

***RETROPROJEÇÃO DA POPULAÇÃO DO BRASIL  
POR SEXO E IDADE:  
2000-1980***

Outubro de 2016

**Presidente da República**

Michel Miguel Elias Temer Lulia

**Ministro do Planejamento, Desenvolvimento e Gestão**

Dyogo Henrique de Oliveira (interino)

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA - IBGE

**Presidente**

Paulo Rabello de Castro

**Diretor-Executivo**

Fernando J. Abrantes

ORGÃOS ESPECÍFICOS SINGULARES

**Diretoria de Pesquisas**

Roberto Luís Olinto Ramos

**Diretoria de Geociências**

Wadih João Scandar Neto

**Diretoria de Informática**

José Sant`Anna Bevilaqua

**Centro de Documentação e Disseminação de Informações**

David Wu Tai

**Escola Nacional de Ciências Estatísticas**

Maysa Sacramento de Magalhães

UNIDADE RESPONSÁVEL

Diretoria de Pesquisas

Coordenação de População e Indicadores Sociais

Bárbara Cobo Soares

**Ministério do Planejamento, Desenvolvimento e Gestão**  
**Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE**  
**Diretoria de Pesquisas - DPE**  
**Coordenação de População e Indicadores Sociais - COPIS**

***RETROPROJEÇÃO DA POPULAÇÃO DO BRASIL***  
***POR SEXO E IDADE:***  
***2000-1980***

## **Metodologia aplicada na Retroprojeção da população do Brasil (2000-1980)<sup>1</sup>**

### **Introdução:**

As pesquisas domiciliares e os censos estabelecem um diagnóstico da sociedade do momento em que são realizadas. As projeções populacionais, por sua vez, são capazes de estabelecer um prognóstico para as demandas futuras que têm como base a população. Não somente o volume da população, mas as suas características, como sua distribuição por idade e sexo e distribuição geográfica elucidam os desafios a serem enfrentados pela sociedade.

Em 2013, o IBGE divulgou as projeções de população mais recentes, que estabelece o ano 2000 como ponto de partida e um horizonte até o ano 2060 para o Brasil (PROJEÇÃO, 2013) e até 2030 para as Unidades da Federação. As projeções do IBGE realizadas na década de 2000 para o Brasil (Revisões de 2000, 2004 e 2008), por sua vez, compreendiam o intervalo entre os anos de 1980 e 2050.

A cada nova revisão da projeção de população são incorporados novos parâmetros e premissas, ou utilizadas diferentes metodologias, o que torna essa nova revisão tecnicamente incompatível com as projeções realizadas anteriormente. Assim sendo, a retroprojeção do Brasil para o período de 1980 até 1999, cobre o intervalo de tempo similar ao produzido nas projeções publicadas anteriormente pelo IBGE, sendo possível a construção de séries históricas compatibilizadas desde 1980 até 2060.

### **Objetivo:**

Estabelecer uma série histórica de população para o período entre 1980 e 1999, para Brasil, compatível com as populações oriundas da Projeção de População do IBGE (2013) e com as Tábuas de Mortalidade publicadas para os anos 1991 e 1980 (ALBUQUERQUE e SENNA, 2005).

---

<sup>1</sup> Versão preliminar deste trabalho foi apresentada para a Comissão Consultiva de Estatísticas Demográficas em 19/11/2015. Agradecemos os valiosos comentários de seus membros: Susana Marta Cavenaghi (ENCE/IBGE), Carlos Eugenio de Carvalho Ferreira (Fundação SEADE/SP), Laura Lidia Rodríguez Wong (CEDEPLAR/UFMG), Rosana Baeninger (NEPO/UNICAMP) e Cassio Maldonado Turra (ABEP); e aos convidados: Bernardo Lanza Queiroz (CEDEPLAR/UFMG), Diana Reiko Tutiya Oya Sawyer (IPC-IG) e Flavio Henrique Miranda de Araujo Freire (CCET/UFRN).

## Pressupostos e insumos:

Os pressupostos e insumos adotados para a construção da Retroprojeção são os que se seguem:

- I. População Base: Censo 2000 (Conciliada)<sup>2</sup>, a mesma população de partida da Projeção da População (2013) do IBGE, aberta por idade simples até 80 anos.
- II. Tábuas de mortalidade (IBGE - 1980-2000) referentes aos anos:
  - 2000 – obtida da Projeção da População (2013).
  - 1991 e 1980 – obtidas das tábuas construídas para os anos de 1980 e 1991 (ALBUQUERQUE e SENNA, 2005).
  - Para os demais anos, as tábuas foram calculadas por meio de interpolação linear.
  - As taxas específicas de mortalidade por idade simples foram consideradas constantes dentro do respectivo grupo quinquenal<sup>3</sup>.
- III. Migração:
  - As taxas líquidas de migração foram estimadas, utilizando-se do padrão obtido das razões intercensitárias de sobrevivência<sup>4</sup>, obtidas dos trabalhos de Carvalho (1996) para a década de 1980 e Carvalho e Campos (2007) para a década de 1990.

---

<sup>2</sup> O método da Conciliação Demográfica consiste em avaliar a coerência entre a estrutura da população por sexo e idade de dois ou mais censos e as tendências demográficas durante o período de análise, como fecundidade, mortalidade e migração. O método foi realizado com o principal objetivo de ajustar a população de partida da projeção populacional por sexo e idade para o Brasil (IBGE, 2013).

<sup>3</sup> Foram adotadas para as idades simples (1,2,3,4,5,...) as taxas de mortalidade correspondentes aos grupos etários aos quais pertencem (1-4,5-9,10-14,...).

<sup>4</sup> A razão intercensitária de sobrevivência (RIS) é a razão entre o total de pessoas com idade  $x+n$  no ano  $t+n$  e o total de pessoas de idade  $x$  em  $t$ . Essa razão fornece uma estimativa dos níveis de mortalidade, com o pressuposto de ausência de migração e de problemas de enumeração diferenciais entre os Censos. Assim, uma vez conhecido o padrão de mortalidade entre dois Censos, é possível atribuir o resíduo entre a população esperada dada pela mortalidade nos dois Censos e a população observada.

- Migração nula para crianças (0-14) e idosos (60+)<sup>5</sup>.

-As taxas líquidas de migração foram consideradas constantes em cada quinquênio, exceto para o período 1995-1999. Para o quinquênio 1995-1999, as taxas líquidas de migração foram interpoladas, partindo-se das taxas estimadas para o período 1990-1995 de modo a atingir migração zero em 2000. Esse procedimento foi necessário para compatibilizar com a Projeção de População (2013), que tem como pressuposto migração internacional nula para o período 2000-2010..

### **Metodologia:**

Seguindo a metodologia adotada na Projeção de População (2013), a retroprojeção da população total do Brasil foi elaborada utilizando o método das componentes demográficas. Esse método consiste em submeter as diferentes coortes de uma população inicial a experiências de mortalidade, de fecundidade e de migração, sendo representada pela seguinte equação, denominada equação compensadora ou equação de equilíbrio populacional:

$$P(t + 1) = P(t) + B(t) - D(t) + N(t)$$

Sendo:

$P(t)$  a população do ano  $t$ .

$B(t)$  o total de nascimento ocorridos ao longo do ano  $t$ .

$D(t)$  o total de óbitos ocorridos ao longo do ano  $t$ .

$N(t)$  o saldo migratório ao longo do ano  $t$ .

Como a retroprojeção busca estabelecer as populações anteriores, logo, todo o sentido das equações também se inverte em relação ao que é utilizado para uma

---

<sup>5</sup> O método residual da RIS pressupõe níveis de cobertura constantes entre os Censos. Uma vez que os problemas na enumeração de crianças (omissão) e idosos (idade mal declarada) geram resultados não condizentes com o padrão migratório esperado, optou-se por assumir migração nula já que se espera que os fluxos sejam pouco significativos entre esses grupos.

projeção prospectiva. Baseado na mesma equação de equilíbrio, chega-se à definição de  $P(t)$  a partir de uma população  $P(t+1)$  conhecida:

$$P(t) = P(t + 1) - B(t) + D(t) - N(t)$$

O método foi realizado com base nos procedimentos de cálculo do *Rural-Urban Projection Program (RUP)*, do *U.S. Census Bureau*, que utiliza, na entrada de dados, as taxas específicas de mortalidade para calcular os decrementos da população através dos óbitos. Esse mesmo procedimento foi utilizado na *Projeção de População (2013)*.

