

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA
ESTUDOS DE ESTATÍSTICA TEÓRICA E APLICADA
ESTATÍSTICA DEMOGRÁFICA — N.º 7

*Aplicação comparativa de diferentes
critérios para as estimativas da população
do Brasil no período entre os recenseamentos
de 1940 e 1950*

Rio de Janeiro
SERVIÇO GRÁFICO DO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA
1949

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA
ESTUDOS DE ESTATÍSTICA TEÓRICA E APLICADA
ESTATÍSTICA DEMOGRÁFICA — N.º 7

FUNDAÇÃO IBGE
INSTITUTO BRASILEIRO DE ESTATÍSTICA
CENTRO BRASILEIRO DE ESTUDOS DEMOGRÁFICOS

*Aplicação comparativa de diferentes
critérios para as estimativas da população
do Brasil no período entre os recenseamentos
de 1940 e 1950*

Rio de Janeiro
SERVIÇO GRÁFICO DO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA
1949

NOTA PRELIMINAR

Os estudos reunidos na presente coletânea foram compilados no Gabinete Técnico do Serviço Nacional de Recenseamento, sob a orientação do Diretor dêsse Serviço, Prof. JOSÉ CARNEIRO FELIPPE, e a direção e a responsabilidade científica do Consultor Técnico, Prof. GIORGIO MORTARA.

Os nomes dos principais colaboradores dêsses trabalhos estão especificados em notas aos mesmos.

ÍNDICE

	<i>Pág.</i>
I — CRITÉRIOS PARA AS ESTIMATIVAS DA POPULAÇÃO TOTAL DO BRASIL. —	
1. Observações acerca do problema do cálculo da população nos períodos pós-censitários. — 2. Fundamentos dos diversos critérios de cálculo. — 3. Os processos mais simples de cálculo, conforme progressões aritméticas ou geométricas. Incremento médio anual e taxa média geométrica anual de incremento da população brasileira, nos diferentes períodos intercensitários, conforme os resultados publicados dos censos. — 4 e 5. Cálculos da população em 1.º de setembro dos anos de 1941 a 1952, conforme diferentes hipóteses de crescimento segundo progressões geométricas. — 6. Cálculo segundo uma progressão aritmética. — 7. Cálculo segundo uma progressão com as diferenças segundas constantes. — 8. Cálculos segundo a função logística. — 9. Comparação dos resultados do cálculo da população em 1.º de setembro de 1950 segundo os diferentes critérios. — 10. Cálculo do aumento decenal da população pelo excedente dos nascimentos sobre os óbitos, e proposta de retificação do cálculo do § 6. — 11. Considerações finais	7
II — CRITÉRIOS PARA AS ESTIMATIVAS DAS POPULAÇÕES DAS DIVERSAS UNIDADES DA FEDERAÇÃO. — 1. Introdução. — 2. Incrementos relativos e taxas médias geométricas anuais de incremento da população das diversas Unidades da Federação no período 1890-1940. Estimativas da população das diversas Unidades em 1.º de setembro de 1950 segundo dois critérios diferentes. — 3 e 4. Comparação de estimativas para as diversas Unidades, feitas conforme critérios diferentes, ficando porém fixa a estimativa da população total. — 5. Considerações finais	18
III — ALGUMAS OBSERVAÇÕES A PROFÓSITO DOS CÁLCULOS DE PREVISÃO DA POPULAÇÃO CONFORME FUNÇÕES EXPONENCIAIS SIMPLES, SEGUNDO CIRCUNSCRIÇÕES E PARA O CONJUNTO DO PAÍS. — 1 a 4. Observações metodológicas. — 5 e 6. Exemplos de aplicação	28
IV — ESTIMATIVAS DE PREVISÃO DA POPULAÇÃO DAS DIVERSAS REGIÕES FISIográficas e UNIDADES DA FEDERAÇÃO ATÉ 31-XII-1950. — 1. Esclarecimentos sobre os critérios aplicados. — 2. Advertência	34
Índice das tabelas	39

CRITÉRIOS PARA AS ESTIMATIVAS DA POPULAÇÃO TOTAL DO BRASIL¹

SUMÁRIO: 1. Observações acêrca do problema do cálculo da população nos períodos pós-censitários. — 2. Fundamentos dos diversos critérios de cálculo. — 3. Os processos mais simples de cálculo, conforme progressões aritméticas ou geométricas. Incremento médio anual e taxa média geométrica anual de incremento da população brasileira, nos diferentes períodos intercensitários, conforme os resultados publicados dos censos. — 4 e 5. Cálculos da população em 1.º de setembro dos anos de 1941 a 1952, conforme diferentes hipóteses de crescimento segundo progressões geométricas. — 6. Cálculo segundo uma progressão aritmética. — 7. Cálculo segundo uma progressão com as diferenças segundas constantes. — 8. Cálculo segundo a função logística. — 9. Comparação dos resultados do cálculo da população em 1.º de setembro de 1950 segundo os diferentes critérios. — 10. Cálculo do aumento decenal da população pelo excedente dos nascimentos sobre os óbitos, e proposta de retificação do cálculo do § 6. — 11. Considerações finais.

1. O problema do cálculo da população de um país, no intervalo entre a data do último censo realizado e a data em que serão conhecidos os resultados do censo seguinte, não apresenta dificuldades se os registros dos nascimentos e dos óbitos, das imigrações e das emigrações, estão organizados e funcionam de maneira satisfatória.

Nesse caso, acrescentando ao número dos habitantes, constante do censo, o dos nascidos e o dos imigrados posteriormente, e subtraindo o dos falecidos e o dos emigrados, pode-se obter a população em qualquer momento.

Mas, nos países em que os registros do movimento demográfico não existem, ou — como no Brasil — ficam incompletos, o cálculo da população deve necessariamente basear-se em conjecturas.

Em geral, essas conjecturas, por sua vez, fundam-se em regularidades observadas no desenvolvimento passado das populações.

Mas essas regularidades são sempre apenas aproximativas, e válidas para limitados intervalos de tempo, de modo que a hipótese da sua persistência em períodos posteriores aos em que foram observadas pode ser aplicada apenas nos casos em que não há razão para se supor que tenham ocorrido profundas modificações nos fatores das variações da população; e, mesmo nesses casos, deve ser aplicada com muita prudência.

No que diz respeito ao Brasil, a dificuldade de formular conjecturas aceitáveis torna-se maior do que para outros países, porque dois dos cinco censos até agora realizados deram resultados que parecem afastar-se da realidade em proporções suficientes para perturbar profundamente a marcha aparente da população através do tempo.

¹ Redação revista de um estudo divulgado em edição preliminar, mimeográfica, em novembro de 1946.

Sem repetir as argumentações que foram desenvolvidas em estudos anteriores², cumpre lembrar que a análise comparativa feita nesses estudos justifica a dúvida de que os resultados publicados do censo de 1900 estejam sensivelmente errados por falta, e os do censo de 1920, em maior proporção, errados por excesso.

* * *

2. A forma da regularidade de desenvolvimento da população, adotada como base para estimativas pós-censitárias, pode ser escolhida conforme critérios empíricos ou racionais.

O critério empírico, na sua forma extrema, consiste apenas no prolongamento para o futuro imediato de uma tendência observada no passado. Se, por exemplo, em certo intervalo a marcha de uma população em função do tempo foi aproximadamente linear, supõe-se que o será também num intervalo imediatamente sucessivo.

O critério racional, na sua forma extrema, consiste na aplicação de determinadas hipóteses acerca dos fatores do desenvolvimento da população. Se, por exemplo, se supuser que, numa população com movimentos migratórios desprezíveis, se mantenham constantes tanto a frequência dos nascimentos como a dos óbitos, estimar-se-á a marcha futura da população conforme uma função exponencial simples.

De fato, na maior parte dos casos, os dois critérios são aplicados simultaneamente, em oportuna coordenação recíproca. O critério puramente empírico é aplicado apenas quando faltar tódia razão para se prever uma interrupção da regularidade verificada no passado; e assim se torna, de certa maneira, racional. O critério racional, por sua vez, baseia-se em hipóteses sugeridas pela experiência, e assim se revela empírico pelos alicerces. No exemplo acima, o que parece critério racional, quando aplicado à previsão da marcha da população, é critério puramente empírico no que diz respeito à previsão da constância do nível da natalidade e da mortalidade.

O que é importante salientar é o seguinte: *não existe uma forma geral de desenvolvimento das populações.*

As diversas funções aplicáveis para a representação desse desenvolvimento podem ter maior ou menor possibilidade de aplicação, segundo a sua flexibilidade ou rigidez; mas nenhuma delas é apropriada para reproduzir a infinita variedade dos andamentos que a história demográfica apresenta.

Logo, nenhuma função pode garantir, nas estimativas pós-censitárias, uma boa aproximação em relação aos resultados exatos que se obteriam se estivesse perfeito o último censo e completo o registro dos nascimentos, dos óbitos e das migrações.

Acrescente-se que, mesmo quando fôr suposta determinada forma de regularidade, os resultados da aplicação da função adotada para o cálculo pós-censitário poderão diferir sensivelmente, e até fortemente, segundo os pontos escolhidos para a determinação dos valores dos parâmetros.

Dessas diferenças, como também das que resultam da suposição de formas diversas de regularidade, encontram-se exemplos nos parágrafos seguintes.

* * *

3. Os processos mais elementares, entre os aplicados para o cálculo da população depois do último censo, baseiam-se na hipótese de que a marcha da população através do tempo siga de perto uma forma simples, como a da progressão aritmética ou da progressão geométrica.

² Vejam-se, especialmente, os estudos Ns. 25A, 30 e 36 da série *Aplicações do Censo Demográfico*, compilada pelo Serviço Nacional de Recenseamento. Os dois primeiros estudos foram publicados, em redação revista, nos *Estudos Brasileiros de Demografia* editados pela Fundação Getúlio Vargas, Monografia N.º 3 (1947), págs. 79 a 114.

Se fôr verificado que no passado se manteve aproximadamente constante a diferença entre a população final de cada ano e a população final do ano precedente, poderá ser justificada a hipótese do desenvolvimento conforme uma progressão aritmética, de que a observação do passado indicará a razão.

Se fôr verificado que no passado se manteve aproximadamente constante a razão entre a população final de cada ano e a população final do ano precedente³, então deverá ser preferida a hipótese do desenvolvimento conforme uma progressão geométrica, de que a observação do passado indicará a razão.

Encontra-se no Brasil alguma dessas formas simples de regularidade?

Os elementos para resposta devem ser procurados no exame comparativo dos seguintes resultados publicados dos cinco censos⁴.

Data do censo	População presente
1.º de agosto de 1872	10 112 061
31 de dezembro de 1890	14 333 915
31 de dezembro de 1900	17 318 556
1.º de setembro de 1920	30 635 605
1.º de setembro de 1940	41 236 315

Cumpra advertir que o dado de 1940 é incompleto, representando o resultado da apuração dos cartões individuais, da qual ficou excluída uma parte das populações dos Municípios de Parintins (Amazonas) e Garça (São Paulo), porque, embora o levantamento censitário fôsse regularmente realizado, os respectivos documentos de coleta não chegaram à sede central do Serviço Nacional de Recenseamento.

Preenchendo-se essa lacuna, o dado da população presente em 1.º de setembro de 1940 fica retificado em 41 252 944. Em todos os cálculos seguintes adotar-se-á como base, ou referência, este dado retificado.

De acôrdo com os resultados dos censos, podem ser calculados os seguintes valores do incremento médio anual e da taxa média geométrica anual de incremento da população⁵ nos diferentes períodos intercensitários.

PERÍODO	Incremento médio anual da população (habitantes)	Taxa média geométrica anual de incremento, por 1 000 habitantes
1.º—VIII—1872 a 31—XII—1890	229 241	19,13
1.º— I—1891 a 31—XII—1900	298 464	19,10
1.º— I—1901 a 31—VIII—1920	677 138	29,43
1.º— IX—1920 a 31—VIII—1940	530 867	14,99

³ Nesse caso fica aproximadamente constante a taxa anual de incremento da população, que é igual à diferença entre a razão especificada no texto e a unidade.

