

TEXTOS PARA DISCUSSÃO, ISSN 0103-6661

**METODOLOGIAS PARA O CÁLCULO DE
COEFICIENTES TÉCNICOS DIRETOS EM
UM MODELO DE INSUMO-PRODUTO**

NÚMERO 83

OUTUBRO DE 1996



FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA - IBGE
DIRETORIA DE PESQUISAS - DPE

**METODOLOGIAS PARA O CÁLCULO DE COEFICIENTES
TÉCNICOS DIRETOS EM UM MODELO DE INSUMO-PRODUTO**

**Roberto Luís Olinto Ramos
Técnico do Departamento
de Contas Nacionais - DECNA**

Rio de Janeiro
Outubro/1996

FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA - IBGE

Av. Franklin Roosevelt, 166 - Centro
CEP 20 271-201 - Rio de Janeiro, RJ - Brasil

DIRETORIA DE PESQUISAS

LENILDO FERNANDES SILVA

DIRETORA-ADJUNTA DE PESQUISAS

MARIA MARTHA MALARD MAYER

CHEFE DO DEPARTAMENTO DE CONTAS NACIONAIS

GILDA MARIA CABRAL SANTIAGO

CHEFE DA DIVISÃO DE PLANEJAMENTO

LUIZ GUILHERME C. HETTENNAUSEN

CHEFE DA DIVISÃO DE SÍNTESE

HELOÍSA VALVERDE FILGUEIRAS

© IBGE

TEXTOS PARA DISCUSSÃO

Série publicada pela Diretoria de Pesquisas
do IBGE, com objetivo de divulgar ensaios,
estudos e outros trabalhos técnicos nas áreas
econômica, social e demográfica, elaboradas
no âmbito da Diretoria

Edição: Divisão de Documentação e Disseminação da Diretoria de Pesquisas.
(DDI/DPE)

Ramos, Roberto Luis Olinto

Metodologias para o cálculo de coeficientes técnicos diretos em um modelo de insumo-produto / Roberto Luis Olinto Ramos. - Rio de Janeiro : IBGE, Diretoria de Pesquisas, 1996

92 p. - (Textos para discussão / IBGE. Diretoria de Pesquisas, ISSN 0103-6661; n.83)

ISBN 85-240-0617-x

1. Relações intersetoriais - Metodologia. 2. Contas nacionais - Metodologia.
I. IBGE. Diretoria de Pesquisas. II. Título. III. Série.

IBGE. CDDI. Divisão de Biblioteca e Acervos Especiais
RJ/IBGE- 96-32

CDU 330.5.057.7
ECO

Informações: Biblioteca Setorial da Diretoria de Pesquisas -
Rua Visconde de Niterói, 1246, Bloco B, sala 1211-B, Mangueira
Telefone: (021) 284-8938 / 567-5322 - ramal 303

1. INTRODUÇÃO	5
2. A TABELA DE INSUMO-PRODUTO	5
3. METODOLOGIAS DE CÁLCULO DAS MATRIZES DE COEFICIENTES TÉCNICOS	8
3.1. ESTRUTURA BÁSICA DE DADOS.....	8
3.2. TRANSFERÊNCIA DA PRODUÇÃO.....	11
3.2.1. Transferência de produtos secundários como insumos positivos (Método das Transferências).....	12
3.2.2. Transferência de produtos secundários como insumos negativos (Método de Stone).....	13
3.2.3. Método do sistema europeu de contas econômicas integradas (ESA)	14
3.3. RELAÇÕES ESTRUTURAIS NAS MATRIZES BÁSICAS	14
3.3.1. Estrutura do consumo intermediário nacional	15
3.3.2. Estruturas da matriz de produção	15
3.4. FORMULAÇÃO GERAL DE UM MODELO DE INSUMO-PRODUTO	17
3.5. MODELOS DE TECNOLOGIA SIMPLES	19
3.5.1. Determinação da matriz de transformação	19
3.5.2. Tecnologia do produto	21
3.5.3. Tecnologia do setor	23
3.5.4. Comentários sobre os modelos de tecnologia simples	25
3.6. MODELO DE TECNOLOGIA MISTA.....	35
3.6.1. Modelos de tecnologia mista.....	36
3.6.2. Modelos com restrições tecnológicas a produção	41
3.6.2.1. Modelo com subprodutos.....	42
3.6.2.2. Modelo com subprodutos e produtos conjuntos	46
4. MODELOS ADOTADOS NAS MATRIZES BRASILEIRAS	50
4.1. INTRODUÇÃO.....	50
4.1.1. Amplitude do valor da produção	51
4.1.2. Classificação de Atividades e produtos	53
4.1.3. Setores Dummy e Erros e Omissões.....	53
4.1.4. Modelo de cálculo	57
4.1.4.1. O modelo de 1970.....	58
4.1.4.2. O modelo de 1975 e 1980	61
4.1.4.3. O modelo de 1985 e 1990	62
5. ANEXO I	63
6. BIBLIOGRAFIA	64

Introdução

O cálculo dos coeficientes técnicos de matrizes de insumo-produto - MIP, pode ser feito através de dois procedimentos básicos: ou através do levantamento de uma base de dados, específicos para o cálculo dos coeficientes sem integração com as demais variáveis econômicas ou a partir dos quadros de um sistema de contas nacionais desagregado - SCN, respeitando portanto as relações estabelecidas por este sistema.

A organização das tabelas básicas necessárias ao cálculo dos coeficientes técnicos foi determinada em relação direta com a arquitetura dos SCN Esta, por sua vez, foi definida considerando a informação estatística possível de ser coletada. É importante observar que, quando Leontief formula seu modelo, baseia-se em uma relação direta não mensurável, entre atividades econômicas.

Efetivamente, nas operações englobadas em uma MIP (produção e consumo) os agentes de uma economia (atividades produtivas, famílias, governo etc.) não tem, relação direta entre si, há o "produto" transacionado como elemento de ligação. Desta forma, a organização de um sistema de dados deve se referenciar a três elementos básicos: a operação realizada, os agentes que a realizam, e os bens e serviços envolvidos nesta transação. Os modelos, apresentados neste texto, foram desenvolvidos para solucionar esta questão, ou seja, como estimar uma relação direta entre atividades produtivas, ou entre produtos, que permita a formulação de um modelo nos moldes estabelecidos por Leontief.

A segunda seção apresenta uma descrição dos quadros que compõem as Tabelas de Insumo-Produto de um SCN desagregado. Estas tabelas são a referência para os modelos apresentados em seguida. A terceira seção apresenta os vários modelos apresentados na literatura para a obtenção de matrizes de coeficientes técnicos a partir de um SCN. E, na última seção, é apresentada uma resenha das diferenças metodológicas e dos modelos adotados nas MIP para o Brasil.

A apresentação integrada das metodologias sugeridas permite uma melhor compreensão do modelo adotado pelo departamento de Contas nacionais para as matrizes de 1970, 1975 e 1980; e as mudanças introduzidas na matriz de 1985.

A Tabela de Insumo-Produto¹

As tabelas de insumo-produto - TIP, de um sistema de contas nacionais desagregado podem ser representadas através do seguinte esquema:

TABELA DE OFERTA DE BENS E SERVIÇOS	TABELA DE CONSUMO INTERMEDIÁRIO	TABELA DE DEMANDA FINAL
	CONTA DE PRODUÇÃO E DE DISTRIBUIÇÃO OPERACIONAL DA RENDA	
	TABELA DE PRODUÇÃO	

¹ Um maior detalhamento destas tabelas e de sua metodologia esta em IBGE (1988).

TABELA DE OFERTA DE BENS E SERVIÇOS

Discrimina, por produto (linhas), a oferta total a preços de consumidor. É composta, nas colunas, do valor da produção a preços aproximadamente básicos, das importações CIF, das margens de comércio e transporte, e dos impostos indiretos e subsídios (considerado como negativo) sobre produto. A última coluna, obtida pela soma das anteriores, é o valor da produção total, por produto, a preço de consumidor.

Esta tabela mostra, o total da oferta de bens e serviços detalhada por produto, e apresenta a formação do preço de consumidor a partir do preço aproximadamente básico.

TABELA DE CONSUMO INTERMEDIÁRIO

Apresenta, para cada produto (linhas), o valor, a preço de consumidor, consumido por cada atividade econômica (colunas). O total, por linha, representa a parcela da produção de cada produto consumida pelas demais atividades (consumo intermediário), e o total por coluna, o valor do consumo intermediário total de cada atividade.

TABELA DE DEMANDA FINAL

Discrimina, por produto, a preço de consumidor, os valores destinados ao consumo final das famílias e da administração pública, a exportação, a formação de capital fixo e a variação dos estoques.

CONTA DE PRODUÇÃO E DE DISTRIBUIÇÃO OPERACIONAL DA RENDA

Detalha, por atividade, o valor adicionado (valor da produção menos o consumo intermediário) e sua distribuição operacional, basicamente, remuneração dos assalariados, (salários e contribuições sociais), impostos e subsídios sobre atividade e, por saldo, o excedente operacional bruto.

TABELA DE PRODUÇÃO

Detalha o valor da produção de cada atividade por produto, a preço aproximadamente básico. O total, por linha, desta tabela - valor da produção a preço aproximadamente básico - é a primeira coluna da Tabela de Oferta de Bens e Serviços.

Metodologias de cálculo das matrizes de coeficientes técnicos

Estrutura Básica de Dados

O cálculo da matriz de coeficientes técnicos diretos se baseia nas tabelas de produção e consumo intermediário das TIP. Estas tabelas devem, no entanto, sofrer duas modificações, de maneira a se adequarem às características de um modelo de insumo-produto:

- as TIP consideram no consumo intermediário e na demanda final o valor total (nacional mais importado). Como o modelo de insumo-produto estima o impacto de variações na demanda final por produtos nacionais sobre o nível de produção é necessário o detalhamento do consumo, intermediário e final, em de origem nacional e de origem importada.
- como o modelo se baseia na idéia de coeficientes técnicos, o uso de quantidades refletiria de maneira mais adequada esse tipo de relação. Como os elementos da matriz são, necessariamente, mensurados em valor é necessário estabelecer qual nível de preços será adotado. A melhor proxy para dados em quantidades é obtida pela adoção do preço básico aproximado, sem a influência do governo (impostos) e do processo de distribuição (comércio e transportes). Desta forma, é sugerido a opção por este nível de preços sempre que o sistema de informações básicas o permitir. Segundo as MIP do IBGE:

“A adoção deste nível de valoração no modelo visa uma maior homogeneidade uma vez que estão excluídos os impostos, subsídios e margens de distribuição incidentes sobre os produtos e que estão sujeitas a alterações não relacionadas com o processo de produção”².

A escolha do preço aproximadamente básico para valorar as TIP obriga que as tabelas de consumo intermediário e demanda final, valoradas no SCN a preços de consumidor, sejam modificadas. Dos valores a preços de consumidor são retiradas as parcelas referentes às margens de comércio e transporte e aos impostos

² IBGE (1989), pg. 15.

indiretos e subsídios sobre produtos. Estas parcelas são adicionadas ao consumo dos produtos comércio e transporte, e cria-se linhas de impostos.

Das TIP são obtidas as seguintes tabelas³:

	PRODUTOS NACIONAIS	ATIVIDADES	DEMANDA FINAL	VALOR DA PRODUÇÃO
PRODUTOS NACIONAIS		U_n	F_n	q
PRODUTOS IMPORTADOS		U_m	F_m	
ATIVIDADES	V		E	g
IMPOSTOS		T_p	T_e	
VALOR ADICIONADO		y'		
VALOR DA PRODUÇÃO	q'	g'		

Adotarei a notação das MIP publicadas no Brasil⁴, representando as matrizes por letras maiúsculas e os vetores, considerados sempre colunas, por letras minúsculas.

V - matriz de produção, apresenta para cada atividade o valor da produção de cada um dos produtos;

q - vetor com o valor bruto da produção total por produto;

U_n - matriz de consumo intermediário nacional, apresenta para cada atividade o valor dos produtos de origem interna consumidos;

U_m - matriz de consumo intermediário importado, apresenta para cada atividade o valor dos produtos de origem externa consumidos;

F_n - matriz da demanda final por produtos nacionais, apresenta o valor dos produtos de origem interna consumidos pelas categorias da demanda final (consumo final das famílias e do governo, exportação, formação bruta de capital fixo e variação de estoques);

F_m - matriz da demanda final por produtos importados apresenta o valor dos produtos de origem externa consumidos pelas categorias da demanda final;

³ Chamadas de Tabelas Básicas nas MIPs brasileiras.

⁴ Op. cit., pg. 37. Mudei somente a notação da matriz de demanda final por produtos para F no lugar de E, considerando E para a demanda final por atividade.

E - matriz da demanda final por atividade, representa a parcela do valor da produção de uma atividade destinado a demanda final. Estes dados não são observados, são calculados a partir de F_n ;

T_p - matriz dos valores dos impostos e subsídios associados a produtos, incidentes sobre bens e serviços absorvidos (insumos) pelas atividades produtivas;

T_e - matriz dos valores dos impostos e subsídios associados a produtos, incidentes sobre bens e serviços absorvidos pela demanda final;

g - vetor com o valor bruto da produção total por atividade;

y - vetor com o valor adicionado total gerado pelas atividades produtivas. é considerado como um vetor por medida de simplificação, na prática é uma matriz por atividade com o valor adicionado a custo de fatores e a preços básicos, as remunerações (salários e contribuições sociais), o excedente bruto operacional (obtido por saldo) e os impostos e subsídios incidentes sobre as atividades.

