

FUNDAÇÃO IBGE

INSTITUTO BRASILEIRO DE ESTATÍSTICA

Centro Brasileiro de Estudos Demográficos

REFORMULAÇÃO DO
CRESCIMENTO DEMOGRÁFICO
DA GUANABARA NO PERÍODO
1940-1960 EM FACE DOS
RECENSEAMENTOS GERAIS

João Lyra Madeira

E
S
T
U
D
O
S

E

A
N
A

1)

B299/86

Número 5

1969

REFORMULAÇÃO DO CRESCIMEN-
TO DEMOGRÁFICO DA GUANABA-
RA, NO PERÍODO 1940-1960 EM FACE
DOS RECENSEAMENTOS GERAIS

JOÃO LYRA MADEIRA
Prof. de DEMOGRAFIA da ENCE
Diretor do CBED

FUNDAÇÃO IBGE

Presidente: *Sebastião Aguiar Ayres*

INSTITUTO BRASILEIRO DE ESTATÍSTICA

Diretor-Superintendente: *Raul Romero de Oliveira*

CENTRO BRASILEIRO DE ESTUDOS DEMOGRÁFICOS

Diretor: *João Lyra Madeira*

Fundação IBGE — Instituto Brasileiro de Estatística — Av. Franklin
Roosevelt, 166 Rio de Janeiro, GB, Brasil

1 — INTRODUÇÃO

1.1 — Nos países onde as estatísticas vitais e os dados do Registro Civil são deficientes, tem-se demonstrado de grande utilidade o emprego dos registros censitários para a reconstituição dos movimentos da população: nascimentos, óbitos e movimentos migratórios. No Brasil as estatísticas vitais e do Registro Civil são sabidamente precárias, situação que ainda persiste até hoje, apesar de tôdas as reclamações dos usuários dessas estatísticas que não podem dispor dos elementos básicos para os seus trabalhos, seus estudos e suas pesquisas. O próprio Estado da Guanabara que, pelas suas condições econômicas favoráveis, pelas reduzidas dimensões de seu território e pelo nível cultural da sua população, deveria possuir um excelente registro dos fatos demográficos que nêle ocorrem, ainda apresenta, lamentavelmente, falhas graves. Se o registro dos óbitos pode ser considerado bom (menos de 5% de omissões), pelo menos quanto aos dados globais, os resultados são apresentados com grande atraso e o registro de nascimentos é ainda deficiente (mais de 15% de omissões). Além disso há outras deficiências qualitativas que limitam a sua utilização e não permitem o conhecimento daqueles fatos com a devida amplitude e a profundidade que merecem. O reconhecimento dessas falhas motivaram o presente trabalho.

1.2 — O objetivo principal consiste em reexaminar o problema da separação das componentes do movimento demográfico do Estado da Guanabara, introduzindo, para isso, o que poderíamos denominar uma metodologia "censitária" adequada. Quando uma região é isenta de movimentos migratórios, ou êsses movimentos são de pouca monta, o conhecimento dos óbitos é suficiente para, em face do crescimento da população, estimado com base em recenseamentos, permitir uma estimativa dos níveis da natalidade. Isso *ocorreria* para o Brasil em conjunto, se as taxas brutas de mortalidade fôsse conhecidas. No caso da Guanabara, os níveis da mortalidade, de 1940 a 1960, podem ser considerados como satisfatoriamente conhecidos com base nas estatísticas permanentes. Mas êsse Estado não pode ser considerado, nem de longe, como isento de correntes migratórias, uma vez que estas têm uma im-

portância capital, não só diretamente, pelos contingentes demográficos que atrai de outras regiões do País, mas também indiretamente, pela contribuição que êses contingentes dão aos nascimentos, face a sua importância numérica e à fecundidade elevada de seus componentes. Ora, no caso em que as correntes migratórias são ponderáveis, a separação das componentes do crescimento (que é simples no caso de regiões fechadas às migrações), torna-se algo mais complicada, quando, além da natalidade, essas correntes também não são objeto de levantamento estatístico sistemático satisfatório. É esta separação, para o Estado da Guanabara, que constitui matéria dos capítulos seguintes.