⁴ Comissão Censitária Nacional, *Recenseamento Geral do Brasil (1.º de setembro de 1940)*, *Sinopse do Censo Demográfico, Dados Gerais*, Rio de Janeiro, 1946.

⁵ Sendo $P(0)$ a população inicial e $P(n)$ a população final de um período de n anos, o incremento médio anual é igual a

$$\frac{P(n) - P(0)}{n}$$

e a taxa geométrica anual de incremento é igual a

$$(P(n) : P(0))^{\frac{1}{n}} - 1.$$

É igualmente inverossímil a forte subida da taxa de incremento da população do segundo ao terceiro período, e a descida, ainda maior, do terceiro ao quarto. Nos estudos anteriores, já citados, calcularam-se as taxas de natalidade e de mortalidade que corresponderiam a essas taxas de incremento e se demonstrou a impossibilidade prática de que elas correspondam à realidade.

* * *

4. Calculando-se a taxa média geométrica anual de incremento da população entre os censos de 1872 e de 1940, obtém-se o valor de 20,87 por 1 000 habitantes, e entre os de 1890 e de 1940, o de 21,51 por 1 000.

Em vista dos erros que afetam os resultados dos censos de 1900 e de 1920, será conveniente aplicar, para o cálculo da população do Brasil depois do censo de 1940, uma ou outra dessas taxas, na determinação das quais se prescinde completamente dos resultados dos dois censos suspeitos.

Naturalmente, essa aplicação poderá ser feita somente se fôr julgada aceitável a hipótese de que o incremento da população do Brasil depois de 1940 continue aproximadamente conforme a mesma taxa média anual, um pouco superior a 2%, que foi verificada nos últimos 68, ou 50, anos precedentes.

Comparam-se abaixo os resultados de três cálculos de previsão da população em 1.º de setembro de cada ano, de 1941 a 1952⁶, baseados, respectivamente, nas taxas médias geométricas anuais de incremento da população verificadas entre os censos de 1872 e 1940, de 1890 e 1940 e de 1920 e 1940.

DATA	População do Brasil, calculada conforme a taxa média geométrica anual de incremento verificada entre os censos de		
	1872 e 1940 (a)	1890 e 1940 (b)	1920 e 1940 (c)
1.º—IX—1940	41 252 944	41 252 944	41 252 944
1.º—IX—1941	42 113 718	42 140 369	41 871 288
1.º—IX—1942	42 992 451	43 046 881	42 498 902
1.º—IX—1943	43 889 525	43 972 909	43 135 931
1.º—IX—1944	44 805 309	44 918 845	43 782 505
1.º—IX—1945	45 740 211	45 885 137	44 438 765
1.º—IX—1946	46 694 613	46 872 204	45 104 865
1.º—IX—1947	47 668 945	47 880 516	45 780 947
1.º—IX—1948	48 663 584	48 910 523	46 467 181
1.º—IX—1949	49 679 000	49 962 678	47 163 685
1.º—IX—1950	50 715 581	51 037 471	47 870 626
1.º—IX—1951	51 773 810	52 135 373	48 588 167
1.º—IX—1952	52 854 098	53 256 902	49 316 461

Comparando-se as estimativas referentes à data de 1.º de setembro de 1952 com a apuração em 1.º de setembro de 1940, vê-se que o incremento da população no período de doze anos ascenderia a:

11 601 154 habitantes, conforme a taxa média geométrica anual calculada pelos censos de 1872 e 1940;

12 003 958 habitantes, conforme a taxa calculada pelos censos de 1890 e 1940;

8 063 517 habitantes, conforme a taxa calculada pelos censos de 1920 e 1940.

⁶ Limita-se o cálculo à data de 1.º de setembro de 1952, supondo-se que nessa data já possam ser conhecidos os resultados do censo de 1950.

A diferença entre os incrementos constantes dos dois primeiros cálculos é relativamente pequena, não chegando a 4%. O terceiro cálculo afasta-se muito dos dois outros, levando a um resultado inferior de quase um terço aos daqueles.

* * *

5. Embora se revele absolutamente inaceitável o critério de cálculo da população depois de 1940, baseado na taxa média geométrica determinada pela comparação entre o resultado publicado do censo de 1920 (errado por excesso) e o do censo de 1940, poderia ser considerada prudente a aplicação, nesse cálculo, de uma taxa de incremento um pouco menor do que as verificadas nos decênios passados, em vista da redução ocorrida nas imigrações.

Aplicando-se a taxa média geométrica anual de incremento de 20,00 por 1 000 habitantes (isto é, de 2%), obtêm-se os seguintes resultados.

DATA	População do Brasil calculada conforme a taxa média geométrica anual de incremento de 2% (d)
1.º—IX—1940	41 252 944
1.º—IX—1941	42 078 000
1.º—IX—1942	42 919 564
1.º—IX—1943	43 777 960
1.º—IX—1944	44 653 520
1.º—IX—1945	45 546 594
1.º—IX—1946	46 457 527
1.º—IX—1947	47 386 681
1.º—IX—1948	48 334 422
1.º—IX—1949	49 301 114
1.º—IX—1950	50 287 138
1.º—IX—1951	51 292 882
1.º—IX—1952	52 318 747

De acôrdo com êste cálculo, o incremento no período de doze anos ascenderia a 11 065 803, ficando um pouco inferior ao calculado pela taxa média geométrica anual de incremento, de 20,87 por 1 000 habitantes, verificada entre os censos de 1872 e 1940.

* * *

6. Considerando-se a profunda irregularidade que se apresenta na marcha dos incrementos médios anuais da população nos sucessivos períodos intercensitários, pareceria, à primeira vista, dever-se excluir toda tentativa de cálculo da população conforme a hipótese de crescimento segundo uma progressão aritmética.

Pode-se, entretanto, escolher a razão desta forma de progressão de maneira apropriada para tornar tolerável a sua aplicação.

Por exemplo, observando-se que, segundo a média dos dois primeiros cálculos expostos no parágrafo precedente, o incremento da população no ano imediatamente sucessivo à data do censo seria de cerca de 875 000, aumentando progressivamente nos anos seguintes, achou-se lícito adotar a hipótese de um incremento anual constante, de 900 000 habitantes, para o cálculo provisório da população do Brasil nos primeiros cinco anos seguintes a 1940, realizado em estudo anterior⁷.

⁷ Estudo N.º 21 da citada série das *Aplicações*.

Para a execução desse cálculo, a população inicial (ou seja, em 1.º de setembro de 1940) fôra arredondada em 41 400 000, entendendo-se assim reparar pequenas omissões eventualmente ocorridas no levantamento.

Continuando-se o cálculo nas mesmas bases, obtêm-se os dados abaixo.

DATA	População do Brasil calculada conforme o incremento constante anual de 900 000 habitantes (e)
1.º—IX—1940	41 400 000
1.º—IX—1941	42 300 000
1.º—IX—1942	43 200 000
1.º—IX—1943	44 100 000
1.º—IX—1944	45 000 000
1.º—IX—1945	45 900 000
1.º—IX—1946	46 800 000
1.º—IX—1947	47 700 000
1.º—IX—1948	48 600 000
1.º—IX—1949	49 500 000
1.º—IX—1950	50 400 000
1.º—IX—1951	51 300 000
1.º—IX—1952	52 200 000

O aumento da população nos doze anos ascenderia a 10 800 000, ficando pouco inferior ao de 11 065 803, que corresponderia à taxa média geométrica anual de incremento de 2%, aplicada no parágrafo precedente.

O cálculo acima apresenta a vantagem de conservar o critério adotado nos cálculos provisórios até agora realizados.

Cumpre, ainda, observar que a hipótese da variação conforme uma progressão aritmética permite obter resultados coincidentes no cálculo da população total e na soma dos cálculos para as diversas circunscrições (Regiões, Unidades da Federação e Municípios), contrariamente ao que acontece com a hipótese da variação conforme uma progressão geométrica⁸.

Não faltam, portanto, razões práticas a favor da adoção desse critério, que teoricamente deveria ser excluído em consideração à tendência progressiva, e não estacionária, que revelam os incrementos da população do Brasil através do tempo.

* * *

7. Se forem aceitas as retificações dos censos de 1900 e 1920, propostas no citado estudo N.º 25A da série das *Aplicações*, pelas quais a população em 31 de dezembro de 1900 fica aumentada para 18 200 000, e a em 1.º de setembro de 1920 fica reduzida para 27 500 000, pode-se determinar a marcha da curva da população com referência a esses três pontos.

⁸ Aplicando-se separadamente às diversas circunscrições a hipótese do crescimento conforme uma progressão geométrica, cuja taxa fica determinada, para cada circunscrição, de acordo com os resultados censitários, e depois calculando-se a população total pela soma das populações estimadas das circunscrições, obtém-se, via de regra, um valor diferente do que pode ser obtido pelo cálculo direto para a população total. A causa dessa diferença é muito simples e pode ser entendida mesmo sem emprego de fórmulas: fazendo-se o cálculo por partes, as circunscrições com as taxas de incremento mais elevadas pesam cada vez mais, no total, com o passar do tempo, e as com as taxas mais baixas pesam cada vez menos, de modo que a taxa de incremento média para o conjunto da população, — em vez de ficar constante, como no cálculo direto para a população total — torna-se cada vez maior através do tempo (se o cálculo fôr prosseguido indefinidamente, essa taxa média tenderá para o valor da mais elevada entre as taxas das circunscrições).

Uma análise pormenorizada desse assunto é apresentada no estudo III desta coletânea.

Calculando-se, de acordo com a referida retificação, em 18 100 000 habitantes a população em 1.º de setembro de 1900, os três pontos correspondem a datas com intervalos de 20 anos; facilita-se assim a interpolação.

Se, agora, for interpolada por esses pontos uma parábola⁹ — o que equivale a supor constantes as diferenças das sucessivas diferenças entre a população no fim de cada ano e a no fim do ano precedente —, obter-se-ão, por extrapolação, os seguintes valores estimados da população em 1.º de setembro dos anos de 1941 a 1952.

DATA	População do Brasil calculada conforme uma progressão com as diferenças segundas constantes (f)
1.º—IX—1940	41 250 000
1.º—IX—1941	42 051 688
1.º—IX—1942	42 864 250
1.º—IX—1943	43 687 688
1.º—IX—1944	44 522 000
1.º—IX—1945	45 367 188
1.º—IX—1946	46 223 250
1.º—IX—1947	47 090 188
1.º—IX—1948	47 968 000
1.º—IX—1949	48 856 688
1.º—IX—1950	49 756 250
1.º—IX—1951	50 666 688
1.º—IX—1952	51 588 000

Representando-se por x o tempo, medido em anos, a partir da data de 1.º de setembro de 1920 e por y a população, a equação da parábola é a seguinte:

$$y = 27\,500\,000 + 578\,750\,x + 5\,437,5\,x^2. \quad (1)$$

* * *

8. Anteriormente à apuração do censo de 1940, o Prof. J. CARNEIRO FELIPPE, nas suas aplicações da função logística à representação do desenvolvimento da população do Brasil, determinou a seguinte expressão da população y em função do tempo x ¹⁰:

$$y = \frac{215\,000\,000}{1 + e^{-0,02305(x-2003,12)}}. \quad (2)$$

Calculando-se os valores correspondentes às datas de 1.º de setembro dos anos de 1940 a 1952, obtêm-se os dados constantes da primeira coluna abaixo; retificando-os proporcionalmente, de maneira a se obter a coincidência da população em 1.º de setembro de 1940 com a constante do censo¹¹, obtêm-se os dados, apenas levemente diferentes, da segunda coluna.

⁹ Advirta-se que na interpolação foi atribuído o valor arredondado de 41 250 000 habitantes à população em 1.º de setembro de 1940.

¹⁰ Representa x o tempo medido em anos a partir do início do ano 1 a. C. Este critério visa seguir o uso corrente. Com efeito, medindo-se o tempo a partir do início do ano 0, a data de 1.º de julho de 1945 ficaria expressa por 1944,5, número que faria pensar, à primeira vista, tratar-se de uma data no curso do ano de 1944. Pelo critério adotado, escrever-se-á 1945,5, ficando logo claro que se trata da data central do ano de 1945.