Das relações contábeis de um SCN é possível escrever as equações para o valor da produção, por produto, por atividade e o total:⁵:

valor da produção por produto

$$q = U \cdot n + F_n \Rightarrow q_i = \sum_j u_{ij} n_j + F_{ni} \quad (0-1)$$

$$q = V' \cdot i \Rightarrow q_i = \sum_j v'_{ji} i_j$$

valor da produção por atividade

$$g = V \cdot i \Rightarrow g_j = \sum_i v_{ij} i_i$$

valor da produção total

$$\sum_i q_i = \sum_j g_j \quad (0-2)$$

Esta organização de dados estará de acordo com a hipótese de homogeneidade⁶, requerida pelo modelo de insumo-produto, se a classificação das atividades econômicas e dos produtos estabelecer uma identidade atividade - produto, ou seja, não houver diferenciação entre uma atividade econômica e seu (único) produto.

⁵ Onde cada elemento do vetor-coluna i é igual a unidade.

⁶ Cada produto, ou grupo de produtos, é fornecido por uma única atividade

Esta restrição não permite, ainda, o cálculo direto dos coeficientes técnicos. Especificar uma classificação de forma que a hipótese de homogeneidade seja atendida faz com que as tabelas básicas sejam quadradas mas não garante que, na tabela de produção, uma atividade produza somente seu produto típico, ou principal. A produção em uma atividade de produtos de outra atividade, definida como produção secundária, não permite a suposição de que os produtos consumidos tenham imediatamente identificada a atividade que o produziu. Esta característica exige que se estabeleçam hipóteses que permitam calcular a relação entre as atividades, ou entre os produtos, de forma a possibilitar o cálculo de matrizes técnicas adequadas à concepção de Leontief.

É importante observar que o modelo é formulado sobre um conjunto de hipóteses - homogeneidade e proporcionalidade - referentes ao comportamento do sistema econômico. Porém, estas não são as únicas simplificações do modelo, são necessárias hipóteses adicionais sobre a tecnologia para que as matrizes de coeficientes técnicos, definidas pelo primeiro conjunto de hipóteses, possam ser calculadas. A metodologia para seu cálculo introduz uma série de aproximações que, inevitavelmente, devem ser levadas em consideração no momento de sua aplicação e na interpretação de resultados obtidos através de seu uso.

A primeira recomendação metodológica para evitar o aparecimento de produção secundária na tabela de produção é evitar adotar classificações muito detalhadas. O procedimento resultante desta recomendação é conhecido como *lump-sum* e restringe-se a sugerir que as atividades que apresentem produção secundária sejam agregadas a outras de forma a eliminar, ou pelo menos reduzir a participação da produção secundária na produção total. A maioria dos países adota-o como norma para evitar o aparecimento de produção secundária já na compilação das estatísticas básicas.

Transferência da Produção

Os métodos de transferência da produção são procedimentos que objetivam eliminar a produção secundária da tabela de produção, ou somando-a a outras atividades ou simplesmente ignorando-a. Estes procedimentos são classificados na literatura como procedimentos mecânicos, sem qualquer hipótese sobre o comportamento da economia e de uso restrito a alguns casos particulares, Viet (1994) e Konjin (1994).

Todos estes métodos pressupõem uma classificação com o mesmo número de produtos e atividades.

Estes métodos são apresentados nesta seção como ilustração dos procedimentos existentes mas não são considerados como modelos efetivos para o cálculo de matrizes de coeficientes técnicos.

Transferência de produtos secundários como insumos positivos (Método das Transferências)

Este método, proposto em Stone (1961), UN(1968) e UN (1974), é chamado de "transferência de produtos".

A eliminação da produção secundária se faz com duas operações:

i) adiciona-se no valor da produção do produto principal de cada atividade o valor da produção secundária da atividade (transferência nas linhas);

ii) adiciona-se no valor da produção do produto principal de cada atividade o valor deste produto produzido nas demais atividades (transferência nas colunas).

O novo valor da diagonal pode ser escrito como:

$$v_{ii} = g_i + q_i - v_{ii}$$

Como não é explicitado nas recomendações destes métodos, se o consumo intermediário é o total ou apenas o nacional, adota a notação U para representar uma matriz de consumo intermediário geral.

Este procedimento considera para cada atividade sua parcela de produção secundária duas vezes (é somada nas linhas e colunas). Desta forma, para manter a consistência contábil do sistema o consumo intermediário de cada atividade tem que ser aumentado, do mesmo valor que a sua produção, em seu produto principal (autoconsumo).

A formulação geral para o cálculo da matriz de coeficientes técnicos diretos por esse método fica:⁷

$$A = (U + (V - \langle V \rangle)) \cdot (\langle V \cdot i \rangle + \langle V' \cdot i \rangle - \langle V \rangle)^{-1}$$

Este método é matematicamente correto; mantém os equilíbrios contábeis e permite o cálculo de coeficientes técnicos mas, as matrizes resultantes, confundem o que é produto com o que é atividade. O resultado é descrito no manual de insumo-produto das Nações Unidas como:

*“O novo elemento diagonal pode ser compreendido como ou bem a produção total do produto i mais a produção secundária da atividade i, ou como a produção total da atividade i mais a produção secundária do produto i por outras indústrias”.*⁸

Ao aumentar a produção e o consumo intermediário das atividades de forma não proporcional (soma o mesmo valor) o método cria distorções nos coeficientes técnicos. Além disso, cria consumos fictícios ao imputar um valor de consumo intermediário aonde anteriormente era nulo, por exemplo atividades que não consomem seu produto principal.

Transferência de produtos secundários como insumos negativos (Método de Stone)

Este método proposto por Stone (1961) considera os produtos secundários como consumo intermediário da atividade que o produz. Este método é adotado em alguns países, Japão e Irlanda por exemplo, para tratar os subprodutos.

Este procedimento elimina o valor da produção secundária do valor total da produção e, sempre que o valor do subproduto for superior ao valor consumido originalmente pela atividade serão gerados coeficientes negativos.

⁷ Aonde a notação $\langle A \rangle$ indica a diagonalização de um vetor ou a matriz diagonal extraída de uma matriz quadrada qualquer e $\rangle A \langle$ indica a matriz obtida a partir da eliminação dos elementos diagonais de uma matriz quadrada; $A = \langle A \rangle + \rangle A \langle$

⁸UN (1974), pg. 22.

Sua formulação geral é:

$$A = (U - V) \cdot V^{-1}$$

Este método além de distorcer os coeficientes altera o valor adicionado por atividade.

Método do sistema europeu de contas econômicas integradas (ESA)

O Escritório de Estatística da Comunidade Européia - EUROSTAT recomenda para seus países membros que a produção secundária que não seja produzida em outras atividades, especificamente os subprodutos de cada atividade, seja somada à produção do produto principal da atividade.

Sua formulação geral é:

$$A = (U) \cdot V^{-1}$$

Relações estruturais nas matrizes básicas

As tabelas básicas, V e Un, fornecem as matrizes de coeficientes/estruturas que servirão de base para o desenvolvimento de modelos mais eficientes para o cálculo dos coeficientes técnicos.

Estrutura do consumo intermediário nacional

Da matriz de consumo intermediário nacional - Un - calcula-se, para cada atividade, o peso de cada produto no seu consumo intermediário. Este peso pode ser interpretado como uma relação técnica entre produto consumido e atividade. Define-se então, o coeficiente b_{ij} como o valor do produto i necessário a produção de uma unidade monetária na atividade j . Admitindo-se uma classificação ampla com m produtos e n atividades, esse coeficiente é calculado por:

$$b_{ij} = \frac{un_{ij}}{g_j} \quad (0-3)$$

$i = 1, \dots, m$ e $j = 1, \dots, n$

Escrevendo como uma equação matricial:

$$B = Un \cdot \langle g \rangle^{-1} \quad \dim[B] = m \times n$$

(produto x atividade)

$$Un = B \cdot \langle g \rangle$$

Estruturas da matriz de produção

A matriz de produção fornece duas estruturas de referência, a participação de cada atividade no mercado e a participação de cada produto na produção de cada atividade (composição da produção).⁹

Define-se:

d_{ji} - como a participação da atividade j na produção do produto i (cotas de mercado) e;

c_{ij} - como a participação do produto i na produção da atividade j .

⁹ Simplesmente a estrutura percentual por linha e coluna da matriz de produção.

Calculados por:

$$d_{ji} = \frac{v_{ji}}{q_i} \quad (0-4)$$

$j = 1, \dots, m$ e $i = 1, \dots, n$

$$c_{ij} = \frac{v_{ij}}{g_j} \quad (0-5)$$

$i = 1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, m$

onde v_{ij} são os elementos de V'

Usando notação matricial:

$$D = V \cdot \langle q \rangle^{-1} \quad \dim[D] = m \times n$$

(atividade x produto)

$$C = V' \cdot \langle g \rangle^{-1} \quad \dim[C] = n \times m$$

(produto por atividade)

$$V' = C \cdot \langle g \rangle$$

As matrizes D e C tem como característica a soma dos elementos de suas colunas iguais a unidade.

i) a partir de D é possível mostrar que:

$$\sum_j d_{ji} = \sum_j \frac{v_{ji}}{q_i} = \frac{1}{q_i} \cdot \sum_j v_{ji} = \frac{q_i}{q_i} = 1$$

ii) a partir de C é possível mostrar que:

$$\sum_i c_{ij} = \sum_i \frac{v'_{ij}}{g_j} = \frac{1}{g_j} \cdot \sum_i v'_{ij} = \frac{g_j}{g_j} = 1$$

Formulação geral de um modelo de insumo-produto

A característica do sistema de dados que impede o cálculo dos coeficientes técnicos diretamente é a inexistência de uma relação direta entre produtos e atividades¹⁰. Se definirmos uma matriz de transformação de produtos para atividades é possível calcular as matrizes de coeficientes técnicos, entre produtos ou entre atividades, de acordo com um modelo de insumo-produto.

Seja uma matriz de transformação T , atividade por produto, que transforma o valor da produção por produto no valor da produção por atividade. Assim:

$$g = T \cdot q \quad (0-6)$$
$$\dim[T] = n \times m$$

Da equação (0-2) sabe-se que o valor da produção total é:

$$\sum_i q_i = \sum_j g_j$$

Dado uma matriz de transformação T , o valor da produção por atividade pode ser escrito por:

$$g_j = \sum_i t_{ji} q_i$$

Assim o valor total da produção pode ser escrito como:

$$\sum_j g_j = \sum_j \sum_i t_{ij} \cdot q_i = \sum_i (\sum_j t_{ij}) \cdot q_i$$

O que faz com que:

$$\sum_j t_{ij} = 1$$

para que a equação (0-2) seja verdadeira:

¹⁰ A abordagem do problema, estabelecendo uma formulação mais geral e introduzindo as hipóteses sobre esta formulação foi realizada por Cressy (1975).

O desenvolvimento acima mostra a soma dos elementos de suas colunas igual a 1 é uma condição necessária para uma matriz de transformação T.

Considerando a equação (0-1) , pode-se escrever:

$$\begin{aligned}q &= Un.i + Fn \\ &= B.<g>.i + Fn \\ q &= B.g + Fn\end{aligned}\tag{ 0-7}$$

Introduzindo a transformação produto em atividade em (0-7):

$$q = B.T.q + Fn$$

Chamando B.T de Ap:

$$\begin{aligned}q &= Ap.q + Fn \\ q - Ap.q &= Fn \\ q &= (I - Ap)^{-1} . Fn\end{aligned}\tag{ 0-8}$$

Analogamente:

$$\begin{aligned}g &= T.q \\ g &= T.(B.g + Fn) \\ g &= T.B.g + T.Fn\end{aligned}$$

Chamando T.B de Aa

$$g = (I - Aa)^{-1} .(T.Fn)\tag{ 0-9}$$

As equações (0-8) e (0-9) formam dois sistemas de Leontief, que relacionam os valores da produção por produto e por atividade com as respectivas demandas finais. Aonde:

Aa - matriz de coeficientes técnicos diretos atividade por atividade;

Ap - matriz de coeficientes técnicos diretos produto por produto

T.Fn - demanda final por atividade

Demonstra-se no anexo I que a premultiplicação de uma matriz, com a soma dos elementos de suas colunas igual a 1, por uma matriz qualquer, preserva na matriz resultante a soma dos elementos das colunas da segunda matriz. Assim, a soma dos elementos das colunas da matriz de coeficientes técnicos atividade por atividade preserva a relação entre o consumo intermediário e o valor da produção por atividade.

O sistema estatístico ao estabelecer duas referências: atividades e produtos, possibilita o cálculo de dois sistemas de Leontief. Um associado às matrizes produto por produto, mais adequado a ótica das relações tecnológicas. O outro, associado às matrizes atividade por atividade, mais adequado às análises de relações intersetoriais. A opção por cada uma das formulações deverá ser estabelecida em função do objetivo do estudo a ser realizado, não existem propriedades implícitas em cada formulação que permitam definir a superioridade de uma em relação a outra.

Modelos de tecnologia simples

Determinação da matriz de transformação

A necessidade de transformar o conjunto de dados observados, em uma MIP introduz duas questões a serem resolvidas. Primeiro como a demanda por produtos é transmitida às atividades? Segundo, estabelecida a composição da produção das atividades, quais serão seus insumos?

A primeira questão é, para a maioria dos modelos de transformação, resolvida pela alocação da demanda proporcionalmente as atividades produtoras. O modelo com restrições tecnológicas, desenvolvido a

seguir, considera que determinados produtos não tem sua produção determinada pela demanda. Para a segunda questão, considera-se sempre que os insumos são proporcionais a produção e introduz-se duas hipóteses sobre como a estrutura de insumos é determinada, estas hipóteses se refletem em diferentes matrizes de transformação.