### **Desenvolvimento:**

Sejam:

- $x$  a idade;
- $P_x(t)$  a população de idade  $x$  no meio do ano  $t$ ;
- $N_x(t)$  o total de movimentos migratórios da população de idade  $x$  do ano  $t$ ;
- $D_x(t)$  o total de óbitos ocorridos no ano  $t$  da população de idade  $x$ ;

A equação compensadora da população expressa a seguinte relação entre  $P_{x+1}(t+1)$  e  $P_x(t)$ :

$$P_{x+1}(t + 1) = P_x(t) - D_x(t, t + 1) + N_x(t, t + 1)$$

Uma vez que as populações estimadas da Retroprojeção, assim como as da Projeção têm o dia 1º de julho como data de referência, ou seja, o meio do ano, e os totais estimados para as componentes demográficas se referem ao total de eventos ao longo do ano calendário, então a população pode ser definida da seguinte forma:

$$P_{x+1}(t + 1) = P_x(t) - 0,5D_x(t) - 0,5D_{x+1}(t + 1) + 0,5N_x(t) + 0,5N_{x+1}(t + 1)$$

A população do meio do ano  $t+1$  é definida, assim, em função da população do ano  $t$ , dos óbitos e dos movimentos migratórios ocorridos no segundo semestre do ano  $t$  e o primeiro semestre do ano  $t+1$ . Nesse caso, assume-se o pressuposto de que a mortalidade e a migração se distribuem uniformemente ao longo de um ano calendário.

Do mesmo modo,  $P_x(t)$  pode ser definida em função de  $P_{x+1}(t+1)$ , dado o conhecimento a respeito da mortalidade e da migração:

$$P_x(t) = P_{x+1}(t+1) + 0,5D_x(t) + 0,5D_{x+1}(t+1) - 0,5N_x(t) - 0,5N_{x+1}(t+1) \quad (1)$$

A relação entre taxas e eventos, é dada por:

$$D_x(t) = P_x(t)m_x(t) \quad (2)$$

E:

$$N_x(t) = P_x(t)n_x(t) \quad (3)$$

Sendo:

- $n_x(t)$  a taxa líquida de migração para a população de idade x durante o ano t;
- $m_x(t)$  a taxa de mortalidade para a população de idade x no ano t;

Logo, é possível reescrever a equação (1) tendo em vista a utilização das expressões (2) e (3) para estimar a população:

$$P_x(t) = P_{x+1}(t+1) + 0,5P_x(t)m_x(t) + 0,5P_{x+1}(t+1)m_{x+1}(t+1) - P_x(t)0,5n_x(t) - 0,5P_{x+1}(t+1)n_{x+1}(t+1)$$

$$P_x(t) = P_{x+1}(t+1)[1 + 0,5m_{x+1}(t+1) - 0,5n_{x+1}(t+1)] + P_x(t)[0,5m_x(t) - 0,5n_x(t)]$$

Isolando  $P_x(t)$ , que é o valor que a ser estimado, temos:

$$P_x(t) - P_x(t)[0,5m_x(t) - 0,5n_x(t)] = P_{x+1}(t+1)[1 + 0,5m_{x+1}(t+1) - 0,5n_{x+1}(t+1)]$$

$$P_x(t)\{1 - [0,5m_x(t) - 0,5n_x(t)]\} = P_{x+1}(t+1)[1 + 0,5m_{x+1}(t+1) - 0,5n_{x+1}(t+1)]$$

$$P_x(t) = \frac{P_{x+1}(t+1)[1 + 0,5m_{x+1}(t+1) - 0,5n_{x+1}(t+1)]}{1 - [0,5m_x(t) - 0,5n_x(t)]}$$

### População menor de 1 ano:

Para as primeiras idades, não é possível estabelecer o pressuposto de que os óbitos se distribuem uniformemente ao longo de um ano calendário, e por esse motivo existe a necessidade da utilização de um fator de separação dos óbitos<sup>6</sup> (k) diferente do que é utilizado nas outras idades.

<sup>6</sup> O fator de separação de óbitos, no caso da mortalidade infantil, se refere à proporção do total de óbitos de menores de um ano ocorridos em um determinado ano, das crianças nascidas no ano anterior.



Assim:

$$P_0(t) = P_1(t+1)[1 + 0,5m_1(t+1)] + 0,5D_0(t)k_0(t) + 0,5D_0(t+1)k_0(t+1)$$

$$P_0(t) = P_1(t+1)[1 + 0,5m_1(t+1)] + 0,5P_0(t)m_0(t)k_0(t) + 0,5P_0(t+1)m_0(t+1)k_0(t+1)$$

$$P_0(t) = \frac{P_1(t+1)[1 + 0,5m_1(t+1)] + 0,5P_0(t+1)m_0(t+1)k_0(t+1)}{1 - 0,5m_0(t+1)k_0(t+1)}$$

Esse fator de separação  $k_0$  para o ano  $t$  utilizado nesse caso é igual à média de pessoas-anos<sup>7</sup> vividos pelas pessoas que vieram a óbito entre as idades 0 e 1 no ano  $t$ . Existe uma relação entre os valores de  $k_0$  e os níveis de mortalidade da população menor de 1 ano, que estabelece que quanto menor o nível dessa mortalidade, mais ela estará concentrada nos estágios iniciais da infância. Isso porque quanto mais baixa a mortalidade infantil, mais ela ocorre em função de fatores associados ao ambiente pré-natal e perinatal, e menor a importância dos fatores associados ao ambiente pós-natal, que refletem condições de vida mais precárias (PRESTON *et al.*, 2001).

Preston *et al.* (2001) sugerem que os valores de  $k_0$  podem ser derivados a partir das taxas de mortalidade infantil ( ${}_1m_0$ ) da seguinte forma:

Para homens:

$$k_0(t) = {}_1a_0 = 0,045 + 2,684 \times {}_1m_0$$

Para mulheres:

$$k_0(t) = {}_1a_0 = 0,053 + 2,800 \times {}_1m_0$$

### População do grupo aberto(z):

---

Para as primeiras idades, quanto menor o nível da mortalidade infantil, mais as mortes estarão concentradas nas primeiras idades, com causas de morte mais fortemente associadas aos ambientes perinatal e pré-natal em relação ao ambiente pós-natal (PRESTON *et al.*, 2001). Assim, quanto menor o nível de mortalidade infantil, mais os óbitos estarão concentrados entre aquelas crianças nascidas no mesmo ano de sua morte.

<sup>7</sup> O conceito de pessoa-ano se refere ao tempo total vivido de todos os indivíduos da população de interesse. No caso,  $k_0(t)$  se refere à idade média (em anos) que as crianças menores de 1 ano de idade no ano  $t$  tinham quando vieram a óbito.

A população do grupo aberto ( $z$ ), pressupondo saldo migratório nulo no período 1980-2000 para esse grupo de idade (uma vez que os fluxos migratórios internacionais são considerados não significativos entre os mais idosos), pode ser definido como:

$$P_{z-1}(t) = P_z(t+1) + 0,5D_z(t+1) + 0,5D_{z-1}(t)$$

Ou:

$$P_{z-1}(t) = P_z(t+1)[1 + 0,5m_z(t+1)] + P_{z-1}(t)[0,5m_{z-1}(t)]$$

$$P_{z-1}(t) = \frac{P_z(t+1)[1 + 0,5m_z(t+1)]}{1 - 0,5m_{z-1}(t)}$$

Como o método das componentes expõe as diferentes coortes de uma população a experiências demográficas, e uma mesma coorte envelhece um ano a cada ano calendário, a idade inicial do grupo aberto será um ano mais jovem a cada ano retrojetado. Desta forma, a idade inicial  $z$  para o ano 2000 é de 90 anos, de 89 anos em 1999 e assim, subsequentemente.