¹¹ Esta retificação equivale à redução da constante que figura no numerador da fórmula acima, de 215 000 000 para cerca de 214 700 000.

DATA	População do Brasil calculada conforme a função logística da fórmula (2)	
	Original (g)	Retificada (h)
1.º—IX—1940	41 197 200	41 252 940
1.º—IX—1941	41 970 310	42 027 100
1.º—IX—1942	42 754 340	42 812 190
1.º—IX—1943	43 549 340	43 608 260
1.º—IX—1944	44 355 320	44 415 330
1.º—IX—1945	45 172 280	45 233 400
1.º—IX—1946	46 000 230	46 062 470
1.º—IX—1947	46 839 170	46 902 540
1.º—IX—1948	47 689 100	47 753 620
1.º—IX—1949	48 549 990	48 615 680
1.º—IX—1950	49 421 840	49 488 710
1.º—IX—1951	50 304 610	50 372 670
1.º—IX—1952	51 198 270	51 267 540

Determinando-se os parâmetros da função logística pelos dados de população de 18,1 milhões de habitantes em 1.º de setembro de 1900, e de 27,5 milhões e 41,25 milhões, respectivamente, na mesma data de 1920 e 1940, obtêm-se a seguinte expressão ¹²:

$$y = \frac{396\,825\,000}{1 + e^{-0,2217(x - 2037,16)}}$$

(3)

Calculando-se os valores correspondentes às datas de 1.º de setembro dos anos de 1941 a 1952 obtêm-se os dados abaixo especificados.

DATA	População do Brasil calculada conforme a função logística da fórmula (3) (i)
1.º—IX—1940	41 250 000
1.º—IX—1941	42 077 620
1.º—IX—1942	42 919 000
1.º—IX—1943	43 774 970
1.º—IX—1944	44 645 840
1.º—IX—1945	45 531 940
1.º—IX—1946	46 433 230
1.º—IX—1947	47 350 000
1.º—IX—1948	48 282 350
1.º—IX—1949	49 230 520
1.º—IX—1950	50 194 500
1.º—IX—1951	51 174 700
1.º—IX—1952	52 171 090

O crescimento torna-se mais rápido do que pelo cálculo precedente, em virtude da referência feita a datas diversas para a determinação dos valores dos parâmetros.

* * *

¹² O tempo x é medido conforme os mesmos critérios do cálculo precedente (veja-se a nota 10).

9. Seria fácil experimentar outros critérios para o cálculo da população do Brasil depois do censo de 1940. Mas não parece haver nenhuma válida razão para se preferirem hipóteses mais complicadas às, relativamente simples, que foram aplicadas nos parágrafos precedentes.

Para comparar, numa visão de conjunto, os resultados dos diversos cálculos feitos, torna-se conveniente escolher a data correspondente ao próximo censo, isto é, a de 1.º de setembro de 1950. Seguem-se os respectivos dados, arredondados em milhares.

Critério de cálculo						População calculada em 1.º—IX—1950	
Taxa média geométrica de incremento, constante:							
de	20,87	por	1 000	habitantes	(1872—1940)	(a)	50 716 000
»	21,51	»	»	»	(1890—1940)	(b)	51 037 000
»	14,99	»	»	»	(1920—1940)	(c)	47 871 000
»	20,00	»	»	»		(d)	50 287 000
Aumento anual constante:							
de	900 000	habitantes	(saindo-se	de	41 400 000 em	(e)	50 400 000
			1.º—IX—1940)				
Aumento anual uniformemente crescente:							
	parábola					(f)	49 756 000
Variação conforme a função logística:							
	fórmula (2) original					(g)	49 422 000
	fórmula (2) retificada					(h)	49 489 000
	fórmula (3)					(i)	50 195 000

Excluindo-se o cálculo (c), que foi efetuado apenas para mostrar a inverossimilhança do resultado, vê-se que os diversos critérios levam a resultados incluídos num intervalo não muito amplo, de 49,42 a 51,04 milhões.

Os cálculos (i) e (d) dão os valores mais próximos da média desses limites. O cálculo (e), que dá um valor pouco superior a essa média, poderia merecer a preferência, pelas razões, já frisadas, de que representa a continuação do cálculo provisório efetuado para os primeiros 5 anos sucessivos ao de 1940, e de que facilita a coerência entre os cálculos por circunscrições e o cálculo de conjunto.

* * *

10. No estudo sobre a natalidade no Brasil, publicado nesta série ("Estatística Demográfica", N.º 4, págs. 7 a 15), aproveitando-se as apurações censitárias da população infantil, calcularam-se limites da taxa de natalidade para o Brasil nos anos próximos de 1940, e se chegou à conclusão de que seria aceitável uma estimativa próxima de 42,30 por 1000 habitantes.

De outro lado, retificando-se em 27 500 000 a população em 1.º de setembro de 1920, como foi proposto no estudo anteriormente citado, e aproveitando-se dados constantes desse estudo, pode-se calcular em 19,30 por 1000 habitantes a taxa média geométrica anual de *incremento natural* da população entre 1920 e 1940¹³.

¹³ A taxa média geométrica anual de *incremento total* fica determinada em 20,58 por 1000 habitantes, incluindo a parcela de 1,28 correspondente ao incremento migratório.

Se essa taxa fôr aplicada aos anos próximos de 1940, estimando-se em 42,30 a taxa de natalidade, ficará determinada, pela diferença entre 42,30 e 19,30, em 23,00 por 1 000 habitantes a taxa de mortalidade.

De acôrdo com essas taxas, e prescindindo-se do movimento migratório, a população aumentaria de 41 252 944 em 1.º de setembro de 1940 para 49 943 057 em 1.º de setembro de 1950. Mesmo supondo-se que o excedente das imigrações sôbre as emigrações se mantenha moderado nos próximos 2 anos, como foi nos últimos 8, parece provável que fique suficiente para levar acima de 50 milhões o número dos habitantes em 1.º de setembro de 1950.

Todavia êste cálculo parece indicar a possibilidade de que o número de 50 400 000 habitantes, na referida data, previsto pelo cálculo (e), resulte errado por excesso, embora em medida relativamente leve.

Querendo-se usar maior prudência, poder-se-ia, portanto, retificar o cálculo (e), adotando-se como valor inicial o de 41 250 000 habitantes em 1.º de setembro de 1940 (em vez de 41 400 000) e supondo-se um incremento anual de 875 000 (em vez de 900 000).

Essa retificação guardaria as vantagens do critério da progressão aritmética, mas faria perder a vantagem da continuação, sem alterações, do cálculo provisório já feito, cujos resultados para os primeiros anos seguintes ao censo de 1940 deveriam ser substituídos pelos dados retificados.

Expõem-se abaixo os resultados do cálculo retificado, para as mesmas datas consideradas nos cálculos precedentes.

DATA	População do Brasil calculada conforme o incremento constante anual de 875 000 habitantes (j)
1.º—IX—1940	41 250 000
1.º—IX—1941	42 125 000
1.º—IX—1942	43 000 000
1.º—IX—1943	43 875 000
1.º—IX—1944	44 750 000
1.º—IX—1945	45 625 000
1.º—IX—1946	46 500 000
1.º—IX—1947	47 375 000
1.º—IX—1948	48 250 000
1.º—IX—1949	49 125 000
1.º—IX—1950	50 000 000
1.º—IX—1951	50 875 000
1.º—IX—1952	51 750 000

Conforme êste cálculo, a população na data do próximo censo ficaria prevista num valor apenas levemente superior ao que seria atingido em virtude do crescimento natural, prudentemente estimado, independentemente de toda contribuição das imigrações.

* * *

11. O estudioso a quem fôr proposto o problema examinado no presente estudo poderá honestamente declarar que, na situação atual das estatísticas demográficas brasileiras, se torna impossível alcançar uma solução satisfatória. Critérios diversos — sérios e aceitáveis — como os aplicados nos cálculos (b) e (g), levam à determinação de incrementos decenais da população do Brasil diferentes entre si de 20%; e seria quase um puro jôgo de

azar a escolha entre um ou outro dêsses critérios, como também entre os demais que poderiam ser aplicados com suficiente justificação.

Mas o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística *deve*, apesar dessas incertezas, *adotar uma solução*. Parece razoável sugerir a adoção de uma solução intermédia, das diversas que foram propostas. Se fôr dada a preferência ao critério mais simples, poderá ser continuado o cálculo (e), já aplicado nos primeiros cinco anos seguintes ao de 1940; querendo-se usar maior prudência, poderá ser introduzida nesse cálculo a retificação (j), que levaria a prever uma população de 50 milhões de habitantes na data do próximo censo¹⁴.

¹⁴ O critério mais simples, que mereceu a preferência do Instituto, leva aos resultados expostos no estudo IV desta coletânea.

II

CRITÉRIOS PARA AS ESTIMATIVAS DAS POPULAÇÕES DAS DIVERSAS UNIDADES DA FEDERAÇÃO¹⁵

SUMÁRIO: 1. *Introdução.* — 2. *Incrementos relativos e taxas médias geométricas anuais de incremento da população das diversas Unidades da Federação no período 1890-1940. Estimativas da população das diversas Unidades em 1.º de setembro de 1950 segundo dois critérios diferentes.* — 3 e 4. *Comparação de estimativas para as diversas Unidades, feitas conforme critérios diferentes, ficando porém fixa a estimativa da população total.* — 5. *Considerações finais.*

1. O problema do cálculo do número dos habitantes, no intervalo entre o último censo realizado e a época da apuração do futuro censo, torna-se ainda mais difícil para as diversas unidades políticas e administrativas em que se divide um país, do que para o conjunto desse país, quando, como no caso do Brasil, não pode ser baseado em registros fidedignos dos nascimentos, dos óbitos e dos movimentos migratórios.

Com efeito, às dificuldades existentes para o cálculo de conjunto, acrescentam-se as causadas pela falta de registros tanto das migrações interiores como da distribuição territorial dos imigrados do exterior.

Nestas condições, o demógrafo poderá honestamente declarar que não tem elementos suficientes para fazer estimativas; porém, o órgão estatístico central deverá realizar essas estimativas, apesar da insuficiência das bases, para satisfazer inúmeras exigências da vida do país.

Cumprido, portanto, examinar como se poderia atingir esse objetivo, no caso do Brasil, com referência ao período posterior ao censo de 1.º de setembro de 1940.

* * *

2. Se a experiência do passado mostrasse que as populações das diversas unidades políticas e administrativas se desenvolvem mais ou menos proporcionalmente à população total do país, a tarefa ficaria muito simplificada, pois que, sendo determinada, conforme uma qualquer hipótese, a população total nas datas pós-censitárias escolhidas, as populações das diversas Unidades ficariam simultaneamente determinadas, atribuindo-se a cada uma delas a mesma quota da população total que foi verificada no último censo.

Por exemplo, dado que o Rio Grande do Sul em 1.º de setembro de 1940 abrangia 8,05% da população da República, aplicando-se esta percentagem à população total estimada em qualquer data posterior, obter-se-ia a estimativa para esse Estado. Assim, se fôr estimada em 50 000 000 de habitantes a população do Brasil em 1.º de setembro de 1950, ficará estimada em

¹⁵ Redação revista de um estudo compilado com a colaboração de ERNANI TIMÓTEO DE BARROS e divulgado em edição preliminar, mimeográfica, em dezembro de 1946.

4 025 000 a do Rio Grande do Sul; se fôr aumentada para 51 000 000 a primeira estimativa, subirá para 4 105 500 a segunda.

Verifica-se efetivamente no Brasil uma aproximada proporcionalidade entre as variações da população das diversas Unidades da Federação e as da população total?

A resposta a êsse quesito é dada pela tabela I, em que estão comparados os incrementos relativos das populações das diversas Unidades, e os valores das correspondentes taxas médias geométricas anuais de incremento, calculados com base nos resultados dos censos de 1890 e 1940¹⁶.