A determinação da estrutura de insumos, ou seja da matriz de transformação é feita estabelecendo-se as seguintes hipóteses sobre a tecnologia:¹¹

TECNOLOGIA DO PRODUTO - a tecnologia é uma característica de cada produto, independente da atividade que o produz. Assim, as informações disponíveis são sobre as estruturas de insumo de cada produto. As estruturas de insumo das atividades são obtidas pela média ponderada das estruturas dos produtos que produz, considerando como peso a participação de cada um desses produtos no valor da produção total (composição da produção).

TECNOLOGIA DO SETOR¹² - a tecnologia é uma característica das atividades, isto é, a tecnologia para a produção dos produtos é aquela da atividade que o produz. Assim as informações disponíveis são sobre as estruturas de insumo de cada atividade. As estruturas de insumos dos produtos serão calculadas pela média ponderada das estruturas das atividades que o produzem, considerando como peso a participação de cada atividade na produção do produto (cotas de mercado). Alguns textos chamam esta hipótese de “hipótese de market-share” confundindo a hipótese sobre tecnologia com a matriz que a reflete nas equações do modelo.

Supondo a existência de um coeficiente técnico perfeito - α_{ikj} - que represente o valor do *produto* i necessário a produção de uma unidade monetária do *produto* k na *atividade* j . Pode-se escrever o valor do produto i consumido na atividade j como:

$$un_{ij} = \sum_k \alpha_{ikj} \cdot v_{kj} \quad (0-10)$$

¹¹ Apresentadas pela primeira vez por Stone R., Bacharach M. e Bates J. (1963).

¹² Esta hipótese é normalmente chamada de tecnologia da indústria, prefiro chamar de tecnologia do setor ou da atividade para chamar a atenção que é aplicada a todas as atividades econômicas, mesmo caracterizada como uma hipótese referente a tecnologia.

Dividindo equação (0-10) pelo valor da produção por atividade chegamos a uma relação geral para os modelos de insumo-produto:

$$\frac{u_{ij}}{g_j} = \sum_k \alpha_{ikj} \frac{v_{ij}}{g_j}$$

$$b_{ij} = \sum_k \alpha_{ikj} \cdot c_{kj} \quad (0-11)$$

$$\forall i, j$$

Como não é possível obter, das estatísticas básicas, o coeficiente perfeito, introduzimos as hipóteses sobre a tecnologia:

Tecnologia do produto

Admitindo como válida a hipótese de tecnologia do produto, os coeficientes técnicos entre produto seriam independentes das atividades, ou seja:

$$\alpha_{ikj} = \alpha_{ik} \quad \forall j \quad (0-12)$$

Substituindo na equação (0-11), teríamos:

$$b_{ij} = \sum_k \alpha_{ik} \cdot c_{kj}$$

Onde α_{ik} é o valor do *produto* *i* necessário a produção de uma unidade monetária do *produto* *k*, ou seja o próprio coeficiente direto de Leontief a_{ik} . Logo:

$$b_{ij} = \sum_k a_{ik} \cdot c_{kj}$$

Matricialmente, admitindo por enquanto a matriz C quadrada e inversível:

$$B = A_p \cdot C$$

$$\Rightarrow A_p = B \cdot C^{-1}$$

Como a matriz C tem a soma dos elementos de suas colunas igual a 1 e como o produto de C pela sua inversa é a identidade, pelo resultado demonstrado no anexo I. As colunas da inversa de C também somam a unidade, atendendo a condição estabelecida para uma matriz de transformação. Logo, T é igual a matriz C^{-1} .

A inversibilidade da matriz C é garantida pelo fato de que em qualquer coluna de C o elemento da diagonal é maior que a soma dos demais.¹³

Substituindo A_p em (0-8) e A_a e a matriz T associada em(0-9) obtém-se:

$$q = (I - B \cdot C^{-1})^{-1} \cdot F_n$$

$$g = (I - C^{-1} \cdot B)^{-1} \cdot (C^{-1} \cdot F_n)$$

Onde $A_a = C^{-1} \cdot B$ e $E = C^{-1} \cdot F_n$.

Alguns autores, Viet (1994), Raa (1984 e 1988). Jansen (1990) e Konjin (1995) formulam estes modelos diretamente através das matrizes V e U. Assim:

$$\begin{aligned} A_p &= B \cdot C^{-1} \\ &= U_n \cdot \langle g \rangle^{-1} \cdot (V' \cdot \langle g \rangle^{-1})^{-1} \\ &= U_n \cdot \langle g \rangle^{-1} \cdot \langle g \rangle \cdot V'^{-1} \end{aligned}$$

¹³ Gigantes (1970), pg. 277.

$$= U_n \cdot V^{-1}$$

e

$$\begin{aligned} Aa &= C^{-1} \cdot B \\ &= (V' \cdot \langle g \rangle^{-1})^{-1} \cdot U_n \cdot \langle g \rangle^{-1} \\ &= \langle g \rangle^{-1} \cdot V'^{-1} \cdot U_n \cdot \langle g \rangle^{-1} \\ &= \langle V.i \rangle^{-1} \cdot V'^{-1} \cdot U_n \cdot \langle V.i \rangle^{-1} \end{aligned}$$

Tecnologia do setor

Sob esta hipótese os coeficientes técnicos entre produtos i e k são estabelecidos por atividade, logo:

$$\alpha_{ikj} = \alpha_{ij} \quad \forall k$$

Assim:

$$\begin{aligned} b_{ij} &= \sum_k \alpha_{ij} \cdot c_{kj} \\ b_{ij} &= \alpha_{ij} \cdot \sum_k c_{kj} \end{aligned} \quad (0-13)$$

$$\text{Como } \sum_k c_{kj} = 1 \quad \Rightarrow \quad b_{ij} = \alpha_{ij}$$

Da definição da hipótese podemos, escrever que:

$$a_{pik} = \sum_j \alpha_{ij} \cdot d_{jk}$$

Logo:

$$a_{pik} = \sum_j b_{ij} \cdot d_{jk} \quad (0-14)$$

Matricialmente:

$$A_p = B \cdot D$$

Como a soma das colunas da matriz D é igual à unidade pode-se escrever que $T = D$. Substituindo A_p e A_a em (0-8) e (0-9), obtém-se:

$$q = (I - B \cdot D)^{-1} \cdot F_n$$

$$g = (I - D \cdot B)^{-1} \cdot (D \cdot F_n)$$

Formulando a partir das matrizes V e U obtém-se:

$$\begin{aligned} A_p &= U_n \cdot \langle g \rangle^{-1} \cdot V \cdot \langle q \rangle^{-1} \\ &= U_n \cdot \langle V \cdot i \rangle^{-1} \cdot V \cdot \langle V' \cdot i \rangle^{-1} \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} A_a &= V \cdot \langle q \rangle^{-1} \cdot U_n \cdot \langle g \rangle^{-1} \\ &= V \cdot \langle V' \cdot i \rangle^{-1} \cdot U_n \cdot \langle V \cdot i \rangle^{-1} \end{aligned}$$

A organização dos dados em um sistema de informação amplo estabelece MIPs para produtos e para atividades e a metodologia desenvolvida para calculá-las introduz, para cada tipo, duas novas possibilidades, sob tecnologia do produto ou sob tecnologia do setor. Estes resultados, para as matrizes de coeficientes diretos, são resumidos no quadro abaixo:

	Tecnologia do Produto	Tecnologia do Setor
A_p	$B \cdot C^{-1}$	B.D
A_a	$C^{-1} \cdot B$	D.B

O cálculo dos coeficientes técnicos pode ser escrita como:

	Tecnologia do Produto	Tecnologia do Setor
A_p $a_{p_{ik}}$	$\sum_j b_{ij} \cdot c^{-1}_{jk}$	$\sum_j b_{ij} \cdot d_{jk}$
A_a $a_{s_{jl}}$	$\sum_i c^{-1}_{ji} \cdot b_{il}$	$\sum_i d_{ji} \cdot b_{il}$

Comentários sobre os modelos de tecnologia simples

A matriz D, tecnologia do setor, realiza quando do cálculo das matrizes de coeficientes técnicos o papel de estrutura de partição. No cálculo dos coeficientes produto por produto associa em cada atividade o produto consumido com o produto produzido através da participação deste no mercado. No coeficiente atividade por atividade associa as atividades identificando qual atividade produz seus insumos também pela cota de mercado. Em resumo é possível compreender diretamente o sentido do ponderador obtido.

No caso da tecnologia do produto a inversão da matriz C ao recalcular a composição da produto faz com que a estrutura interna perca sentido econômico. Neste caso, o modelo realiza, não como na tecnologia do setor uma partição, mas uma redistribuição de insumos. A hipótese de tecnologia do produto implica que para estimar os insumos do produto (k) a partir da estrutura (conhecida na prática) de insumos da atividade (j) subtraia dos insumos da atividade (j) aqueles associados aos seus produtos secundários e adicione os associados a produção de (k) pelas demais indústrias, assim a interpretação dos coeficientes inversos da matriz C é realizar esta redistribuição entre atividades. Nesta redistribuição aparecem elementos negativos pois é comum serem diminuídos valores acima dos disponíveis na estrutura das atividades.

Armstrong (1975) considera como a principal causa do aparecimento de coeficientes negativos o uso inadequado da hipótese de tecnologia do produto. Raa (1988) tentou testar a hipótese de que os elementos negativos eram gerados exclusivamente por erros nos dados e poderiam ser eliminados através de ajustes nos elementos das tabelas básicas, os resultados de seus testes rejeitaram esta hipótese. Konjin (1994) apresenta uma resenha da literatura e lista os três fatores que podem ser apontados como causas do aparecimento de coeficientes negativos:

- i) um produto é produzido com tecnologias diferentes, o que falsifica a hipótese;
- ii) a classificação de produtos é heterogênea com respeito às formas que um produto é produzido.

Dois ou mais produtos com diferentes estruturas de insumo são agregados, o que perturba a aplicação da hipótese;

- iii) erros nas tabelas básicas.

Existem na literatura várias propostas para eliminar os coeficientes negativos, desde a de Stone (1963)¹⁴ que simplesmente eliminava-os até metodologias mais sofisticadas como a de Almon(1968) que calcula o produto $B \cdot C^{-1}$ de forma iterativa eliminando, em cada passo, os elementos negativos que aparecem. A característica comum a todas as propostas é que executam um processo de reequilíbrio dos resultados de maneira a não alterar o modelo, Armstrong sugere executar o reequilíbrio diretamente na matriz de fluxos.¹⁵ A eliminação dos coeficientes negativos é um procedimento ad hoc que procura retirar da matriz de coeficientes diretos resultados que não teriam sentido econômico através de procedimentos que apesar de, aparentemente, construírem matrizes compreensíveis as tornam ainda mais afastadas da base de dados original.

Em uma matriz, produto por produto, calculada pelo modelo de tecnologia do produto com os dados da matriz Brasil-1980 agregados no mesmo número de produtos e atividades (mantendo a classificação de atividades e agregando apenas os produtos) o produto 320 - *Produtos da Extração de Carvão Mineral* apresentou a maior série de coeficientes negativos em sua estrutura de insumos. Observando os dados foi possível observar que a atividade *Extração de Carvão Mineral* tem 35,74% de produção secundária do produto 3210- *Produtos Diversos*, com uma produção secundária total de 38,23%. O modelo ao realizar as transferências retirou da atividade 320 os produtos associados a produção do produto 3210, como vários desses produtos não eram efetivamente consumidos na *Extração de Carvão Mineral* os coeficientes tornaram-se negativos. A transferência deste produto não é concebível pois os *Diversos*, produzidos na Extração não são os mesmos produzidos na atividade *Produtos Diversos*. A exigência do modelo de que o número de atividades seja igual ao número de setores faz com que muitos produtos heterogêneos sejam classificados no mesmo grupo.

A Tabela 0-1 apresenta a distribuição de frequências para os coeficientes de duas matrizes liquefeito calculadas com os dados de 1980 em duas classificações, com 89 e 43 atividades e produtos. Nestes testes observou-se que são calculados 540 coeficientes negativos com apenas 38 de algum peso, o menor

¹⁴ Citado em Armstrong (1975).

¹⁵ Armstrong (1975),pg. 78-81.

coeficiente é -0.03043, entre a Agricultura e a Indústria de Couros e Peles. O aparecimento de valores negativos é irrelevante no resultado geral.

Tabela 0-1

**Distribuição de freqüências da matriz(B.C⁻¹)
Brasil-1980**

<i>Classes</i>	<i>(1)</i>		<i>(2)</i>	
	<i>f</i>	<i>fr</i>	<i>f</i>	<i>fr</i>
<i>abaixo de -0.003</i>	38	0.48	16	0.87
<i>-0.003 -/ -0.001</i>	58	0.73	17	0.92
<i>-0.001 -/ -0.0001</i>	540	6.82	165	8.92
<i>-0.0001 -/ 0.0001</i>	4688	59.18	727	39.32
<i>0.0001 -/ 0.001</i>	810	10.23	195	10.55
<i>0.001 -/ 0.002</i>	276	3.48	85	4.60
<i>0.002 -/ 0.05</i>	438	5.53	525	28.39
<i>0.05 -/ 0.10</i>	275	3.47	68	3.68
<i>0.10 -/ 0.15</i>	684	8.64	19	1.03
<i>0.15 -/ 0.50</i>	61	0.77	30	1.62
<i>acima de 0.50</i>	8	0.10	2	0.11
<i>TOTAL</i>	7921	100	1849	100

Fonte: Elaboração própria.