2 — METODOLOGIA

2.1 — Neste capítulo será apresentada a metodologia utilizada apenas de forma geral, indicando-se as relações obtidas sem as correspondentes justificativas matemáticas, deixadas, por conveniência de exposição, para serem desenvolvidas em Apêndices. Considere-se, para isso (Fig. 1) uma região R, dentro da qual se separa uma sub-região G. A parte externa a G, na região R, se indica por $\bar{G}$. A região R, será, por exemplo, o Brasil e o G o Estado da Guanabara. Supõe-se que R é fechada às correntes migratórias com o exterior, mas que existem intensas correntes de G para $\bar{G}$ e vice-versa, conforme indicam as flexas. Focalizando-se a população de G, podem ser especificados os seguintes grupos:

- I) População total de G na época t, representada por $P(t)$;
- II) População dos naturais de G presentes em G, na época t, indicada por $P_1(t)$, constituindo o grupo 1;
- III) População dos não naturais de G, presentes em G na época t, indicada por $P_2(t)$, constituindo o grupo 2;
- IV) População dos naturais de G presentes em $\bar{G}$, na época t, indicada por $P_3(t)$, constituindo o grupo 3, dos naturais ausentes. É claro que, de acordo com essas definições, resulta:

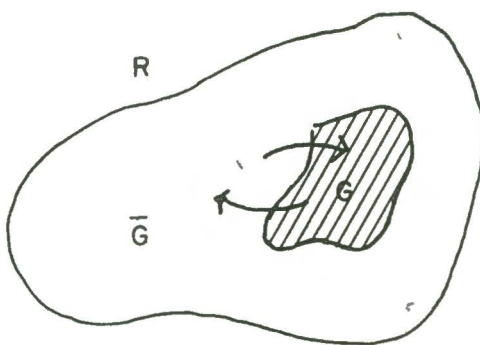


Fig. 1

$$P(t) = P_1(t) + P_2(t) \quad (2.1-1)$$

É possível, dentro desse esquema, obter algumas relações entre as taxas de crescimento dos grupos nêles definidos e as taxas de mortalidade, de natalidade e de movimento migratório, capazes de permitir a determinação da natalidade (mortalidade) desde que seja conhecida a de mortalidade (natalidade) em função daquelas taxas de crescimento.

2.2 — Para esse fim, serão adotadas ainda as seguintes notações complementares:

$r(t)$ — taxa instantânea de crescimento (intensidade de crescimento) da população total de G , na época t ;

$r_1(t)$ — taxa instantânea de crescimento (intensidade de crescimento) do grupo 1, na época t ;

$r_2(t)$ — taxa instantânea de crescimento (intensidade de crescimento) do grupo 2, na época t ;

$r_3(t)$ — taxa instantânea de crescimento (intensidade de crescimento) do grupo 3, na época t ;

$s_m(t)$ — taxa instantânea de variação migratória, para a região G , medida pela diferença entre os entrados em G e os saídos de G , em relação à população total $P(t)$;

$g_m(t)$ — taxa instantânea da variação do saldo migratório do grupo 1, na época t , medida pela diferença entre os naturais de G que retornam a essa região e os naturais de G que emigram, em relação à população $P_1(t)$;

As taxas $s_m(t)$ e $g_m(t)$ serão portanto positivas quando as entradas superam as saídas e negativas em caso contrário. Para o Estado da Guanabara, durante o período considerado, $s_m(t)$ foi sempre positiva e $g_m(t)$, negativa. Seria razoável admitir-se uma natalidade e uma mortalidade diferencial entre os grupos 1, 2 e 3; esse procedimento, no entanto, complicaria a análise, sem proporcionar grandes alterações do resultado final obtido na hipótese de ausência de taxas diferenciais. Assim, por motivo de simplicidade, admite-se que a mortalidade e a natalidade possam ser representadas por valores médios, válidos para o conjunto da população. Com referência ao grupo 3, porém, só interfere, além do crescimento, a taxa de mortalidade. Desse modo, sejam:

$n(t)$ — a taxa instantânea de natalidade da região R , na época t , cujos valores se pretende determinar em função dos demais elementos;

$m(t)$ — a taxa instantânea de mortalidade da região R , na época t , que se supõe conhecida.

Por outro lado, representemos as relações das populações dos grupos 2 e 3 para a do grupo 1, respectivamente por $\lambda(t)$ e $\mu(t)$, isto é:

$$\lambda(t) = P_2(t)/P_1(t) \quad \mu(t) = P_3(t)/P_1(t) \quad (2.2-2)$$

As taxas de crescimento dos diferentes grupos considerados podem ser determinadas a partir dos dados censitários; entre as relações demonstradas no Apêndice 1, encontra-se a seguinte expressão da taxa de natalidade:

$$n(t) = K(t) \cdot [r_1(t) + m(t) - g_m(t)] \quad (2.2-3)$$

onde:

$$g_m(t) = - \mu(t) [r_3(t) + m(t)] \quad (2.2-4)$$

$$K(t) = [1 + \lambda(t)]^{-1} \quad (2.2-5)$$

O sinal negativo na expressão de $g_m(t)$ resulta da convenção feita, segundo a qual $g_m(t)$ é positivo quando as entradas em G, de naturais ausentes que retornam, é superior às de naturais presentes que emigram e *negativa em caso contrário*. Veremos a seguir a aplicação dessas fórmulas à Guanabara.