Tabela I

*Incremento médio relativo e taxa média geométrica anual de incremento da população das Unidades da Federação entre 31-XII-1890 e 1.º-IX-1940*¹⁷

UNIDADE DA FEDERAÇÃO	Incremento relativo da população %	Taxa média geométrica anual de incremento, por 1 000 habitantes
1. Espírito Santo (hipótese B)	500,82	36,76
1. Espírito Santo (hipótese A)	451,56	34,98
2. São Paulo.....	419,19	33,72
3. Paraná.....	395,52	32,75
4. Mato Grosso.....	365,67	31,46
5. Santa Catarina.....	315,25	29,08
6. Rio Grande do Sul.....	270,01	26,69
7. Goiás.....	263,14	26,31
8. Distrito Federal.....	237,54	24,80
9. Paraíba.....	211,06	23,11
10. Piauí.....	205,52	22,74
11. Amazonas.....	201,16	22,45
12. Pará.....	187,60	21,50
13. Maranhão.....	186,68	21,43
14. Rio Grande do Norte.....	186,28	21,40
15. Pernambuco.....	160,94	19,50
16. Ceará.....	159,53	19,39
17. Minas Gerais (hipótese A)...	113,67	15,40
17. Minas Gerais (hipótese B)...	111,56	15,20
18. Rio de Janeiro.....	110,73	15,12
19. Bahia.....	104,09	14,47
20. Alagoas.....	86,00	12,57
21. Sergipe.....	74,42	11,26
BRASIL.....	187,80	21,51

¹⁶ Os dados absolutos em que se baseia êsse cálculo constam da tabela V, tirada do citado estudo N.º 25 A das *Aplicações* e reproduzida no fim do presente estudo.

¹⁷ As Unidades estão dispostas conforme a ordem decrescente dos incrementos relativos da população.

Não figura o Território do Acre, de que se ignora a população em 1890.

Aparecem duas vêzes os Estados de Minas Gerais e Espírito Santo. Não estando ainda resolvido o litígio entre êsses Estados acêrca da região da Serra dos Aimorés, pareceu conveniente considerar as duas hipóteses extremas: A) de que tôda essa região seja atribuída ao Estado de Minas Gerais; B) de que seja atribuída ao Estado do Espírito Santo.

Em qualquer hipótese intermédia às extremas, a proporção percentual de incremento total e a taxa média geométrica anual de incremento tomarão valores intermédios aos dois indicados acima para cada Estado.

Vale a pena notar que a posição dos dois Estados no quadro acima não fica afetada pela atribuição, a um ou outro, da referida região. O Espírito Santo tem o maior crescimento relativo, entre todos os Estados; Minas Gerais, um dos menores.

Observam-se grandes diferenças entre as diversas Unidades. Considerando os dois extremos da graduação, verifica-se que as taxas médias geométricas anuais de incremento das populações do Espírito Santo e de São Paulo são cerca de três vezes maiores do que as de Alagoas e de Sergipe.

Se fôsse lícito supor que os fatores dessas diferenças continuassem a agir nos mesmos sentidos e com as mesmas intensidades, então se poderia calcular a população no período pós-censitário conforme as taxas verificadas no período intercensitário anterior.

Por exemplo, se a população do Rio Grande do Sul, que foi apurada em 3 320 689 habitantes pelo censo de 1940, continuasse aumentando conforme a taxa média geométrica anual de 26,69 por 1000, verificada no período 1890-1940, ela subiria para 4 321 495 habitantes em 1.º de setembro de 1950.

Cumpra lembrar que a hipótese de constância da taxa média geométrica anual de incremento nas diversas circunscrições (aqui, Unidades da Federação) é incompatível com a de constância da taxa média geométrica anual de incremento da população total, com a única exceção do caso em que as taxas de todas as circunscrições são iguais; pois em todo outro caso a primeira hipótese, implicando em uma proporção progressivamente crescente, na população total, das circunscrições com as taxas maiores, leva a uma taxa média, para a população total, maior do que a calculada conforme a segunda hipótese¹⁸.

Assim, calculando-se para as diversas Unidades da Federação a população em 1.º de setembro de 1950, conforme as taxas médias geométricas anuais de incremento verificadas entre 1890 e 1940, e somando-se os resultados, obtém-se uma estimativa da população do Brasil superior à obtida pela aplicação à população total da República da taxa média geométrica anual de incremento verificada no mesmo período (especificada, como as taxas para as Unidades, na tabela I). O cálculo por Unidades dá um total de 51 773 503 habitantes, se a região da Serra dos Aimorés fôr atribuída a Minas Gerais, ou de 51 794 324, se ela fôr atribuída ao Espírito Santo; o cálculo de conjunto (já exposto no estudo I desta coletânea) dá apenas 51 037 471.

Torna-se interessante comparar os resultados de duas estimativas da população das diversas Unidades em 1.º de setembro de 1950: a primeira, baseada nas hipóteses de variação uniforme da população do Brasil, com incremento anual constante de 875 000 habitantes nos dez anos anteriores a essa data (hipótese (j) do estudo I), e de constância das quotas das diversas Unidades na população total; a segunda baseada na hipótese de continuação do incremento da população de cada Unidade conforme a taxa média geométrica anual verificada entre 1890 e 1940. Os resultados da aplicação desses dois critérios de estimativa constam, respectivamente, das colunas (b) e (c) da tabela II.

É fácil verificar que as diferenças relativas entre os resultados da aplicação dos dois critérios de estimativa atingem valores muito elevados em algumas Unidades. As que no passado foram caracterizadas pelos incrementos mais rápidos avantajam-se pelo cálculo conforme a hipótese de continuação das taxas observadas; as que tiveram incrementos mais lentos, avantajam-se pelo cálculo conforme a hipótese de constância das quotas das diversas Unidades na população total do Brasil.

¹⁸ Veja-se, sobre esse assunto, o estudo III desta coletânea.

Tabela II

Estimativas da população das Unidades da Federação em 1.º-IX-1950

UNIDADE DA FEDERAÇÃO	POPULAÇÃO ESTIMADA EM 1.º-IX-1950, CONFORME AS HIPÓTESES DE	
	Incremento anual constante de 875 000 da população total, e constância das quotas das diversas Unidades	Incremento nas diversas Unidades segundo as respectivas taxas médias geométricas anuais verificadas no período 1890—1940
(a)	(b)	(c)
Acre ¹⁹	96 682	98 649
Amazonas.....	539 913	556 174
Pará.....	1 144 941	1 168 536
Maranhão.....	1 497 068	1 526 932
Piauí.....	990 961	1 023 763
Ceará.....	2 534 403	2 533 702
Rio Grande do Norte.....	930 864	949 169
Paraíba.....	1 723 855	1 787 380
Pernambuco.....	3 258 240	3 260 876
Alagoas.....	1 153 009	1 077 913
Sergipe.....	657 318	606 604
Bahia.....	4 748 888	4 523 313
Minas Gerais (hip. A) ²⁰	8 245 975	7 927 152
Minas Gerais (hip. B) ²⁰	8 164 770	7 833 470
Espírito Santo (hip. A) ²⁰	909 150	1 057 882
Espírito Santo (hip. B) ²⁰	990 355	1 172 385
Rio de Janeiro.....	2 239 667	2 147 080
Distrito Federal.....	2 138 200	2 253 755
São Paulo.....	8 713 915	10 016 675
Paraná.....	1 498 409	1 706 320
Santa Catarina.....	1 428 189	1 569 501
Rio Grande do Sul.....	4 024 790	4 321 495
Mato Grosso.....	523 920	589 199
Goiás.....	1 001 643	1 071 433
BRASIL (hip. A) ²⁰	50 000 000	51 773 503
BRASIL (hip. B) ²⁰	50 000 000	51 794 324

A população da República calculada na coluna (c) da tabela II excede de 3,5-3,6% a da coluna (b); mas para o Espírito Santo o excedente atinge 16,4-18,4%, e para São Paulo, 15,0%, enquanto para Alagoas a estimativa da coluna (c) fica inferior de 6,5 %, e para Sergipe, de 7,7 %, à da coluna (b).

Em números absolutos, os incrementos da população entre 1.º de setembro de 1940 e 1.º de setembro de 1950 seriam os seguintes, segundo as diversas estimativas.

UNIDADE DA FEDERAÇÃO	Incremento da população entre 1.º-IX-1940 e 1.º-IX-1950 conforme a estimativa da coluna	
	(b)	(c)
Espírito Santo (hip. B).....	173 254	355 284
Espírito Santo (hip. A).....	159 043	307 775
São Paulo.....	1 524 422	2 827 182
Alagoas.....	201 709	126 613
Sergipe.....	114 992	64 278

¹⁹ Para o Território do Acre, de que se ignora a população em 1890, foi aplicada, no cálculo da coluna (c), a taxa média geométrica anual de incremento verificada para a população do resto do Brasil.

²⁰ Veja-se a nota 17.

Adotando-se o critério da coluna (c), os incrementos estimados das populações do Espírito Santo e de São Paulo ficam cerca de duas vezes maiores do que os calculados pelo critério da coluna (b), e os de Alagoas e Sergipe, cerca de duas vezes menores.

Tamanhas diferenças não preocupariam, se um dos critérios pudesse ser considerado bom e o outro mau; mas, infelizmente, faltando informações fidedignas sobre os fatores da marcha das populações no período pós-censitário, seria difícil julgar um dos dois critérios mais certo do que o outro. Poderiam ser expostas boas razões a favor de um; razões não menos boas, a favor do outro; e sérias objeções, contra um e contra o outro.

* * *

3. Cumpre lembrar que as diferenças entre as duas séries de estimativas constantes da tabela II dependem de duas circunstâncias, ou seja, em primeiro lugar, do critério aplicado para a estimativa da população total, e em segundo lugar, do critério aplicado para a determinação das quotas das diversas Unidades na população total.

Se fôr definitivamente adotado um determinado critério para a estimativa da população total, poderão ser diminuídas as diferenças entre as estimativas por Unidades feitas conforme critérios diversos. Para mostrá-lo, calcularam-se as populações estimadas das Unidades da Federação em 1.º de setembro de 1950, adotando-se como população total a estimada conforme a hipótese da continuação da taxa média geométrica anual de incremento verificada para a população do Brasil entre 1890 e 1940, e aplicando-se várias hipóteses para a determinação das quotas das diversas Unidades.

Os resultados desses cálculos constam da tabela III. As hipóteses aplicadas são as seguintes:

Coluna (b): quotas das diversas Unidades iguais às verificadas em 1.º de setembro de 1940. Esta hipótese equivale a supor que a taxa média geométrica anual de incremento da população seja a mesma em todas as Unidades, coincidindo com a verificada para a população total.

Colunas (c) e (d): quotas das diversas Unidades iguais às constantes das estimativas da coluna (c) da tabela I. Esta hipótese equivale a supor que as taxas médias geométricas anuais de incremento das populações das diversas Unidades sejam proporcionais às anteriormente verificadas para as mesmas, ficando porém reduzidas de maneira a dar, para a data de 1.º de setembro de 1950, uma estimativa coincidente com a obtida pelo cálculo de conjunto. (Adverta-se que no cálculo da coluna (c) a região da Serra dos Aimorés foi atribuída ao Estado de Minas Gerais, e no da coluna (d), ao do Espírito Santo).

Coluna (e): quotas das diversas Unidades, no incremento da população entre 1940 e 1950, iguais às verificadas no incremento entre 1890 e 1940 (critério sugerido pelo Prof. CARNEIRO FELIPPE).

As diferenças entre os resultados dos diversos cálculos para algumas Unidades ficam ainda bastante grandes, embora, na maioria dos casos, menores do que as verificadas entre os resultados dos dois cálculos da tabela II.

