatística Demográfica e Social — estudos e análises concernentes ao estado e movimento da população e à situação social;

3 Grupo de Estatística da Produção e do Consumo — estudos e análises concernentes à estatística agrícola, à estatística industrial e à estatística dos consumos;

4 Grupo de Estatística de Circulação e Distribuição — estudos e análises concernentes à estatística do comércio, dos inquéritos econômicos, das rendas, da riqueza e dos preços

§ 2º — O Setor de Expediente terá a seu cargo os trabalhos de natureza administrativa e de divulgação e será chefiado por ocupante de função gratificada

Art 5º — Ficam criados no Quadro Permanente da Secretaria-Geral:

a) o cargo isolado, de provimento em comissão, de Chefe do Laboratório de Estatística, padrão O;

b) a função gratificada de Chefe do Setor de Expediente do Laboratório de Estatística, com a gratificação anual de Cr\$ 6 000,00

Art 6º — Ficam criadas na T N M da Secretaria-Geral as seguintes funções isoladas de Estatístico-Analista, a serem exercidas em comissão:

Ref 39	4
" 38	4
" 37	4
" 36	6

Parágrafo único — Os ocupante das funções da ref 39 serão os Chefes dos Grupos Técnicos Especializados previstos no Artigo 2º

Resolução n.º 360, de 23 de fevereiro de 1951

Orça as despesas da Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Estatística para o exercício de 1952

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando das suas atribuições, e

considerando que, no interstício das sessões da Assembléia Geral do Conselho Nacional de Estatística, compete a esta Junta deliberar sobre o andamento e boa ordem dos serviços sob a responsabilidade do mesmo Conselho;

considerando que o produto da arrecadação do "selo de estatística" não vem crescendo na medida em que aumentam as despesas com a execução dos Convênios Nacionais de Estatística Municipal;

considerando que, em consequência, não pode ser mantida nas bases atuais a contribuição da Caixa Nacional de Estatística Municipal ao orçamento da Secretaria-Geral do C N E ;

considerando que, nessas condições, para resguardar a eficiência e normal funcionamento dos serviços a cargo da mesma Secretaria, se torna imprescindível a elevação do auxílio atribuído ao Conselho Nacional de Estatística no orçamento da União,

RESOLVE:

Art 1.º — As despesas do Instituto, na parte concernente aos serviços e encargos superintendidos pelo Conselho Nacional de Estatística, correrão, no exercício de 1952, por conta do auxílio de Cr\$ 42 625 000,00 (quarenta e dois milhões seiscentos e vinte e cinco mil cruzeiros), a ser solicitado do Governo da República na forma da legislação em vigor

Art 2.º — Os recursos orçamentários a que se refere o artigo anterior terão a seguinte distribuição:

VERBA 1 — PESSOAL

Consignação I — Pessoal permanente

	Cr\$
01 — Pessoal permanente	5 234 600,00
Total da Consignação I	5 234 600,00

Consignação II — Pessoal extranumerário

04 — Contratados	390 000,00
05 — Diaristas	290 000,00
06 — Mensalistas	20 463 000,00
09 — Novas admissões para atender ao desenvolvimento dos serviços	273 000,00
Total da Consignação II	21 416 000,00

Consignação III — Vantagens

12 — Auxílio para diferenças de "caixa"	11 600,00
13 — Funções gratificadas	344 000,00
14 — Gratificação adicional "pro-tempore"	87 000,00

Cr\$

15 — Gratificação de representação a) C N E — Decreto-lei n.º 24 609	36 000,00
16 — Gratificação por exercício de docência e honorários por concursos e provas	33 200,00
17 — Gratificação por serviços extraordinários	90 000,00
18 — Gratificação por trabalhos técnicos ou científicos	80 000,00
Total da Consignação III	681 800,00

Consignação IV — Indenizações

26 — Ajuda de custo	30 000,00
27 — Diárias	230 000,00
Total da Consignação IV	260 000,00

Consignação V — Outras despesas de pessoal

32 — Salário família	370 000,00
34 — Indenização por outras despesas de pessoal	50 000,00
Total da Consignação V	420 000,00
TOTAL DA VERBA 1	28 012 400,00

VERBA 2 — MATERIAL

Consignação I — Material permanente

04 — Livros, fichas bibliográficas impressas, revistas e outras publicações especializadas	35 000,00
08 — Móveis em geral, máquinas, equipamentos e utensílios de escritório e de desenho; material didático e de laboratório; material elétrico; utensílios de copa e cozinha; aparelhagem médico-cirúrgica	800 000,00
Total da Consignação I	835 000,00

Consignação II — Material de consumo

13 — Artigos de expediente, desenho, ensino e educação; fichas e livros de escrituração, impressos e material de classificação	1 200 000,00
14 — Combustíveis, material de lubrificação e limpeza de máquinas; material para conservação de instalações, de máquinas e de aparelhos; sobressalentes de máquinas e de viaturas; artigos de iluminação e eletrificidade	290 000,00
17 — Medicamentos e material de penso; produtos químicos e farmacêuticos; material de higiene e desinfecção	109 000,00
18 — Vestuários, uniformes e equipamentos; artigos e peças acessórias; roupa de	

Cr\$		VERBAS 4 — ENCARGOS DIVERSOS	
cama, mesa e banho; tecidos e artefatos	170 000,00	<i>Consignação I — Encargos gerais</i>	Cr\$
Total da Consignação II	1 679 000,00	01 — Aluguel de bens imóveis	1 640 000,00
<i>Consignação III — Outras despesas de material</i>		05 — Despesas miúdas de pronto pagamento	250 000,00
25 — Despesas de caráter urgente	300 000,00	06 — Despesas pela participação em certames e exposições; realizações culturais	25 000,00
Total da Consignação III	300 000,00	09 — Representação social — recepções, excursões, hospedagens e homenagens	20 000,00
TOTAL DA VERBA 2	2 814 000,00	10 — Seguro de bens móveis, imóveis e outros	160 000,00
VERBA 3 — SERVIÇOS DE TERCEIROS		11 — Publicações periódicas, seriadas e normais da entidade	2 250 000,00
<i>Consignação I — Conservação e reparos</i>		Total da Consignação I	4 345 000,00
01 — Lígeiros reparos, adaptações, consertos e conservação de bens móveis e imóveis	55 000,00	<i>Consignação II — Encargos específicos</i>	
Total da Consignação I	55 000,00	13 — Aluguel de equipamento mecânico para apuração estatística	481 000,00
<i>Consignação II — Publicidade e publicações</i>		15 — Assistência aos Órgãos Regionais do C N E ("ex-vi" do Decreto-lei n.º 4181, de 16-3-942, e do disposto na Resolução n.º 260, da J E C)	2 200 000,00
04 — Assinatura de órgãos oficiais e aquisição de publicações periódicas	4 000,00	18 — Custeio de impressão de formulários para coleta estatística	1 600 000,00
05 — Assinatura de recortes, publicação de editais e avisos	5 600,00	24 — Indenização de despesas de ajuda de custo, quota de representação e outras dos Delegados e Conferencistas à Assembléa Geral do C N E	260 000,00
07 — Serviços de encadernação	92 000,00	28 — Passagens para os Delegados e Conferencistas à Assembléa Geral do C N E	60 000,00
Total da Consignação II	101 600,00	Total da Consignação II	4 601 000,00
<i>Consignação III — Taxas de serviços públicos</i>		<i>Consignação III — Outros encargos</i>	
12 — Assinaturas de telefone e caixa postal; telefonemas interurbanos	84 000,00	34 — Cursos de Estatística (indenização de passagens e diárias aos estagiários designados pelos Órgãos Regionais)	20 000,00
13 — Iluminação, força-motriz, gás e água	116 000,00	36 — Custeio da fiscalização de "selo de estatística" a cargo das Prefeituras Municipais	180 000,00
14 — Serviços postais, telegráficos e aéreos; radiogramas	10 000,00	37 — Devolução de "selos de estatística"	50 000,00
Total da Consignação III	210 000,00	39 — Equipamento das Inspetorias Regionais de Estatística e Agências Municipais de Estatística	850 000,00
<i>Consignação IV — Transportes e viagens</i>		42 — Preparo da Exposição Nacional de Educação, Cartografia e Estatística	30 000,00
19 — Acondicionamento e embalagem; armazenagens, fretes, carros, estivas e capatazias; alojamento de animais e estadia de veículos em garage	310 000,00	45 — Serviço de confecção de "selos de estatística" e "livros de registro de selos"	600 000,00
20 — Indenização por condução e transporte urbanos	18 000,00	Total da Consignação III	1 730 000,00
21 — Passagens; transporte de pessoal e sua bagagem	130 000,00	TOTAL DA VERBA 4	10 676 000,00
Total da Consignação IV	458 000,00		
<i>Consignação V — Outros serviços de terceiros</i>			
26 — Custeio de lavagem e engomagem de roupa; serviço de asseio e higiene	6 000,00		
28 — Despesas bancárias com remessas e transferência de fundos	100 000,00		
Total da Consignação V	106 000,00		
TOTAL DA VERBA 3	930 600,00		

VERBA 5 — EVENTUAIS

Consignação I — Diversos

01 — Despesas imprevistas	192 000,00
Total da Consignação I	192 000,00
TOTAL DA VERBA 5	192 000,00

RESUMO

VERBA 1 — PESSOAL	28 012 400,00
VERBA 2 — MATERIAL	2 814 000,00
VERBA 3 — SERVIÇOS DE TER- CEIROS	930 600,00
VERBA 4 — ENCARGOS DIVER- SOS	10 676 000,00
VERBA 5 — EVENTUAIS	192 000,00
TOTAL GERAL	42 625 000,00

Resolução Censitária n.º 15, de 7 de dezembro de 1950

Dispõe sobre a aplicação de recursos destinados à execução do Sexto Recenseamento Geral do Brasil