2.3 — No Estado da Guanabara, em 1940, o grupo de *naturais* (grupo 1) era algo inferior ao de *não naturais* (grupo 2); o segundo superava o primeiro em cerca de 2%. de 1940 para 1950 passou a predominar o grupo 1, que, já em 1943, atingiu e ultrapassou aquele, superando-o, em 1960, em cerca de 24%. Esse crescimento mais acentuado resulta, em grande parte, de influência indireta do grupo 2, uma vez que, além do crescimento vegetativo originário do próprio grupo, ele é alimentado pelos nascimentos proporcionados pelos contingentes do grupo 2, constituídos, em geral de elementos jovens, muitos deles casados no estado de origem e provenientes de regiões onde a fecundidade é mais elevada do que a fecundidade original do Estado da Guanabara. Assim, o grupo de naturais é alimentado pelo de *não naturais*, ao passo que este último não recebe qualquer contribuição do primeiro, contando apenas com a intensidade do movimento migratório, que, quanto mais alta, mais irá elevar os contingentes do primeiro através dessa contribuição indireta das correntes migratórias. O quadro seguinte indica, para os três recenseamentos utilizados, os grupos de *naturais presentes*, de *não naturais presentes* e de *naturais ausentes*.

QUADRO 1

GRUPOS	RECENSEAMENTO		
	1940	1950	1960
Naturais presentes.....: P ₁ (t)	872 972	1 223 460	1 819 310
Não naturais presentes.....: P ₂ (t)	891 169	1 153 991	1 462 598
População total.....: P(t)	1 764 141	2 377 451	3 281 908
Naturais ausentes.....: P ₃ (t)	82 385	142 021	...

A comparação dos resultados obtidos nos três recenseamentos permite determinar as taxas médias (instantânea e anual) de crescimento de cada um dos grupos, correspondentes aos dois períodos intercensitários, a partir das fórmulas conhecidas (Ver Apêndice 2; item 3 “in-fine”):

$$P(t) = P(0) \cdot e^{rt} = P(0) \cdot (1 + i)^t \quad (2.3-1)$$

onde $r = \lg_e (1 + i)$, sendo i a taxa *anual* média de crescimento geométrico durante o período e r a taxa instantânea equivalente (intensidade média de crescimento durante o período). Dá-se a seguir um resumo dos valores obtidos, consideradas as datas exatas dos recenseamentos. (*)

QUADRO 2

Taxas de Crescimento dos Diversos Grupos Considerados, no Estado da Guanabara

GRUPOS	PERÍODO INTERCENSITÁRIO DE CÁLCULO			
	1940-1950		1950-1960	
	Anual	Instantânea	Anual	Instantânea
Naturais presentes.....	34,92	34,33	39,79	39,03
Não naturais presentes.....	26,63	26,28	23,58	23,31
População total.....	30,80	30,34	32,22	31,71
Naturais ausentes.....	56,94	55,38	...	...

(*) 1.º de setembro de 1940
1.º de julho de 1950
1.º de setembro de 1960

Cabe aqui uma observação quanto ao valor de $P_3(t)$ para 1960, o qual não figura no Quadro 1. Esses contingentes são determinados por soma de todos os naturais da Guanabara que se encontram nas demais unidades da Federação apurados no recenseamento de cada unidade como presentes na unidade, nascidos em outras unidades da Federação. Assim, esse total só será conhecido, para o ano de 1960, quando forem disponíveis os resultados desse censo em todas as unidades, o que até o momento, infelizmente, não ocorreu. Presentemente (**) só são conhecidos os dados (parciais) relativos a 11 das 27 unidades que integram a Federação.