Tabela III

Estimativas da população das Unidades da Federação em 1.º-IX-1950

UNIDADE DA FEDERAÇÃO (a)	POPULAÇÃO ESTIMADA EM 1.º-IX-1950, SUPONDO-SE DE 51 037 471 A POPULAÇÃO TO- TAL E ADOTANDO-SE PARA AS DIVERSAS UNI- DADES DA FEDERAÇÃO QUOTAS IGUAIS ÀS			
	Verificadas em 1.º-IX- —1940 (b)	Do cálculo feito na col. (c) da tabela I		Verificadas no incremento de 1890 a 1940, para o incremento de 1940 a 1950 (e)
		hip. A ²² (c)	hip. B ²² (d)	
Acre ²¹	98 688	97 247	97 207	98 688
Amazonas.....	551 116	548 267	548 047	553 723
Pará.....	1 168 698	1 151 924	1 151 461	1 168 847
Maranhão.....	1 528 131	1 505 225	1 504 619	1 527 823
Piauí.....	1 011 523	1 009 209	1 008 803	1 017 718
Ceará.....	2 586 991	2 497 682	2 496 678	2 558 712
Rio Grande do Norte.....	950 179	935 675	935 299	949 853
Paraíba.....	1 759 624	1 761 970	1 761 262	1 773 421
Pernambuco.....	3 325 847	3 214 518	3 213 226	3 291 518
Alagoas.....	1 176 933	1 062 589	1 062 162	1 111 345
Sergipe.....	670 957	597 980	597 740	626 522
Bahia.....	4 847 424	4 459 008	4 457 215	4 645 208
Minas Gerais (hip. A) ²²	8 417 068	7 814 456	—	8 095 940
Minas Gerais (hip. B) ²²	8 334 184	—	7 719 002	8 053 322
Espírito Santo (hip. A) ²²	928 020	1 042 843	—	997 930
Espírito Santo (hip. B) ²²	1 010 904	—	1 155 253	1 040 548
Rio de Janeiro.....	2 286 139	2 116 556	2 115 705	2 201 151
Distrito Federal.....	2 182 566	2 221 715	2 220 822	2 215 864
São Paulo.....	8 894 724	9 874 274	9 870 305	9 301 579
Paraná.....	1 529 501	1 682 062	1 681 386	1 595 323
Santa Catarina.....	1 457 823	1 547 188	1 546 566	1 503 834
Rio Grande do Sul.....	4 108 302	4 260 059	4 258 347	4 202 396
Mato Grosso.....	534 791	580 823	580 589	555 771
Goiás.....	1 022 426	1 056 201	1 055 777	1 044 305
BRASIL.....	51 037 471	51 037 471	51 037 471	51 037 471

Considerando-se mais uma vez os Estados que tiveram os incrementos relativos máximos e mínimos entre 1890 e 1940, obtêm-se os valores abaixo especificados do incremento da população entre 1.º de setembro de 1940 e 1.º de setembro de 1950, pelos diversos cálculos expostos na tabela III.

UNIDADE DA FEDERAÇÃO (a)	Incremento da população entre 1.º-IX-1940 e 1.º-IX-1950 conforme a estimativa da coluna			
	(b)	(c)	(d)	(e)
Espírito Santo (hip. B).....	193 803	—	338 152	247 823
Espírito Santo (hip. A).....	177 913	292 736	—	223 447
São Paulo.....	1 705 231	2 684 781	2 680 812	2 112 086
Alagoas.....	225 633	111 289	110 862	160 045
Sergipe.....	128 631	55 654	55 414	84 196

Para o Espírito Santo e São Paulo a diferença entre o máximo e o mínimo dos valores acima é inferior à que se verifica entre os dois valores do quadro II, mas para Alagoas e Sergipe, superior.

²¹ Para o cálculo da col. (e), o incremento da população do Acre no período 1890-1940 foi suposto proporcional ao verificado no resto do Brasil.

²² Veja-se a nota 17.

Vê-se que, apesar da adoção do mesmo valor para a população total, os resultados dos cálculos por Unidades ficam ainda muito diferentes, segundo os diversos critérios adotados. Pode-se verificar que o critério (e) dá valores intermédios aos obtidos pelas demais hipóteses, tanto nas Unidades com os incrementos mais rápidos como nas com os incrementos mais lentos; circunstância que poderia sugerir uma razão de preferência para êsse critério.

* * *

4. As análises desenvolvidas no estudo I levaram à conclusão de que, querendo-se fazer estimativas muito prudentes da população no período pós-censitário, se poderia adotar a hipótese de um incremento anual constante de 875 000 habitantes, que daria uma população de 50 000 000 em 1.º de setembro de 1950.

Já na tabela II mostrou-se como se distribuiriam êsses 50 milhões de habitantes entre as diversas Unidades da Federação, suposto que a sua distribuição proporcional se mantivesse igual à verificada em 1.º de setembro de 1940.

Compara-se, agora, na tabela IV, essa distribuição com a que se teria na outra hipótese, de que a proporção entre o incremento da população de cada Unidade e o da população total, entre 1940 e 1950, se mantivesse igual à verificada entre 1890 e 1940 (critério (e) do presente estudo, mas aplicado

Tabela IV

Estimativas da população das Unidades da Federação em 1.º-IX-1950

UNIDADE DA FEDERAÇÃO (a)	POPULAÇÃO CALCULADA EM 1.º-IX-1950, SUPONDO-SE DE 50 000 000 A POPULAÇÃO TOTAL, E ADOTANDO-SE PARA AS VÁRIAS UNIDADES DA FEDERAÇÃO QUOTAS IGUAIS ÀS	
	Verificadas em 1.º-IX-1940 (b)	Verificadas no incremento de 1890 a 1940, para o incremento de 1940 a 1950 (c)
Acre ²³	96 682	96 682
Amazonas.....	539 913	542 243
Pará.....	1 144 941	1 145 075
Maranhão.....	1 497 068	1 496 793
Piauí.....	990 961	996 500
Ceará.....	2 534 403	2 509 123
Rio Grande do Norte.....	930 864	930 572
Paraíba.....	1 723 855	1 736 189
Pernambuco.....	3 258 240	3 227 551
Alagoas.....	1 153 009	1 094 375
Sergipe.....	657 318	617 594
Bahia.....	4 748 888	4 568 112
Minas Gerais (hip. A) ²⁴	8 245 975	7 980 682
Minas Gerais (hip. B) ²⁴	8 164 770	7 891 897
Espírito Santo (hip. A) ²⁴	909 150	949 862
Espírito Santo (hip. B) ²⁴	990 355	1 038 647
Rio de Janeiro.....	2 239 667	2 163 690
Distrito Federal.....	2 138 200	2 167 966
São Paulo.....	8 713 915	9 077 631
Paraná.....	1 498 409	1 557 253
Santa Catarina.....	1 428 189	1 469 322
Rio Grande do Sul.....	4 024 790	4 108 907
Mato Grosso.....	523 920	542 676
Goiás.....	1 001 643	1 021 202
BRASIL.....	50 000 000	50 000 000

²³ Para o cálculo da coluna (c), o incremento da população do Acre no período 1890-1940 foi suposto proporcional ao verificado no resto do Brasil.

²⁴ Veja-se a nota 17.

a um incremento total menor do que o suposto na tabela III, onde a população em 1.º de setembro de 1950 está prevista em 51 037 471, em vez dos 50 000 000 da tabela IV).

Para salientar as diferenças entre os resultados dos dois cálculos, convém considerar os Estados com incremento mais rápido e os com incremento mais lento, como foi feito nas comparações anteriores.

UNIDADE DA FEDERAÇÃO (a)	Incremento da população entre 1.º—IX—1940 e 1.º—IX—1950 conforme a estimativa da coluna	
	(b)	(c)
Espírito Santo (hip. B).....	173 254	221 546
Espírito Santo (hip. A).....	159 043	199 755
São Paulo.....	1 524 422	1 888 138
Alagoas.....	201 709	143 075
Sergipe.....	114 992	75 268

Supondo-se incrementos proporcionais aos verificados no passado, ficam avantajados os Estados que tiveram crescimento mais rápido. O incremento, assim calculado, da população do Espírito Santo excede de 25,6-27,9%, e o de São Paulo, de 23,9%, o calculado conforme a hipótese de constância das quotas das populações das diversas Unidades na população total. Pelo contrário, para os Estados que tiveram crescimentos lentos, o cálculo do incremento proporcional ao verificado no passado dá valores mais baixos do que o cálculo baseado na hipótese de constância das quotas das populações das diversas Unidades na população total; a diferença para menos ascende a 29,1% para Alagoas e 34,5% para Sergipe.

* * *

5. O exame, feito nos precedentes parágrafos, dos resultados da aplicação de vários critérios para a estimativa da população das diversas Unidades da Federação no período pós-censitário não afastou — nem podia afastar — a escuridade causada pela falta de registros fidedignos do movimento da população. Apenas permitiu comparar os resultados da aplicação de diversas hipóteses, entre as quais se torna muito difícil uma escolha racional.

É verdade que a experiência do passado mostra a existência de grandes diferenças nas taxas de incremento das populações das diversas Unidades da Federação. Mas, na maior parte dos casos, não se sabe se, e em que proporção, os fatores que agiram no passado continuam operando no mesmo sentido. E até se torna impossível a discriminação quantitativa das variações determinadas pelos diversos fatores.

Veja-se, como exemplo, um caso dos mais simples. No período 1890-1940 a população do Estado de São Paulo aumentou de 419% e a de Minas Gerais ²⁵ apenas de 114%. Quais são as causas de tamanha diferença? Em parte, essas causas devem ser procuradas nos movimentos migratórios; com efeito, consta do censo de 1940 que São Paulo contava com 814 969 nacionais e ex-nacionais de países estrangeiros e Minas Gerais com apenas 45 772; consta, ainda, que, na data desse censo, São Paulo registrava um ganho líquido de 497 987 habitantes, e Minas Gerais uma perda líquida de 573 875, nas

²⁵ Para essa comparação, considera-se a região da Serra dos Aimorés como parte de Minas Gerais.

trocas de brasileiros natos com as demais Unidades da Federação. Torna-se evidente, logo, que o crescimento de São Paulo foi acelerado pela imigração exterior e interior, e o de Minas foi pouco ajudado pela imigração do exterior, e fortemente reduzido pela intensa emigração para outras partes do Brasil. Mas, basta a diferente ação dos fatores migratórios para justificar a grande diferença dos incrementos relativos das populações dos dois Estados? Ou deve-se ainda supor a existência de sensível diferença na ação dos fatores naturais e, logo, na proporção do excedente dos nascimentos sobre os óbitos, em relação à população? Ninguém poderia fazer estimativas seriamente fundadas desse excedente para os dois Estados, embora as estatísticas do movimento natural da população de São Paulo sejam, talvez, as menos incompletas entre as de todas as Unidades da Federação.

Além disto, é certo que a imigração do exterior depois do censo de 1940 foi quase desprezível; e parece provável que as presentes taxas de incremento natural das populações dos dois Estados se afastem sensivelmente das médias do período 1890-1940.

Portanto, se parece desaconselhável supor que no período pós-censitário as populações dos dois Estados cresçam na mesma proporção, porque é certo que alguns fatores das diferenças passadas continuam a agir, parece, de outro lado, inconveniente supor que as diferenças das proporções de crescimento dos dois Estados fiquem as mesmas verificadas anteriormente, enquanto se sabe que ficou em parte alterada a ação dos fatores que então operavam.

De acordo com as considerações precedentes, poder-se-ia julgar provavelmente errada por excesso a estimativa da população de São Paulo em 1.º de setembro de 1950, constante da coluna (c) da tabela II e obtida pela hipótese de continuação da taxa média geométrica anual de incremento verificada entre 1890 e 1940; e provavelmente errada por falta a estimativa da coluna (b) da mesma tabela, em que foi suposto que o incremento da população de São Paulo fôsse apenas proporcional ao da população total do Brasil, prudentemente estimado. Mas, sendo a primeira estimativa de 10 016 675 e a segunda de 8 713 915, não adianta muito a presunção de que aquela seja exagerada e esta insuficiente, pois os dois limites ficam muito distantes.

Pode-se, entretanto, nessa situação, justificar a preferência pelo critério sugerido pelo Prof. CARNEIRO FELIPPE, cuja aplicação, na maioria dos casos, leva a estimativas intermédias às mais elevadas e às mais baixas obtidas pelos outros critérios, como foi verificado pela comparação entre os resultados de diversos cálculos, expostos na tabela III.

Mas a conclusão mais certa, e que deveria constituir o "Delenda Carthago" dos demógrafos brasileiros, é a de que não se poderão ter estimativas fidedignas da população das diversas Unidades nos períodos pós-censitários se não tornando completo e pronto o registro do movimento natural e dos movimentos migratórios.