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando de suas atribuições, e

considerando que em obediência ao Artigo 11 do Decreto-lei n.º 969, de 21 de dezembro de 1938, revigorado pela Lei 651, de 13 de março de 1949, foi organizado, para prévio conhecimento e aprovação do Governo, o orçamento global do Sexto Recenseamento Geral do Brasil, no montante de Cr\$ 250 000 000,00, compreendendo tôdas as fases da operação;

considerando que, nos termos da legislação orgânica do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística e da Lei 651, de 13 de março de 1949, os recursos necessários à execução do Recenseamento são entregues parceladamente ao Instituto, sob a forma de "auxílio", consignado na Verba 3-06 — Auxílio, Contribuições e Subvenções — do Orçamento Geral da República;

considerando, porém, que nem sempre será possível ou conveniente condicionar os planos de trabalho do Serviço Nacional de Recenseamento ao montante da quota correspondente a cada exercício considerado isoladamente;

considerando que, no empenho de fazer face a possíveis elevações de salários e preços e outras eventualidades que possam contribuir para o aumento do custo total da operação, conforme ficou previsto na Exposição de Motivos com que foi encaminhado ao Governo o orçamento global da operação censitária, vem o Serviço Nacional de Recenseamento procurando cumprir as despesas relativas às atuais fases de trabalho;

considerando que a revisão dos questionários e seu retorno ao Serviço Nacional de Re-

censeamento exigirão sejam processadas ou efetivamente realizadas nos primeiros meses de 1951 despesas previstas para o exercício de 1950 no plano original dos trabalhos;

considerando, finalmente, que o Serviço Nacional de Recenseamento, de conformidade com o Regimento aprovado pela Resolução n.º 329 da Junta, exerce diretamente as "atividades-melos" necessárias à eficiência do seu funcionamento, tendo, assim, escrituração própria, separada da contabilidade geral do Conselho Nacional de Estatística,

RESOLVE:

Artigo 1.º — Os saldos das dotações fixadas pela Junta para execução do Sexto Recenseamento Geral do Brasil serão levados, ao término de cada exercício, a uma conta especial a ser aberta no sistema de contas do Serviço Nacional de Recenseamento e à qual serão também creditados os juros bancários, os saldos não aplicados de empenhos emitidos nos exercícios anteriores e o produto de quaisquer receitas extra-orçamentárias do Serviço Nacional de Recenseamento

Artigo 2.º — Os recursos a que se refere o artigo anterior serão aplicados, mediante prévia autorização da Junta, em proveito de verbas consideradas deficientes na execução orçamentária do Serviço Nacional de Recenseamento

Parágrafo único — Serão escriturados a débito da referida conta as despesas com a execução da coleta censitária que venham a ser liquidadas durante o exercício de 1951

Resolução Censitária n.º 16, de 19 de dezembro de 1950

Autoriza destaque e suplementações de verbas

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando de suas atribuições, e

considerando que os planos de trabalho do Serviço Nacional de Recenseamento, para o fim do corrente ano, requerem o reforço dos saldos existentes em algumas das dotações estabelecidas pela Resolução Censitária n.º 3, de 30 de dezembro de 1949;

considerando, por outro lado, que essa suplementação pode ser feita mediante aproveitamento dos saldos verificados em outras dotações,

RESOLVE:

Artigo único — Ficam autorizados os destaques e suplementações de verbas abaixo especificadas, do orçamento aprovado pela Resolução Censitária n.º 3, de 30 de dezembro de 1949;

DESTAQUES

Verba 1, consignação	V, subconsignação 38	1 750 000,00
Verba 4, consignação	II, subconsignação 33	450 000,00
Verba 5, consignação	I, subconsignação 01	2 400 000,00
TOTAL		4 600 000,00

SUPLEMENTAÇÕES

Verba 1, consignação	IV, subconsignação 27	1 750 000,00
Verba 2, consignação	I, subconsignação 08	700 000,00
Verba 2, consignação	II, subconsignação 13	500 000,00
Verba 2, consignação	II, subconsignação 14	100 000,00
Verba 2, consignação	II, subconsignação 18	200 000,00
Verba 2, consignação	III, subconsignação 33	150 000,00
Verba 2, consignação	III, subconsignação 40	100 000,00
Verba 3, consignação	I, subconsignação 01	100 000,00
Verba 3, consignação	II, subconsignação 05	50 000,00
Verba 3, consignação	IV, subconsignação 21	850 000,00
Verba 3, consignação	V, subconsignação 28	50 000,00
Verba 3, consignação	V, subconsignação 35	50 000,00
TOTAL		4 600 000,00

Resolução Censitária n.º 17, de 19 de dezembro de 1950

Dispõe sobre as despesas com o Sexto Recenseamento Geral do Brasil, no exercício de 1951

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando de suas atribuições, e

considerando que lhe compete, de acordo com o Regulamento baixado pelo Decreto n.º 26 914, de 20 de julho de 1949, aprovar o orçamento das despesas e exercer as demais funções deliberativas relacionadas com o Sexto Recenseamento Geral do Brasil;

considerando que o Orçamento Geral da República consigna, na Verba 3-06 — Auxílios, Contribuições e Subvenções — o auxílio de trinta e cinco milhões de cruzeiros (Cr\$ 35 000 000,00), atribuído ao Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, nos termos da Lei n.º 651, de 13 de março de 1949, para atender às despesas com o Recenseamento, no exercício de 1951;

considerando que, em sua maior parte, esses recursos devem ser aplicados na supervisão, execução e controle dos trabalhos de codificação e apuração dos boletins de coleta, remunerados, preponderantemente, à base de produção por tarefa;

RESOLVE:

Artigo único — O auxílio de trinta e cinco milhões de cruzeiros (Cr\$ 35 000 000,00) atribuído ao Instituto, no Orçamento Geral da República, para atender, no exercício de 1951, às despesas com o Sexto Recenseamento Geral do Brasil, será aplicado de conformidade com a seguinte distribuição:

VERBA 1 — PESSOAL

Consignação I — Pessoal em comissão

	Cr\$
02 — Vencimentos	650 000,00
Total da Consignação I	650 000,00

Consignação II — Pessoal extranumerário

04 — Contratados	100 000,00
06 — Mensalistas	7 000 000,00
07 — Tarefeiros	20 000 000,00
Total da Consignação II	27 100 000,00

Consignação III — Vantagens

12 — Auxílios para diferenças de caixas	10 000,00
13 — Funções gratificadas	300 000,00
17 — Gratificações por serviços extraordinários	200 000,00
18 — Gratificações por trabalhos técnicos ou científicos	30 000,00
Total da Consignação III	540 000,00

Consignação IV — Indenizações

26 — Ajuda de custo	20 000,00
27 — Diárias	20 000,00
Total da Consignação IV	40 000,00

Consignação V — Outras despesas de pessoal

32 — Salário-família	200 000,00
37 — Remuneração por "prestação de serviços"	130 000,00
38 — Remuneração suplementar (Resolução Censitária n.º 4, Artigo 12)	300 000,00
39 — Outras despesas de pessoal	40 000,00
Total da Consignação V	670 000,00

TOTAL DA VERBA 1 29 000 000,00

VERBA 2 — MATERIAL

Consignação I — Material permanente

	Crs
04 — Livros, fichas bibliográficas impressas, revistas e outras publicações especializadas	20 000,00
08 — Móveis em geral, máquinas, equipamentos e utensílios de escritório e de desenho; material didático e de laboratório; material elétrico; utensílios de copa e cozinha; aparelhagem médico-cirúrgica	100 000,00
Total da Consignação I	120 000,00

Consignação II — Material de consumo

13 — Artigos de expediente, desenho, ensino e educação; fichas e livros de escrituração; impressos e material de classificação	180 000,00
14 — Combustíveis; material de lubrificação e limpeza de máquinas; material para conservação de instalações, de máquinas e aparelhos; sobressalentes de máquinas e viaturas; artigos de iluminação e eletricidade	90 000,00
16 — Material de refeitório e objetos de copa e cozinha; material de limpeza e desinfecção	60 000,00
17 — Medicamentos e material de penso; produtos químicos e farmacêuticos; material de higiene e assepsia	30 000,00
18 — Vestuário, uniformes e equipamentos; artigos e peças acessórias; roupas de cama, mesa e banho, tecidos e artefatos	20 000,00
Total da Consignação II	380 000,00

TOTAL DA VERBA 2 500 000,00

VERBA 3 — SERVIÇOS DE TERCEIROS

Consignação I — Conservação e reparos

01 — Ligeiros reparos e adaptações; conserto e conservação de bens móveis e imóveis	250 000,00
Total da Consignação I	250 000,00

Consignação II — Publicidade e publicações

04 — Assinatura de órgãos oficiais e aquisição de publicações periódicas	10 000,00
05 — Assinatura de recortes, publicações de editais e avisos	20 000,00
Total da Consignação II	30 000,00

Consignação III — Taxas de serviços públicos

	Crs
12 — Assinatura de telefone e caixa postal; telefonemas interurbanos	20 000,00
13 — Iluminação, força-motriz, gás e água	200 000,00
14 — Serviços postais, telegráficos e aéreos; radiogramas	50 000,00
Total da Consignação III	270 000,00

Consignação IV — Transportes e viagens

19 — Acondicionamento e embalagem; armazenagem, fretes, carretos, estivas e capatazias; alojamentos de animais e estada de veículos em garagem	10 000,00
20 — Indenização por condução e transporte urbanos	30 000,00
21 — Passagens, transporte de pessoal e sua bagagem	30 000,00
Total da Consignação IV	70 000,00

Consignação V — Outros serviços de terceiros

34 — Serviços médicos especializados	30 000,00
35 — Serviços de terceiros, não especificados	50 000,00
Total da Consignação V	80 000,00
TOTAL DA VERBA 3	700 000,00

VERBA 4 — ENCARGOS DIVERSOS

Consignação I — Encargos gerais

05 — Despesas miúdas de pronto pagamento	50 000,00
09 — Representação social — recepções, excursões, hospedagem e homenagens	10 000,00
10 — Seguros de bens móveis, imóveis e outros	50 000,00
Total da Consignação I	110 000,00

Consignação II — Encargos específicos

23 — Divulgação de resultados censitários	180 000,00
13 — Aluguel de equipamento mecânico para apuração	3 800 000,00
51 — Quotas de presença às reuniões da J E C	110 000,00
53 — Compromissos internacionais ligados ao Recenseamento	500 000,00
Total da Consignação II	4 590 000,00
TOTAL DA VERBA 4	4 700 000,00

VERBA 5 — EVENTUAIS

Consignação I — Diversos

01 — Despesas imprevistas	100 000,00
Total da Consignação I	100 000,00
TOTAL DA VERBA 5	100 000,00

RESUMO

VERBA 1 — PESSOAL	29 000 000,00
VERBA 2 — MATERIAL	500 000,00
VERBA 3 — SERVIÇOS DE TER- CEIROS	700 000,00
VERBA 4 — ENCARGOS DIVER- SOS	4 700 000,00
VERBA 5 — EVENTUAIS	100 000,00
TOTAL GERAL	35 000 000,00

Resolução Censitária n.º 18, de 12 de janeiro de 1951

Regula o provimento das funções de Auxiliar-Técnico Especializado do Serviço Nacional de Recenseamento