(1) Classificação com 89 atividades e produtos

(2) Classificação com 43 atividades e produtos

Uma explicação para esta pouca importância é que, primeiro a matriz Brasil é baseada em estabelecimentos e sua classificação procura manter a homogeneidade tecnológica, uma base de dados construída sobre dados de empresas teria aumentado seu número de negativos, e segundo o pequeno peso da produção secundária¹⁶, 5.72% da produção total para 1980.

A hipótese de tecnologia do produto apresenta como inconvenientes à sua adoção o aparecimento de coeficientes negativos e a exigência de uma classificação com o mesmo número de produtos e atividades, de forma a viabilizar a inversão da matriz C. Esta restrição faz com que o uso de tabelas desagregadas, permitindo retratar o sistema econômico com detalhe, perca muito de sua riqueza. Várias atividades econômicas produzem não um mas diversos produtos principais importantes, a sua agregação faz com que a capacidade explicativa obtida com o conhecimento do detalhe seja perdida. Como, por exemplo, a atividade

¹⁶ Segundo Armstrong, op. cit., pg. 281, "o aparecimento de coeficientes negativos é freqüentemente devido a heterogeneidade tecnológica das indústrias...Países que desenvolvem pesquisas por estabelecimentos industriais considerando detalhadamente o consumo e a produção podem reduzir esta deficiência usando sua classificação de indústrias. Para o cálculo da estrutura de insumos dos produtos a agregação deve ser realizada considerando o critério de homogeneidade das estruturas".

de Refino de Petróleo, que produz gasolina, óleo lubrificante, nafta, óleo combustível, gás liquefeito de petróleo etc. Estes produtos teriam que ser classificados em um mesmo grupo - produtos do refino petróleo; ou a Agropecuária que tem tal variedade de produtos que não há o menor sentido em agrupá-los como *produtos da agropecuária*.

Os coeficientes negativos são outro inconveniente ignorado pelo defensores da tecnologia do produto, a matriz perde interpretação. Pode ser usada no modelo com bons resultados porém, a interpretação de seus coeficientes é dificultada.

O uso de tabelas retangulares, conseqüentemente a adoção da tecnologia do setor, é defendida pela Statistics Canada:

*"o formato produto - atividade tem importantes vantagens sobre o tradicional formato quadrado: (i) admite o mesmo detalhe registrado nas estatísticas econômicas; (ii) o significado de cada registro é interpretado diretamente pois é uma informação observada sem transferências fictícias e (iii) permite uma auditoria da consistência, integridade e compreensão das estatísticas econômicas."*¹⁷

Este instituto adota em suas matrizes três níveis de classificação, com respectivamente; 16, 43, 191 atividades; 49, 100 e 602 produtos e categorias do valor adicionado e 14, 14, 136 categorias de demanda final.

A maioria dos autores¹⁸ que defendem a tecnologia do produto baseia-se em argumentos abstratos, do tipo, *é a melhor representação do real*, sem apresentar resultados concretos para sua opção. Poder-se-ia considerar esta opinião se houvesse uma evidência clara da superioridade desta hipótese. Isto até hoje não foi apresentado.

¹⁷ Lal (1981), pg. 1.

¹⁸ Stone (1963), Almon(1968), Armstrong (1975), SNA-93 (1994).

Jansen (1990) apresentou uma proposta de determinar qual o melhor modelo através de um conjunto de axiomas. Seu objetivo era que os modelos fossem selecionados através de suas propriedades matemáticas, abstraindo das hipóteses adotadas. Estes axiomas foram estabelecidos a partir de duas premissas: que a matriz calculada reproduzisse os dados observados (axiomas i e ii) e que as propriedades originais da formulação de Leontief fossem reproduzidas (axiomas iii e iv).

Considerando $A(V,U)$ a matriz de coeficientes técnicos calculada a partir das tabelas básicas, o autor estabeleceu que para atender às suas premissas os modelos deveriam apresentar quatro propriedades desejáveis:

i) Equilíbrio material: o consumo intermediário calculado deve reproduzir o observado

$$A(V,U).V'.i = U.i$$

ii) Equilíbrio financeiro: o valor da produção deve reproduzir o custo dos insumos mais o valor adicionado

$$i'.A(V,U).V' = i'.U$$

iii) Invariância de preços: dada uma variação no preço dos produtos, a matriz calculada pelo modelo seria igual à calculada pela aplicação desta variação sobre a matriz original

$$A(\langle p \rangle.V, U \langle p \rangle) = \langle p \rangle.A(V, U).\langle p \rangle^{-1}$$

iv) Invariância de escala: se a produção e os insumos de cada atividade sofrem a mesma variação (a relação por atividade é mantida inalterada) o resultado do modelo reproduzirá a matriz original

$$A(V \langle s \rangle, \langle s \rangle.U) = A(V, U)$$

$$\forall s > 0$$

O autor demonstra que apenas o modelo de tecnologia do produto com matrizes produto por produto atendem aos quatro axiomas. No entanto, as matrizes atividade por atividade são desconsideradas com o argumento de não representarem as relações tecnológicas, não sendo consistentes com o *modelo de insumo-produto tradicional*.

Jansen se excede quando concluí pela superioridade do modelo de tecnologia do produto. Seus axiomas estabelecem propriedades que as matrizes geradas por esta hipótese apresentarão, porém não existe nenhuma indicação de sua superioridade. O que é possível afirmar é que o modelo de tecnologia do produto, para as matrizes entre produtos, se comportará como o modelo clássico de Leontief, ou seja, como se a tabela de produção fosse diagonal, e que as demais alternativas terão comportamentos diferentes. Não existe impedimento teórico a que se considere, em contraposição a Jansen, que os modelos em que a produção secundária se reflete na matriz calculada sejam superiores. O uso de cada opção deve somente ser considerada com cuidado, vis a vis ao objetivo do modelo a ser desenvolvido.

O trabalho de Jansen é o mais claro representante da linha *teórica* que pretende determinar o melhor modelo. A linha *pragmática* defende a escolha do modelo de acordo com os objetivos de cada trabalho.

Os reflexos desta discussão podem ser observados nos manuais das Nações Unidas. O capítulo 3 do SNA-68 apresentava todos os modelos de cálculo de coeficientes técnicos, considerando tanto as matrizes entre produtos quanto as matrizes entre atividades, e não indicava preferência por nenhuma formulação. Na revisão de 1993 a apresentação dos modelos foi retirada e é sugerido que o cálculo de matrizes **produto por produto**, sem qualquer referência às matrizes entre atividades, seja realizado em três passos:

- "a) alocação de todos os produtos, na tabela de produção, nas atividades aonde são principalmente produzidos;*
- b) rearrumar as colunas da tabela de consumo intermediário de insumos em indústrias para insumos em atividades homogêneas (sem agregação de linhas);*
- c) agregação dos produtos detalhados (linhas) da nova tabela de consumo intermediário para as atividades homogêneas identificadas nas colunas, se apropriado."*¹⁹

¹⁹ SNA-93, parágrafo 15.137.

Esta metodologia, não cria problemas no passo (a), é simples a transferência da produção secundária para atividade principal. Esta sugestão se diferencia da do SNA-68, parágrafos 3.17 a 3.23, ao sugerir a transferência somente por atividade e não mais por atividade e produto, duplicando desta forma a produção. O passo (b), no entanto, é apenas uma sugestão geral; de acordo com o parágrafo 15.139:

" o passo (b) é mais complicado pois como a base de dados se referi a indústrias e não a produtos particulares produzidos nessas indústrias. O tipo de conversão a ser feito aqui vincula a transferência dos insumos associados com a produção secundária de uma indústria para a atividade na qual é principal. Ao fazer esta transferência, dois diferentes enfoques podem ser considerados:

*através de informações complementares
através de métodos mecânicos."*

O detalhamento dos métodos mecânicos desta parte é remetido para uma futura publicação, *Handbook on Input-Output Tables*, a ser preparada pela Statistical Division of the United Nations Secretariat. Limita-se a sugerir um maior foco no levantamento de insumos associados a produção secundária. Mantém como base para esses métodos as duas hipóteses tecnológicas tradicionais porém, sugere fortemente a adoção da hipótese de tecnologia do produto.

Na opinião dos autores do SNA-93 a hipótese de tecnologia do setor resultaria em maus resultados:

"a hipótese de tecnologia do setor comporta-se de maneira um pouco deficiente, sendo:

(a) altamente implausível;

(b) não é invariante em relação aos

preços;

(c) não é invariante em relação a escala, devido a admitir cotas de mercado fixas, isto significa que os coeficientes calculados podem variar sem uma mudança na técnica;

(d) não mantêm o equilíbrio financeiro, o que significa que o axioma de renda igual aos custos mais valor adicionado para cada produto não é atendido;

*(e) a equação de balanço material de Leontief (produção total = coeficientes técnicos x produção total + demanda final) é atendido."*²⁰

No parágrafo seguinte defendem a tecnologia do produto com a seguinte argumentação:

*Ela também atende ao senso comum e é mais plausível que a tecnologia do setor"*²¹

Konjin (1994)²² critica a idéia de que a tecnologia do produto é mais plausível argumentando que, em um sistema ideal, com as atividades e produtos desagregados da forma mais detalhada possível, será sempre viável encontrar unidades de produção com dois ou mais produtos falsificando a hipótese de que cada produto da classificação tem sua tecnologia bem definida. As indústrias químicas são o exemplo mais flagrante desta argumentação, os mesmos produtos podem ser fabricados por diferentes processos em diferentes unidades produtivas.

²⁰ op. cit., parágrafo 15.146.

²¹ op. cit., parágrafo 15.147.

²² Konjin (1994), p. 124.

A argumentação apresentada no SNA-93 é claramente influenciada pelos axiomas de Jansen²³, lamentavelmente o manual apenas se refere a estes axiomas sem descrevê-los ou indicar sua referência, fazendo com que as suas alegações fiquem dissociadas do contexto teórico aonde foram desenvolvidas. Seus argumentos são vagos ao apresentar os deméritos do modelo baseado na tecnologia do setor e deixam margem para incompreensões. Pode-se comentar sobre estas observações que:

- o item b não esclarece o que é invariância em relação aos preços, deixa transparecer que os coeficientes calculados pela tecnologia do produto não se alterariam com as variações de preços, o que não é o estabelecido pelo axiomas de preços;
- o item c afirma que a tecnologia do setor permite variações nos coeficientes técnicos sem mudanças técnicas, essa afirmação é claramente falaciosa, qualquer coeficiente técnico calculado a partir de dados em valor pode sofrer alterações sem mudanças técnicas. O manual não se refere, que por outro lado, os coeficientes calculados a partir das tabelas básicas podem ficar constantes e ter havido uma mudança técnica. para isto basta ocorrer uma composição entre V e U que se compensando não modifique a matriz A, improvável porém possível;
- a alegação (d) se relaciona com um conceito fictício: o *valor adicionado por produto*. Ambas as hipóteses realizam transformações da renda efetivamente gerada nas atividades para um *valor adicionado por produto* através das matrizes D e C, ou seja ambas deformam o conceito básico. Além do que, admitir como a hipótese de tecnologia do produto que a renda é gerada pelos produtos, dissociados das atividades, me parece uma hipótese fraca.

A posição sugerida no SNA-93 não é uma unanimidade, entre os especialistas, como possa parecer pelo texto publicado. Kishori Lal apresenta uma opinião contrária em seu relatório com comentários sobre a revisão do sistema:

²³ Esta influência fica patente na resenha, publicada por Viet (1994) um dos especialistas em insumo-produto da Statistical Division das Nações Unidas, sobre os vários modelos.

"A versão revista opta pela hipótese de tecnologia do produto. Temos sérias reservas sobre esta recomendação. A hipótese de tecnologia do produto é válida se for possível desenvolver um vetor de insumos para cada um dos aproximadamente vinte mil produtos identificáveis no mercado. É, entretanto, completamente irreal procurar obter essa base de dados. Agregando vinte mil produtos em um conjunto gerenciável de 500-1000, ou mesmo em 200-300, grupos de produtos dificilmente será chamada de uma reprodução da tecnologia dos produtos. Neste nível de agregação de produtos ou indústrias, Neste nível de agregação dificilmente haverá alguma diferença entre os dois conjuntos. Além disso, é evidente que pelo menos alguns aspectos da tecnologia do setor são mais plausíveis que os da tecnologia do produto. Aspectos como Pesquisa e Desenvolvimento, habilidades gerenciais e estilo gerencial, que são característicos das indústrias ou específicos da firma, afetam com a mesma importância e da mesma maneira todos os produtos produzidos em uma determinada indústria. A hipótese de tecnologia do produto é resultado da percepção de que as mesmas quantidades de insumos são necessárias para produzir determinado produto, sem importar quem o produz.

Uma outra razão, para que não apoiemos a tecnologia do produto são os propósitos de construção de modelos, a manipulação algébrica é mais fácil adotando tecnologia do setor. A hipótese de tecnologia do setor não exige que as tabelas retangulares sejam artificialmente transformadas em tabelas quadradas.

...Pelas razões expostas, sugerimos que o SNA revisado não recomende preferência por nenhuma hipótese."²⁴

A conclusão que é possível depreender das discussões que vem sendo publicadas, há pelo menos vinte anos, é que os defensores de cada uma destas tecnologias não conseguem provar a superioridade de nenhuma delas. Há a concordância na inadequação de todas as hipóteses para representar o sistema econômico porém, seu uso é inevitável a menos que se abandone a análise de insumo-produto. A discussão é desvirtuada quando o objetivo se transforma de aumentar a compreensão sobre as várias opções para estabelecer algum tipo de hierarquia entre estas opções.