Tabela V

População presente nas Regiões Fisiográficas e Unidades da Federação em 31-XII-1890 e 1.º-IX-1940, e incremento relativo entre essas duas datas

REGIÃO FISIOGRAFICA OU UNIDADE DA FEDERAÇÃO (a)	POPULAÇÃO PRESENTE		100 Pop. 1940 Pop. 1890 (d)	Taxa média geométrica anual de incremento, por 1000 habitantes (e)
	31—XII—1890 (b)	1.º—IX—1940 (c)		
NORTE	476 370	1 469 872	308,56	22,95
Acre.....	...	79 768	...	...
Amazonas ²⁶	147 915	445 460	301,16	22,45
Pará.....	328 455	944 644	287,60	21,50
NORDESTE	3 771 319	9 973 642	264,46	19,77
Maranhão.....	430 854	1 235 169	286,68	21,43
Piauí.....	267 609	817 601	305,52	22,74
Ceará.....	805 687	2 091 032	259,53	19,39
Rio Grande do Norte..	268 273	768 018	286,28	21,40
Paraíba.....	457 232	1 422 282	311,06	23,11
Pernambuco.....	1 030 224	2 688 240	260,94	19,50
Alagoas.....	511 440	951 300	186,00	12,57
ESTE	6 950 359	15 625 953	224,82	16,45
Sergipe.....	310 926	542 326	174,42	11,26
Bahia.....	1 919 802	3 918 112	204,09	14,47
Minas Gerais ²⁷	3 184 099	A 6 803 410 B 6 736 416	213,67 211,56	15,40 15,20
Espírito Santo ²⁷	135 997	A 750 107 B 817 101	551,56 600,82	34,98 36,76
Rio de Janeiro.....	876 884	1 847 857	210,73	15,12
Distrito Federal.....	522 651	1 764 141	337,54	24,80
SUL	2 815 468	12 924 798	459,06	31,16
São Paulo ²⁶	1 384 753	7 189 493	519,19	33,72
Paraná.....	249 491	1 236 276	495,52	32,75
Santa Catarina.....	283 769	1 178 340	415,25	29,08
Rio Grande do Sul....	897 455	3 320 689	370,01	26,69
CENTRO-OESTE	320 399	1 258 679	392,85	27,93
Mato Grosso.....	92 827	432 265	465,67	31,46
Goiás.....	227 572	826 414	363,14	26,31
BRASIL	14 333 915	41 252 944	287,80	21,51

²⁶ A população apurada em 1.º-IX-1940 nos Estados do Amazonas e São Paulo foi retificada pelas correções referentes, respectivamente, aos Municípios de Parintins e Garça, propostas nos Ns. 247 e 243 das *Análises de Resultados do Censo Demográfico*, como foi advertido no § 3 do estudo I desta coletânea.

²⁷ A região da Serra dos Aimorés, em litígio entre os Estados de Minas Gerais e Espírito Santo, foi atribuída, conforme a hipótese A, a Minas Gerais, e conforme a hipótese B, ao Espírito Santo, em 1940.

III

ALGUMAS OBSERVAÇÕES A PROPÓSITO DOS CÁLCULOS DE PREVISÃO DA POPULAÇÃO CONFORME FUNÇÕES EXPONENCIAIS SIMPLES, SEGUNDO CIRCUNSCRIÇÕES E PARA O CONJUNTO DO PAÍS ²⁸

SUMÁRIO: 1 a 4. *Observações metodológicas.* — 5 e 6. *Exemplos de aplicação.*

1. Nos estudos I e II desta coletânea lembrou-se que a hipótese da variação da população de um país, através do tempo, conforme uma função exponencial simples, não é conciliável com a hipótese da variação das populações das diversas circunscrições políticas ou administrativas conforme funções do mesmo tipo, senão no caso em que a razão de incremento da população, por unidade de tempo, é igual em todas essas circunscrições.

E, reciprocamente, a hipótese da variação das populações das diversas circunscrições conforme funções exponenciais simples não é conciliável com a hipótese da variação da população total do país conforme uma função do mesmo tipo, senão no único caso especificado acima, de que, aliás, não se encontram exemplos na realidade.

Foi esclarecida essa inconciliabilidade ²⁹ pela observação de que, se a variação da população total fôr determinada pela soma dos dados segundo circunscrições, sendo suposto que nestas varie a população conforme funções exponenciais simples, pesam cada vez mais na sua determinação, com o progresso do tempo, as circunscrições com as razões de incremento mais elevadas, de modo que a razão média de incremento vai aumentando, em vez de ficar constante.

Para esclarecer bem o assunto, traduzir-se-á em fórmulas essa observação.

* * *

2. Suponha-se conhecer tanto a população total de um país, como as populações das respectivas circunscrições políticas ou administrativas, no tempo 0 e no tempo 1, ou seja, no instante inicial e no instante final da primeira unidade de tempo de observação.

Representando-se por $P(x)$ a população total no tempo x , fica representada por $P(0)$ a população total inicial. E representando-se por $p_1, p_2, \dots, p_n$ as populações iniciais das diversas circunscrições, tem-se:

$$P(0) = p_1 + p_2 + \dots + p_n. \quad (4)$$

No fim da primeira unidade de tempo a população total fica representada por $P(1)$. Pela relação

$$\frac{P(1)}{P(0)} = R \quad (5)$$

determina-se a razão R entre a população final e a população inicial da unidade de tempo considerada, ou seja, a razão de incremento da população

²⁸ Estudo divulgado em edição preliminar, mimeográfica, em janeiro de 1947.

²⁹ Inconciliabilidade bem conhecida pelos demógrafos. No Brasil, algumas considerações sobre o assunto foram expostas por J. KINGSTON, na *Revista de Economia e Estatística* de 1936, págs. 39 a 49.

total na unidade de tempo (que pode ser superior, igual ou inferior à unidade, conforme a população fôr crescente, constante ou decrescente).

Deduz-se da relação (5):

$$P(1) = P(0) R . \quad (6)$$

Anàlogamente, a população de cada circunscrição no fim da primeira unidade de tempo de observação pode ser representada pelo produto da população inicial p_i e da razão r_i entre a população final e a população inicial da circunscrição. Logo, pode-se escrever:

$$P(1) = P(0) R = p_1 r_1 + p_2 r_2 + \dots + p_n r_n . \quad (7)$$

Representando-se por k_i a razão entre r_i e R , ou seja, entre a razão de incremento da população observada na i^{ma} circunscrição e a razão de incremento da população total, fica:

$$r_i = k_i R, \quad (8)$$

e a relação (7) pode ser escrita da maneira seguinte:

$$P(0) R = p_1 k_1 R + p_2 k_2 R + \dots + p_n k_n R . \quad (9)$$

Dividindo-se a precedente expressão por $P(0) R$, e levando-se em conta a relação (4), obtém-se:

$$1 = \frac{p_1 k_1 + p_2 k_2 + \dots + p_n k_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} . \quad (10)$$

A precedente relação mostra que a média aritmética ponderada das razões k_i , tendo como pesos os respectivos p_i , é igual à unidade. Logo, salvo o caso em que tôdas as k_i são iguais a 1, algumas delas deverão ser superiores e outras inferiores a 1.

* * *

3. Querendo-se determinar por estimativa o desenvolvimento da população nas unidades de tempo sucessivas à referida acima, e supondo-se que êsse desenvolvimento se verifique conforme funções exponenciais simples, podem ser adotados dois critérios diferentes.

Conforme o primeiro critério, supõe-se que a razão de incremento da população total, nas unidades de tempo sucessivas à primeira, se mantenha constantemente igual à observada nesta unidade de tempo. Logo, a população no tempo x fica igual a

$$P(0) R^x . \quad (11)$$

Conforme o segundo critério, supõe-se que a razão de incremento da população de cada circunscrição, nas unidades de tempo sucessivas à primeira, se mantenha constantemente igual à observada nesta unidade de tempo. Logo, a população da i^{ma} circunscrição no tempo x fica igual a

$$p_i r_i^x = p_i k_i R^x, \quad (12)$$

e a população total do país no tempo x fica:

$$P(x) = p_1 k_1^x R^x + p_2 k_2^x R^x + \dots + p_n k_n^x R^x . \quad (13)$$

A razão entre a população no tempo $(x+1)$ e a no tempo x , calculadas de acôrdo com a fórmula (13), pode ser expressa na forma seguinte:

$$\frac{P(x+1)}{P(x)} = R \frac{p_1 k_1^x \cdot k_1 + p_2 k_2^x \cdot k_2 + \dots + p_n k_n^x \cdot k_n}{p_1 k_1^x + p_2 k_2^x + \dots + p_n k_n^x} . \quad (14)$$

A fração no segundo membro representa, assim como a (10), uma média aritmética ponderada das k_i , sendo porém os respectivos pesos iguais a $p_i k_i^x$, e não mais a p_i como na (10). É óbvio, todavia, que, para $x = 0$, essa fração se reduz à expressão da (10), tornando-se o seu valor igual à unidade.

Para $x > 0$, o valor dessa média aritmética ponderada cresce com o crescer de x , porque os pesos dos valores k_i superiores a 1 aumentam tanto mais rapidamente quanto maiores são esses valores, e os pesos dos valores k_i inferiores a 1 diminuem tanto mais rapidamente quanto menores são esses valores, como se torna evidente pela relação (14).

Portanto, a razão entre $P(x+1)$ e $P(x)$, calculados de acordo com a fórmula (13) — razão representada pela (14) —, que fica igual a R para $x = 0$, excede R para $x > 0$, e com o crescer de x o excede em proporção continuamente crescente, tendendo o seu valor a aproximar-se cada vez mais do valor do máximo entre os r_i .

Em consequência disto, a população $P(x)$ calculada pela fórmula (13), de acordo com a hipótese de constância das razões de incremento das populações das diversas circunscrições, excede cada vez mais, com o crescer de x , a calculada pela fórmula (11), de acordo com a hipótese de constância da razão de incremento da população total.

A razão entre a população no tempo x , calculada segundo a fórmula (13), e a calculada segundo a (11), pode ser escrita, levando-se em conta as relações (12) e (4), na forma seguinte:

$$\frac{p_1 k_1^x + p_2 k_2^x + \dots + p_n k_n^x}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}, \quad (15)$$

que representa a média aritmética ponderada das x^{mas} potências das k_i , com os pesos p_i . O valor dessa expressão, que é igual à unidade para $x = 1$, excede cada vez mais a unidade com o sucessivo aumentar de x , com a única exceção do caso em que são todas as $k_i = 1$, isto é, todas as $r_i = R$.

* * *

4. Nos cálculos de previsão da população total do país, supondo-se constantes as razões de incremento das populações nas diversas circunscrições, chega-se, como foi demonstrado, a resultados superiores aos obtidos conforme a hipótese de constância da razão de incremento da população total.

É interessante observar que poderá haver diferença não somente na medida como também no sentido da variação da população.

Com efeito, se todas as razões de incremento r_i forem superiores à unidade, ambos os critérios de cálculo darão cifras de população crescentes através do tempo; e se todas forem inferiores à unidade, ambos darão cifras decrescentes; mas se algumas das razões r_i forem superiores e outras inferiores à unidade, o cálculo conforme a hipótese de constância das razões de incremento nas circunscrições acabará sempre por dar cifras crescentes, pelo aumento progressivo, na população, da quota das circunscrições com razões r_i superiores à unidade; enquanto o cálculo conforme a hipótese de constância da razão de incremento R da população total dará cifras crescentes ou decrescentes, conforme for R superior ou inferior à unidade.

* * *

5. Um exemplo numérico poderá ilustrar as considerações expostas.

Suponha-se ser de 6 000 000 a população de um país no início das observações e subir para 6 120 000 no fim de um ano. Por simplicidade, supor-se-á dividido esse país em apenas 3 regiões, e para tornar mais evidentes as varia-

ções da importância comparativa destas, supor-se-á que no início das observações cada uma delas possui o mesmo número de habitantes, isto é, 2 000 000. Seguem-se os resultados do primeiro ano de observação.