#### **Ajuste para a taxa de mortalidade do grupo aberto ( $m_z$ ):**

A taxa específica de mortalidade  $m_z$  tradicionalmente é representada em uma tábua de mortalidade como  ${}_{\infty}m_x$ , que é calculado a partir da soma do total de sobreviventes que chega à idade exata  $x$  ( $l_x$ ), que por definição é igual ao total de pessoas que virá a óbito a partir da idade  $x$  ( ${}_{\infty}d_x$ ), pelo total de pessoas-anos vividos a partir daquela idade  $T_x$ :

$$m_z = {}_{\infty}m_x = \frac{l_x}{T_x} = \frac{{}_{\infty}d_x}{T_x} = \frac{\sum_x^{\omega} ({}_n d_x)}{\sum_x^{\omega} ({}_n L_x)},$$

em que  $\omega$  é a última idade da tábua de mortalidade,  ${}_{\infty}d_x$  é o total de pessoas que viriam a óbito a partir da idade  $x$  e  ${}_n L_x$  representa a contribuição total, em anos

vividos, das pessoas, com idades entre  $x$  e  $x+n$ . Sendo  $n$  a amplitude do intervalo etário<sup>8</sup>.

Como a estrutura etária da população mais idosa do Brasil é reflexo do contexto de um passado de alto crescimento populacional, devido a um número de nascimentos crescente e a uma redução da mortalidade, a estrutura etária desse topo da pirâmide seria mais jovem que uma estrutura estacionária construída a partir de  ${}_nL_x$ .

Em decorrência da estrutura etária dos mais idosos da população real ser diferente da estrutura etária de  ${}_nL_x$ , foi necessária a aplicação de um fator de ajuste para  ${}_nL_x$  e para os valores de  ${}_n d_x$  da tábua de mortalidade a fim de recalculer o valor de  ${}_n m_x$ .

Esse ajuste foi baseado nas relações demográficas de populações não estáveis, demonstrados por Bennett e Horiuchi (1981) e Preston *et al.* (2001), sendo que em uma simplificação para uma população fechada<sup>9</sup>:

$$N(y,t) = N(x,t) e^{\int_x^y r(a,t) da} \frac{l_y}{l_x} \quad (4)$$

Onde  $N(x,t)$  representa o número de pessoas com idades entre  $x$  e  $y+dx$  no intervalo de tempo entre  $t$  e  $t+dt$ ;  $r(a,t)$  é a taxa de crescimento da população nas idades entre  $a$  e  $a+da$  no tempo entre  $t$  e  $t+dt$ ; e  $l_y/l_x$  é a probabilidade de sobrevivência entre as idades  $y$  e  $x$  no período entre  $t$  e  $t+dt$ .

A equação (4) demonstra que uma população em um período  $t$  qualquer, de idade  $y$ , pode ser calculada a partir de uma outra população, de idade  $x$  no mesmo período  $t$  a partir das funções de mortalidade correntes e nas experiências das taxas de crescimento acumuladas do passado.

Baseado nessa relação foi possível estimar uma estrutura da população ajustada que fosse mais condizente com as tendências de crescimento demográfico observadas nos últimos censos, e estimar taxas de mortalidade para essa população que fossem também mais próximas ao que seria observado dentro desse contexto.

---

<sup>8</sup> Uma descrição mais detalhada a respeito da construção das funções da tábua de mortalidade pode ser consultada na publicação das Tábuas Abreviadas de Mortalidade por Sexo e Idade (IBGE, 2013).

<sup>9</sup> População fechada à migração, teria o total de emigrantes e de imigrantes iguais a zero.

Baseado na equação (4) é possível estabelecer que:

$${}_1L_y^{ajustado} = {}_1L_x \times e^{-\sum_{a=x+1,1}^y r_a} \times \frac{{}_1L_y}{{}_1L_x} = {}_1L_y \times e^{-\sum_{a=x+1,1}^y r_a} \quad (5), \text{ para } y > x.$$

Quando  $x=y$ ,  ${}_1L_y^{ajustado} = {}_1L_x$

Assim, foi utilizado o seguinte ajuste para estabelecer um valor ajustado para  ${}_x m_x$ :

$${}_x m_{x_{aj}} = \frac{{}_x d_x^{ajustado}}{{}_x L_x^{ajustado}} = \frac{\sum_{i=x}^{\omega} ({}_1 d_y^{ajustado})}{\sum_{i=x}^{\omega} ({}_1 L_y^{ajustado})}$$

Sendo que para estimar os óbitos ajustados ( ${}_1 d_{y_{aj}}$ ):

$${}_1 d_y^{ajustado} = m_y \times {}_1 L_y^{ajustado} \quad (6)$$

Os valores de  $r$  são definidos por uma função de primeiro grau, analisando o comportamento das taxas intercensitárias de crescimento da população por idade a partir dos 70 anos:

$${}_1 r_a = \alpha + \beta(y - 70)$$

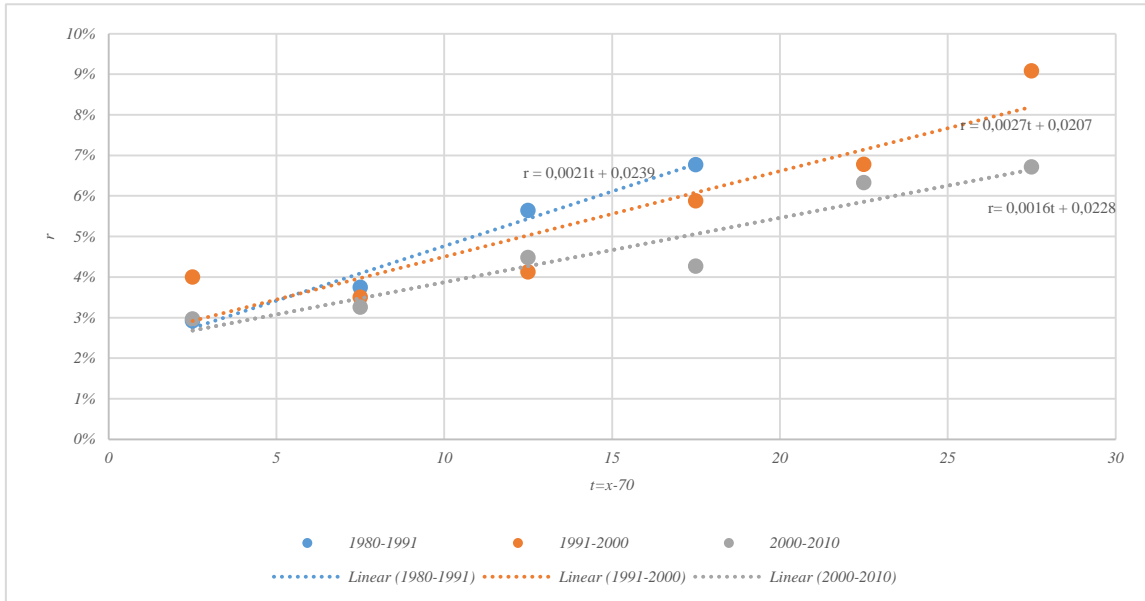
O comportamento dessas taxas, com base nos Censos Demográficos de 1980, 1991, 2000 e 2010, definiu os coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  utilizados para estimar o valor de  $r$  (Gráficos 1 e 2).

Tendo o ponto médio do intervalo censitário como referência para os valores de  $\alpha$  e  $\beta$ , chegou-se então aos coeficientes estimados para os anos de 1985, 1995 e 2005. Com base nesses valores, chega-se, através de interpolação linear, a todos os coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  entre 1986 e 2000. Os coeficientes para os anos entre 1980 e 1985 foram estimados através da extrapolação da tendência observada entre 1995 e 1985.

Desse modo, foram definidos para cada idade  $y$ , que correspondem a todas as idades de  $x$  até um  $\omega$  de 100 anos<sup>10</sup>, uma taxa de crescimento  $r$ .