Modelo de tecnologia mista

Os modelos simples consideram como válida uma única hipótese sobre a tecnologia. Esta restrição faz com que alguns elementos das matrizes sejam calculados através de hipóteses claramente inadequadas. Para romper com este tipo de limitação foram desenvolvidos modelos que dividem os produtos em categorias e as associam às diferentes hipóteses sobre tecnologia. Estes modelos foram apresentados, inicialmente, por UN (1967)²⁵ e Gigantes (1968 e 1970) e, posteriormente, incorporados ao corpo do SNA-68.

Os modelos mistos, a seguir descritos, só serão viáveis se a classificação de produtos adotada permitir a associação do valor de produção de um produto a uma das hipóteses consideradas. Esta associação pode ser feita para a totalidade de um produto ou apenas para uma parcela, de acordo com as características de sua produção por atividade. Segundo Armonstrong:

“é bastante possível que elementos não diagonais na matriz V agreguem mais de um produto e pode ser desejável alocar parte

²⁴ Lal (1992), p.40.

²⁵ U. N (1967), *Proposal for the Revision of SNA 1952*, Statistical Commission, Document E/CN.3/356, U.N. Secretariat, New York. Citado em Gigantes (1970).

da célula como tecnologia do produto e parte como tecnologia do setor.”²⁶

Existem várias formulações dos modelos mistos. Neste texto são examinadas as duas mais freqüentemente utilizadas:

MODELOS DE TECNOLOGIA MISTA - consideram um grupo de produtos sob tecnologia do produto e outro sob tecnologia do setor, e;

MODELOS COM RESTRIÇÕES TECNOLÓGICAS A PRODUÇÃO - considera-se a estrutura de insumos sob a hipótese de tecnologia do setor (matriz B) e introduz-se restrições tecnológicas a produção de grupos de produtos, como por exemplo, produtos cuja produção deverá ser proporcional ao valor total da produção da atividade.

Modelos de tecnologia mista

O modelo de tecnologia mista divide a matriz de produção em duas matrizes:

$$V = V_1 + V_2$$

Onde V_1 representa os produtos que são tratados pela hipótese de tecnologia do produto e V_2 aqueles tratados através da hipótese de tecnologia do setor.

Desta partição da produção é possível escrever:

valor da produção por atividade

$$g = g_1 + g_2 \tag{ 0-15}$$

onde:

²⁶ Armstrong (1975), pg. 78.

$$g_1 = V_1 \cdot i$$

$$g_2 = V_2 \cdot i$$

e

valor da produção por produto

$$q = q_1 + q_2$$

onde:

$$q_1 = V_1' \cdot i$$

$$q_2 = V_2' \cdot i$$

(0-16)

Para cálculo das matrizes de transformação admite-se, para cada atividade, que a produção associada à tecnologia do produto é função dos produtos que produz sob esta hipótese ($g_1 = f(q_1)$) e, que a parcela associada à tecnologia do setor é função da participação da atividade no mercado total do produto ($g_2=f(q)$).²⁷

Os vetores de produção por atividade podem ser escritos por:

i) para os produtos considerados com tecnologia do produto:

$$q_1 = C_1 \cdot g_1$$

$$g_1 = C_1^{-1} \cdot q_1$$

(0-17)

ii) para os produtos com produção proporcional, ou seja, com tecnologia de produção estabelecida por sua atividade produtora:

$$g_2 = D_2 \cdot q$$

(0-18)

²⁷ A definição da matriz de transformação para a tecnologia do setor não é clara na maioria dos textos sobre cálculo de coeficientes técnicos. O SNA-68 simplesmente apresenta a equação de transformação sem esclarecimentos. Armstrong (1975), supõe inicialmente as cotas de mercado calculadas em função de q_2 e mostra em seguida que o modelo só terá solução se admitir-se as cotas de mercado calculadas em função do total q .

onde:

$$C_1 = V_1' \cdot \langle g_1 \rangle^{-1}$$

$$D_2 = V_2 \cdot \langle q \rangle^{-1} \Rightarrow V_2 = D_2 \cdot \langle q \rangle \quad (0-19)$$

Substituindo (0-19) em (0-16) :

$$\begin{aligned} q_2 &= V_2' \cdot i = (D_2 \cdot \langle q \rangle)' \cdot i = \\ &= \langle q \rangle \cdot D_2 \cdot i = \langle (D_2' \cdot i) \rangle \cdot q \end{aligned}$$

Substituindo (0-17) e (0-18) em (0-15):

$$\begin{aligned} g &= C_1^{-1} \cdot q_1 + D_2 \cdot q \\ &= C_1^{-1} \cdot (q - q_2) + D_2 \cdot q \\ &= C_1^{-1} \cdot q - C_1^{-1} \cdot \langle (D_2' \cdot i) \rangle \cdot q + D_2 \cdot q \\ &= [C_1^{-1} - C_1^{-1} \cdot \langle (D_2' \cdot i) \rangle + D_2] \cdot q \end{aligned}$$

Assim:

$$g = [C_1^{-1} \cdot (I - \langle (D_2' \cdot i) \rangle + D_2)] \cdot q$$

Com estas substituições calcula-se uma matriz de transformação R de produtos em atividades para um modelo de tecnologia mista, assim:

$$g = R \cdot q$$

$$\text{onde } R = C_1^{-1} \cdot (I - \langle D_2' \cdot i \rangle) + D_2$$

A matriz inversa de C1 não tem interpretação possível, como já analisado anteriormente.

A matriz $(I - \langle D_2' \cdot i \rangle)$ pode ser interpretada como a proporção entre a parcela da produção considerada como tecnologia do produto e a produção total para cada produto. O produto $(D_2' \cdot i)$ é a soma dos elementos das colunas da matriz D_2 . Como a matriz $(I - \langle D_2' \cdot i \rangle)$ é uma matriz diagonal, é possível definir seu elemento diagonal - β_1 , que é também igual ao total da soma das colunas, como:

$$\beta_i = \left(1 - \sum_j \frac{V_{2ji}}{q_i}\right) = \left(1 - \frac{1}{q_i} \sum_j V_{2ji}\right)$$

$$= \left(1 - \frac{q_{2j}}{q_j}\right) = \left(\frac{q_i - q_{2i}}{q_i}\right)$$

$$\beta_i = \frac{q_{1i}}{q_i}$$

A matriz de coeficientes técnicos, entre atividades, é calculada por R.B e, a entre produtos, por B.R.

Considerando i e k produtos e j e l atividades, seus elementos podem ser escritos como:

$$A_p = B.R$$

Com:

$$a_{p_{ik}} = \sum_j b_{ij} \cdot (c_{1j}^{-1} \cdot \beta_1 + d_{2j})$$

e

$$A_a = R.B$$

Com:

$$a_{s_{jl}} = \sum_i (c_{1i}^{-1} \cdot b_{ij} + d_{2i}) \cdot b_{il}$$

Para que a matriz R seja considerada uma matriz de transformação a soma dos elementos de suas colunas deve ser igual a 1. Para verificar esta característica observa-se inicialmente que as colunas da matriz C1 somam 1:

$$\sum_i c_{1ij} = \sum_i \frac{v_{1ij}}{q_{1j}} = \frac{1}{q_{1j}} \sum_i v_{1ij} = \frac{q_{1j}}{q_{1j}} = 1$$

Como já demonstrado, a inversão da matriz C1 preserva esta característica.. Portanto, a sua premultiplicação por qualquer outra matriz preservará, na matriz resultante, a soma dos elementos das colunas desta matriz. Desta forma, a soma dos elementos das colunas de $C_1^{-1} \cdot (I - D_2 \cdot i)$ será igual a β_1 .

Como:

$$\sum_j d_{ji} = \sum_j \frac{v_{ji}}{q_i} = \frac{1}{q_i} \sum_j v_{ji} = \frac{q_{2i}}{q_i}$$

A soma dos elementos das colunas de R pode ser escrita como:

$$\beta_i + \sum_j d_{ji} = \frac{q_{1i}}{q_i} + \frac{q_{2i}}{q_i} = \frac{(q_{1i} + q_{2i})}{q_i} = 1$$

Aparentemente²⁸, este modelo calcularia matrizes de coeficientes técnicos variando entre duas posições extremas, isto é, $V_1 = 0$ ou $V_2 = 0$. Admitindo-se a matriz $V_1 = 0$, o modelo misto se reduziria ao modelo simples de tecnologia do setor. Por outro lado, quando $V_2 = 0$ o modelo se reduziria ao modelo simples de tecnologia do produto.

Analisando a matriz R nota-se que não é possível a partição da produção entre V_1 e V_2 de forma irrestrita. As características de R introduzem restrições a esta partição.

Quando V_1 é uma matriz diagonal o modelo se reduz ao modelo simples de tecnologia do setor, $R = D$. Portanto, para que o modelo misto tenha efeito deve haver alguma produção secundária considerada como tecnologia do produto. Isto pode ser demonstrado por:

os elementos da matriz R podem ser escritos como:

$$r_{ij} = \begin{cases} \beta_i + d_{ij} & i = j \\ d_{ij} & i \neq j \end{cases}$$

²⁸ Alguns autores, como Armstrong (1970), pg. 75, fazem este tipo de análise.

$$r_{ij} = \begin{cases} \frac{q_{1,ij}}{q_i} + \frac{v_{2,ij}}{q_i} & i = j \\ \frac{v_{2,ij}}{q_i} & i \neq j \end{cases}$$

Como V1 é diagonal $v_{1,ij} = q_{1,i} = q_{1,j}$ e $v_{2,ij} = v_{ij}$, reduzindo R a:

$$r_{ij} = \begin{cases} \frac{v_{1,ij}}{q_i} + \frac{v_{2,ij}}{q_i} = \frac{v_{ij}}{q_i} & i = j \\ \frac{v_{2,ij}}{q_i} = \frac{v_{ij}}{q_i} & i \neq j \end{cases}$$

Logo, $R = D$.

Para que a matriz C1 seja inversível as atividades que produzirem somente seu produto principal deverão alocar pelo menos uma parcela de sua produção em V1 de forma a evitar linhas nulas tornando a matriz singular.

Nesta formulação, como no modelo simples de tecnologia do produto, a inversão da matriz C1 pode gerar coeficientes técnicos negativos.

Modelos com restrições tecnológicas a produção

Nos modelos de tecnologia simples os produtos secundários são tratados como um grupo homogêneo. Na realidade, pode-se distinguir duas categorias de produtos secundários: os produtos secundários ordinários, com estrutura de insumo característica; e os produtos conjuntos que, sendo resultado de um único processo produtivo, partilham uma única estrutura de insumos com outros produtos. Dentre estes, são identificadas, ainda, duas classes.

A primeira reúne grupos de produtos que resultam de um mesmo processo produtivo em proporções tecnicamente estabelecidas, porém existindo demanda de mercado por cada um deles. São chamados produtos conjuntos e, podem ser exemplificados pelos produtos do Refino de Petróleo - gasolina, óleo diesel, óleo combustível, gás liquefeito etc. - ou os das Usinas Integradas de Açúcar e Alcool

A segunda consiste dos chamados subprodutos, produtos não sensíveis à demanda do mercado, sua produção é determinada pela produção total da atividade. Podem ser exemplificados por sucata de metal, tortas ou farelo de soja ou bagaço de cana-de-açúcar.

O modelo com restrições tecnológicas é formulado considerando a hipótese de tecnologia do setor mais as equações com as restrições à produção dos subprodutos e/ou produtos conjuntos.

Modelo com subprodutos

Esta formulação considera que uma parcela da produção é produzida proporcionalmente à produção total da atividade. A matriz de produção é dividida, então, em duas matrizes: V_1 representando a produção dos produtos principais e secundários e V_2 a dos subprodutos.

Para os produtos considerados como produtos principais considera-se a equação do modelo de tecnologia do setor simples, ou seja:

$$D_1 = V_1 \cdot \langle q_1 \rangle^{-1}$$

O que permite escrever a produção dos produtos principais e secundários como:

$$V_1 = D_1 \cdot \langle q_1 \rangle$$

Para a produção dos produtos do segundo grupo, proporcional ao valor da produção total da atividade, admite-se que:

$$q_2 = C_2 \cdot g$$

onde a matriz C_2 que mostra as proporções dos subprodutos na produção das atividades é calculada por:

$$C_2 = V_2' \cdot \langle g \rangle^{-1}$$

Assim a produção dos subprodutos é representada por:

$$\begin{aligned} V_2 \cdot i &= (C_2 \cdot \langle g \rangle)' \cdot i \\ &= \langle g \rangle' \cdot C_2' \cdot i \\ &= \langle g \rangle \cdot (C_2' \cdot i) \\ &= \langle C_2' \cdot i \rangle \cdot g \end{aligned}$$

O valor da produção por atividade pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} g &= g_1 + g_2 \\ &= V_1 \cdot i + V_2 \cdot i \\ &= D_1 \cdot q_1 + \langle C_2' \cdot i \rangle \cdot g \end{aligned}$$

(0-20)

Substituindo q_1 em (0-20) por $(q - q_2)$:

$$\begin{aligned} g &= D_1 \cdot (q - q_2) + \langle C_2' \cdot i \rangle \cdot g \\ &= D_1 \cdot q - D_1 \cdot q_2 + \langle C_2' \cdot i \rangle \cdot g \\ &= D_1 \cdot q - D_1 \cdot C_2 \cdot g + \langle C_2' \cdot i \rangle \cdot g \end{aligned}$$

Colocando g em evidência, tem-se:

$$\begin{aligned} g + D_1 \cdot C_2 \cdot g - \langle C_2' \cdot i \rangle \cdot g &= D_1 \cdot q \\ g \cdot (I + D_1 \cdot C_2 - \langle C_2' \cdot i \rangle) &= D_1 \cdot q \end{aligned}$$

$$\Rightarrow g = H \cdot q$$

$$\text{onde } H = (I + D_1 \cdot C_2 - \langle C_2' \cdot i \rangle)^{-1} \cdot D_1$$

A existência da inversa, necessária ao cálculo de H, é garantida pela condição de que a produção dos subprodutos, em cada atividade, não ultrapasse metade da produção total.²⁹

A matriz H, como as matrizes de transformação, tem a soma dos elementos de suas colunas igual a 1. Como a soma das colunas da matriz D1 é igual a 1, característica demonstrada da mesma forma como para a matriz D, a matriz inversa da equação de H deverá ter a soma dos elementos de suas colunas iguais a 1 para que H apresente a característica de uma matriz de transformação.