Em face disso, adotou-se, a título provisório, para o período de 1950 a 1960, a mesma taxa de crescimento do período anterior. Calculada a média dos números anuais de óbitos verificados durante os dois períodos, foram determinadas as taxas médias de mortalidade, $m(t)$, para cada período intercensitário. Os resultados são os seguintes:

	1940/50	1950/60
População média da Guanabara	2 043 000	2 785 000
Óbitos (média anual)	32 691	32 190
Taxa média de mortalidade ($^o/oo$)	16,00	11,56

A população média do período foi calculada como média geométrica e a média dos óbitos como média aritmética dos valores constantes dos registros censitários e das publicações do Registro Civil e do Serviço de Estatísticas Vitais do Ministério da Saúde. As médias geométricas das populações se referem ao meio de cada período, trazidas preliminarmente para 1.º de julho as populações de 1940 e 1960. Com idênticos valores médios das populações dos grupos 1, 2 e 3, foram calculados os níveis médios das funções $\lambda(t)$ e $\mu(t)$, de acordo com as fórmulas (2.2-2) que definem essas funções e, a partir destes, determinaram-se os valores médios de $K(t)$, de acordo com (2.2-5) e de $g_m(t)$ de acordo com (2.2-4). Os resultados numéricos são os seguintes:

FUNÇÃO	PERÍODO INTERCENSITÁRIO	
	1940-1950	1950-1960
$\lambda(t)$	0,9621	0,8524
$K(t)$	0,5097	0,5398
$\mu(t)$	0,1069	0,1284
$g_m(t)$	- 0,00763	- 0,00859

(**) novembro de 1968

Para $K(t)$ e $\mu(t)$ os valores médios foram baseados nas populações médias (aritméticas) de cada período, ajustadas as de 1940 e 1960 para 1.º de julho. O cálculo pelas médias geométricas praticamente não altera os valores de $K(t)$ e $\mu(t)$ assim obtidos.

De posse desses elementos, procedeu-se ao cálculo dos níveis médios da natalidade, nos dois períodos inter-censitários, conforme se dispõe nos dois resumos seguintes:

Grandeza	Valores médios no período	
	1940/1950	1950/1960
$r_1(t)$	0,03433	0,03903
$m(t)$	0,01600	0,01157
$-g_m(t)$	0,00763	0,00859
Totais	0,05796	0,05919

Multiplicando-se o total obtido para cada período pelo valor de $K(t)$ durante o mesmo período (proporção média de naturais presentes sobre a população total) determina-se a taxa de natalidade.

Período	$K(t)$	$n(t)$
1940/1950	0,5097	0,02954
1950/1960	0,5398	0,03195

Assim, a taxa média de natalidade, necessária para explicar o rápido crescimento do grupo 1, tendo em vista a contribuição do grupo 2, teria sido de 29,5‰ durante o período 1940 /1950 e de 32,0‰ no decênio seguinte. Esses níveis são *imperiosos* no modelo adotado, por mais que eles se afastem dos que geralmente se supunha vigorarem no Estado da Guanabara; de outra forma não se poderia explicar o crescimento dos naturais desse estado. É claro que a realidade pode ser algo diferente, uma vez que foram feitas certas concessões no modelo (*), mas, de qualquer modo, os níveis da natalidade não podem diferir substancialmente dos resultados obtidos.

(*) Essas concessões se referem, principalmente, à adoção da mesma taxa média de mortalidade, $m(t)$ para os três grupos considerados.

2.4 — Como se verifica pelos resultados anteriores, (Quadro 2) as taxas de crescimento dos vários grupos considerados (excluída a do grupo 3 que, por ignorância dos dados completos do censo de 1960, foi suposta a mesma nos dois períodos intercensitários) variaram sensivelmente, de um período para outro: a do grupo 1 aumentou em cerca de 14% do primeiro para o segundo período (taxa anual) e a da população total do Estado em cerca de 4,6%. Enquanto isso, a taxa de crescimento do grupo 2, ainda que conservando-se bastante elevada, diminuiu do primeiro para o segundo período de 26,28‰ para 23,31‰, isto é, declinou de 11,3% aproximadamente. Para uma maior adaptação à realidade, pode-se então supor que, em lugar de uma variação brusca do primeiro para o segundo período, de acordo com as taxas encontradas no parágrafo anterior, as taxas de crescimento variaram *gradativamente*, segundo um “trend” retilíneo, por exemplo. Não se trata de estabelecer, rigorosamente, os movimentos dessas taxas, com todas as suas características, mas, tão somente, de integrar à expressão (2.3-1) a tendência geral da taxa de crescimento durante o período considerado. No Apêndice n.º 2, indica-se o processo em seus pormenores técnicos; aqui apenas apresenta-se o resultado final do cálculo, com os valores numéricos obtidos com base na expressão.