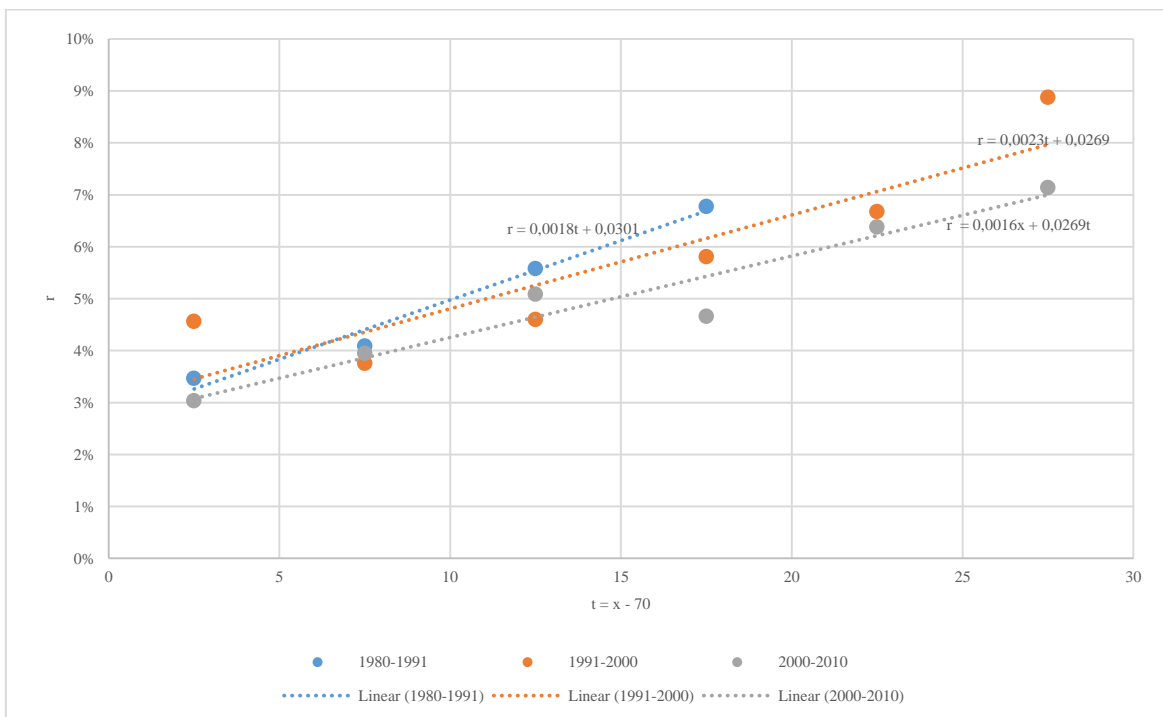
<sup>10</sup> A abertura até os 100 anos foi devido ao fato de que após essa idade, considera-se que o contingente populacional é bastante rarefeito, tendo uma menor influência sobre os totais populacionais estimados, além do mais elevado grau de incerteza a respeito dos níveis de mortalidade em idades muito elevadas.

**Gráfico 1: Taxas anuais de crescimento observadas para a população masculina acima de 70 anos, segundo grupos etários**



Fonte: IBGE, Censos Demográficos 1980, 1991, 2000 e 2010.

**Gráfico 2: Taxas anuais de crescimento observadas para a população feminina acima de 70 anos, segundo grupos etários**



Fonte: IBGE, Censos Demográficos 1980, 1991, 2000 e 2010.

Para o cálculo dos valores de  ${}_{\infty}m_x$  ajustados, além das taxas de crescimento até a idade de 100 anos, foi necessário abrir as tábuas de mortalidade até essa mesma idade, para estimar os parâmetros  ${}_1L_y$  e  ${}_1m_y$  a serem utilizados no cálculo, tal como demonstrado nas equações (5) e (6).

Em função da realização do ajuste, os valores de  ${}_n m_x$  das tábuas de mortalidade foram abertos até a idade de 100 anos ajustando-os através de uma função Gompertz, cuja equação geral é definida, por:

$$Y_x = K \times a^{b^x}$$

Os parâmetros  $K$ ,  $a$  e  $b$ , podem ser estimados a partir dos três últimos valores de  $l_x$  da tábua de mortalidade<sup>11</sup>.

Os valores de  ${}_n m_x$  e de  ${}_n L_x$  foram calculados a partir dos valores de  $l_x$  estimados através dessa função.

Com esse tipo de ajuste, foi possível gerar uma estrutura de  ${}_n L_x$  por idade para os mais velhos que fosse mais condizente com a estrutura etária da população nessas idades.

### **Ajuste da distribuição da população de mais de 80 anos**

As populações acima de 80 anos<sup>12</sup> foram ajustadas preservando-se os totais populacionais, buscando com esse procedimento suavizar os padrões das taxas de crescimento por idade, respeitando as tábuas de mortalidade.

Essa redistribuição partiu do pressuposto de que, dentro desse grupo populacional, as relações entre o total de pessoas com uma idade  $x$  ( ${}_n N_x$ ) obedece a seguinte relação com uma população de uma idade mais jovem:

---

<sup>11</sup> Para uma explicação mais detalhada ver texto metodológico que descreve o método de abertura das tábuas de mortalidade abreviadas em tábuas completas (ALBUQUERQUE, 2016).

<sup>12</sup> A alternativa de considerar como último grupo etário o grupo de 80 anos ou mais deveu-se às dificuldades metodológicas de se estimar populações em idades muito avançadas

$${}_n N_{x_{aj}} = {}_n N_{x-1} \times \frac{{}_n L_x}{{}_n L_{x-1}} e^{-r_x}$$

$$r_x \geq r_{x-1}$$

As tábuas de mortalidade que forneceriam os valores de  ${}_n L_x$ , e a população de 79 anos e de 80 anos e mais de idade no ano 2000 deveriam ser os mesmos da Projeção (2013). Coube, através de processo iterativo, determinar os valores para  $r_x$  que melhor se adaptavam ao modelo para determinar a distribuição da população acima de 80 anos por idade simples. Considerou-se que  $r_x \geq r_{x-1}$ , assumindo o pressuposto que os ganhos de mortalidade do passado se refletem em taxas de crescimento por idade crescentes.

Com esse procedimento, foi possível suavizar a tendência das taxas de crescimento das últimas idades, gerando novos totais populacionais para cada idade entre os 80 e os 89 anos e para o grupo aberto 90 e mais, para o ano 2000.

Uma vez que esta retroprojeção busca estimar as populações por idade até o grupo de 80 ou mais anos de idade, em 1990 haveria uma questão a ser solucionada, já que continuando a tendência de partir de um grupo aberto  $z$  de 90 e mais anos em 2000, 89 e mais em 1999, teríamos em 1989 um grupo  $z$  de 79 e mais, até chegar a 70 e mais em 1980. A opção foi utilizar o mesmo ajuste e os mesmos pressupostos utilizados para a geração de uma população ajustada para as últimas idades em 2000 para o ano 1990, estimando novamente as populações por idade simples, entre os 80 e 89 anos e para o grupo de 90 ou mais.

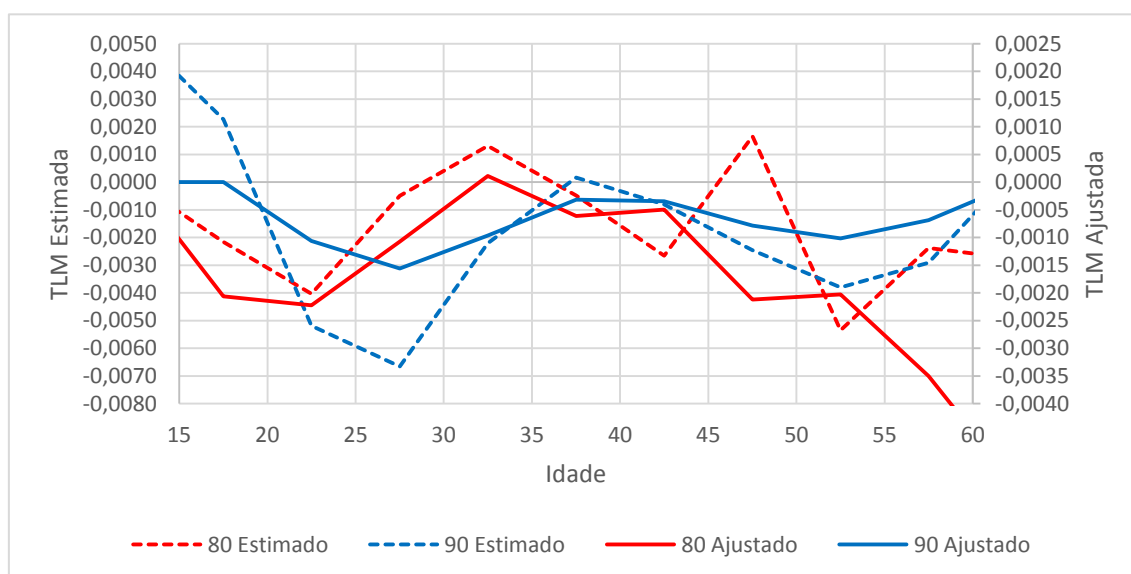
### **Estimação das taxas líquidas de migração implícitas**

Com o objetivo de manter a coerência com a população recenseada para o Brasil nos Censos Demográficos realizados em 1991 e 1980, e considerando as evidências sobre a migração internacional no período compreendido entre 1980 e

2000, com base em estudos publicados<sup>13</sup>, foram incorporados na retroprojeção saldos migratórios internacionais negativos para as décadas de 1980 e 1990.