Para que isto ocorra, as três matrizes de $(I + D_1 \cdot C_2 - \langle C_2' \cdot i \rangle)^{-1}$, na equação de H, devem ter suas colunas somando 1. Destas a matriz I tem esta característica por definição, assim, resta mostrar que a diferença $(D_1 \cdot C_2 - \langle C_2' \cdot i \rangle)$ tem soma das colunas nula.

Como D1 tem soma 1, seu produto por C2 faz com que a soma das colunas da matriz resultante seja igual a de C2. A matriz $\langle C_2' \cdot i \rangle$ é uma matriz diagonal com cada elemento igual à soma das colunas de C2, portanto a soma de suas colunas é a mesma da matriz C2. Isto que faz com que estes totais se anulem em $D_1 \cdot C_2 - \langle C_2' \cdot i \rangle$, logo a matriz inversa tem suas colunas somando 1.

A matriz entre atividades é calculada por: H.B e a entre produtos por B.H, e o modelo de Leontief é escrito como:

$$q = (I - B.H)^{-1} \cdot D_1$$
$$g = (I - H.B)^{-1} \cdot H.Fn$$

A formulação deste modelo apresenta uma característica que é única entre os modelos de transformação para cálculo dos coeficientes técnicos, a classificação a ser adotada não necessita ter o mesmo número de atividades e produtos. Isto permite que se possa construir as tabelas básicas com um número maior de produtos e, conseqüentemente, uma melhor representação da economia. Todas as demais formulações restringem esta característica ao exigir inversões das matrizes derivadas da tabela de produção.

²⁹ Gigantes (1970), pg. 275.

Ao possibilitar um número de produtos maior que o número de atividades esta formulação permite que determinados produtos sejam considerados unicamente como subprodutos, ou seja, sua produção é inteiramente alocada em V2, deixando uma coluna nula em V1.

Para que estes sistemas tenham garantia de solução nenhum produto pode ser considerado como produzido unicamente como subproduto.³⁰ Quando isto ocorre a matriz H é modificada. A matriz D1 não terá a soma de suas colunas igual a 1, as colunas dos produtos considerados integralmente como subprodutos é nula, isto faz com que H também não apresente esta característica. A matriz C₂, por sua vez, terá as linhas associadas aos produtos nulas, isto faz com que o produto D₁ . C₂ se anule. Isto pode ser visto no esquema abaixo. Seja uma economia com duas atividades e três produtos, sendo o produto 3 um subproduto, produzido pela atividade 1 e 2 nas proporções m e n.

$$D_1.C_2 = \left| \begin{array}{ccc|c} d_{11} & d_{12} & 0 & x \\ d_{21} & d_{22} & 0 & \\ \hline & & & \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ m \\ n \end{array} \right| = 0$$

A matriz H se reduz a:

$$H^* = (I - \langle C_2^* \cdot i \rangle) \cdot D_1$$

Neste caso, além de não existir garantia de solução para o modelo, a participação do consumo intermediário no valor total da produção não mais é preservada pois H* não tem a soma dos elementos de suas colunas iguais a 1. Esta distorção não afeta os modelos de projeção da produção, se existir uma solução, mas torna esta formulação inadequada para modelos de preço.³¹

Para evitar que o produto D₁.C₂ se anule, e conseqüentemente o modelo possa vir a não ter solução, sugere-se que os subprodutos sejam agregados a outros produtos, principais ou secundários ordinários, de modo que a matriz V₁ não contenha coluna totalmente nula.

³⁰ Idem.

³¹ Estes resultados são demonstrados em Ramos (1983). As matrizes de 1970, 1975 e 1980 para o Brasil seguiram esta formulação.

Esta formulação não gera coeficientes negativos e, no caso do mesmo número de produtos e atividades uma matriz V_1 diagonal não altera o modelo.

Modelo com subprodutos e produtos conjuntos

Este modelo é desenvolvido dividindo-se a matriz de produção em três partes:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

onde: V_1 e V_2 são definidas como nos modelos anteriores e V_3 é a matriz dos valores de produção dos produtos conjuntos. Estes produtos são considerados como um grupo e os produtos individuais, dentro de cada grupo, são produzidos de acordo com sua importância relativa no grupo (definida por padrões tecnológicos), de acordo com a demanda do mercado.

A primeira questão que se apresenta neste modelo é como determinar a demanda agregada por um grupo de produtos conjuntos. O sistema estatístico observa a demanda pelos produtos que compõem o grupo individualmente, desta forma deve ser introduzida no modelo uma função de transformação da demanda individual para uma demanda agregada e em seguida esta demanda agregada é redistribuída de forma a definir a produção de cada um.

O primeiro passo no desenvolvimento do modelo é definir uma matriz V_3 , para cada atividade j , que produza produtos conjuntos. A matriz V_{3j} , que mostra os valores de produção dos produtos conjuntos da atividade j , é definida como o produto de três matrizes:

$$V_{3j} = D_{3j} \cdot (<q_1> + <q_3>) \cdot T_{3j}$$

onde: - D_{3j} é a matriz de participação no mercado dos produtos da atividade j , tem a mesma dimensão que V e elementos não nulos somente na linha do setor j ;

- T_{3j} contém os coeficientes que representam as proporções em que os produtos conjuntos

da atividade j são produzidos entre si.

Para os dois grupos é possível escrever as matrizes de produção associadas como:

$$V_1 = D_1 \cdot \langle q_1 \rangle$$

$$V_2' = C_2 \cdot \langle g \rangle \Rightarrow V_2 = \langle g \rangle \cdot C_2'$$

Como:

$$g = g_1 + g_2 + g_3$$

$$g = V_1 \cdot i + V_2 \cdot i + V_3 \cdot i \quad (0-21)$$

e

$$V_1 \cdot i = D_1 \cdot \langle q_1 \rangle \cdot i = D_1 \cdot q_1 \quad (0-22)$$

$$V_2 \cdot i = \langle g \rangle \cdot C_2' \cdot i = \langle C_2' \rangle \cdot i \cdot g \quad (0-23)$$

$$\begin{aligned} V_3 \cdot i &= \left(\sum_j V_{3j} \right) \cdot i = \left[\sum_j D_{3j} \cdot (\langle q_1 \rangle + \langle q_2 \rangle) \cdot T_{3j} \right] \cdot i \\ &= D_3 \cdot (\langle q_1 \rangle + \langle q_3 \rangle) \cdot \sum_j T_{3j} \end{aligned}$$

onde: $D_3 = \sum_j D_{3j}$

Como $\sum_j T_{3j} = 1$, temos que:

$$V_3 \cdot i = D_3 \cdot (q_1 + q_3)$$

Como $q_1 + q_3 = q - q_2 = q - C_2 \cdot g$, temos que:

$$V_3 \cdot i = D_3 \cdot (q - C_2 \cdot g) = D_3 \cdot q - D_3 \cdot C_2 \cdot g \quad (0-24)$$

Substituindo (0-22), (0-23) e (0-24) em (0-21)

$$g = D_1 \cdot q_1 + \langle C_2' \rangle \cdot i \cdot g + D_3 \cdot q - D_3 \cdot C_2 \cdot g \quad (0-25)$$

Para o valor da produção dos produtos escreve-se:

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$V_2' \cdot i = C_2 \cdot \langle g \rangle \cdot i \Rightarrow q_2 = C_2 \cdot g$$

$$q_1 = q - q_2 - q_3$$

$$q_3 = V_3' \cdot i = \left[\sum_j D_{3j} \cdot (\langle q_1 \rangle + \langle q_2 \rangle) \cdot T_{3j}' \cdot i \right] \quad (0-26)$$

$$= \left[\sum_j T_{3j}' \cdot (q_1 + q_2) \cdot (\langle D_{3j}' \cdot i \rangle) \right]$$

Substituindo $(q_1 + q_2) = q - q_2 = q - C_2 \cdot g$, na equação (0-26):

$$q_3 = \sum_j T_{3j}' \cdot (q - C_2 \cdot g) \cdot (\langle D_{3j}' \cdot i \rangle)$$

$$q_3 = \sum_j T_{3j}' \cdot (\langle D_{3j}' \cdot i \rangle) \cdot q - \sum_j T_{3j}' \cdot (\langle D_{3j}' \cdot i \rangle) \cdot C_2 \cdot g$$

Substituindo em (0-25), temos:

$$g = D_1 \cdot (q - C_2 \cdot g - \sum_j T_{3j}' \cdot (\langle D_{3j}' \cdot i \rangle) \cdot q + \sum_j T_{3j}' \cdot (\langle D_{3j}' \cdot i \rangle) \cdot C_2 \cdot g) + \langle C_2' \cdot i \rangle \cdot$$

$$i \rangle \cdot g + D_3 \cdot q - D_3 \cdot C_2 \cdot g$$

$$g = D_1 \cdot q - D_1 \cdot C_2 \cdot g - D_1 \sum_j T_{3j}' \cdot (\langle D_{3j}' \cdot i \rangle) \cdot q +$$

$$D_1 \sum_j T_{3j}' \cdot (\langle D_{3j}' \cdot i \rangle) \cdot C_2 \cdot g + \langle C_2' \cdot i \rangle \cdot g + D_3 \cdot q - D_3 \cdot C_2 \cdot g$$

$$g = [D_1 - D_1 \sum_j T_{3j}' \cdot (\langle D_{3j}' \cdot i \rangle) + D_3] \cdot q -$$

$$C_2 \cdot g \cdot [D_1 - D_1 \sum_j T_{3j}' \cdot (\langle D_{3j}' \cdot i \rangle) + D_3] + \langle C_2' \cdot i \rangle \cdot g$$

Chamando $L = D_1 \cdot [1 - \sum_j T_{3j}' \cdot (\langle D_{3j}' \cdot i \rangle)] + D_3$, a equação fica:

$$g = L \cdot q - L \cdot C_2 \cdot g + \langle C_2' \cdot i \rangle \cdot g$$

$$g \cdot (1 + L \cdot C_2 - \langle C_2' \cdot i \rangle) = L \cdot q$$

$$g = (I + L \cdot C_2 - \langle C_2', i \rangle)^{-1} \cdot L \cdot q$$

Chamando $K = (I + L \cdot C_2 - \langle C_2', i \rangle)^{-1} \cdot L$, temos, finalmente, uma matriz com as características das matrizes de transformação T. A existência da inversa é garantida pelas condições:³²

a) os subprodutos não constituem mais do que um quarto da produção total de cada atividade;

b) nenhum produto é produzido somente como produto conjunto;

A existência de solução para o modelo exige, adicionalmente, que nenhum produto seja produzido somente como subproduto.

Neste caso a formulação do modelo fica como:

$$g = (I - K \cdot B)^{-1} \cdot (K \cdot F_n)$$

$$q = (I - B \cdot K)^{-1} \cdot F_n$$

A opção por esta formulação introduz uma maior necessidade por dados detalhados, é necessário não só identificar quais produtos são produzidos de forma conjunta, qual sua importância no total e qual a estrutura interna entre os produtos conjuntos (matriz T_{3j}).

Uma outra questão a ser considerada é, se uma formulação com esta complexidade, teria uma contrapartida na estrutura real do sistema produtivo. Ou seja, existem tantos produtos conjuntos e com valor relevante o suficiente para justificar a opção por este modelo? Observando as tabelas para o Brasil os produtos conjuntos relevantes seriam os derivados de petróleo, mas teriam que ser considerados unicamente como produtos conjuntos rompendo com as condições de existência de solução do modelo. Por outro lado,

³² Gigantes (1970), pg. 277.

rompendo com esta condição, ao considerar alguns produtos unicamente como conjuntos a matriz L reduz-se à matriz D_1 , ou seja o modelo reduz-se ao modelo somente com subprodutos.³³

É possível considerar que como há este tipo de restrição, somente em muito poucos casos haverá possibilidade de classificar um produto conjunto como exigido e com importância dentro do sistema produtivo que justifique a escolha por esta formulação. A literatura consultada não mostra sua adoção em nenhum país.

Modelos adotados nas matrizes brasileiras

Introdução

O DECNA optou por calcular matrizes atividade por atividade a partir de tabelas básicas retangulares, considerando que um maior número de produtos permitia um melhor detalhamento da produção e do consumo. Esta opção limita os modelos de cálculo de coeficientes técnicos àqueles baseados na hipótese de tecnologia do setor, considerando ou não produtos com produção proporcional a produção da atividade. O modelo adotado nas matrizes de 1970, 1975 e 1980 foi o modelo com subprodutos, já a matriz de 1980 foi calculada pelo modelo de tecnologia simples sem considerar subprodutos.

Apesar de se basearem sobre um modelo de cálculo muito semelhante as matrizes brasileiras sofreram modificações que devem ser consideradas.

³³ Esta redução é demonstrada em Ramos (1983), pg. 12. “Dado que as colunas de D_1 referentes aos produtos conjuntos são nulas, e a matriz $[I - \sum_j T_{3j} \cdot (< D_{3j} \cdot i >)]$ tem nas colunas dos demais produtos (não conjuntos) 1 na diagonal e 0 nos outros elementos. Isto faz com que seu produto por D_1 resulte em D_1 , e $L=D_1 + D_3$ é igual a matriz D_1 do modelo de subprodutos. Desta forma K é igual a H.”