$$P(t) = P^*(0) e \varphi(t) \quad (2.4-1)$$

onde a função $\varphi(t)$ permite determinar a taxa de crescimento:

$$r(t) = \varphi'(t) \quad (2.4-2)$$

A expressão adotada para $\varphi(t)$ foi do tipo polinomial, do 2.º grau, (sem termo constante) o que dá, para a taxa de crescimento, uma função linear, isto é:

$$\varphi(t) = at^2 + bt \quad r(t) = 2at + b$$

Os resultados numéricos (Ver Apêndice n.º 2) vêm indicados a seguir:

Grupo	Valor de $2a$	Valor de b
População total da Guanabara	0,000136498	0,0296518
Naturais presentes (Grupo 1)	0,000469776	0,0319384
Não naturais presentes (Grupo 2) ..	0,000297047	0,0277914

A constante b representa a taxa instantânea de crescimento (intensidade de crescimento) da população considerada, em 1940 (1.º de julho) época adotada como origem dos tempos; $2a$ indica a intensidade de variação dessa taxa isto é, a aceleração do crescimento. Assim, a taxa de crescimento do Estado da Guanabara apresentou, no período considerado, (1940/1960), um “trend” crescente, passando de 29,65‰ em 1940, para 31,02‰ em 1950 e para 32,38‰ em 1960; é provável que esse crescimento venha a ser detido ou, pelo menos, reduzido em sua intensidade por dois motivos. Em primeiro lugar, porque o forte declínio da taxa de mortalidade, verificado a partir de 1943 ou 44 tende a atenuar-se, não podendo continuar indefinidamente; em segundo lugar, as correntes migratórias apresentam já uma tendência ao declínio (que apesar disso poderá vir a modificar-se); finalmente, porque a natalidade também tenderá a declinar. Por isso, as taxas determinadas para o período 1940/1960, embora podendo descrever o que ocorreu no período para o qual foram calculadas, não poderão ser utilizadas para projeções (a partir de 1960) senão com a devidas cautelas. Eventualmente poderia haver, durante algum tempo, o retôrno de naturais da

Guanabara que se encontram fora do Estado, mas esse fator nunca terá importância decisiva, nem permanente, para influir grandemente no resultado das demais componentes do movimento demográfico. Quanto ao grupo 1 dos *naturais* da Guanabara, presentes nesse Es-

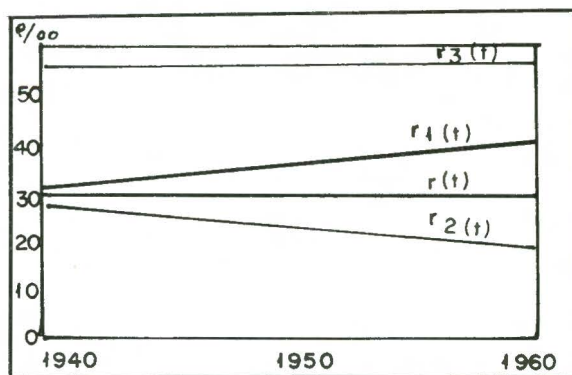


Fig. 2

tado, cresceu mais fortemente ainda do que o Estado em conjunto: passou de 31,94% em 1940, para 36,64% em 1950 e aumentou para 41,33% em 1960. Ao contrário disso, o grupo de *não naturais* presentes, constituído pelos emigrantes apresentou uma taxa de crescimento em declínio no período: passou de 27,79% em 1940, para 24,82% em 1950 e para 21,85% no ano de 1960. A fig. 2 mostra o que ocorreu, verificando-se população total e a do grupo 2 sempre inferior.

3 — RESULTADOS

3.1 — Com o auxílio dos valores de a e b obtidos conforme indica o Apêndice n.º 2, calcularam-se as populações dos grupos 1, 2 e

da Guanabara, constantes do quadro 3. De acôrdo com o que ficou esclarecido naquêle Apêndice, as expressões matemáticas de $P(t)$, $P_1(t)$ e $P_2(t)$ não podem ser tôdas três do mesmo tipo (2.4-1) sob pena de não satisfazerem a condição básica (2.1-1). No entanto, do ponto de vista prático, essa restrição, tem, em geral, pouca importância conforme demonstra o quadro 3, onde figuram as três populações, calculadas por aquela expressão. Comparando-se a soma dos resultados obtidos para os grupos 1 e 2 com a população total da Guanabara, $P(t)$, calculada diretamente, isto é, cotejando-se as colunas 2 e 5 do quadro, verifica-se que as diferenças (òbviamente nula nos três pontos correspondentes aos recenseamentos utilizados no ajustamento) se apresentam absolutamente desprezíveis ao longo de todo o período.