Os volumes e as estruturas dos saldos migratórios, por sexo e idade, obtidas dos trabalhos de Carvalho (1996) e Carvalho e Campos (2007) foram utilizadas como parâmetro para a inclusão do componente migratório na retroprojeção. Foi utilizada a média móvel das taxas líquidas migratórias obtidas dos referidos trabalhos, considerando três grupos etários  ${}_5N_{x-5}$ ,  ${}_5N_x$  e  ${}_5N_{x+5}$ . Posteriormente, ajustou-se o nível das taxas para gerar um saldo migratório total condizente com a população do Brasil recenseada em 1980.

**Gráfico 3: Taxas Líquidas de Migração específicas por idade para homens, ajustadas e estimadas. Brasil, décadas de 1980 e 1990**



Fonte: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de População e Indicadores Sociais, Gerência de Estudos e Análises da Dinâmica Demográfica; CARVALHO, 1996; CARVALHO e CAMPOS, 2007

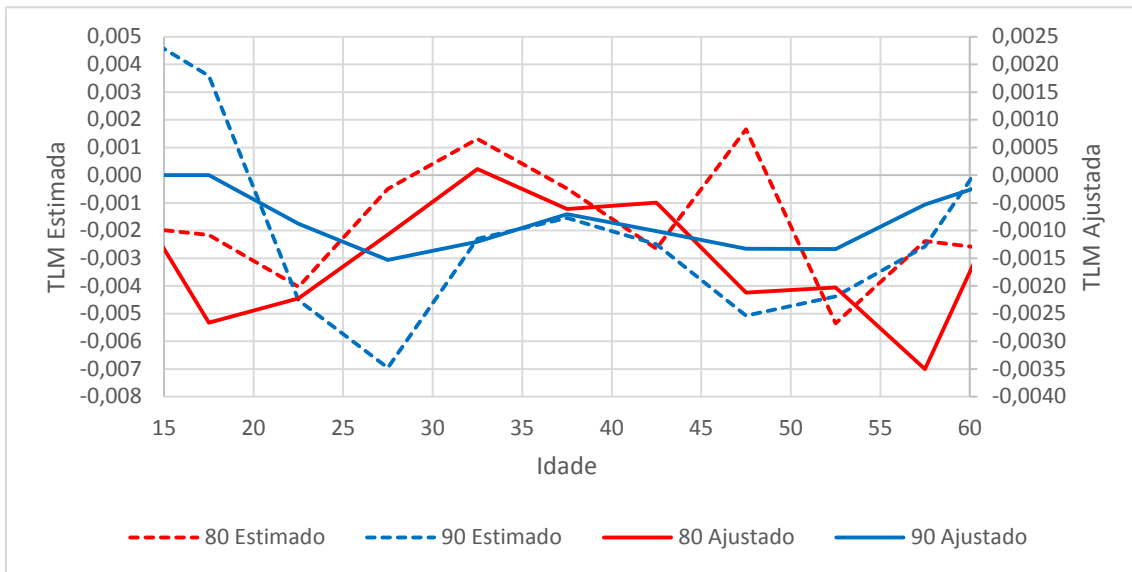
<sup>13</sup> CARVALHO, J.A.M. O saldo dos fluxos migratórios internacionais no Brasil na década de 80: uma tentativa de estimação. In: PATARRA, N.L. (coord.). Migrações Internacionais: herança XX, agenda XXI. Campinas: FNUAP, 1996. p.227-238.

CARVALHO, J.A.M; CAMPOS, M.B. O saldo migratório internacional do Brasil na década de 1990. In: 5º Encontro Nacional Sobre Migração, 2007, Campinas. Anais do 5º Encontro Nacional Sobre Migração. Campinas: ABEP, 2007.

OLIVEIRA, A. T. R. et al. Notas sobre a migração internacional no Brasil na década de 80. In: PATARRA, N. L. (Coord.). Migrações internacionais: herança XX, agenda XXI. Campinas: Unicamp, p. 239-257, 1996.



**Gráfico 4: Taxas Líquidas de Migração específicas por idade para mulheres, ajustadas e estimadas. Brasil, décadas de 1980 e 1990**



Fonte: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de População e Indicadores Sociais, Gerência de Estudos e Análises da Dinâmica Demográfica; CARVALHO, 1996; CARVALHO e CAMPOS, 2007

Os saldos migratórios estimados para o decênio foram considerados estáveis para cada década, exceto a partir de 1995, quando todas as taxas específicas de migração por idade passaram a convergir para taxas iguais a zero no ano 2000.

Para menores de 15 anos e maiores de 60 anos, assumiu-se o pressuposto de que os saldos migratórios são nulos, considerando que não existem fluxos migratórios internacionais relevantes para crianças e idosos no Brasil.

## CÁLCULO DOS INDICADORES DERIVADOS

### Cálculo do total de nascimentos a partir de $P_0(t+1)$ :

A fecundidade não é utilizada no processo de retroprojeção de uma população, já que a mesma constitui-se no rejuvenescimento de uma população já estabelecida baseado em funções de mortalidade e na aplicação do saldo migratório nesta mesma população. No entanto, os nascimentos e, por conseguinte, taxas de fecundidade total podem ser obtidas da população retroprojetada. A tendência observada através do conjunto das taxas de fecundidade total calculadas fornece mais um indicativo da consistência da população retroprojetada.

Para obter as Taxas de Fecundidade Total implícitas na Retroprojeção da População, utilizou-se os procedimentos descritos a seguir.

A população menor de 1 ano em um tempo  $t+1$  projetada em uma população fechada é dada em função do total de nascimentos ( $B$ ) e da mortalidade, de forma que

$$P_0(t+1) = \frac{0,5[B(t) + B(t+1) - D_0(t)(1 - k(t))]}{1 + 0,5m_0(t+1)(1 - k(t+1))}$$

Sendo:

- $B(t)$  o total de nascimentos ocorridos no ano  $t$ .

Assim, para se chegar aos nascimentos a partir de  $P_0$ , considerando a população de 0 ano fechada:

$$B(t) + B(t+1) = 2 P_0(t+1) \times [1 + 0,5m_0(t+1)(1 - k(t+1))] + P_0(t)m_0(t)(1 - k(t))$$

Como o método estima a soma dos nascimentos para 2 anos ( $B(t)+B(t+1)$ ), é necessário separar esses nascimentos para cada ano para gerar uma estimativa da taxa de fecundidade total ( $TFT$ ) implícita.

O total de nascimentos ocorridos no ano 2000 é obtido da projeção da população de 2013, sendo possível calcular o total de nascimentos para 1999, por diferença. Aplicando a mesma lógica é possível obter toda a série de nascimentos de 1980 a 1999.

Uma taxa de fecundidade total de um determinado ano  $t$  ( $TFT(t)$ ) pode ser definida pelo conjunto das taxas específicas de fecundidade no mesmo ano, como demonstrado na equação (7):

$$TFT(t) = 5 \times \sum_{i=15}^{45} {}_5f_x(t) \quad (7),$$

sendo que  ${}_5f_x(t)$  representa a taxa específica de fecundidade entre as idades  $x$  e  $x+5$ .

As taxas específicas de fecundidade necessárias para estimar a  $TFT$  foram calculadas a partir dos Censos Demográficos de 1980, 1991 e 2000. Para os anos intermediários, as taxas foram obtidas através de uma interpolação linear entre os censos.