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando de suas atribuições, e

considerando que convém regular o provimento das funções de Auxiliar-Técnico Especializado do Serviço Nacional de Recenseamento, de acordo com o disposto na Resolução Censitária n.º 8, de 18 de abril de 1950;

considerando que, além da capacidade técnica, devem os candidatos às referidas funções demonstrar certos requisitos não mensuráveis através de prova de habilitação mas aferíveis em fase de estágio probatório, tais como, aptidão e eficiência, disciplina, assiduidade e zelo funcional;

considerando que o estágio deve suceder, e não anteceder à prova de habilitação, a fim de que só sejam submetidos ao mesmo candidato que revelarem na prova a capacidade técnica indispensável;

considerando que interessa à administração do Instituto proporcionar uma oportunidade de aperfeiçoamento profissional aos Operadores Especializados da Secretaria-Geral do Conselho, bem assim aos servidores do Serviço Nacional de Recenseamento que tenham prática de trabalhos de apuração mecânica

RESOLVE:

Art 1º — A seleção dos candidatos às funções de Auxiliar-Técnico Especializado do Serviço Nacional de Recenseamento será feita em duas etapas a saber:

a) prova escrita de natureza teórica de que constem: perguntas objetivas sobre cartões e máquinas I B M e ligações de painéis das máquinas reprodutoras, reprodutora-resumo, interpretadora, intercaladora, multiplicadora e tabuladora alfabética;

b) estágio de caráter prático que permita aferir, em relação a cada candidato, os seguintes requisitos: aptidão e eficiência, disciplina, assiduidade e zelo funcional

Art 2º — O Secretário-Geral do Conselho expedirá instruções para o exato cumprimento da presente Resolução provendo a que:

a) o estágio seja feito no horário normal de expediente, por um período mínimo de 30 dias, percebendo os candidatos convocados o

salário-base estabelecido para os servidores ta-refeiros;

b) a classificação dos candidatos, segundo os diferentes grupos de funções existentes, seja feita em função das notas obtidas na prova de habilitação e no estágio, apreciadas em conjunto;

c) fiquem reservadas vagas, cujo número não exceda de 20% do total, para serem providas por ocupantes da função de "Operador Especializado" da Secretaria-Geral do Conselho e por servidores com prática de trabalhos mecanizados que exerçam atualmente outras funções no Serviço Nacional de Recenseamento;

d) fiquem os servidores aludidos no item anterior dispensados da prova teórica, mas sujeitos ao estágio prático, cuja nota determinará a ordem da convocação

Resolução Censitária n.º 19, de 12 de janeiro de 1951

Transforma em Subdivisão de Documentação e Divulgação e Subdivisão de Propaganda do Serviço Nacional de Recenseamento

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando de suas atribuições, e

considerando que convém centralizar, num órgão especializado, os trabalhos relativos à documentação do Recenseamento e à divulgação dos seus resultados, a fim de que possam ser executados em bases racionais e eficientes;

considerando que as atribuições cometidas à Subdivisão de Propaganda, pelo Regimento do Serviço Nacional de Recenseamento, dizem respeito à organização, orientação e coordenação da propaganda censitária, bem como ao preparo da opinião pública em favor do Recenseamento;

considerando que a coleta censitária já se acha em fase de ultimização em todo o território nacional,

RESOLVE:

Artigo 1º — A Subdivisão de Propaganda do Serviço Nacional de Recenseamento é transformada em Subdivisão de Documentação e Divulgação, com as seguintes atribuições:

I — Organizar e manter convenientemente atualizada e sistematizada a documentação técnica, doutrinária e informativa referente ao que diz respeito a:

a) legislação, instruções e ordens de serviço;

b) modelos de coleta, apuração e controle;

c) divisão territorial, delimitação de quadros urbano, suburbano e rural; divisão dos setores censitários;

d) cadastros;

e) propaganda, compreendendo recortes de jornais, mostruários e instrumentos de divulgação;

f) biblioteca, hemeroteca, mapoteca e fototeca;

g) terminologia adotada nos diversos censos e sua conceituação

II — Preparar os elementos necessários à elaboração dos glossários de ocupações e das classificações de atividades

III — Examinar os relatórios dos Inspetores Regionais e Agentes de Estatística, dêles extraindo elementos informativos considerados de interesse

IV — Coligir os dados para os relatórios do Serviço Nacional de Recenseamento

V — Reunir a documentação censitária internacional para fins de estudo e comparação

VI — Prover à articulação dos planos de apuração e elaboração dos resultados censitários

VII — Coordenar a publicação sistemática dos resultados preliminares e definitivos do Recenseamento

VIII — Divulgar de forma simples, acessível ao público, os resultados preliminares e definitivos do Recenseamento

IX — Centralizar a distribuição das publicações censitárias, organizando previamente o respectivo plano

X — Atender a consultas técnicas e fornecer informações sobre o andamento dos trabalhos

XI — Executar outros encargos de que seja incumbida, relacionados com a documentação censitária e a divulgação dos resultados do Recenseamento

Artigo 2º — Ao Chefe da Subdivisão de Documentação e Divulgação, nomeado livremente, em comissão, pelo Presidente do Instituto, cabem os mesmos direitos, vantagens, deveres e responsabilidades atribuídos aos Chefes das demais Subdivisões do Serviço Nacional de Recenseamento

Resolução Censitária n.º 20, de 9 de fevereiro de 1951

Dispõe sobre o provimento de funções do Serviço Nacional de Recenseamento.

A Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, usando de suas atribuições, e

considerando que o número de Recenseadores classificados pelo Serviço Nacional de Recenseamento, nos termos das Resoluções Censitárias ns 8 e 10, não é suficiente para preencher o número de vagas existentes, bem como as decorrentes de desistências dos candidatos, que ocorrem em percentagem elevada;

considerando que a referida classificação, resultante, de conformidade com o Artigo 4º da Resolução Censitária n.º 8, aos "Recenseadores que mais se distingam durante os trabalhos de coleta no Distrito Federal", abrange, acertadamente, a totalidade dos que levaram a termo a coleta dos Censos Econômicos, e mais de vinte por cento dos que trabalharam no Censo Demográfico, além dos Chefes de Posto e Revisores;

considerando que não convém aumentar a percentagem estabelecida para aproveitamento dos Recenseadores do Censo Demográfico, medida que não trará vantagem para o serviço, sobretudo por acarretar o aproveitamento de candidatos menos capacitados;

considerando que mais de 9 000 candidatos se submeteram à prova especializada para "Auxiliar Censitário", cuja validade e adequação para a seleção do pessoal do Serviço Nacional de Recenseamento vêm sendo confirmadas pela experiência, de maneira inequívoca,

RESOLVE:

Artigo 1º — É aprovada a classificação feita pelo Serviço Nacional de Recenseamento, dos Recenseadores do Distrito Federal que devem ser aproveitados nos trabalhos internos, em funções de Auxiliar Censitário

Artigo 2º — Convocados os candidatos de que trata o Artigo precedente, as vagas ainda ocorrentes serão providas mediante recrutamento dos candidatos habilitados na prova de Auxiliar Censitário, respeitada rigorosamente a ordem de classificação

Parágrafo único — Consideram-se habilitados na prova de Auxiliar Censitário os candidatos que tenham obtido nota igual ou superior a 60

RESENHA

A MENSAGEM PRESIDENCIAL E O I. B. G. E.

Na mensagem que enviou ao Congresso Nacional, por ocasião da reabertura, este ano, dos trabalhos legislativos, o Sr. Presidente da República referiu-se aos serviços estatísticos brasileiros e à obra desenvolvida pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, nos seguintes termos:

"Cumprir destacar, pela particular importância de que se reveste, o sistema estatístico

A experiência de três lustros de profícua atividade está demonstrando o acerto da estruturação dada ao Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, a qual, respeitada a autonomia de cada Governo no que concerne à parte administrativa, submete a uma única orientação técnica as atividades específicas das repartições de estatística ou geográficas e as aproveita em benefício dos interesses comuns

Essa "cooperativa para fins de administração pública" goza de apreciável vitalidade, graças, principalmente, ao apoio que lhe asseguraram os Municípios, a última órbita governamental, aliás, a integrar o sistema do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

É de esperar que se removam os embaraços surgidos, de parte de algumas prefeituras, na execução do convênio relativo às agências municipais de estatística

Tem-se registrado ano a ano progresso na técnica dos levantamentos e elaborações estatísticas, particularmente no que se refere à demografia. Entretanto, muito há o que aperfeiçoar, simplificando em alguns casos os inquéritos, ou evitando duplicações no sentido de obter uma coleta segura e rápida dos dados, elaborados e divulgados prontamente, como instrumentos de oportuna informação e orientação dos poderes públicos e dos particulares

É de notar que as estatísticas econômicas ainda não permitiram um levantamento adequado e regular da renda nacional

As condições do País não facilitam as tarefas das organizações estatísticas, mas, por outro lado, essas próprias dificuldades e o precário estado do conhecimento dos fatos da vida nacional impõem um esforço acelerado de aperfeiçoamento das estatísticas econômicas e sociais "

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA

Deixou a Presidência do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, no dia 30 de janeiro do ano em curso, o Embaixador José CARLOS DE MACEDO SOARES, que vinha exercendo essas altas funções desde a criação do referido órgão. Tendo-se afastado do cargo no período de novembro de 1945 a março de 1947, para exercer a Interventoria Federal em São Paulo, apresentara, concluída aquela missão, o seu pedido de exoneração do Instituto. Atendendo, porém, a um apelo do General DUTRA, concordara em manter-se no cargo até o fim do governo

Sob a esclarecida direção do Embaixador MACEDO SOARES, o I B G E consolidou e expandiu os seus serviços, realizando, além de outros importantes trabalhos de prospecção e divulgação das realidades do País, os censos gerais de 1940 e 1950

A transmissão do cargo verificou-se na sede da entidade, assumindo a Presidência, de acordo com os dispositivos legais, o Vice-Presidente, Sr. RUBENS PÔRTO, Diretor do Serviço de Estatística Demográfica, Moral e Política

Em resposta ao seu pedido de exoneração, recebeu o Embaixador José CARLOS DE MACEDO SOARES, do General EURICO GASPAR DUTRA, então Presidente da República, a seguinte carta:

"Acuso o recebimento da sua carta do corrente mês em que solicita dispensa da Presidência do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

Satisfaço o seu desejo, manifestado desde 1948, quando reassumiu essa Presidência, de desobrigar-se dela no final do meu governo

Chegado ao termo do período em que tenho tido as responsabilidades da Chefia do Executivo, cabe-me assim tornar realidade a sua exoneração, que ora concedo