Região	População inicial (p_i)	População final ($p_i r_i$)	Razão de incremento anual (r_i)
1. Norte.....	2 000 000	2 060 400	1,0302
2. Centro.....	2 000 000	2 040 000	1,0200
3. Sul.....	2 000 000	2 019 600	1,0098

De acordo com a fórmula (5), obtém-se a razão R de incremento anual da população total:

$$\frac{6\,120\,000}{6\,000\,000} = 1,02.$$

Na região Norte a razão de incremento r_1 é superior à média do país; na Centro, a r_2 é igual a essa média; na Sul, a r_3 é inferior à mesma.

Dividindo essas razões regionais pela nacional, obtém-se os valores k_i :

$$k_1 = \frac{1,0302}{1,02} = 1,01 \qquad k_2 = \frac{1,02}{1,02} = 1 \qquad k_3 = \frac{1,0098}{1,02} = 0,99.$$

Querendo-se estimar a população do país em época posterior ao referido ano de observação, pode-se efetuar essa estimativa pela soma das estimativas regionais, feitas conforme a hipótese de constância das razões de incremento regionais r_i observadas nesse ano.

Seguem-se os resultados das estimativas das populações das três regiões, no fim de 10, 20,, 100 anos, efetuadas conforme esse critério³⁰.

x	População estimada, no fim de x anos, da região		
	1. Norte	2. Centro	3. Sul
10	2 693 100	2 438 000	2 204 900
20	3 626 300	2 971 900	2 430 700
30	4 882 900	3 622 700	2 679 700
40	6 574 900	4 416 100	2 954 200
50	8 853 300	5 383 200	3 256 900
60	11 921 300	6 562 100	3 590 500
70	16 052 300	7 999 100	3 958 300
80	21 614 900	9 750 900	4 363 700
90	29 105 100	11 886 300	4 810 800
100	39 190 900	14 489 300	5 303 600

³⁰ As estimativas foram arredondadas em centenas de habitantes em todos os cálculos destes exemplos numéricos.

No início das observações cada região compreendia um terço da população total do país; no fim de 100 anos, a Norte compreenderia 66,4%, a Centro 24,6%, e a Sul 9,0%.

Pode surpreender, à primeira vista, a grande diferença entre os desenvolvimentos das populações das diversas regiões. Em 50 anos, a da região Norte aumentaria de 342,7 %, e a da região Sul apenas de 62,9 %.

Diferenças dessa ordem não são inverossímeis, antes se encontram na realidade. Por exemplo, nos últimos 50 anos anteriores ao censo de 1940, a população do Estado de São Paulo aumentou de 419,19%, e a de Sergipe apenas de 74,42%. A quota de São Paulo na população total do país subiu de 9,7% para 17,4%, a de Sergipe caiu de 2,2% para 1,3%. Logo, o exemplo acima, embora hipotético, não se afasta das possibilidades reais.

Somando as populações estimadas das três regiões, obtêm-se as estimativas para o conjunto do país, constantes da coluna (b) do quadro abaixo³¹, onde estão confrontadas com as estimativas, constantes da coluna (c), obtidas pela aplicação da razão de incremento média geral $R = 1,02$.

x	População total no fim de x anos, estimada conforme a hipótese de constância		Excedente relativo da primeira estimativa sobre a segunda %
	Das taxas de incremento regionais (b)	Da taxa de incremento nacional (c)	
(a)			(d)
10	7 336 000	7 314 000	0,30
20	9 028 900	8 915 700	1,27
30	11 185 300	10 868 200	2,92
40	13 945 200	13 248 200	5,26
50	17 493 400	16 149 500	8,32
60	22 073 900	19 686 200	12,13
70	28 009 700	23 997 300	16,72
80	35 729 500	29 253 000	22,14
90	45 802 200	35 658 800	28,45
100	58 983 800	43 467 900	35,70

Acentua-se cada vez mais, através do tempo, a diferença entre o resultado do cálculo pelas somas das estimativas regionais e o do cálculo direto. Depois de 50 anos, o primeiro excede o segundo de 8,32%; depois de 100 anos, de 35,70%.

A razão de incremento da população total, que no 1.º ano de observação é igualmente de 1,02 em ambos os cálculos, continua inalterada no segundo cálculo, mas aumenta incessantemente no primeiro, em função do tempo, atingindo no 100.º ano³² o valor de 1,0258.

Uma conseqüência singular da divergência entre os dois critérios de cálculo é a de que a população da região Norte (com razão de incremento

³¹ Com referência às fórmulas: os cálculos da coluna (b) foram efetuados conforme a (13), e os da (c) conforme a (11).

³² Razão entre a população estimada no fim de 100 anos (58 983 800) e a estimada no fim de 99 anos (57 499 200). Se fôr aplicada a fórmula (14), sendo $R = 1,02$ e sendo a fração que tem R como multiplicador igual a 1,0057, obter-se-á o mesmo valor de 1,0258.

r_1 superior à média nacional), estimada conforme essa razão, acabará por atingir, e depois exceder, a população total estimada conforme a razão de incremento média geral R . É fácil calcular que no fim de 110,41 anos essas duas populações estimadas coincidirão, com 53 419 000 habitantes, e daí por diante a estimativa da população da região excederá cada vez mais a estimativa direta da população total.

* * *

6. Um segundo exemplo, sumariamente desenvolvido, ilustrará o caso em que as razões r_i são em parte superiores e em parte inferiores à unidade.

Suponha-se a mesma situação inicial do exemplo anterior, sendo, entretanto, diferentes as razões de incremento, como consta dos dados abaixo, que resumem os resultados do primeiro ano de observação.

Região	População inicial (p_i)	População final ($p_i r_i$)	Razão de incremento anual (r_i)
1. Norte.....	2 000 000	2 015 960	1,00798
2. Centro.....	2 000 000	1 996 000	0,99800
3. Sul.....	2 000 000	1 976 040	0,98802

Neste caso, fica $R = 0,998$, indicando uma taxa de incremento anual de — 0,002 (ou seja, diminuição de 2 por 1 000).

Na região Norte a razão de incremento é superior à unidade, e logo a população é crescente; nas Centro e Sul a razão de incremento é inferior à unidade, e logo a população é decrescente. Os valores dos k_i são iguais aos do exemplo anterior, ou sejam, $k_1 = 1,01$, $k_2 = 1$, $k_3 = 0,99$.

Calculando-se a população total como soma das estimativas regionais — supostas constantes as razões de incremento nas diferentes regiões —, num primeiro período prevalecem as diminuições, mas depois, aumentando cada vez mais a quota da região com população crescente, prevalece o aumento.

Conforme êsse cálculo, no fim de 100 anos a região Norte contaria com 4 428 100 habitantes, a Centro com 1 637 100, e a Sul com 599 200. Na formação do total, de 6 664 400 habitantes, o aumento da primeira região é mais que suficiente para compensar as diminuições das duas outras. Enquanto no início das observações cada região compreendia um terço da população total, no fim de 100 anos a Norte compreenderia 66,4%, a Centro 25,6%, e a Sul 9,0%.

Se o cálculo da população total no fim de 100 anos fôr feito conforme a razão média geral de incremento $R = 0,998$, obter-se-á um valor inferior, em vez de superior, ao inicial: o de 4 911 400 habitantes.

Conforme êste critério de cálculo, a razão de incremento da população total mantém-se constantemente inferior à unidade, enquanto no cálculo pelas regiões aumenta continuamente, subindo de 0,998 no 1.º ano de observação para 1,0037 no 100.º ano, como se calcula facilmente pela fórmula (14).

IV

ESTIMATIVAS DE PREVISÃO DA POPULAÇÃO DAS DIVERSAS REGIÕES FISIAGRÁFICAS E UNIDADES DA FEDERAÇÃO ATÉ 31-XII-1950 ³³

SUMÁRIO: 1. *Esclarecimentos sobre os critérios aplicados.* — 2. *Advertência.*

1. Nos estudos I, II e III desta coletânea foram examinados comparativamente os resultados da aplicação de diferentes critérios que podem ser adotados para estimar a população do Brasil no intervalo entre o último censo demográfico, o de 1940, e o próximo, de 1950.

Para completar os elementos expostos nesses estudos, apresenta-se, nas duas tabelas anexas ³⁴, o cálculo da população das diversas Regiões Fisiográficas e Unidades da Federação em 31 de dezembro dos anos de 1940 a 1950, baseado nas hipóteses:

a) de crescimento anual constante da população, em 900 000 habitantes, a partir dos números estimados de 41 400 000 ³⁵ em 1.º de setembro de 1940, e, logo, de 41 700 000 em 31 de dezembro do mesmo ano;

b) de distribuição proporcional constante da população do Brasil, entre as diferentes Unidades, igual à verificada pela apuração definitiva do censo de 1940.

Cumprе salientar que, de acôrdo com as considerações desenvolvidas nos estudos citados, essas hipóteses não merecem preferência incondicional; entretanto, a sua simplicidade, e a conveniência de continuar os cálculos conforme o mesmo critério que fôra adotado nos primeiros anos sucessivos ao censo de 1940, asseguraram-lhe o favor do órgão competente.

Por isso parece útil a divulgação dos dados anexos, que podem servir como referência para a apreciação comparativa da intensidade de fenômenos demográficos (nascimentos, óbitos, etc.), econômicos (comércio, rendas, etc.) ou sociais (consumos alimentícios, criminalidade, etc.), nas diversas partes do país.

Querendo-se a população média de um ano, pode-se facilmente calculá-la pela semi-soma das populações no fim do ano anterior e no fim do ano considerado.

* * *

2. Os resultados dos cálculos atuais diferem um pouco dos de outros cálculos anteriores, efetuados conforme as quotas das populações das diversas

³³ Estudo divulgado em edição preliminar, mimeográfica, em setembro de 1947. As tabelas foram calculadas por ÁUREO PINTO DE FIGUEIREDO.

³⁴ A tabela VI dá as populações nas fronteiras de 1940; a VII, as nas fronteiras de 1947, que diferem das de 1940 em consequência da criação dos Territórios Federais do Guaporé, Rio Branco, Amapá e de Fernando de Noronha.

³⁵ Tomou-se um número de habitantes um pouco superior ao apurado, para reparar eventuais omissões do censo demográfico.

Unidades, no conjunto da população do Brasil, constantes da apuração preliminar (*Sinopse Preliminar dos Resultados Demográficos*, de 1941), porque foram efetuados conforme as quotas, levemente diferentes, constantes da apuração definitiva (*Sinopse do Censo Demográfico, Dados Gerais*, de 1946), completada pela adição da população estimada de parte dos Municípios de Parintins (Amazonas) e Garça (São Paulo), às quais essa apuração não pôde ser estendida por não terem chegado à sede central do Serviço Nacional de Recenseamento os respectivos documentos de coleta. (Essa adição aumenta de 7 452 habitantes a população do Amazonas constante da *Sinopse* de 1946, e de 9 177 a de São Paulo).

A população presente em 1.º de setembro de 1940, no conjunto do Brasil, fica, assim, determinada em 41 252 944 habitantes; as populações das diversas Unidades constam dos seguintes dados, conforme os quais foi calculada a distribuição proporcional, adotada como base das estimativas das tabelas VI e VII.