QUADRO 3

Cálculo da população total da Guanabara ano a ano, comparada com a soma dos naturais e não naturais calculados diretamente 1940/60

(Ver texto, § 3.1)

ANO	POPULAÇÃO EM 1.º DE JULHO (milhares de habitantes)				
	Total $P(t)$	Naturais da Guanabara $P_1(t)$	Não naturais da Guanabara $P_2(t)$	$P_1(t) + P_2(t)$	Relação $\lambda(t) = \frac{P_2(t)}{P_1(t)}$
1940.....	1 755,5	868,4	887,1	1 755,5	1,0215
1941.....	1 808,4	896,7	912,9	1 809,6	1,0169
1942.....	1 863,2	926,5	937,3	1 863,8	1,0115
1943.....	1 919,9	957,7	962,9	1 920,6	1,0054
1944.....	1 978,6	990,4	989,9	1 980,3	0,9985
1945.....	2 037,7	1 024,7	1 015,5	2 040,2	0,9910
1946.....	2 102,5	1 060,7	1 043,3	2 104,0	0,9827
1947.....	2 167,7	1 098,5	1 069,8	2 168,3	0,9738
1948.....	2 235,1	1 139,0	1 097,4	2 236,4	0,9642
1949.....	2 305,0	1 179,8	1 125,6	2 305,4	0,9540
1950.....	2 377,5	1 223,5	1 154,0	2 377,5	0,9413
1951.....	2 452,6	1 269,4	1 182,9	2 452,3	0,9317
1952.....	2 530,2	1 317,8	1 212,0	2 529,8	0,9197
1953.....	2 610,9	1 368,5	1 242,5	2 611,0	0,9071
1954.....	2 694,5	1 421,9	1 271,5	2 693,4	8,8941
1955.....	2 781,1	1 478,1	1 301,7	2 779,8	0,8805
1956.....	2 870,9	1 537,3	1 332,2	2 869,5	0,8665
1957.....	2 963,9	1 599,5	1 363,0	2 962,6	0,8521
1958.....	3 060,4	1 665,0	1 394,2	3 059,2	0,8372
1959.....	3 160,4	1 734,9	1 426,5	3 161,3	0,8220
1960.....	3 264,3	1 806,8	1 457,5	3 264,3	0,8065

Cabe observar, ainda, que a população $P_3(t)$ foi calculada com base na taxa de crescimento dos *naturais ausentes* registrados em 1940 e 1950, uma vez que, como já se disse, não estão disponíveis, ainda, os dados completos do Censo de 1960. Assim, como taxa de crescimento de $P_3(t)$, para todo o período 1940/1960, adotou-se o valor constante

$$r_3(t) = 0,0553802$$

determinada para o período 1940/1950. Nessas condições, a (2.2-4) passa a ser:

$$g_m(t) = \mu(t) [0,05538 + m(t)] \quad (3.1-1)$$

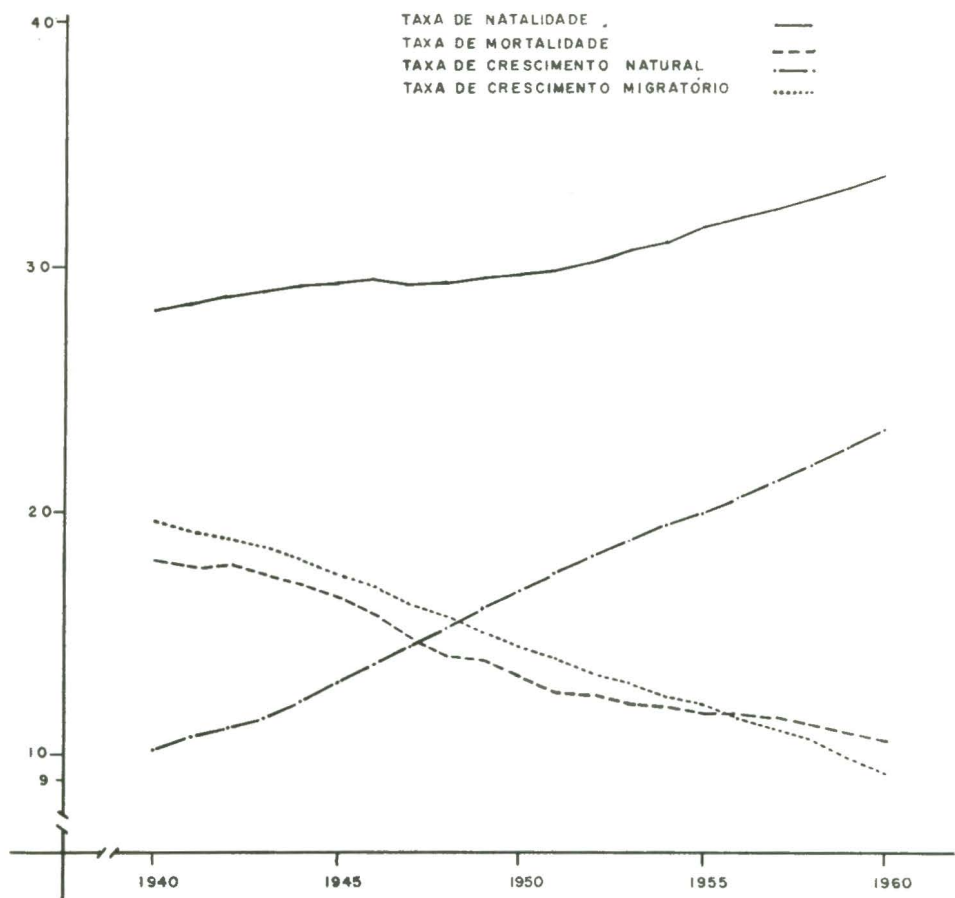
De posse de todos os elementos necessários, foi possível determinar as taxas de natalidade, $n(t)$, conforme exprime a fórmula (2.2-3).

3.2 — Os resultados numéricos encontram-se nos quadros 4 e 5, o primeiro fornecendo os valores de $g_m(t)$ e o segundo os de $n(t)$. As taxas de mortalidade que figuram como base para êsses cálculos (Apêndice 3) são as médias quinquenais obtidas como cocientes das médias móveis quinquenais dos óbitos, divididos pelas populações da Guanabara indicadas no quadro 3. Essas médias foram adotadas para eliminar as oscilações anuais que iriam refletir-se indevidamente nas taxas de natalidade calculadas. Determinada a natalidade, foi possível decompôr o crescimento total da Guanabara, medido pela taxa $r(t)$, em suas duas componentes:

$s_m(t)$ — taxa de crescimento migratório

$v(t)$ — taxa de crescimento vegetativo, ou natural

É o que consta do quadro 6 e se acha também representando no gráfico da fig. 3. Esse gráfico apresenta uma visão de conjunto de todo o movimento demográfico da Guanabara durante o período estudado. Uma análise sumária dêsses resultados permite retificar algumas presunções que se admitiam em relação ao Estado da Guanabara. Assim, a natalidade é mais elevada do que se supunha geralmente. O Laboratório de Estatística, sob a orientação do saudoso Prof. Mortara, tentou pela primeira vez reconstituir a natalidade de Estado da Guanabara com base em várias análises feitas, que concluíram pela existência de forte sub-enumeração do Registro Civil. Verifica-se, pelo presente estudo, que as deficiências do Registro ainda eram bem maiores



do que admitia Mortara. Essas deficiências continuavam ainda extremamente elevadas em 1960 e certamente ainda hoje quando passados 6 anos, só são conhecidos na Guanabara, os dados globais relativos aos nascimentos do ano de 1962. De 1940 a 1960 a taxa de natalidade cresceu lentamente, passando do nível de 28,11‰ ao de 33,62‰. O crescimento verificado pode ser facilmente explicado pela melhoria das condições sanitárias gerais que reduziram a proporção de nati-mortos e, também, por influência de uma distribuição por idades possivelmente mais favorável. Além disso a proporção de solteiros reduziu-se de 1940 a 1960, o que também constitui fator explicativo de um aumento de natalidade. Não é necessário, portanto, recorrer-se, necessariamente, a um acréscimo da fecundidade por idades, embora não fique afastada essa possibilidade. Só um estudo mais completo dêse aspecto poderá decidir, no entanto, quais os fatores que concorreram efetivamente para o aumento da natalidade e a importância relativa de cada um, assunto que não seria tratado no presente trabalho.