Na sua direção, o I B G E foi instalado, transformou-se e cresceu, estando em condições de prestar relevantes serviços à Nação. Aliás, as Mensagens que, cada 15 de março, tenho enviado ao Congresso Nacional registram larga cópia desses serviços, já prestados, pelos quais externo os agradecimentos do governo e os meus, pessoais

Receba, com a expressão do meu alto apreço, a certeza da minha estima e da minha consideração

Atenciosamente, (a) EURICO G. DUTRA "

*
* *

Chamado a colaborar noutro importante setor da vida pública, como Chefe do Gabinete do Ministro da Agricultura, afastou-se da Secretaria-Geral do Conselho Nacional de Estatística, em princípios de fevereiro do ano corrente, o Sr. RAFAEL XAVIER

Durante a sua permanência à frente desse órgão, foi-lhe dado desenvolver intensos esforços para a consolidação da estrutura em que assenta o sistema estatístico brasileiro, mercê, principalmente, da virtualização do princípio da cooperação interadministrativa configurado nos Convênios Nacionais de Estatística Municipal

Foi, porém, através da Campanha Municipalista, de que é um dos animadores, que o Sr. RAFAEL XAVIER, de par com incessante pregação cívica destinada a despertar a consciência das populações do Interior para os seus problemas vitais, alargou o campo de entendimento entre o Instituto e as Municipalidades, possibilitando maior compreensão para a obra que aquêle realiza

Vinculado, de longa data, às atividades da Estatística no Brasil, à qual prestou, quando na direção de órgãos especializados, serviços da mais alta valia, continua o Sr. RAFAEL XAVIER integrado, pelo espirito, à grande família ibgeana

Foi designado para assumir interinamente o cargo de Secretário-Geral o Diretor da Repartição, Sr. WALDEMAR LOPES

Na qualidade de Presidente da Sociedade Brasileira de Estatística, o Sr. M. A. TEIXEIRA DE FREITAS, enviou o seguinte telegrama ao Embaixador JOSÉ CARLOS DE MACEDO SOARES:

"Lendo no *Jornal do Comércio* de hoje haver V. Ex.^a deixado a Presidência do IBGE, sinto-me no dever e com o direito de vir apresentar-lhe, em nome dos estatísticos brasileiros, as homenagens de profundo respeito, reconhecimento e admiração, em face da obra técnica, científica, educativa, administrativa e patriótica que V. Ex.^a deixa realizada no grande sistema nacional dos serviços estatístico-geográficos. A instituição que V. Ex.^a fundou e dirigiu modelarmente durante quinze anos, como esforço de administração, instrumento de cultura e atuação cívica, honra não somente o Brasil, mas toda a América, constituindo-se um padrão que há-de inspirar constantemente a prática da cooperação e da solidariedade nos esforços de progresso das nações americanas. Os estatísticos brasileiros saberão render ao nome ilustre do primeiro Presidente do IBGE o constante e sincero culto que, a todos os títulos, êle merece. Respeitosas saudações."

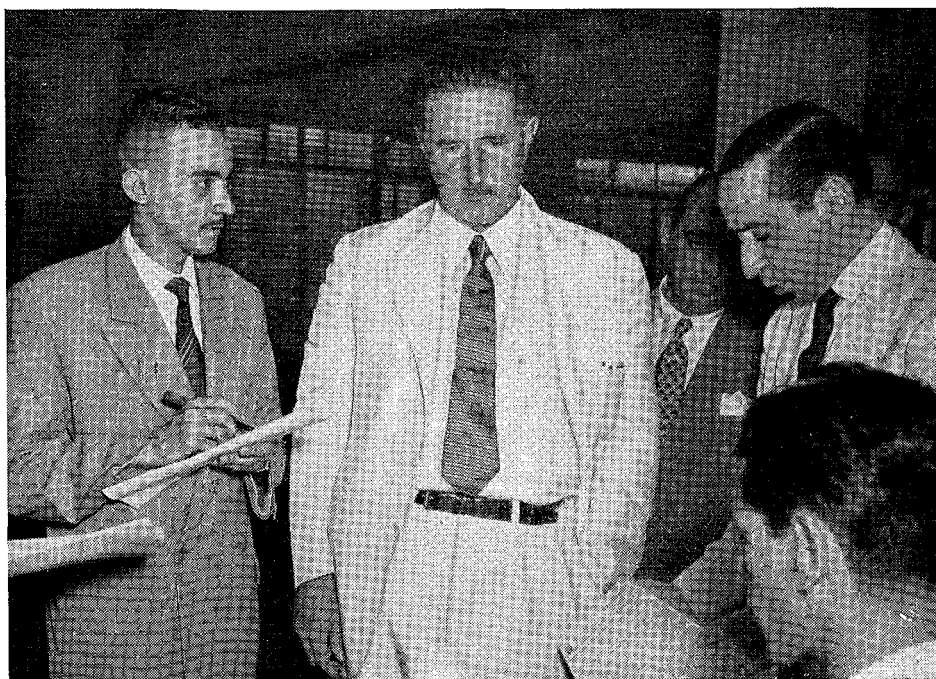
VISITOU A INSPETORIA REGIONAL DE SÃO PAULO O SR. ADHEMAR DE BARROS

Acompanhado do Sr. ALBANO FERREIRA DA COSTA, Diretor do Departamento Estadual de Estatística, esteve em visita à Inspetoria Regional de Estatística de São Paulo o Sr. ADHEMAR DE BARROS, ex-Governador desse Estado

Recebido pelo Sr. ROBERTO DE PAIVA MEIRA, Inspetor Regional, o Sr. ADHEMAR DE BARROS teve a oportunidade de percorrer as dependên-

cias da Inspetoria, inteirando-se do andamento dos trabalhos e demonstrando particular interesse pelas atividades estatísticas, principalmente em relação ao VI Recenseamento Geral do Brasil, cujos resultados já estão sendo divulgados em caráter provisório

Ao retirar-se, manifestou o Sr. ADHEMAR DE BARROS a lisonjeira impressão recolhida em face do quanto lhe fôra dado observar



Flagrante da visita do Sr. ADHEMAR DE BARROS à I. R. de São Paulo, vendo-se, além de S. S., os Srs. ALBANO FERREIRA DA COSTA e ROBERTO DE PAIVA MEIRA

IX RECENSEAMENTO GERAL DE PORTUGAL

Sob a orientação técnica do Instituto Nacional de Estatística, realiza-se a 15 de dezembro, em todo o território português, o IX Recenseamento Geral da população, abrangendo a contagem, como nos censos anteriores, a área continental e a das ilhas adjacentes

O governo de Portugal, que se vem esforçando para manter o ritmo decenal dos levantamentos censitários desde 1890, está agora empenhado em dotar aquele órgão das condições técnicas e materiais indispensáveis ao êxito da importante tarefa.

No que respeita à apuração dos dados, serão utilizados processos mecânicos os mais modernos, já se encontrando à disposição do Instituto Nacional de Estatística o aparelhamento mecânico necessário

Os recenseamentos, em Portugal, vêm se realizando com certa normalidade. Antes mesmo de 1527, quando, por ordem de Dom João III, foi efetuado o "Numeramento ou Cadastro

Geral do Reino", o qual acusou uma população de, aproximadamente, 1 500 000 habitantes, várias estimativas se fizeram, sem, contudo, oferecerem relativa fidedignidade. Em 1864, realizou-se o primeiro recenseamento propriamente dito, encontrando-se uma população de 4 188 410 almas. O segundo, que fixou em 4 550 699 o total da população, foi levado a efeito quatorze anos após, ou seja, em 1878.

A partir de 1890, porém, quando se efetuou a terceira operação censitária, os censos sucederam-se decenalmente, à exceção do de 1910, somente realizado no ano seguinte. Assim, os totais encontrados foram: 5 049 729, em 1890; 5 423 132, em 1900; 5 960 056, em 1911; 6 032 991, em 1920; 6 825 883, em 1930; e 7 722 152, em 1940. Pelo último censo, a densidade demográfica no território português do Continente atingia 81,1 habitantes por quilômetro quadrado, elevando-se a 173,1 nas Ilhas

INAUGURADO, EM BELO HORIZONTE, UM BUSTO DE ZAMENHOF

Como último ato ligado ao XII Congresso Brasileiro de Esperanto, realizado em Belo Horizonte, em 1949, foi inaugurado, no dia 17 de dezembro último, naquela capital, um busto, em praça pública, do sábio ZAMENHOF, criador do idioma neutro. À solenidade, que teve significação especial, por tratar-se do primeiro monumento erigido, no continente americano, à memória de ZAMENHOF, compareceram autoridades, inclusive o Prefeito OTACÍLIO NEGRÃO DE LIMA, figuras de projeção nos círculos culturais mineiros, membros de associações esperantistas e grande número de pessoas gradadas.

O busto, obra do escultor SAMUEL MARTINS RIBEIRO, recentemente falecido, foi oferecido à

cidade pelo Desembargador MÁRIO MAROS, que presidiu o XII Congresso Brasileiro de Esperanto. Falaram, também, enaltecendo a figura de ZAMENHOF e salientando o impulso que vem ganhando o Esperanto no mundo, os Srs CARLOS RESENDE, Presidente da Sociedade Mineira de Esperanto, MÁRIO RITTER NUNES, que representou, na solenidade, a Liga Brasileira de Esperanto e o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, a jovem LÍGIA AGRÍCOLA, NOGUEIRA e o Professor CÂNDIDO UBALDO GONZALES.

Encerrando a cerimônia, fez uso da palavra o Prefeito OTACÍLIO NEGRÃO DE LIMA, que, em expressiva oração, frisou o significado da homenagem ao criador do Esperanto.

CURSO DE ESPERANTO

Visando ao alargamento do campo de difusão do Esperanto, foi criado, junto ao Instituto Municipal de Comércio de Santos, um curso destinado ao ensino da língua auxiliar, o qual terá o patrocínio da Prefeitura Municipal. As aulas serão ministradas pelo Professor F. S. ALMADA, Secretário do Centro Esperantista de Santos e Delegado da Associação Esperantista Universal, com sede em Londres.

A duração do curso será de nove meses, findos os quais serão concedidos prêmios aos

melhores alunos, inclusive de viagem, oferecido pela "Brazlia Esperanto-Ligo", do Rio de Janeiro.

A propósito do assunto, o Professor F. S. ALMADA, em entrevista à imprensa local, teve oportunidade de se referir à obra do I.B.G.E., de apoio e solidariedade à causa esperantista, salientando o empenho do Instituto, em não poupar esforços para disseminar, por todo o País, o conhecimento do Esperanto.