Esse procedimento fornece valores auxiliares para esse cálculo, aqui denominados  ${}_5f_x(t)^{preliminar}$ , que precisam ser ajustados.

Existe uma relação entre total de nascimentos em um ano  $t$  qualquer ( $B(t)^{total}$ ), as taxas específicas de fecundidade ( ${}_5f_x(t)$ ) e as populações femininas estimadas em cada grupo de idade  $x$  no mesmo ano  $t$  ( ${}_5P_x^F(t)$ ), tal como demonstrado em (8):

$$B(t)^{total} = \sum_{15}^{45} [{}_5f_x(t) {}_5P_x^F(t)] \quad (8)$$

A partir dessa relação, é possível estimar a  $TFT$  a partir dos valores de  ${}_5f_x(t)$  preliminares. Uma vez que os valores de  $B(t)^{total}$  e  ${}_5P_x^F(t)$  são calculáveis de forma direta pela Retroprojeção, e assumindo a estrutura dada pela função  ${}_5f_x(t)^{preliminar}$  como verdadeira, seria apenas necessário ajustar o seu nível, para que a relação demonstrada pela equação (8) fosse verificada.

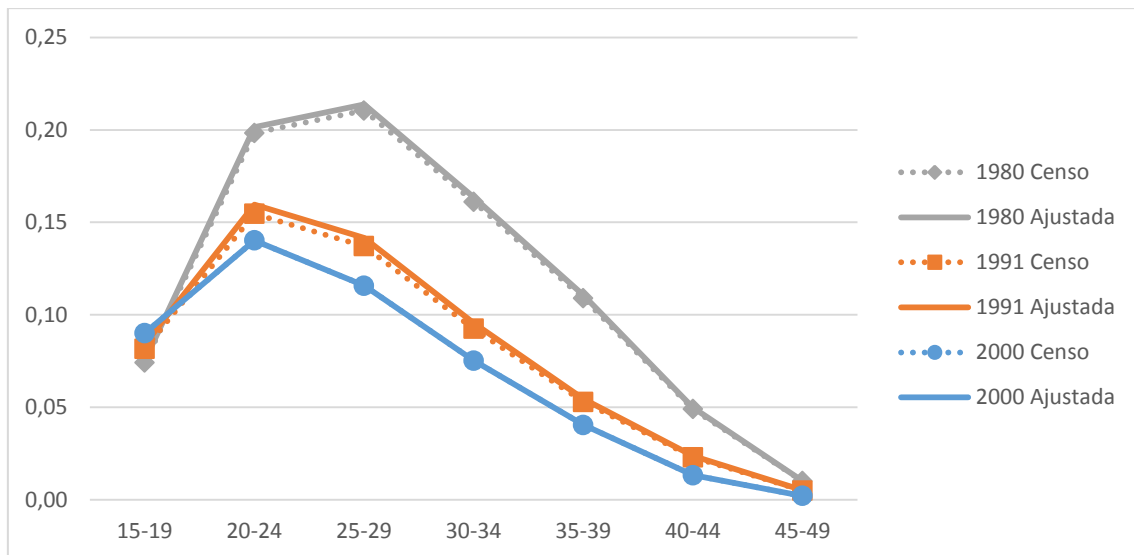
A função  ${}_5f_x(t)^{preliminar}$  gera um total de nascimentos  $\hat{B}(t)$  estimados a partir dos valores de  ${}_5P_x^F(t)$  já conhecidos (Equação 9). A partir da razão entre  $\hat{B}(t)$  e  $B(t)$  ajusta-se o nível da função  ${}_5f_x(t)^{preliminar}$  de modo a estimar valores de  $f_x(t)$  que tornem o resultado da equação (8) verdadeiro.

$$\hat{B}(t) = \sum_{15}^{45} [{}_5f_x(t)^{\text{preliminar}} {}_5P_x^F(t)] \quad (9)$$

$${}_5f_x(t) = {}_5f_x(t)^{\text{preliminar}} \times \frac{\hat{B}(t)}{B(t)}$$

O ajuste necessário para ajustar os valores de  ${}_5f_x(t)$  foram pequenos, o que aponta para a coerência da fecundidade implícita na Retroprojeção. Os diferenciais entre os níveis dos valores preliminares dados pelos Censos Demográficos e os seus valores ajustados para fornecer os níveis de fecundidade implícitos são observados no Gráfico 5.

**Gráfico 5: Taxas Específicas de Fecundidade. Brasil, 1980, 1991 e 2000**

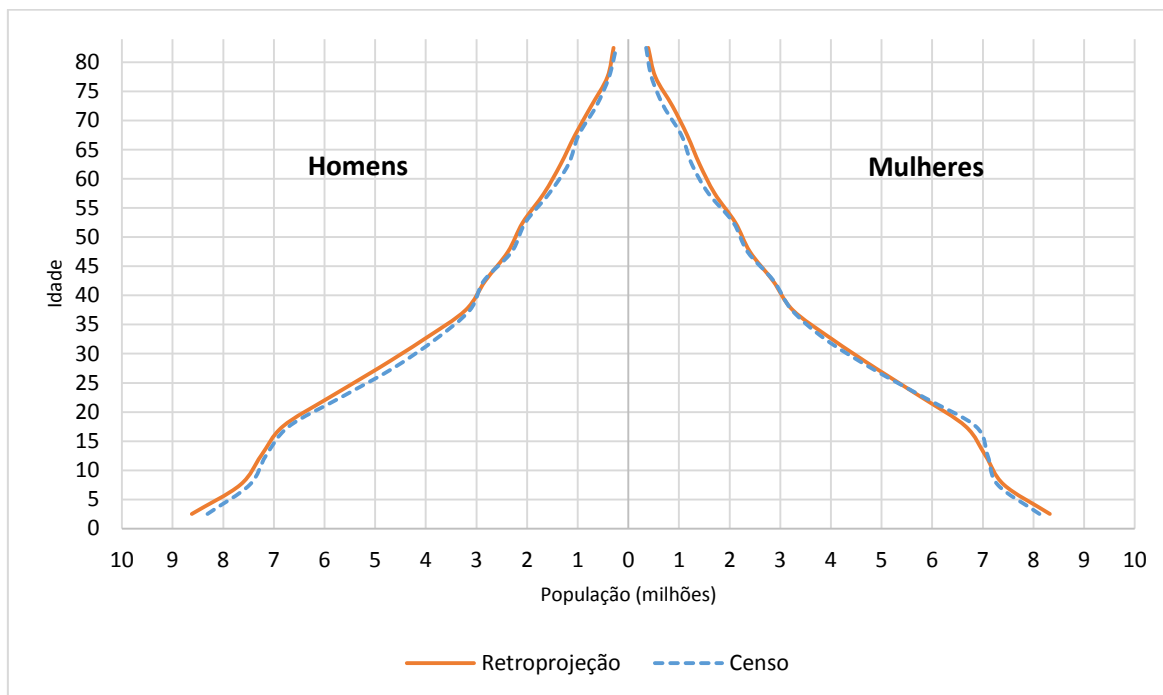


Fonte: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de População e Indicadores Sociais, Gerência de Estudos e Análises da Dinâmica Demográfica.