Amplitude do valor da produção

A amplitude do conceito de produção adotado pelo IBGE mudou na matriz de 1980. Com a sua integração ao NSCN houve necessidade de se adotar um conceito mais amplo que o até então adotado.

A matriz de 1970 definia seu conceito de produção como:

“Visando as matrizes analisar o comportamento dos setores produtivos face a estímulos exógenos, procurou-se excluir desta categoria atividades com comportamento peculiares devido tanto a motivações específicas como a particularidade de sua forma de organização e relacionamento com as demais atividades econômicas”³⁴

Ao adotar este conceito foram excluídas as atividades não empresariais do setor público, as instituições privadas sem fins lucrativos, as atividades das famílias para autoconsumo, as empregadas domésticas e todas as atividades associadas ao mercado informal desde que sem relacionamento direto com as atividades produtivas. Os argumentos utilizados, para a adoção de um conceito restrito, eram que as categorias excluídas não tinham um comportamento determinado pelos setores produtivos portanto, sua inclusão poderia mascarar os resultados das análises e, que sua introdução incorporaria na matriz atividades que tem sua produção valorada arbitrariamente (valoração através de seus custos) impossibilitando sua agregação (soma) às demais.

O conceito restrito da matriz de 1970 foi também adotado na matriz de 1975, em ambas a definição formal de atividade produtiva era:

são consideradas como integrantes dos setores produtivos atividades econômicas organizadas dentro do sistema capitalista,

³⁴ IBGE (1979), p. 4.

utilizando geralmente mão-de-obra assalariada e visando o lucro”³⁵

A integração ao NSCN da matriz de 1980 exigia que os agregados econômicos obtido a partir das tabelas da matriz fossem coerentes com os das tabelas do novo sistema. Isto obrigou que o conceito de produção estrito até então adotado fosse ampliado, adotando-se o conceito amplo proposto pelas recomendações internacionais:

a produção é a atividade econômica socialmente organizada que consiste em criar bens e serviços que são trocados habitualmente no mercado e/ou são obtidos a partir de fatores de produção comercializados no mercado.³⁶

Esta mudança fez com as atividades de administração pública, aluguel de imóveis, serviços não mercantis (governo, saúde e educação), e serviços privados não mercantis (serviços domésticos e instituições privadas sem fins lucrativos) fossem incorporados a produção além da incorporação nas atividades já consideradas do trabalho informal (biscateiros, autônomos em geral etc.). A importância desta mudança pode ser vista pelo valor adicionado bruto pelo setor institucional famílias, de seu total, 20.33% vieram dos alugueis e serviços domésticos, até então não incluídos na matriz.³⁷

A mudança de conceito e a integração ao NSCN faz com a série de matrizes para o Brasil realmente comece em 1980, as matrizes anteriores podem ser usadas para análises pontuais mas não em comparações ou em séries para projeção.

³⁵ IBGE (1987), p. 1 e IBGE (1979), p.4.

³⁶ IBGE (1988), p. 31.

³⁷ IBGE (1988), Anexo I, tabela 26 - A.

Classificação de Atividades e produtos

As quatro matrizes foram calculadas com diferentes classificações de atividades e produtos. A matriz de 1970 foi construída a partir de tabelas básicas com 160 produtos e 87 setores, a substituição do termo setor pelo atividade ocorreu na matriz de 1980 para diferenciar as atividades produtivas, até então setores, dos setores institucionais que faziam parte dos quadros do NSCN. Para 1975, estabeleceu-se 261 produtos e 123 atividades. A matriz de 1980, a primeira integrada, foi calculada com duas classificações diferentes, no nível 100 apresentava 136 produtos e 90 atividades e no nível 50 respectivamente 53 e 45. Inicialmente a classificação de 1980 seria a base de uma série de matrizes por 10 anos. Entretanto, a matriz de 1985 foi publicada em um novo nível, chamado Nível 80, com 42 atividades e 80 produtos.

A classificação de produtos de 1970 considerava como produto o *Produtos não especificados* que agregava todos os produtos sem uma identificação, nas estatísticas básicas, que possibilitasse sua associação com algum produto da classificação. Este produto não foi considerado nas demais matrizes aonde, necessariamente, o valor de uma operação que envolvesse um produto deveria ser associado a algum produto da classificação.

Em 1970 e 1975 a tabela de consumo intermediário considerava o produto *Variação de estoques de produtos em elaboração* que tinha como único destino a demanda final, a partir de 1980 este produto foi eliminado da classificação, o que em nada afetou as matrizes.

Setores Dummy e Erros e Omissões

As atividades Dummy Reparação e Dummy Empresas criadas nas tabelas básicas das matrizes de 1970, 1975 e 1980 são um artifício com dois objetivos:

- i) nos procedimentos de construção das tabelas básicas é possível identificar sérios desequilíbrios entre a oferta e a demanda de alguns produtos se, após todas as tentativas de ajuste, estas diferenças permanecessem a diferença era colocada em uma coluna de Erros e Omissões (eliminada a partir da

matriz de 1980) ou, no caso de peças e acessórios para manutenção ou de gastos em insumos não associados diretamente a produção, nos setores fictícios Dummy Reparação e Dummy Empresas;

ii) para evitar que no modelo de insumo-produto variações da demanda final tivessem impacto sobre a produção de determinados produtos. Admitia-se que os produtos associados às funções administrativas de uma empresa ou aqueles associados à manutenção e reparação não deveriam ter sua produção aumentada por variações da demanda final.

O procedimento adotado em 1980 no cálculo destas atividades fictícias foi o seguinte:³⁸

*“Os códigos 44 (N50) e 4410 (N100) (Dummy reparação) e 45 (N50) e 4510 (N100) (Dummy empresas) aparecem apenas nas matrizes de insumo - produto. Essas atividades fictícias têm o objetivo de retirar do consumo intermediário das atividades aquelas despesas que não são diretamente relacionadas à produção. Para manter a coerência global entre as tabelas de insumo - produto e valor adicionado das atividades produtivas, foi associada a essas atividades a produção de serviços de manutenção de máquinas (código 091 (N50) e 09101 (N100)) já existente na estrutura de classificação de produtos e de serviços administrativos das empresas (códigos 451 (N50) e 45101 (N100)), um produto fictício.”*³⁹

A atividade Dummy Reparação, e o produto respectivo, foi considerada nas MIPs em todas as matrizes, já o Dummy Empresas somente foi considerado a partir da matriz de 1980, quando foi considerado também na tabela de produção.

Para a matriz de 1985 o tratamento destes dois setores fictícios foi abandonado, desta forma a parcela do consumo intermediário que era transferida para os produtos associados as atividades Dummy permaneceu, na matriz de 1985, em seus produtos originais.

³⁸ Este procedimento seguiu o das matrizes anteriores.

³⁹ IBGE (1989), op. cit. pg. 20.

A Tabela 0-1 apresenta, em ordem decrescente, por atividade, no nível de classificação 80, a percentagem do consumo intermediário que foi transferida para as atividades Dummy na MIP - 1980. Em 1985, esta transferência não é realizada o que faz com que a MIP - 1985 comparada com a MIP -1980 apresente um aumento no consumo intermediário de determinados bens e uma diminuição dos serviços de manutenção.

É possível observar nesta tabela que, apesar de ser pequeno no total do consumo intermediário - 6.54%, o tratamento das atividades Dummy é bastante importante na maioria das atividades, principalmente na atividade 4510 - Manutenção e Reparação de Máquinas, responsável em média por 9.61% do consumo intermediário total. Estes números mostram que a eliminação deste tratamento tem um impacto significativo sobre a MIP - 1985, e sua comparação com a MIP - 1980 tem que inevitavelmente considerar estas mudanças.

Tabela 0-1- MIP 1980

Participação das atividades Dummy no Consumo Intermediário

Códigos⁴⁰	4510/CI	0910/CI	Total	Códigos	4510/CI	0910/CI	Total
03	37,34	15,26	52,60	23	12,10	0,66	12,76
02	34,42	12,75	47,17	05	6,97	5,72	12,69
20	29,36	1,64	31,01	22	8,01	2,69	10,70
32	23,11	2,03	25,14	26	9,14	1,27	10,42
04	17,50	6,28	23,78	06	6,61	2,80	9,41
15	19,10	3,68	22,78	28	7,45	0,64	8,08
08	16,79	4,06	20,85	30	6,66	0,84	7,50
11	18,28	1,96	20,24	27	5,80	0,52	6,32
10	15,05	2,73	17,78	37	0,00	5,66	5,66
14	15,06	1,93	16,98	25	4,92	0,27	5,20
18	13,09	3,67	16,76	33	0,00	3,98	3,98
17	8,49	8,15	16,64	41	0,00	1,08	1,08
12	14,21	2,37	16,58	40	0,00	0,85	0,85
21	13,62	2,91	16,53	34	0,00	0,51	0,51
19	13,59	2,32	15,91	01	0,00	0,39	0,39
24	13,64	1,47	15,11	42	0,00	0,13	0,13
07	10,82	4,26	15,08	39	0,00	0,04	0,04
31	12,88½	1,74	14,62	35	0,00	0,03	0,03
29	8,92	5,21	14,13	36	0,00	0,00	0,00
13	9,40	4,56	13,97	38	0,00	0,00	0,00
16	10,43	2,74	13,16	43	0,00	0,00	0,00
				TOTAL	6,52	0,02	6,54
				Média	9,61	2,72	12,33

Fonte: IBGE (1989), MIP Brasil - 1980, Série Relatórios Metodológicos, Vol. 7, Tabela 2 - Insumo das Atividades e Demanda Final.

Uma outra atividade fictícia considerada na tabela de consumo intermediário nacional de todas as matrizes é o Dummy Financeiro. Como as estatísticas básicas não captam o custo dos Serviços Financeiros de cada atividade o valor do consumo intermediário deste produto é subestimado na tabela de consumo intermediário e, conseqüentemente, o valor adicionado por atividade é superdimensionado. Para evitar que esta distorção afete o valor adicionado total e, portanto o PIB introduz-se na tabela de consumo intermediário esta atividade. Seu valor de produção é nulo e consome apenas o valor total dos Serviços Financeiros, desta forma seu valor adicionado será negativo. este procedimento faz com que o valor adicionado total fique corrigido.

Na tabela de consumo intermediário da matriz de 1975 foram consideradas uma atividade Dummy Locação de Máquinas de tratamento análogo ao Dummy Financeiro e o Dummy de Consumo Pessoal que recebia a diferença entre a oferta e a demanda de produtos típicos de consumo pessoal, era uma espécie de

⁴⁰ A descrição das atividades está em anexo.

Erros e Omissões para estes produtos específicos. Estes dois dummies foram abandonados nas matrizes seguintes.

Modelo de cálculo

As matrizes de 1970, 1975 e 1980 adotaram o modelo com restrições tecnológicas a produção considerando subprodutos. A Tabela 0-2 lista para cada matriz os produtos que foram considerados como subprodutos. Dos produtos deste quadro apenas o produto *Margens de Distribuição (Comércio* na matriz de 1980) foi considerado sob dupla classificação, ou seja tinha produção registrada tanto na matriz V1 quanto na V2, todos os demais estavam integralmente classificados como subprodutos tendo, portanto, toda sua produção alocada na matriz V2.

Nas matrizes de 1985 e 1990 somente o produto *Margens de Comércio* é mantido na matriz de produção V2. A metodologia para 1985, repetida em 1990, é confusa na definição do modelo. Segundo o texto distribuído junto com a matriz de 1985, p. 3:

“A Matriz de 1985 adota a hipótese de market-share para todos os produtos, exceto para o produto 3501 -Margem de Comércio. Neste caso, assume-se a hipótese de que apenas a atividade de comércio irá aumentar a sua produção para atender uma demanda adicional, embora este serviço seja produzido, de forma secundária, por várias outras atividades.”

Manter a produção do produto *Margem de Comércio* como proporcional à demanda de sua própria atividade é considerá-lo na matriz V2, portanto subproduto. É possível depreender do texto acima que, para este produto, se mantém o mesmo tratamento das demais matrizes, ou seja a

produção deste produto é alocada em V1 quando produzido como produto principal e em V2 quando produzido como produção secundária.

Tabela 0-2

1970	Subprodutos nas MIP para o Brasil		1985/1990
	1975	1980	
Sucata de metal	Sucata de metal	Sucata de metal	
Tortas, farelos e outros produtos de sementes oleaginosas			
Caroço de algodão e outros resíduos têxteis	Caroço de algodão e outros resíduos têxteis		
Couros verdes e salgados e outros subprodutos do abate	Couros verdes e salgados e outros subprodutos do abate	Couros verdes e salgados e outros subprodutos do abate	
Serviços Industriais de Apoio a produção	Serviços Industriais de Apoio a produção	Utilidades e Serviços Industriais Diversos	
Variação de estoque de produtos em elaboração	Variação de estoque de produtos em elaboração		
Ar, vapor e água industrial	Ar, vapor e água industrial		
Margem de distribuição	Margem de distribuição	Margem de Comércio	Margem de Comércio
Resíduos Recicláveis	Resíduos Recicláveis	Resíduos Recicláveis	
Produtos Não Especificados			

Fonte: IBGE (1979, 1987, 1989), MIP-1985 e 1990 meio magnético

O modelo de 1970

O modelo apresentado para a MIP 1970 apresentava como diferença em relação a formulação tradicional a partição da tabela de consumo intermediário nacional, Un , em duas: uma com o consumo dos produtos considerados sob market-share, Un_1 e outra com o consumo dos subprodutos, Un_2 . Este procedimento procurava fazer com que o cálculo da produção dos subprodutos fosse realizado exogenamente a partir do cálculo da produção por produto.