INSTITUTO BRASILEIRO DE ATUÁRIA

O Instituto Brasileiro de Atuária, órgão que congrega os atuários de todo o País, realizou, em sua Assembléia-Geral Ordinária do dia 28 de setembro de 1950, as eleições gerais para a composição de seus quadros administrativos

Foi eleito Presidente da Sociedade o Sr GASTÃO QUARTIN PINTO DE MOURA, Atuário do Ministério do Trabalho, Diretor do Serviço de Estatística da Previdência e Trabalho e representante daquele Ministério na Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística

A nova Diretoria ficou assim constituída: JOSÉ ANTERO DE CARVALHO, Diretor-Tesoureiro; CARLOS AUGUSTO LEAL JOURDAN, Diretor de Publicações; e MÁRIO TRINDADE, Diretor-Secretário Conselho-Fiscal: A Equitativa dos Estados Unidos do Brasil, Instituto de Resseguros do Brasil e Sul América Companhia Nacional de Seguros de Vida Suplentes: Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Bancários, Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Empregados em Transportes e Cargas e Liderança Capitalização S A

JUNTA EXECUTIVA CENTRAL

Durante o período a que se refere o presente número da REVISTA, a Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística continuou a reunir-se com frequência maior que a normal, em virtude de ter de deliberar constantemente acerca de matéria relacionada ao censo.

A primeira reunião, dedicada a assuntos censitários e ocorrida a 5 de janeiro, foi presidida pelo Sr MOACIR MALHEIROS FERNANDES SILVA, na ausência eventual do Presidente e do Vice-Presidente Tendo comparecido, a fim de agradecer a recente estruturação do Laboratório de Estatística, foi o Professor GIORGIO MORTARA, Assessor-Técnico do Conselho, alvo de expressiva manifestação dos membros da Junta, que ressaltaram o mérito da colaboração que o ilustre técnico vem prestando, há doze anos, à Estatística brasileira Seguiu-se com a palavra o Sr TULO HOSTILIO MONTENEGRO, Diretor-Técnico do Serviço Nacional de Recenseamento, o qual prestou informações referentes ao desenvolvimento da coleta censitária no País, formulando uma série de observações a respeito do andamento dos trabalhos

Ainda para o mesmo fim, voltou a reunir-se a Junta, no dia 12 de janeiro, aprovando-se as Resoluções Censitárias n.º 18, que regula o provimento das funções de Auxiliar Técnico Especializado do Serviço Nacional de Recenseamento, e n.º 19, que transforma em Subdivisão de Documentação e Divulgação a Subdivisão de Propaganda daquele Serviço Comunicou o Sr TULO HOSTILIO MONTENEGRO já se encontrar organizada a lista dos recenseadores do Distrito Federal que mais se distinguiram no exercício de suas funções, para aproveitamento no S N R

Nesse mesmo dia, realizou a Junta nova reunião, para tratar de assuntos gerais Aprovado um voto de congratulações com o Ministério das Relações Exteriores, pela publicação do Trabalho *Il Brasil D'Oggi*, e outro de pesar pelo falecimento do Sr VICENTE NORBERTO DA CRUZ GUANABARINO, foi aprovada a escala de relatores para o ano de 1951 Com a palavra, o Sr WALDEMAR LOPES fez sucinta ex-

posição da situação financeira do Conselho e formulou, a propósito, várias sugestões, que foram unanimemente aprovadas

Iniciando os trabalhos da reunião seguinte, realizada a 19 de janeiro e dedicada a assuntos censitários, a Junta aprovou um voto de profundo pesar pelo falecimento do Professor JOSÉ CARNEIRO FELIPPE, antigo Diretor do Serviço Nacional de Recenseamento e Presidente da extinta Comissão Censitária Nacional Foi aprovado, também, um voto de congratulações com o Sr MOACIR MALHEIROS FERNANDES SILVA, por ter sido distinguido, pelo Governo da República, com a Medalha do Atlântico Sul Por fim, procedeu-se à distribuição, entre os presentes, de quadros referentes ao desenvolvimento da coleta censitária em todo o País e, particularmente, ao da população dos Estados do Pará e Maranhão, e à aprovação do parecer da Comissão Especial de Tomada de Contas do segundo trimestre de 1950

Para tratar de assuntos gerais, voltou a Junta a reunir-se nesse mesmo dia Foram lidas mensagens do Sr ALBANO FERREIRA DA COSTA, comunicando a criação do Departamento Estadual de Estatística do Estado de São Paulo; da Viúva RAIMUNDO COSTA, agradecendo o voto de pesar pelo falecimento do antigo Diretor de Estatística do Pará; e do Deputado PONCE DE LEON, comunicando que a Assembléia Legislativa do Estado do Rio de Janeiro aprovou um voto de pesar pelo falecimento do Professor CARNEIRO FELIPPE O Sr ALBERTO MARTINS justificou várias indicações de sua autoria, relativas a assunto de interesse da entidade Numa delas, referiu-se à conveniência de se pleitear uma emenda ao projeto de lei em trânsito no Congresso Nacional, que desdobra o Ministério da Educação e Saúde em Ministério da Educação e Cultura e Ministério da Saúde Pública, visto como o referido projeto não faz alusão à criação do Serviço de Estatística da Saúde A essa e às demais indicações, respondeu o Sr WALDEMAR LOPES, esclarecendo as providências tomadas, a respeito, pela Secretaria-Geral do Conselho O Sr MOACIR MALHEIROS FERNANDES SILVA deu conta de sua atuação, no Congresso Rodoviá-

rio, como representante do Conselho, adiantando que obtivera aprovação de duas indicações concernentes à estatística do tráfego nas estradas de rodagem e à divulgação sistemática de dados sobre a respectiva extensão quilométrica. Declarou, ainda, que os membros do Congresso haviam recebido e louvado a publicação *Tábuas Itinerárias Brasileiras*, editada pelo Conselho Nacional de Estatística.

As três reuniões seguintes foram dedicadas a assuntos censitários. Na primeira, ocorrida a 26 de janeiro, depois de aprovado um voto de louvor ao Serviço de Estatística Demográfica, Moral e Política e ao seu Diretor, Sr RUBENS PÔRTO, pela publicação do trabalho *Crimes e Contravenções — 1947*, passou a Casa a deliberar sobre assuntos concernentes à apuração censitária, em todo o País, particularmente nos Municípios dos Estados do Amazonas e de Goiás. Tendo a Secretaria de Agricultura de São Paulo solicitado à Secretaria-Geral do Conselho dados censitários para servir de base a uma experiência de aplicação do método de amostragem no campo da estatística agropecuária, ficou o Sr RAUL LIMA incumbido de estudar o assunto e de propor uma fórmula que possibilitasse os trabalhos em vista, dada a sua indiscutível importância. Por fim, foi eleito o Major ALVARO BARBOSA para substituir o Sr. ALBERTO MARTINS na Comissão Especial de Tomada de Contas.

Na segunda reunião, realizada a 2 de fevereiro, o Sr RUBENS PÔRTO, Vice-Presidente, no exercício da Presidência, comunicou que o Embaixador JOSÉ CARLOS DE MACEDO SOARES solicitara e obtivera do Sr Presidente da República a sua exoneração do cargo de Presidente do Instituto, função que vinha exercendo há mais de quinze anos. Acrescentou que assumira o cargo, interinamente, e assinalou o sentimento de pesar com que via afastar-se da direção da entidade o Embaixador MACEDO SOARES, a cuja autoridade moral e intelectual muito ficara a dever a Estatística brasileira. Em seguida, propôs se transmitisse uma mensagem de congratulações ao Presidente GETÚLIO VARGAS, pela sua posse, salientando o fato de ter sido ele o fundador do Instituto. Apoiando a indicação, o Sr ALBERTO MARTINS acentuou que o Presidente GETÚLIO VARGAS era um benemérito da Estatística brasileira, citando alguns atos com os quais Sua Excelência prestigiara a organização e o funcionamento do sistema estatístico nacional. Aprovada essa proposta, o Sr TULO HOSTÍLIO MONTENEGRO distribuiu, entre os presentes, quadros referentes ao desenvolvimento da coleta em todo o País, particularmente nos Municípios do Estado de Santa Catarina e dos Territórios do Guaporé, Rio Branco e Fernando de Noronha.

A reunião seguinte ocorreu a 9 de fevereiro, tendo o Sr RAFAEL XAVIER, que recentemente se afastara das funções de Secretário-Geral do Conselho Nacional de Estatística para exercer o cargo de Chefe do Gabinete do Ministro da Agricultura, apresentado aos membros da Junta as suas despedidas, agradecendo a colaboração que sempre lhe fôra assegurada, em proveito da Estatística brasileira, e renovando as expressões de reconhecimento tanto

à Presidência do Instituto, como a todo o pessoal da Secretaria-Geral. Congratulou-se com o Presidente por haver designado, para seu substituto, o Sr WALDEMAR LOPES, cujos méritos exaltou, louvando-lhe a dedicação e a eficiência. O Sr RUBENS PÔRTO declarou que era com pesar que assinalava o afastamento do Sr RAFAEL XAVIER de um cargo em que demonstrara as suas melhores qualidades de técnico e administrador. A Junta aprovou, a seguir, a Resolução Censitária n.º 20, que dispõe sobre o provimento de funções do Serviço Nacional de Recenseamento. Após debatidos vários assuntos relacionados ao andamento da coleta censitária no País, o Sr WALDEMAR LOPES referiu-se a um editorial do *Jornal do Comércio* edição de 2 de fevereiro, no qual é salientada a obra do Recenseamento, com palavras de perfeita compreensão do vulto e alcance dos respectivos trabalhos.

Nesse mesmo dia, voltou a Junta a reunir-se, já agora para tratar de assuntos gerais. Foram aprovadas diversas indicações, entre as quais a que propunha se transmitissem votos de congratulações ao Sr OSWALDO GOMES DA COSTA MIRANDA, antigo Diretor do Serviço de Estatística da Previdência e Trabalho, pela sua recente nomeação para o cargo de Diretor do Departamento Nacional de Imigração, e de reconhecimento ao General EURICO GASPAR DUTRA, ex-Presidente da República, pelo muito que fêz em favor da Estatística, bem como pelo prestígio de que cercou os trabalhos do Recenseamento de 1950, durante o seu mandato. O Sr RUBENS PÔRTO, a seguir, aludiu à atitude, digna dos maiores aplausos, do Sr ARNON DE MELO, novo Governador de Alagoas, o qual, manifestando o desejo de substituir o Diretor do respectivo Departamento de Estatística, solicitara a indicação de um técnico do Instituto, dando, assim, uma demonstração de apreço à obra do IBGE.