Unidade	População	Unidade	População
Acre.....	79 768	Minas Gerais.....	6 736 416
Amazonas.....	445 460	(Serra dos Aimorés)	66 994
Pará.....	944 644	Espírito Santo.....	750 107
Maranhão.....	1 235 169	Rio de Janeiro.....	1 847 857
Piauí.....	817 601	Distrito Federal....	1 764 141
Ceará.....	2 091 032	São Paulo.....	7 189 493
Rio Grande do Norte..	768 018	Paraná.....	1 236 276
Paraíba.....	1 422 282	Santa Catarina.....	1 178 340
Pernambuco.....	2 688 240	Rio Grande do Sul	3 320 689
Alagoas.....	951 300	Mato Grosso.....	432 265
Sergipe.....	542 326	Goiás.....	826 414
Bahia.....	3 918 112	BRASIL.....	41 252 944

Tabela VI

Estimativa provisória da população das Regiões Fisiográficas e Unidades da Federação em 31 de dezembro dos anos de 1940 a 1950, segundo a divisão territorial de 1940

REGIÃO FISIAGRÁFICA OU UNIDADE DA FEDERAÇÃO	POPULAÇÃO ESTIMADA										
	31-XII-1940	31-XII-1941	31-XII-1942	31-XII-1943	31-XII-1944	31-XII-1945	31-XII-1946	31-XII-1947	31-XII-1948	31-XII-1949	31-XII-1950
NORTE.....	1 485 801	1 517 869	1 549 936	1 582 004	1 614 071	1 646 139	1 678 207	1 710 274	1 742 342	1 774 410	1 806 477
Acre.....	80 633	82 373	84 113	85 853	87 593	89 334	91 074	92 814	94 554	96 295	98 035
Amazonas.....	450 287	460 006	469 724	479 443	489 161	498 879	508 598	518 316	528 035	537 753	547 472
Pará.....	954 881	975 490	996 099	1 016 708	1 037 317	1 057 926	1 078 535	1 099 144	1 119 753	1 140 362	1 160 970
NORDESTE.....	10 081 726	10 299 317	10 516 908	10 734 499	10 952 091	11 169 682	11 387 273	11 604 864	11 822 456	12 040 047	12 257 638
Maranhão.....	1 248 555	1 275 502	1 302 449	1 329 396	1 356 343	1 383 290	1 410 238	1 437 185	1 464 132	1 491 079	1 518 027
Piauí.....	826 461	844 299	862 136	879 973	897 811	915 648	933 485	951 322	969 160	986 997	1 004 834
Ceará.....	2 113 693	2 159 312	2 204 931	2 250 550	2 296 169	2 341 789	2 387 408	2 433 027	2 478 647	2 524 266	2 569 885
Rio Grande do Norte.....	776 341	793 096	809 852	826 608	843 363	860 119	876 874	893 630	910 386	927 141	943 897
Paraíba.....	1 437 695	1 468 724	1 499 754	1 530 783	1 561 813	1 592 842	1 623 872	1 654 901	1 685 930	1 716 960	1 747 989
Pernambuco.....	2 717 372	2 776 021	2 834 669	2 893 317	2 951 966	3 010 614	3 069 262	3 127 911	3 186 559	3 245 207	3 303 855
Alagoas.....	961 609	982 363	1 003 117	1 023 872	1 044 626	1 065 380	1 086 134	1 106 888	1 127 642	1 148 397	1 169 151
ESTE.....	15 795 291	16 136 196	16 477 102	16 818 007	17 158 913	17 499 818	17 840 724	18 181 630	18 522 535	18 863 441	19 204 346
Sergipe.....	548 203	560 035	571 867	583 698	595 530	607 362	619 193	631 025	642 857	654 689	666 520
Bahia.....	3 960 573	4 046 052	4 131 532	4 217 012	4 302 492	4 387 972	4 473 452	4 558 933	4 644 412	4 729 892	4 815 372
Minas Gerais.....	6 809 418	6 956 384	7 103 350	7 250 316	7 397 282	7 544 247	7 691 213	7 838 179	7 985 145	8 132 111	8 279 077
(Serra dos Aimorés) ³⁶	67 720	69 182	70 643	72 105	73 567	75 028	76 490	77 951	79 413	80 874	82 336
Espírito Santo.....	758 236	774 601	790 966	807 330	823 695	840 060	856 425	872 790	889 154	905 519	921 884
Rio de Janeiro.....	1 867 882	1 908 196	1 948 510	1 988 824	2 029 138	2 069 452	2 109 766	2 150 080	2 190 394	2 230 708	2 271 022
Distrito Federal.....	1 783 259	1 821 746	1 860 234	1 898 722	1 937 209	1 975 697	2 014 185	2 052 672	2 091 160	2 129 648	2 168 135
SUL.....	13 064 863	13 346 839	13 628 814	13 910 790	14 192 765	14 474 741	14 756 716	15 038 692	15 320 667	15 602 642	15 884 618
São Paulo.....	7 267 405	7 424 256	7 581 106	7 737 957	7 894 807	8 051 658	8 208 508	8 365 359	8 522 209	8 679 059	8 835 910
Paraná.....	1 249 673	1 276 645	1 303 616	1 330 587	1 357 559	1 384 530	1 411 502	1 438 473	1 465 444	1 492 416	1 519 387
Santa Catarina.....	1 191 110	1 216 817	1 242 524	1 268 232	1 293 939	1 319 647	1 345 354	1 371 061	1 396 769	1 422 476	1 448 184
Rio Grande do Sul.....	3 356 675	3 429 121	3 501 568	3 574 014	3 646 460	3 718 906	3 791 352	3 863 799	3 936 245	4 008 691	4 081 137
CENTRO-OESTE.....	1 272 319	1 299 779	1 327 240	1 354 700	1 382 160	1 409 620	1 437 080	1 464 540	1 492 000	1 519 460	1 546 921
Mato Grosso.....	436 949	446 380	455 811	465 241	474 672	484 102	493 533	502 963	512 394	521 824	531 255
Goiás.....	835 370	853 399	871 429	889 459	907 488	925 518	943 547	961 577	979 606	997 636	1 015 666
BRASIL.....	41 700 000	42 600 000	43 500 000	44 400 000	45 300 000	46 200 000	47 100 000	48 000 000	48 900 000	49 800 000	50 700 000

³⁶ Território em litígio entre os Estados de Minas Gerais e Espírito Santo.

Tabela VII

Estimativa provisória da população das Regiões Fisiográficas e Unidades da Federação em 31 de dezembro dos anos de 1940 a 1950, segundo a divisão territorial de 1947

REGIÃO FISIAGRÁFICA OU UNIDADE DA FEDERAÇÃO	POPULAÇÃO ESTIMADA										
	31-XII-1940	31-XII-1941	31-XII-1942	31-XII-1943	31-XII-1944	31-XII-1945	31-XII-1946	31-XII-1947	31-XII-1948	31-XII-1949	31-XII-1950
NORTE	1 497 354	1 529 671	1 561 988	1 594 305	1 626 621	1 658 939	1 691 256	1 723 572	1 755 890	1 788 207	1 820 523
Guaporé.....	21 455	21 918	22 381	22 844	23 307	23 770	24 233	24 696	25 159	25 622	26 085
Acre.....	80 633	82 373	84 113	85 853	87 593	89 334	91 074	92 814	94 554	96 295	98 035
Amazonas.....	428 214	437 456	446 698	455 941	465 182	474 424	483 667	492 908	502 151	511 393	520 635
Rio Branco.....	12 171	12 434	12 697	12 959	13 222	13 485	13 747	14 010	14 273	14 535	14 798
Pará.....	933 091	953 229	973 368	993 507	1 013 645	1 033 784	1 053 923	1 074 062	1 094 200	1 114 339	1 134 477
Amapá.....	21 790	22 261	22 731	23 201	23 672	24 142	24 612	25 082	25 553	26 023	26 493
NORDESTE	10 081 726	10 299 317	10 516 908	10 734 499	10 952 091	11 169 682	11 387 273	11 604 864	11 822 456	12 040 047	12 257 638
Maranhão.....	1 248 555	1 275 502	1 302 449	1 329 396	1 356 343	1 383 290	1 410 238	1 437 185	1 464 132	1 491 079	1 518 027
Piauí.....	826 461	844 299	862 136	879 973	897 811	915 648	933 485	951 322	969 160	986 997	1 004 834
Ceará.....	2 113 693	2 159 312	2 204 931	2 250 550	2 296 169	2 341 789	2 387 408	2 433 027	2 478 647	2 524 266	2 569 885
Rio Grande do Norte.....	776 341	793 096	809 852	826 608	843 363	860 119	876 874	893 630	910 386	927 141	943 897
Paraíba.....	1 437 695	1 468 724	1 499 754	1 530 783	1 561 813	1 592 842	1 623 872	1 654 901	1 685 930	1 716 960	1 747 989
Pernambuco.....	2 716 285	2 774 911	2 833 535	2 892 160	2 950 785	3 009 410	3 068 034	3 126 660	3 185 284	3 243 909	3 302 533
Alagoas.....	961 609	982 363	1 003 117	1 023 872	1 044 626	1 065 380	1 086 134	1 106 888	1 127 642	1 148 397	1 169 151
Fernando de Noronha.....	1 087	1 110	1 134	1 157	1 181	1 204	1 228	1 251	1 275	1 298	1 322
ESTE	15 795 291	16 136 196	16 477 102	16 818 007	17 158 913	17 499 818	17 840 724	18 181 630	18 522 535	18 863 441	19 204 346
Sergipe.....	548 203	560 035	571 867	583 698	595 530	607 362	619 193	631 025	642 857	654 689	666 520
Bahia.....	3 960 573	4 046 052	4 131 532	4 217 012	4 302 492	4 387 972	4 473 452	4 558 933	4 644 412	4 729 892	4 815 372
Minas Gerais.....	6 809 418	6 956 384	7 103 350	7 250 316	7 397 282	7 544 247	7 691 213	7 838 179	7 985 145	8 132 111	8 279 077
(Serra dos Aimorés) ³⁷	67 720	69 182	70 643	72 105	73 567	75 028	76 490	77 951	79 413	80 874	82 336
Espírito Santo.....	758 236	774 601	790 966	807 330	823 695	840 060	856 425	872 790	889 154	905 519	921 884
Rio de Janeiro.....	1 867 882	1 908 196	1 948 510	1 988 824	2 029 138	2 069 452	2 109 766	2 150 080	2 190 394	2 230 708	2 271 022
Distrito Federal.....	1 783 259	1 821 746	1 860 234	1 898 722	1 937 209	1 975 697	2 014 185	2 052 672	2 091 160	2 129 648	2 168 135
SUL	13 064 863	13 346 839	13 628 814	13 910 790	14 192 765	14 474 741	14 756 716	15 038 692	15 320 667	15 602 642	15 884 618
São Paulo.....	7 267 405	7 424 256	7 581 106	7 737 957	7 894 807	8 051 658	8 208 508	8 365 359	8 522 209	8 679 059	8 835 910
Paraná.....	1 249 673	1 276 645	1 303 616	1 330 587	1 357 559	1 384 530	1 411 502	1 438 473	1 465 444	1 492 416	1 519 387
Santa Catarina.....	1 191 110	1 216 817	1 242 524	1 268 232	1 293 939	1 319 647	1 345 354	1 371 061	1 396 769	1 422 476	1 448 184
Rio Grande do Sul.....	3 356 675	3 429 121	3 501 568	3 574 014	3 646 460	3 718 906	3 791 352	3 863 799	3 936 245	4 008 691	4 081 137
CENTRO-OESTE	1 260 766	1 287 977	1 315 188	1 342 399	1 369 610	1 396 820	1 424 031	1 451 242	1 478 452	1 505 663	1 532 875
Mato Grosso.....	425 396	434 578	443 759	452 940	462 122	471 302	480 484	489 665	498 846	508 027	517 209
Goiás.....	835 370	853 399	871 429	889 459	907 488	925 518	943 547	961 577	979 606	997 636	1 015 666
BRASIL	41 700 000	42 600 000	43 500 000	44 400 000	45 300 000	46 200 000	47 100 000	48 000 000	48 900 000	49 800 000	50 700 000

³⁷ Território em litígio entre os Estados de Minas Gerais e Espírito Santo.

ÍNDICE DAS TABELAS

	Pág.
I — Incremento médio relativo e taxa média geométrica anual de incremento da população das Unidades da Federação entre 31-XII-1890 e 1.º-IX-1940	19
II — Estimativas da população das Unidades da Federação em 1.º-IX-1950	21
III — Estimativas da população das Unidades da Federação em 1.º-IX-1950	23
IV — Estimativas da população das Unidades da Federação em 1.º-IX-1950	24
V — População presente nas Regiões Fisiográficas e Unidades da Federação em 31-XII-1890 e 1.º-IX-1940, e incremento relativo entre essas duas datas	27
VI — Estimativa provisória da população das Regiões Fisiográficas e Unidades da Federação em 31 de dezembro dos anos de 1940 a 1950, segundo a divisão territorial de 1940	36
VII — Estimativa provisória da população das Regiões Fisiográficas e Unidades da Federação em 31 de dezembro dos anos de 1940 a 1950, segundo a divisão territorial de 1947	37