## Resultados:

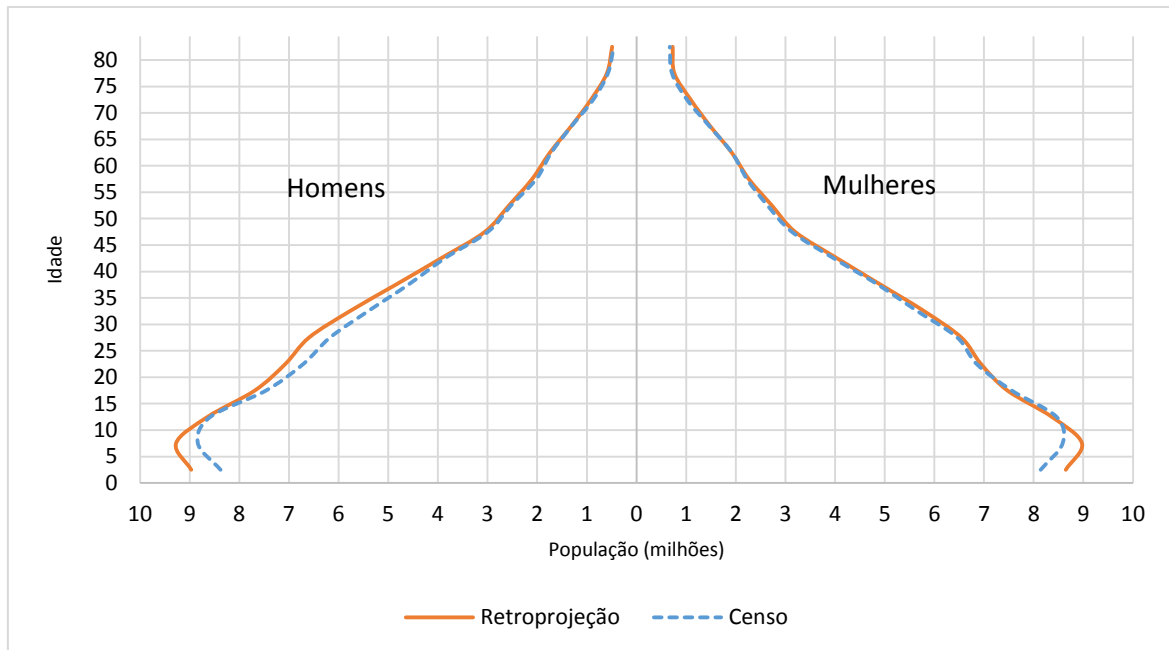
Os gráficos 6 e 7 mostram a comparação entre as pirâmides etárias absolutas para 1980 e 1991 retroprojetadas e as obtidas dos Censos Demográficos para os respectivos anos.

**Gráfico 6: Pirâmide etária. Brasil, 1980**



Fonte: IBGE, Censo Demográfico 1980; Diretoria de Pesquisas, Coordenação de População e Indicadores Sociais, Gerência de Estudos e Análises da Dinâmica Demográfica.

**Gráfico 7: Pirâmide etária. Brasil, 1991**

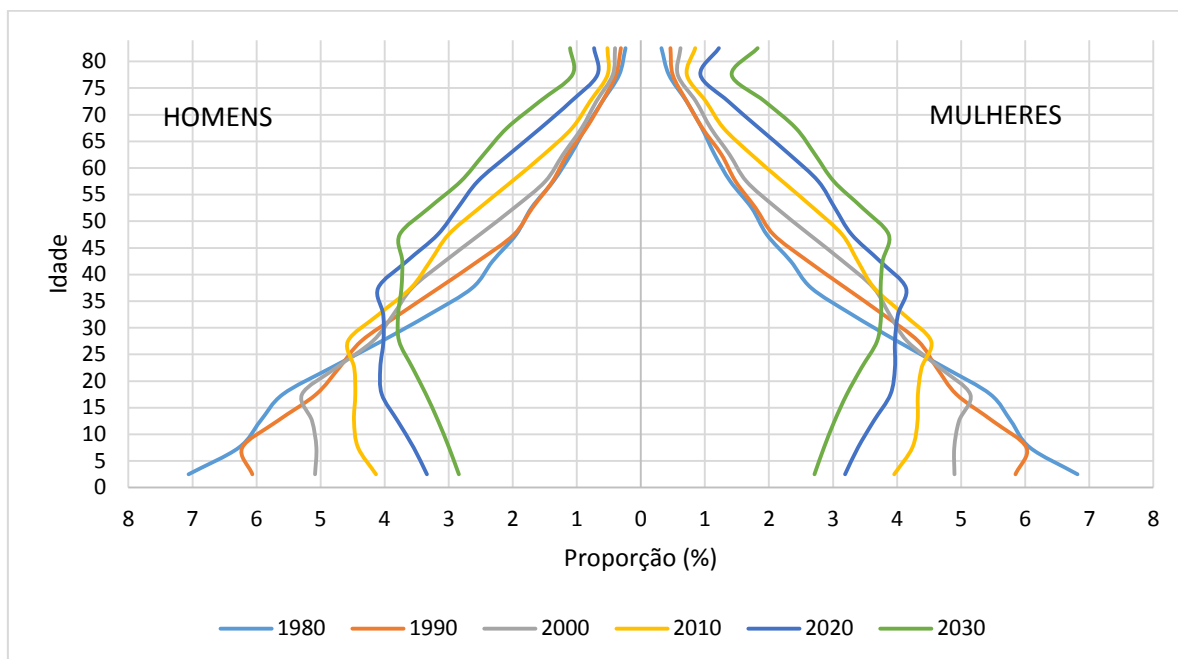


Fonte: IBGE, Censo Demográfico 1991; Diretoria de Pesquisas, Coordenação de População e Indicadores Sociais, Gerência de Estudos e Análises da Dinâmica Demográfica.

O gráfico 8 mostra as pirâmides etárias relativas retroprojetadas (1980 e 1990) e projetadas (2000 a 2030<sup>14</sup>), ilustrando a compatibilização entre as séries de dados. Da mesma forma, os gráficos 9, 10 e 11 ilustram a série dos indicadores retroprojetados e projetados para o período 1980 a 2030, decenalmente: esperança de vida ao nascer, taxa de fecundidade total e as taxas brutas de natalidade, mortalidade e taxa de crescimento geométrico da população.

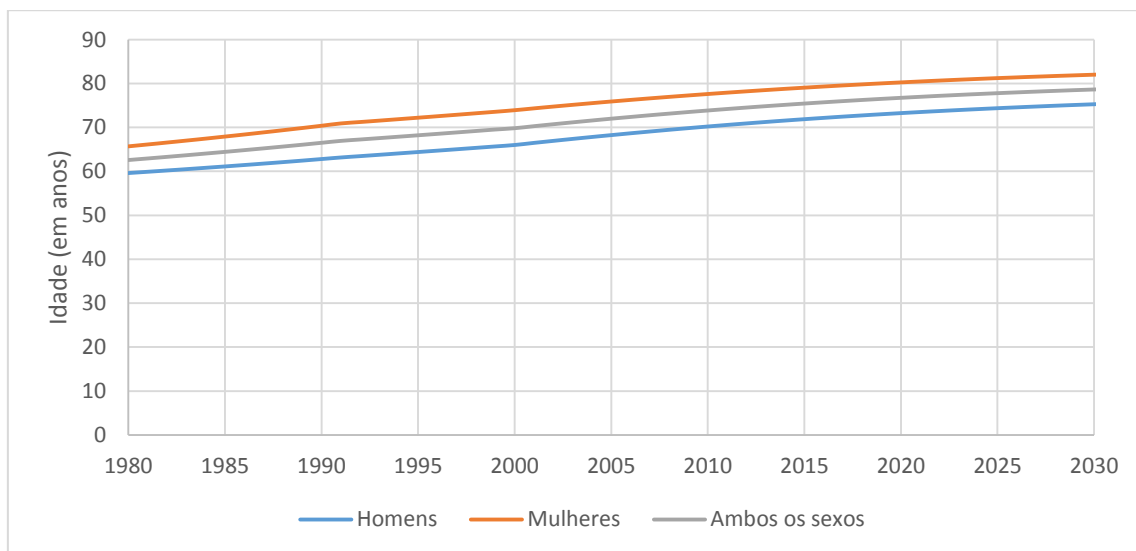
<sup>14</sup> A Projeção (2013) compreende um horizonte até 2060. Contudo, apenas a primeira metade da série será utilizada para fins de melhor visualização da comparação com a Retroprojeção.