Verificou-se a reunião imediata a 16 de fevereiro para o trato de assuntos censitários, tendo o Sr TULO HOSTÍLIO MONTENEGRO feito um retrospecto dos serviços de coleta em todo o território nacional, detendo-se, em particular, no exame dos trabalhos censitários do Estado da Bahia.

Ainda nesse dia, realizou a Junta uma sessão ordinária, na qual foram aprovadas as contas do Departamento de Geografia e Estatística do Território do Acre, referentes ao auxílio de 1949, e a Resolução n.º 360, que orga as despesas da Secretaria-Geral do Conselho para o exercício de 1952.

No dia 2 de março a Junta realizou duas sessões. Na primeira, dedicada a assuntos censitários, o Sr RAUL LIMA deu conta da missão que lhe fôra confiada, de entrar em contacto com a Divisão de Economia Rural da Secretaria de Agricultura do Estado de São Paulo, a fim de estabelecer os entendimentos necessários à efetivação de uma experiência de amostragem a cargo daquele órgão. Propostas várias medidas para esse fim, aprovou-as a Casa, recomendando que o Serviço Nacional de Recenseamento se incumbisse dos necessários expedientes. Passou a Junta, então, ao conhecimento das matérias relativas ao último

Recenseamento, tendo o Sr TULO HOSTÍLIO MONTENEGRO feito comentários acerca da situação da coleta dos Censos Econômicos

Na segunda reunião desse dia, dedicada a assuntos gerais, o Sr WALDEMAR LOPES prestou vários esclarecimentos em torno da realização das Campanhas Estatísticas, pondo em relevo as constantes iniciativas tomadas pela Secretaria-Geral no sentido de sua atualização. Foram, a seguir, homologadas as Resoluções ns 146, 85, 109 e 84, das Juntas Executivas Regionais dos Estados do Amazonas, Goiás, Rio Grande do Norte e Alagoas, respectivamente, as quais dispõem sobre a aplicação do auxílio do Instituto, no exercício de 1951. Acerca da realização, no Brasil, de um Seminário de Apuração Mecânica, sob os auspícios da Organização para Alimentação e Agricultura (F A O) das Nações Unidas, a Junta autorizou a Secretaria-Geral a assegurar inteira cooperação àquela entidade internacional, para esse objetivo.

A criação do Serviço de Estatística do Ministério da Viação e Obras Públicas foi objeto da atenção da Junta na reunião subsequente, ocorrida a 9 de março. O Sr RUBENS PÓRTO informou que estivera com o Ministro SOUSA LIMA, titular da referida pasta, e dele ouvira a declaração de que considerava indispensável a instalação daquele órgão, revelando mesmo o propósito de encaminhar as medidas cabíveis para esse fim. Por proposta do Sr WALDEMAR LOPES, a Junta deliberou fosse enviada uma exposição a respeito, ao Ministro SOUSA LIMA, historiando os diversos pronunciamentos do Conselho em favor da instituição daquele Serviço e solicitando a objetivação da providência alvitrada. A seguir, passou a Junta a deliberar sobre diversas matérias relacionadas ao Recenseamento e à economia interna da entidade.

Na reunião censitária imediata, ocorrida a 16 de março, o Sr RUBENS PÓRTO aludiu à perfeita regularidade com que se processavam os trabalhos do Serviço Nacional de Recenseamento, observação que tivera oportunidade de fazer por ocasião da última reunião, levada a efeito naquele Serviço. Para substituir o Sr SEBASTIÃO DE SANT'ANA E SILVA na Comissão Especial de Tomada de Contas, enquanto não fosse nomeado novo representante do Ministério da Fazenda, foi designado o Conselheiro CARLOS ALBERTO GONÇALVES. Presente aos trabalhos, o Inspetor Regional de Estatística do Território do Amapá, Sr CLÓVIS PENA TEIXEIRA, fez uma exposição acerca da execução do censo na zona sob sua jurisdição.

Nesse mesmo dia, tornou a reunir-se a Junta, para o trato de assuntos gerais, tendo o Sr RAUL LIMA se congratulado com a Casa pelas expressivas e honrosas referências feitas ao Instituto pelo Presidente da República, em sua primeira Mensagem ao Congresso Nacional. A fim de apresentar despedidas aos membros da Junta, em virtude de haver sido dispensado, a pedido, das funções de representante do Instituto junto ao Conselho de Imigração e Colonização, esteve presente aos trabalhos o Coronel FREDERICO AUGUSTO RONDON, o qual manifestou, em breves palavras, o maior entusiasmo pela obra que o Instituto realiza e o seu desejo de continuar a cooperar na execução da mesma. O Sr WALDEMAR LOPES fez, a seguir, detida exposição acerca da situação financeira do Conselho, propondo várias medidas no sentido da redução das despesas.

As duas reuniões seguintes foram dedicadas a assuntos censitários. Na primeira, ocorrida a 20 de março, foi aprovada a Resolução Censitária n° 21, que dispõe sobre o provimento de funções no Serviço Nacional de Recenseamento. Na segunda, realizada a 30 desse mês, o Sr TULO HOSTÍLIO MONTENEGRO, distribuiu, entre os presentes, um quadro da população do Brasil, segundo as unidades federadas, e uma relação das cidades e vilas do Brasil com população superior a 5 000 habitantes, prestando vários esclarecimentos sobre os dados que acabava de apresentar.

Ainda nesse dia voltou a Junta a reunir-se, para tratar de assuntos gerais. Aprovado um voto de pesar pelo falecimento do Ministro OLIVEIRA VIANA, fez uso da palavra o Comandante RIBEIRO ESPÍNDOLA para registrar o aparecimento do estudo *Registro Civil das Pessoas Naturais*, de autoria do Sr HEITOR BRACET, antigo diretor do Serviço de Estatística Demográfica, Moral e Política e ex-Vice-Presidente do Instituto, e manifestar o seu regozilho pessoal por ver que, embora aposentado, o antigo colega continuava a dedicar particular atenção a um dos maiores problemas da estatística brasileira. A Casa tomou conhecimento, por intermédio do Sr WALDEMAR LOPES, de que o Tribunal de Contas havia aprovado as contas do Instituto, concernentes ao exercício de 1948, o governo de São Paulo baixara um decreto reorganizando as Juntas Executivas do Estado e a Câmara Municipal de Santos aprovara o projeto de lei, que restabelece, ali, o Convênio de Estatística Municipal. Por fim, a Junta aprovou a Resolução n° 361, que concede ao Departamento de Estatística do Instituto Nacional do Sal filiação ao Conselho.

SERVIÇOS ESTATÍSTICOS REGIONAIS

Amazonas — Dando nova organização ao Departamento Estadual de Estatística e à Seção de Estatística Militar, sancionou o Sr Governador do Estado a Lei n° 868, de 29 de dezembro de 1950, que tem o seguinte teor:

"Art 1° — O Departamento Estadual de Estatística, órgão central do sistema estatístico regional, fica constituído, além da Diretoria, da Seção de Estatística Militar, Seção de Estatística Econômica e Financeira e Seção de Estatística Política e Social.

§ 1.º — A Secção de Estatística Militar tem por finalidade fazer a estatística destinada às forças armadas nacionais, de conformidade com as instruções do Estado-Maior do Exército Brasileiro

§ 2.º — As Secções de Estatística Econômica e Financeira, e de Política e Social competem as críticas e apurações dos inquéritos estatísticos regionais lançados pelo Departamento Estadual de Estatística e das campanhas estatísticas nacionais lançadas pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

Art. 2.º — Todos os serviços do Departamento Estadual de Estatística e da Secção de Estatística Militar são orientados e fiscalizados pelo Diretor-Geral

Parágrafo único — Os trabalhos burocráticos são executados pelo Gabinete do Diretor-Geral.

Art. 3.º — O quadro de funcionários do D E E e da S E M é constituído de acordo com a tabela anexa, ficando extintos os cargos não previstos na mesma

§ 1.º — Fica considerado de provimento efetivo o cargo de Diretor-Geral do D.E.E.

§ 2.º — Os atuais Assistentes-Chefes e Estatísticos-Chefes passarão a Chefes de Secção. Os demais funcionários serão aproveitados nos cargos de que trata a presente Lei de acordo com a legislação vigente

Art. 4.º — Para ocorrer às despesas do D E E e S E M., fica aberto o crédito especial de Cr\$ 130 839,00 no exercício financeiro de 1951.

Parágrafo único — As despesas deste Artigo correrão por conta do recurso a que alude o § 3.º, do Artigo 95, da Constituição Estadual

Art. 5.º — O Governo expedirá oportunamente o regulamento para a execução da presente Lei

Art. 6.º — A presente Lei entra em vigor a partir de 1.º de janeiro de 1951, revogadas as disposições em contrário "

Acompanha a Lei acima o quadro do pessoal, com os respectivos vencimentos, e pelo qual se verifica contar o Departamento, atualmente, além do Diretor-Geral e dos 3 Chefes de Secção, com 1 Assistente-Técnico, 23 Estatísticos, 2 Desenhistas-Cartógrafos, 1 Arquivista-Bibliotecário-Almoxarife, 1 Porteiro-Cor-reio e 2 Contínuos-Serventes

Alagoas — O Departamento Estadual de Estatística iniciou, no mês de janeiro, a expedição de comunicados à imprensa, os quais, versando assuntos de interesse, vêm sendo regularmente publicados no *Diário Oficial* do Estado

Minas Gerais — O Sr HILDEBRANDO CLARK, Presidente da Comissão Censitária Regional e Diretor do Departamento Estadual de Estatística, fazendo-se acompanhar dos Srs RUBEM GUEIROS, Inspetor-Geral de Estatística Municipal, SAID FARHAT, Inspetor Regional, e JOAQUIM RIBEIRO COSTA, Diretor interino do D E E, foi recebido, no dia 10 de janeiro, em audiência especial, pelo Governador do Estado, ao qual comunicou achar-se extinta aquela Comissão, agradecendo a honrosa designação para presidir aos trabalhos censitários regionais e informando que, em consequência, ia reassumir o cargo de Diretor do Departamento Estadual de Estatística.

O Governador MILTON CAMPOS, em ligeiras palavras, manifestou o seu regozijo em face do êxito alcançado, em Minas Gerais, pelo VI Recenseamento Geral do Brasil, congratulando-se, ao ensejo do encerramento dos trabalhos da Comissão Censitária Regional, com os dirigentes dessa importante tarefa.