Com a introdução desta modificação a matriz Un podia ser escrita como:

$$Un = Un_1 + Un_2$$

E a matriz B era dividida em duas: \bar{B} e H , calculadas analogamente como:

$\bar{B} = Un_{1.<g>}^{-1}$ -matriz de coeficientes de consumo para os produtos considerados como market-share; e

$H = Un_{2.<g>}^{-1}$ matriz de coeficientes de consumo para os subprodutos

Assim:

$$B = \bar{B} + H$$

O valor da produção por atividade para este modelo é escrito por:

$$g = D_1 \cdot q_1 + \langle C_2' \cdot i \rangle \cdot g \quad (0-1)$$

No modelo geral esta equação era modificada de forma que, através da introdução do vetor q, se obtivesse uma matriz de transformação entre g e q. No caso da MIP-1970 o objetivo era obter uma matriz de transformação entre g e q₁, visto a produção dos subprodutos ser considerada exógena. Esta matriz de transformação é obtida diretamente da equação (0-1), que pode ser reescrita como:

$$g - \langle C_2' \cdot i \rangle \cdot g = D_1 \cdot q_1$$

$$(I - \langle C_2' \cdot i \rangle) \cdot g = D_1 \cdot q_1$$

$$g = (I - \langle C_2' \cdot i \rangle)^{-1} \cdot D_1 \cdot q_1$$

Definindo

$$D^* = (I - \langle C_2' \cdot i \rangle)^{-1} \cdot D_1$$

tem-se que⁴¹:

$$g = D^* \cdot q_1$$

Como: $q_1 = Un_{1.i} + Fn_1$, onde Fn_1 é a demanda final pelos produtos considerados em V1.

e

$$Un_1 = \bar{B} \cdot \langle g \rangle$$

⁴¹ D* foi a notação adotada na publicação da matriz de 1970.

Tem-se que:

$$\begin{aligned} q_1 &= \bar{B} \cdot g + Fn_1 \\ &= \bar{B} \cdot g + Fn_1 \end{aligned} \quad (0-2)$$

Substituindo (0-2) em (0-1) obtém-se o modelo de Leontief relacionando os produtos com a demanda final:

$$\begin{aligned} q_1 &= \bar{B} \cdot D^* \cdot q_1 + Fn_1 \\ &= (I - \bar{B} \cdot D^*)^{-1} \cdot Fn_1 \end{aligned} \quad (0-3)$$

A produção dos subprodutos é calculada pela equação:

$$q_2 = C_2' \cdot g$$

Com a equação (0-3) é possível escrever g como:

$$\begin{aligned} g &= D^* \cdot q_1 \\ &= D^* \cdot (I - \bar{B} \cdot D^*)^{-1} \cdot Fn_1 \\ &= (D^{*-1})^{-1} \cdot (I - \bar{B} \cdot D^*)^{-1} \cdot Fn_1 \\ &= [(I - \bar{B} \cdot D^*) \cdot D^{*-1}]^{-1} \cdot Fn_1 \\ &= [D^{*-1} - \bar{B}]^{-1} \cdot Fn_1 \\ &= [D^{*-1} - D^{*-1} \cdot D^* \cdot \bar{B}]^{-1} \cdot Fn_1 \\ &= [D^{*-1} (I - D^* \cdot \bar{B})]^{-1} \cdot Fn_1 \\ &= (I - D^* \cdot \bar{B})^{-1} \cdot D^* \cdot Fn_1 \end{aligned}$$

Esta transformação permite, finalmente, calcular a matriz de coeficientes técnicos entre atividades e a equação do modelo de Leontief para o valor da produção por atividade.

As seguintes observações podem ser feitas sobre este procedimento:

i) O texto de apresentação da metodologia não explica qual o procedimento adotado em relação a alocação do produto *Margem de Distribuição* na partição da matriz Un. Porém, observando as tabelas da

publicação, é possível identificar que a partição do consumo do produto *Margem de Distribuição* seguiu o mesmo critério adotado na produção: o consumo na própria atividade, *Distribuição*, é registrado em Un_1 e o das demais atividades em Un_2 ⁴².

ii) A matriz D^* é igual a matriz H^* do modelo geral. Assim, $D^* = H^* = (I - C_2' \cdot i)$. A diferença entre os modelos se situa na multiplicação por B , no modelo geral e por \bar{B} no modelo de 1970.

iii) Ao estabelecer que, do consumo das atividades, seriam eliminados os subprodutos o modelo gera relações incompletas entre atividades e produtos. A relação CI/VP é deformada e determinadas inter-relações são ou eliminadas ou tem sua intensidade diminuída. O modelo desconsidera as relações entre produtos e subprodutos, como se a forma de um insumo ser produzido, determinasse se será ou não considerado nas estruturas de insumos.

O modelo de 1975 e 1980

No modelo da matriz de 1975, a partição do consumo foi abandonada e adotada a versão clássica do modelo com subprodutos. A matriz de transformação foi novamente notada de D^* mas sua formulação já era exatamente a do modelo clássico. Como há pelo menos um produto com dupla classificação a matriz $D1.C2$ não mais se anula, como no caso considerado na seção 3 porém, não é possível garantir que o sistema de Leontief terá solução.⁴³

A metodologia manteve um grupo de produtos classificados integralmente em V2. Esta decisão faz com que as colunas da matriz de transformação não somem 1 deformando a relação CI/VP obtida.

⁴² IBGE (1979). Na tabela 4 é possível identificar quais produtos foram considerados como subprodutos e na tabela 6 os considerados como market-share.

⁴³ Em todos os casos práticos conhecidos não há registro de um sistema que não tenha chegado a uma solução.

O modelo de 1985 e 1990

O modelo, adotado para a matriz de 1980, se diferencia dos modelos anteriores em um ponto: a eliminação das atividades Dummy, Reparação e Empresa. Esta mudança impede que a formulação anterior seja adotada pois o cálculo das atividades Dummy Reparação e Empresas não mais pode ser feito pois necessitaria de informações da base de dados que não são mais disponíveis.

A formulação modelo adotada, em 1985 e 1990, continuou sendo a do modelo de tecnologia do setor com restrições à produção. A mudança realizada consistiu em considerar em V2 apenas um produto. Efetivamente, não houve a eliminação dos subprodutos como afirmado na metodologia.

Anexo I

Seja uma matriz A com $\dim[n \times m]$, tal que:

$$a_j = \sum_i a_{ij} = 1$$

e seja B uma matriz qualquer com $\dim[m \times p]$.

Teorema:

A soma dos elementos das colunas da matriz AxB é igual à soma dos elementos das colunas de B.

Demonstração:

$$b_j = \sum_i b_{ij}$$

$$ab_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \cdot b_{kj}$$

$$ab_j = \sum_i ab_{ij} = \sum_i \sum_{k=1}^n a_{ik} \cdot b_{kj} =$$

$$\sum_k (\sum_i a_{ik}) \cdot b_{kj} = \sum_k b_{kj}$$

BIBLIOGRAFIA

1. Almon, C. (1968), Investment in Input-Output Models and the Treatment of Secondary Products, trabalho apresentado na Quarta Conferência sobre Técnicas de Insumo-Produto, Genebra.
2. Archambault, Edith (1979), Comptabilité Nationale, Ed. Economica, Paris.
3. Armstrong, A. G. (1975), "Technology Assumptions in the Construction of U.K. Input-Output Tables", in R. I. G. Allen and W. F. Gosling (eds.), Estimating and Projecting Input-Output Coefficients, Input-Output Publishing Company, London.
4. Armstrong, A. G., Upton, D. C. (1969), "A Review of Input-Output Applications", Bulletin ISI, Vol. 43.
5. Bacharach, M. (1970), Biproportional Matrices and Input-Output Changes, Cambridge University press, Cambridge,
6. Bulmer-Thomas, Vitor (1982), Input-Output Analysis in Developing Countries, John Wiley & Sons.
7. Chakraborty, D., Raa T. e Small, J. A. (1984), "An Alternative Treatment of Secondary Products in Input-Output Analysis", The Review of Economic and Statistics, Vol. 60, No. 1, pg. 88 -97.
8. Creesy, R. (1975), "Commodity and Industry Technology: Symbols and Assumptions, The Manchester School of Economics and Social Studies, No. 2, June.
9. Dorfman, Robert (1954), "The Nature and Significance of Input-Output, The Review of Economics and Statistics", Vol. 36, No.2, May.
10. Gigantes, T. (1970), "The Representation of Technology in Input-Output Systems", in A. P. Carter and A. Brody (eds.), Contributions to Input-Output Analysis, North - Holland, Amsterdam.
11. Gigantes, T. (1970), "The Representation of Technology in Input-Output Systems", in A. P. Carter and A. Brody (eds.), Contributions to Input-Output Analysis, North - Holland, Amsterdam.
12. Gigantes, T. e Matuszewski (1968), "Technology in input - output models", artigo apresentado na Fourth International Conference on Input - Output Techniques, Genebra.
13. IBGE (1979), Matriz de Relações Intersetoriais Brasil - 1970, 2ª Edição revisada e ampliada (versão final), Secretaria de Planejamento da Presidência, Rio de Janeiro.
14. IBGE (1988), Brasil - Novo Sistema de Contas Nacionais: Metodologia e Resultados Provisórios Ano-Base 1980, Diretoria de Pesquisas, Texto para Discussão No. 10.
15. IBGE (1989), Matriz de Insumo-Produto 1980, Série Relatórios Metodológicos, Vol. 7, Rio de Janeiro.
16. Jansen, P. K. e Raa, T. (1990), "The choice of model in the construction of input-output coefficients matrices", International Economic Review, Vol. 31, No. 1, pg. 213 - 227.

17. Konjin, P. e Steenge A. E. (1993), "The Activity Technology: an alternative method of deriving an input-output table", artigo apresentado na Tenth International Conference on Input-Output Techniques, Sevilha, Espanha.
18. Konjin, P. J. A. (1994), The make and use of commodities by industries, on the compilation of Input-Output data from the national accounts, Faculty of Public Administration and Public Policy, University of Twente, Enschede.
19. Konjin, P. J. A. (1995), "Compilation of IO data from the national accounts", Economic System Research, Vol. 7, No. 1, pg. 31-45.
20. Lal, K. (1981), "Compilation of Input-Output Tables: Canada", artigo apresentado na Seventeenth General Conference of the International Association for Research in Income and Wealth, Gouvieux, France.
21. Lal, K. (1988), "Canadian System of National Accounts - An Integrated Framework", artigo apresentado no Second Meeting on Problems of Compilation of Input-Output Tables, Baden near Vienna.
22. Lal, K. (1992) "An Addendum to The Revised U.N. System of National Accounts vis-à-vis The Canadian System of National Accounts", comentários sobre a revisão do SNA enviados ao grupo temático sobre insumo-produto em outubro de 1992, mimeo.
23. Miller, Ronald e Blair, Peter D. (1985), Input-Output Analysis: Foundations and Extensions, Prentice-Hall Inc., New Jersey.
24. O'Connor, R. e Henry, E. W. (1975), Input-output analysis and its applications, Charles Griffin and Co. Ltd., London.
25. Ramos, R. et. al (1993), Construção de uma matriz energética para o Brasil, IPEA - Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada, Texto para Discussão N^o 315.
26. Ramos, R. L. O., Barros, A., Furst, P. (1983), "Construção das Tabelas de Insumo - Produto nos Modelos de Tecnologia do Setor", Anais do Encontro Nacional da Sociedade Brasileira de Econometria, Belém.
27. Rose, A. and Miernyk, W. (1989), "Input-Output Analysis: The First Fifty Years", Economic System Research, Vol.1, No.2.
28. Stone, Richard (1961), Input-Output and National Accounts, Organisation for Economic Co-Operation and Development.
29. Stone R., Bacharach M. e Bates J. (1963), Input-Output Relationships 1954-1966, A Programme for Growth, Vol. 3, Chapman and Hall, London.
30. ten RAA, Thijs (1988), "An Alternative Treatment of Secondary Products in Input-Output Analysis: Frustration", Review of Economic and Statistics 70, No. 3, 535-538.
31. ten RAA, Thijs, et al (1984), "An Alternative Treatment of Secondary Products in Input-Output Analysis", The Review of Economic and Statistics, Vol. 66, No. 1, February.
32. Thage, B. (1986), Commodity flow systems and construction of input-output tables in Denmark, Arbejdsnotat nr. 15, Danmarks Statistik, Copenhagen.
33. UN (1964), A System of National Accounts and Supporting Tables, Studies in Methods, Series F, No. 2, Rev. 2, New York.

34. UN (1966), Problems of Input Output Tables and Analysis, Studies in Methods, Series F, No. 14.
35. UN (1968), System of National Accounts, Studies in Methods, Series F, No. 2, Rev. 3, New York.
36. UN (1973), Input-Output Tables and Analysis, Studies in Methods, Serie F, No 14, Rev. 1, New York.
37. UN, CEC, IMF, OECD & World Bank (1993), System of National Accounts 1993, Rev. 4, New York
38. Viet, V. Q. (1985), "The Revision of SNA: Input-Output Standards in the SNA Framework", artigo apresentado na Nineteenth General Conference da International Association for Research in Income and Wealth, Noordwijkerhout, Netherlands, August.
39. Viet, V. Q. (1994), "Practices in input-output table compilation", Regional Science and Urban Studies, Vol. 24, No. 1, pg. 27 - 54.