**Gráfico 8: Proporção da população, por sexo e idade. Brasil, 1980-2030**



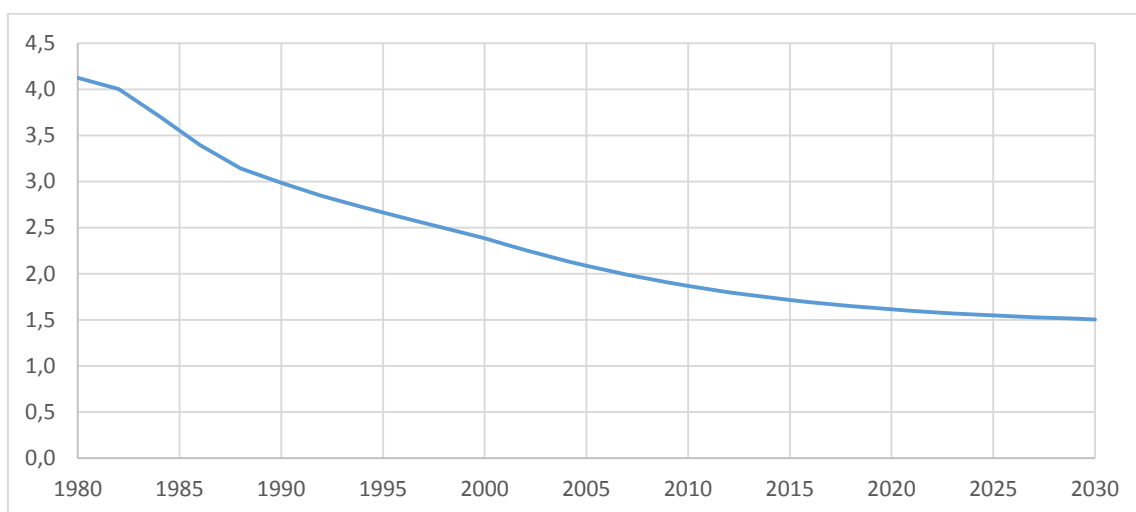
Fonte: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de População e Indicadores Sociais, Gerência de Estudos e Análises da Dinâmica Demográfica.

**Gráfico 9: Esperança de vida ao nascer. Brasil, 1980-2030**



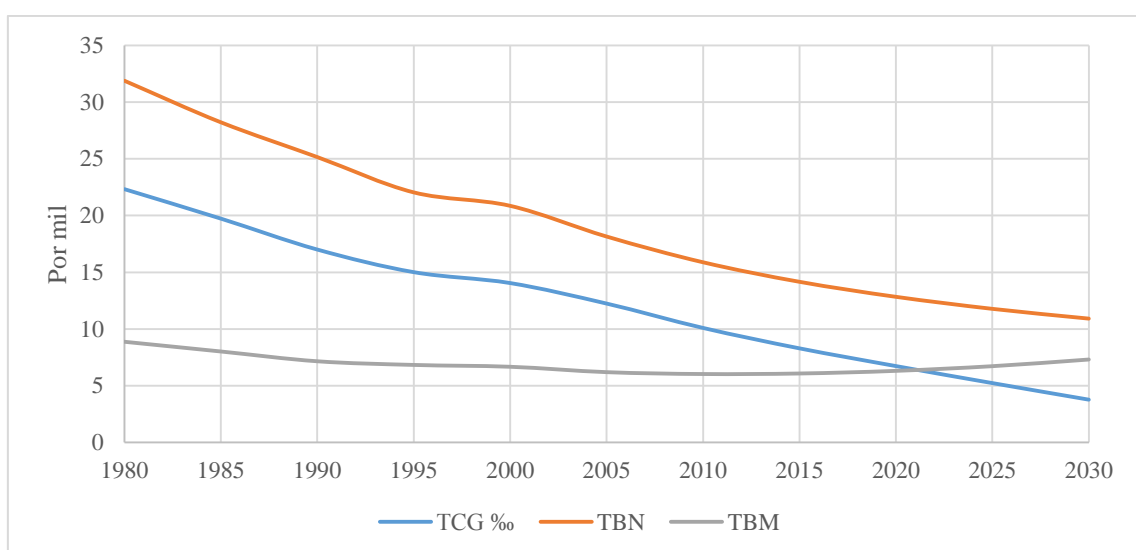
Fonte: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de População e Indicadores Sociais, Gerência de Estudos e Análises da Dinâmica Demográfica.

**Gráfico 10: Taxas de Fecundidade Total. Brasil, 1980-2030**



Fonte: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de População e Indicadores Sociais, Gerência de Estudos e Análises da Dinâmica Demográfica.

**Gráfico 11: Taxas Brutas de Mortalidade, de Natalidade, e Taxa de Crescimento Geométrico da População. Brasil, 1980-2030**



Fonte: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de População e Indicadores Sociais, Gerência de Estudos e Análises da Dinâmica Demográfica.



## Referências:

ALBUQUERQUE, F.R.P.C. Procedimentos para a obtenção de uma tábua completa de mortalidade a partir de uma tabua abreviada. Rio de Janeiro: IBGE, Coordenação de População e Indicadores Sociais. 2016.

\_\_\_\_\_.; SENNA, J.R.X.S. Tábuas de Mortalidade por sexo e grupos de idade: Grandes Regiões e Unidades da Federação: 1980, 1991 e 2000. Textos para Discussão Diretoria de Pesquisas n.20. Rio de Janeiro: IBGE, Coordenação de População e Indicadores Sociais. 2005. Disponível em: < <http://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv5851.pdf>>.

BENNETT, N. G.; HORIUCHI, S. Estimating the Completeness of Death Registration in a Closed Population. *Population Index* 42:207–221, 1981.

CARVALHO, J.A.M. O saldo dos fluxos migratórios internacionais no Brasil na década de 80: uma tentativa de estimação. In: PATARRA, N.L. (coord.). *Migrações Internacionais: herança XX, agenda XXI*. Campinas: FNUAP, 1996. p.227-238.

CARVALHO, J.A.M; CAMPOS, M.B. O saldo migratório internacional do Brasil na década de 1990. In: 5º Encontro Nacional Sobre Migração, 2007, Campinas. *Anais do 5º Encontro Nacional Sobre Migração*. Campinas: ABEP, 2007.

OLIVEIRA, A. T. R. et al. Notas sobre a migração internacional no Brasil na década de 80. In: PATARRA, N. L. (Coord.). *Migrações internacionais: herança XX, agenda XXI*. Campinas: Unicamp, p. 239-257, 1996.

PROJEÇÃO DA POPULAÇÃO: Brasil e Unidades da Federação. Coordenação de População e Indicadores Sociais. Rio de Janeiro: IBGE, 2013. (Série Relatórios Metodológicos vol. 40). Disponível em: <[ftp://ftp.ibge.gov.br/Projecao\\_da\\_Populacao/Projecao\\_da\\_Populacao\\_2013/srm40\\_projecao\\_da\\_populacao.pdf](ftp://ftp.ibge.gov.br/Projecao_da_Populacao/Projecao_da_Populacao_2013/srm40_projecao_da_populacao.pdf)>

KEYFITZ, N; CASWELL, H. *Applied Mathematical Demography*. —3rd ed. Springer, 2005.

PRESTON, S.; HEUVELINE, P.; GUILLOT, M. *Demography: Measuring and Modeling Population Processes*. Oxford, UK: Blackwell, 2001.

TÁBUAS Abreviadas de Mortalidade por sexo e idade: Brasil, Grandes Regiões e Unidades da Federação 2010. Coordenação de População e Indicadores Sociais. Rio de Janeiro: IBGE, 2013. (Estudos e Pesquisas. Informação Demográfica e Socioeconômica, n. 30). Disponível em: <<http://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv65137.pdf>>.

U.S. CENSUS BUREAU: The Rural-Urban Projection (RUP) Program: A User's Guide. 2004. Disponível em: <<https://www.census.gov/population/international/files/rup/RUPUsersGuide2013.pdf>>

# Equipe técnica

## **Diretoria de Pesquisas**

### **Coordenação de População e Indicadores Sociais**

Bárbara Cobo Soares

### **Gerência de Estudos e Análises da Dinâmica Demográfica**

Leila Ervatti

### **Gerência das Componentes da Dinâmica Demográfica**

Fernando Roberto P. de C. e Albuquerque

### **Gerência de Estudos de Migração e Informações Demográficas**

Antonio Tadeu Ribeiro de Oliveira

### **Gerência de Projeções e Estimativas Populacionais**

Izabel Guimarães Marri

### **Técnicos participantes**

Antônio Tadeu de Oliveira

Fernando Roberto P. de C. e Albuquerque

Gabriel Mendes Borges

Izabel Guimarães Marri

Leila Ervatti

Márcio Mitsuo Minamiguchi

### **Consultor**

Eduardo Santiago Rosseti