No dia seguinte, em sessão especial da Junta Executiva Regional de Estatística, o Sr JOAQUIM RIBEIRO COSTA transmitiu o cargo de Diretor do D E E, que vinha exercendo em caráter interino, ao titular efetivo, Sr HILDEBRANDO CLARK, o qual foi alvo, nesta oportunidade, de inúmeras manifestações de apreço da parte dos funcionários do Departamento

Após terem discursado os Srs JOAQUIM RIBEIRO COSTA e COLOMBO ETIENNE ARREGUY, que exaltaram os méritos do homenageado, falou em agradecimento o Sr HILDEBRANDO CLARK

— Em comemoração ao Natal, a Inspetoria Regional de Estatística deu à publicidade, no dia 25 de dezembro último, um suplemento de sua Carta Mensal, compreendendo, além de matéria de variado interesse, dados biográficos do Sr M A TEIXEIRA DE FREITAS, antigo Secretário-Geral do I B G E e do Conselho Nacional de Estatística. Divulga o suplemento, também, o texto da Resolução n.º 445, da Assembléia-Geral do Conselho Nacional de Estatística, que proclama o Sr M A TEIXEIRA DE FREITAS membro permanente desse órgão

*

Espírito Santo — Alterando a carreira de Estatístico da parte permanente do Quadro Único do Estado, sancionou o Sr Governador CÍCERO ALVES, a 30 de dezembro último, a Lei n.º 439, cujo texto é o seguinte:

'Art. 1.º — Fica assim constituída a carreira de Estatístico da P P do Quadro Único do Estado

1 cargo classe K
3 cargos classe J
5 cargos classe I
7 cargos classe H
9 cargos classe G
11 cargos classe F
6 cargos classe E
12 cargos classe D

Art. 2.º — Os atuais funcionários das carreiras de Estatístico e Estatístico-Auxiliar, ora extintas nos termos do Artigo 3.º, serão assim distribuídos na carreira de que trata o Artigo anterior:

Na classe G, da P.P. 5 (cinco) Estatísticos-Auxiliares, Classe D, interinos também da P P;
na classe E, 6 (seis) Estatísticos-Auxiliares classe D;

na classe F, 8 (oito) Estatísticos-Auxiliares classe E;

na classe G, 2 (dois) Estatísticos, classe F da P S e 2 (dois) Estatísticos, classe G da P S;
na classe H, 2 (dois) Estatísticos, classe G da P S;

na classe I, 2 (dois) Estatísticos, classe I da P S e 1 (um) Estatístico, classe H da P S;

na classe K, 1 (um) Estatístico, classe I da P S.

Art 3º — Ficam extintas as carreiras de Estatístico da P S. e de Estatístico-Auxiliar da P P

Art 4º — Na distribuição dos funcionários nas classes da nova carreira será adotado o critério da antiguidade no serviço público estadual para os que se encontram na mesma classe, desde que estejam prestando serviços aos órgãos regionais de estatística

Art 5º — À medida que se forem vagando, serão extintos, em primeiro lugar os cargos

da classe D e depois os da classe E, passando afinal a carreira a iniciar-se na classe F

Art 6º — Fica reclassificado no padrão Q o cargo de Diretor-Geral do Departamento Estadual de Estatística

Art 7º — As despesas da presente Lei correrão por conta das dotações próprias do orçamento de 1951

Art 9º — Revogam-se as disposições em contrário "

SERVIÇOS ESTATÍSTICOS MUNICIPAIS

Caicó — Por proposta do Vereador José COUTINHO, a Câmara Municipal aprovou, por unanimidade, um voto de congratulações com o I B G E pelo pleno êxito alcançado na realização do VI Recenseamento Geral do Brasil e pelos resultados obtidos na Campanha Municipalista

*

São João da Boa Vista — A Câmara Municipal instituiu o prêmio "Prefeito ALMEIDA BARBOSA", no valor de cinco mil cruzeiros, destinado aos recenseadores que mais se distinguiram em suas tarefas no Recenseamento Geral de 1950 Para o primeiro lugar, foi atribuído o prêmio de Cr\$ 3 000,00; para o segundo, de Cr\$ 1 000,00; para o terceiro, de Cr\$ 600,00; e para o quarto, de Cr\$ 400,00

*

Natividade da Serra — Como recompensa à dedicação aos trabalhos censitários, a Câmara

Municipal concedeu o prêmio de Cr\$ 1 200,00 ao recenseador que apresentou maior volume de serviço, e mais três prêmios, de Cr\$ 600,00 cada um, aos recenseadores ainda em exercício no final da coleta

*

Rinópolis — A Prefeitura Municipal instituiu dois prêmios aos melhores recenseadores: um jogo de caneta e lapiseira, no valor de Cr\$ 750,00, para o primeiro lugar dentre os da zona rural; e uma caneta, no valor de Cr\$ 450,00, para o primeiro lugar dentre os da zona urbana

*

Santana de Parnaíba — Em sua reunião de 30 de dezembro de 1950, a Comissão Censitária Municipal procedeu à distribuição de prêmios aos melhores recenseadores, num total de Cr\$ 3 000,00, oferecidos pela Câmara Municipal

PROFESSOR JOSÉ CARNEIRO FELIPPE

Com o desaparecimento a 15 de janeiro dêste ano, do Professor JOSÉ CARNEIRO FELIPPE, perderam os círculos científicos do País uma de suas mais notáveis figuras e a Estatística brasileira um dos seus mais eminentes e prestigiosos vultos

Projetando-se nos diversos setores onde era chamado a atuar, pela dedicação, pelo saber e, sobretudo, pela simplicidade com que pautava todos os atos de sua vida, criou em torno de si, o Professor CARNEIRO FELIPPE, uma auréola de respeito e acatamento por parte de quantos tiveram ensejo de colaborar na sua obra ou de privar de sua amizade

O nome do Professor CARNEIRO FELIPPE está intimamente ligado ao I B G E, ao qual prestou, no campo censitário, relevantes serviços Presidente da Comissão Censitária Nacional incumbida da preparação e execução do V Recenseamento Geral do Brasil, realizado em 1940,

CARNEIRO FELIPPE não poupou esforços no sentido de obter daquele importante levantamento estatístico os mais fidedignos resultados A partir de então, as tarefas censitárias, integradas no mecanismo do I B G E, iriam tomar novo rumo, nova feição, novo impulso, devidos, em grande parte, à autoridade científica do Professor CARNEIRO FELIPPE, a que se aliava, no homem bom e desprendido que ele foi, um total abandono de sua pessoa, de seus interesses privados, até mesmo de sua saúde, contanto que tudo corresse do modo mais exato e correto possível Dentre os muitos aspectos que lhe realçavam singularmente a personalidade, este último chegava a impressionar e comover, pela noção rígida, inflexível que ele tinha do dever. E tudo fazia sem alardes, quase sempre anônimamente, escudado pela virtude rara de exemplar modéstia

Numerosas foram as entidades públicas e particulares que manifestaram o seu pesar pelo falecimento do Professor CARNEIRO FELIPPE No Senado Federal, fez-se ouvir o Senador HAMILTON NOGUEIRA, e, na Câmara dos Deputados, os Deputados RUI SANTOS e AUGUSTO VIEGAS, que salientaram o alto saber e a significação dos serviços prestados ao País pelo extinto Também nas Assembléias Legislativas dos Estados do Rio de Janeiro e de Minas Gerais, o passamento de CARNEIRO FELIPPE deu lugar a idênticos pronunciamentos Na Assembléia fluminense, traçaram sentidos necrológicos os Deputados OSCAR FONSECA, ALBERTO TORRES e HAMILTON XAVIER, e, na Assembléia Mineira, os Deputados JÚLIO DE CARVALHO e MATEUS SALOMÉ Todas essas Casas do Legislativo aprovaram votos de pesar pelo desaparecimento do Professor CARNEIRO FELIPPE

Na Junta Executiva Central do Conselho Nacional de Estatística, em sua reunião de 19 de janeiro último, o Sr. RUBENS PÔRTO, Presidente interino, teve palavras de exaltação à memória de CARNEIRO FELIPPE, focalizando o valor de sua atuação à frente dos trabalhos do Censo de 1940, havendo a Casa aprovado um voto de profundo pesar pela perda do antigo Presidente da Comissão Censitária Nacional

Manifestaram, também, o seu sentimento numerosas associações culturais e científicas, em todo o País

Os funerais realizaram-se no dia seguinte ao do passamento, tendo discursado na ocasião do enterramento representantes de várias daquelas entidades, inclusive do Instituto Oswaldo Cruz e Academia Brasileira de Ciências. Em nome do Conselho Nacional de Estatística, falou o Professor GIORGIO MORTARA, que disse o seguinte:

"Tenho o triste privilégio de trazer a JOSÉ CARNEIRO FELIPPE a extrema saudação do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

Grande é a dívida do Instituto para com o cientista eminente e organizador genial que prematuramente nos abandonou O primeiro e o maior dos grandes empreendimentos do recém-criado Instituto foi confiado a ele, com a presidência da Comissão Censitária Nacional de 1940, que foi chamada a preparar, depois de vinte anos de interrupção, o V Recenseamento Geral do Brasil

Esse recenseamento foi obra coletiva de inúmeros colaboradores Mas o planejador, o organizador, o diretor da execução, o preparador da apuração, o guia da interpretação, foi unicamente o Professor CARNEIRO FELIPPE, cuja atividade parecia multiplicar-se e desenvolver-se milagrosamente para enfrentar um pesado conjunto de tarefas, que teriam exigido o trabalho intenso e contínuo de dez peritos e não de um só homem, embora prodigiosamente dotado de inteligência, de sabedoria e de vontade

Tendo tido a honra e a satisfação de trabalhar ao lado dele durante dez anos, posso atestar por conhecimento direto e pessoal as incriveis extensões e intensidade das suas realizações. Aparentemente frágil, ele foi de bronze no cumprimento dos deveres que lhe incumbiam e outros, bem mais numerosos, que voluntariamente tomara sobre si

Doente, sob grave ameaça para a sua própria vida, apenas por algumas semanas consentiu em afastar-se do seu posto, voltando depois às laboriosas tarefas, sem cuidar do perigo. Se há caso em que possa sem exagero ser qualificada de heróica a dedicação de um homem ao seu dever, é este. E todos os que colaboraram no Recenseamento de 1940 lembrarão sempre, assim como eu a lembro, essa dedicação, mais admirável pela sua continuidade através de longos anos, considerando-a quase um ato sobre-humano de sacrifício, que só um espírito de exceção podia conceber e realizar

Ficam os resultados do Recenseamento de 1940, fidedignos em virtude da inflexível retidão do organizador, eloquentes por mérito da inesgotável sabedoria do cientista, como monumento perene à memória deste grande brasileiro.

Ficam, nos corações de nós todos que colaboramos com ele, a lembrança e a saudade do chefe sábio e bondoso

Fica, sobretudo, o exemplo do cidadão integérrimo, que tudo sacrificou, até a vida, pelo cumprimento do seu dever"

O Professor CARNEIRO FELIPPE, deixou viúva a Sra JENNY ISAACSON CARNEIRO FELIPPE, dez filhos maiores e vários netos

VICENTE NORBERTO DA CRUZ GUANABARINO

Causou intensa consternação, nos círculos estatísticos do Estado do Rio de Janeiro, o falecimento, a 6 de janeiro deste ano, em Niterói, do Professor VICENTE NORBERTO DA CRUZ GUANABARINO, que integrou, durante longos anos, até o seu desaparecimento, vítima de mal repentino, os quadros da Estatística fluminense, à qual serviu com raro zelo e dedicação

Chefe do Serviço de Estatística Cultural e Administrativa, do Departamento Estadual de

Estatística do Rio de Janeiro, exerceu também outras comissões de relevo na administração regional Durante o ano passado, por ocasião da fase de preparação e propaganda do Censo de 1950, teve atuação destacada nessa tarefa, a serviço da qual viajou por largas zonas do interior do seu Estado Dedicava-se ainda ao magistério, tendo lecionado Estatística e Mercologia em vários estabelecimentos de ensino, naquela capital

Fêz o Professor VICENTE GUANABARINO seus primeiros estudos em Niterói, diplomando-se, mais tarde, em 1938, pela Faculdade de Direito dessa Capital. Deixou viúva a Sra MARIA LÚCIA TEIXEIRA GUANABARINO e uma filha menor

Membro de ilustre família fluminense, era o extinto neto do conhecido jornalista e crítico de arte OSCAR GUANABARINO e sobrinho do Ministro MATTOSO MAIA FORTE, ambos já falecidos

MINISTRO FRANCISCO JOSÉ DE OLIVEIRA VIANA

Com o falecimento, a 27 de março deste ano, do Ministro FRANCISCO JOSÉ DE OLIVEIRA VIANA, perdeu a cultura brasileira um de seus mais altos valores

Sociólogo, jurista, economista e homem de letras, era OLIVEIRA VIANA natural do Estado do Rio de Janeiro, onde nasceu a 20 de junho de 1882, tendo aí realizado o curso de Humanidades e o de Direito e se iniciado na vida pública, como Professor de Direito Criminal da Faculdade de Direito de Niterói

Exerceu vários cargos de relêvo na administração pública de seu Estado e do País, salientando-se, dentre eles, os de Diretor do Instituto de Fomento do Estado do Rio, membro do extinto Conselho Consultivo de seu Estado natal, Consultor-Jurídico do Ministério do Trabalho, membro da Comissão Especial Revisora de Leis do Ministério da Justiça e Ministro do Tribunal de Contas da União

Eleito para a Academia Brasileira de Letras, em 1937, na vaga de ALBERTO DE OLIVEIRA, ocupava OLIVEIRA VIANA a cadeira que tinha como patrono CLÁUDIO MANUEL DA COSTA. Pertencia a diversas entidades culturais brasileiras e estrangeiras, como o Instituto Histórico e Geográfico Brasileiro; os Institutos Históricos do Pará, Rio Grande do Norte, Ceará e Paraíba; a "Société des Americanistes de Paris"; o

Instituto Internacional de Antropologia; a Academia de Antropologia e Etnografia do Porto, Portugal; e as Academias Fluminense de Letras e Dominicana de História

Entre suas obras, além de seu notável trabalho Populações Meridionais do Brasil, editado em 1920, avultam acurados estudos sociológicos, políticos, econômicos e históricos, como o Pequeno Estudo de Psicologia Social (1921), O Idealismo na Evolução do Império e da República (1920), A Evolução do Povo Brasileiro (1923), que figura como um dos ensaios da Introdução ao Recenseamento de 1920, Ocaso do Império (1925), O Idealismo da Constituição (1927), O Crédito Sobre o Café (1927), Problemas de Política Objetiva (1930), Raça e Assimilação (1932), Formation Ethnique du Brésil Colonial (1932), e Problemas de Direito Corporativo (1938)

Poucos dias antes de seu passamento, havia concluído seu último trabalho, História Social do Capitalismo no Brasil, o qual deverá ser dado à publicidade em breve

Estava OLIVEIRA VIANA ligado ao Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, em cujo Conselho Nacional de Geografia exercia, de há muito, as funções de Consultor-Técnico para a Geografia das Populações

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA

QUADRO EXECUTIVO DO CONSELHO NACIONAL DE ESTATÍSTICA

(Repartições Centrais em 31 - III - 1951)

ORGANIZAÇÃO FEDERAL:

Serviço de Estatística Demográfica, Moral e Política — Ministério da Justiça e Negócios Interiores.

Diretor — *RUBENS D'ALMADA HORTA PÔRTO*

Serviço de Estatística Econômica e Financeira — Ministério da Fazenda

Diretor — *SEBASTIÃO DE SANT'ANA E SILVA*

Serviço de Estatística da Produção — Ministério da Agricultura

Diretor — *RAUL DO RÊGO LIMA*

Serviço de Estatística da Previdência e Trabalho — Ministério do Trabalho, Indústria e Comércio

Diretor — *GASTÃO QUARTIN PINTO DE MOURA*

Serviço de Estatística da Educação e Saúde — Ministério da Educação e Saúde

Diretor — *ALBERTO MARTINS*

ORGANIZAÇÃO REGIONAL.

Território do Acre	— Departamento de Geografia e Estatística Diretor — <i>Otávio Vieira Passos</i>
Território do Rio Branco	— Serviço de Geografia e Estatística Diretor — <i>Paulo Schmitz</i>
Amazonas	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>Leopoldo Peres Sobrinho</i>
Pará	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>Orion Klautau</i>
Território do Amapá	— Serviço de Geografia e Estatística Diretor — <i>Clóvis Penna Teixeira</i>
Maranhão	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>Hipátia Ferreira</i>
Piauí	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>José Lopes dos Santos</i>
Ceará	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>Thomaz Gomes da Silva</i>
Rio Grande do Norte	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>Aderbal França</i>
Paraíba	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>Luis de Oliveira Periquito</i>
Pernambuco	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>Paulo Acioli Pimentel</i>
Alagoas	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>Marcelo Aroucha</i>
Sergipe	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>José Hermenegildo da Cruz</i>
Bahia	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>Felippe Nery do Espírito Santo</i>
Minas Gerais	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>Hildebrando Clark</i>
Espírito Santo	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>Antônio Lugon</i>
Rio de Janeiro	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>Aldemar Alegria</i>
Distrito Federal	— Departamento de Geografia e Estatística Diretor — <i>Durval Magalhães Coelho</i>
São Paulo	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>Albano Ferreira da Costa</i>
Paraná	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>Alcides Vieira Arcovende</i>
Santa Catarina	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>Roberto Lacerda</i>
Rio Grande do Sul	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>Remy Gorga</i>
Goiás	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>Geraldo Campos</i>
Mato Grosso	— Departamento Estadual de Estatística Diretor — <i>Horminda Pitaluga de Moura</i>
Território do Guaporé	— Serviço de Geografia e Estatística Diretor — <i>Carlos Augusto de Mendonça</i>

Nota — Colaboram com essas repartições aproximadamente 190 Agências Municipais de Estatística, além de numerosos órgãos de estatística especializada, da União, dos Estados e dos Municípios

SOCIEDADE BRASILEIRA DE ESTATÍSTICA

Criada em 5 de abril de 1940, em sucessão à entidade fundada, sob a mesma denominação, em 16 de dezembro de 1931

OBJETIVOS

a) Ampliar e fortalecer as relações existentes entre os estatísticos brasileiros, desenvolvendo-lhes o espírito de classe e unindo-os por laços de solidariedade e cooperação; b) focalizar e esclarecer, pela discussão e trabalho em comum, as questões compreendidas nos limites da estatística e das suas aplicações; c) difundir as finalidades dos levantamentos estatísticos, bem como a sua necessidade e utilidade, e promover o estudo da estatística em geral; d) valorizar, no domínio internacional, a obra da estatística e dos estatísticos do Brasil.

Para alcançar esses objetivos, compete à S.B.E.: a) promover e convocar periodicamente, sob os auspícios do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, as Conferências Nacionais de Estatística; b) organizar, de forma que estimule e oriente o trabalho pessoal, cursos de estatística e suas aplicações; c) pleitear a inclusão do ensino elementar da Estatística nos programas da instrução primária, secundária e profissional; d) apresentar, aos órgãos superiores do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, sugestões referentes ao aperfeiçoamento da estatística nacional, bem como pleitear junto ao Poder Público a adoção das medidas necessárias à realização das suas finalidades; e) realizar sessões, conferências, congressos, exposições, viagens e investigações, com o fim de divulgação ou aperfeiçoamento do método estatístico e de suas aplicações; f) manter intercâmbio cultural com as associações congêneres de outros países.

CATEGORIAS DE SÓCIOS

Duas são as categorias de sócios: coletivos e individuais. São sócios coletivos as instituições filiadas ao I.B.G.E. e as associações, companhias ou sociedades admitidas na forma dos Estatutos. Os sócios individuais podem ser: a) honorários; b) beneméritos; c) benfeitores; d) correspondentes; e) efetivos; f) fundadores. As contribuições dos sócios individuais, quando efetivos ou fundadores, são de Cr\$ 5,00 mensalmente; os sócios coletivos estão obrigados a contribuir com a anuidade de Cr\$ 360,00.

A REVISTA BRASILEIRA DE ESTATÍSTICA, órgão oficial da S.B.E., é remetida gratuitamente aos membros do seu quadro social.

DIRETORIA

Eleita em Assembléia-Geral de 31 de julho de 1950

Presidente — M. A. TEIXEIRA DE FREITAS

1.º Vice-Presidente — JOÃO CARLOS VITAL

2.º Vice-Presidente — JORGE KINGSTON

Secretário-Geral — GERMANO JARDIM

1.º Secretário — JOÃO DE MESQUITA LARA

2.º Secretário — A. CAVALCANTI DE GUSMÃO

1.º Tesoureiro — JORGE NASCIMENTO CASTRO

2.º Tesoureiro — JOSÉ ROCHA CAMPOS

Comissão Fiscal — Comandante MANUEL RIBEIRO ESPÍNDOLA, Major DURVAL MAGALHÃES COELHO e MÁRIO ORLANDO DE CARVALHO

Comissão de Redação — LOURIVAL CÂMARA, AFRÂNIO MELO e ERNANI TIMÓTEO DE BARROS

Tôda a correspondência destinada à S. B. E. deve ser remetida — A/C da Secretaria-Geral do I.B.G.E. — Av. Franklin Roosevelt, 166. — Distrito Federal.