QUADRO 4
Cálculo de $g_m(t)$ — Fórmula 3.1-1 e $r_3(t) = 1,056942 = 1 + i$

t	$P_3(t)$ (1.º de julho)	$P_1(t)$ (1.º de julho)	$100\mu(t)$	$1000 \times$ $\times r_3(t) + m(t)$	$= 1000g_m(t)$
1940.....	81 643	868 400	9,402	73,37	6,898
1941.....	86 292	896 700	9,623	73,11	7,035
1942.....	91 206	926 500	9,844	73,25	7,211
1943.....	96 399	957 700	10,066	72,96	7,344
1944.....	101 888	990 400	10,288	72,45	7,454
1945.....	107 690	1 024 700	10,509	71,88	7,554
1946.....	113 822	1 060 700	10,731	71,27	7,648
1947.....	120 303	1 098 500	10,952	70,19	7,687
1948.....	127 154	1 139 000	11,164	69,51	7,760
1949.....	134 394	1 179 800	11,391	68,96	7,855
1950.....	142 021	1 223 500	11,608	68,39	7,939
1951.....	150 108	1 269 400	11,285	67,85	8,023
1952.....	158 655	1 317 800	12,039	67,63	8,142
1953.....	167 690	1 368 500	12,254	67,33	8,251
1954.....	177 238	1 421 900	12,465	67,12	8,366
1955.....	187 330	1 478 100	12,674	67,04	8,497
1956.....	197 997	1 537 300	12,880	66,89	8,615
1957.....	209 272	1 599 500	13,084	66,65	8,720
1958.....	221 188	1 665 000	13,285	66,39	8,820
1959.....	233 783	1 734 900	13,475	66,10	8,907
1960.....	247 096	1 806 800	13,676	65,79	8,997

QUADRO 5
Cálculo da taxa natalidade na Guanabara no período de 1940-1960

ANO	$1000 r(t)$	$1000 r_1(t)$	$1000 \times$ $\times m(t) - g_m(t) $	$1000 R(t) =$ $= [r_1(t) +$ $+ m(t) -$ $- g_m(t)] \times$ $\times 1000$	$1000 n(t) =$ $= K(t) \times$ $\times R(t) 1000$ *
1940.....	29,65	31,94	24,89	56,83	28,11
1941.....	29,79	32,41	24,77	57,18	28,36
1942.....	29,92	32,88	25,08	57,96	28,82
1943.....	30,06	33,35	24,92	58,27	29,07
1944.....	30,20	33,82	24,52	58,34	29,21
1945.....	30,33	34,29	24,05	58,34	29,34
1946.....	30,47	34,76	23,54	58,30	29,41
1947.....	30,61	35,23	22,50	57,73	29,26
1948.....	30,74	35,70	21,89	57,59	29,35
1949.....	30,88	36,17	21,44	57,61	29,48
1950.....	31,02	36,64	20,95	57,59	29,64
1951.....	31,15	37,11	20,49	57,60	29,81
1952.....	31,29	37,58	20,39	57,97	30,19
1953.....	31,43	38,05	20,20	58,25	30,53
1954.....	31,56	38,52	20,11	58,63	30,94
1955.....	31,70	38,99	20,16	59,15	31,44
1956.....	31,84	39,46	20,13	59,59	31,91
1957.....	31,97	39,93	19,99	59,92	32,34
1958.....	32,11	40,39	19,83	60,22	32,76
1959.....	32,25	40,86	19,63	60,49	33,20
1960.....	32,38	41,33	19,41	60,74	33,62

* $K(t) = 1/|1 + \lambda(t)|$ é a proporção de *naturais presentes* para a população total do Estado.

QUADRO 6

Decomposição do movimento demográfico da Guanabara de 1940 a 1960: (Taxas)

ANO	Taxa de mortalidade (1) 1000m(t)	Taxa de natalidade 1000n(t)	TAXA DE CRESCIMENTO (o/oo)	
			Natural	Migratório
1940.....	17,99	28,11	10,12	19,53
1941.....	17,73	28,36	10,63	19,16
1942.....	17,87	28,82	10,95	18,97
1943.....	17,58	29,07	11,49	18,57
1944.....	17,07	29,21	12,14	18,06
1945.....	16,50	29,34	12,84	17,49
1946.....	15,89	29,41	13,52	16,95
1947.....	14,81	29,26	14,45	16,16
1948.....	14,13	29,35	15,22	15,52
1949.....	13,58	29,48	15,90	14,98
1950.....	13,01	29,64	16,63	14,39
1951.....	12,47	29,81	17,34	13,81
1952.....	12,25	30,19	17,94	13,35
1953.....	11,95	30,53	18,58	12,85
1954.....	11,74	30,94	19,20	12,36
1955.....	11,66	31,44	19,78	11,92
1956.....	11,51	31,91	20,40	11,44
1957.....	11,27	32,34	21,07	10,90
1958.....	11,01	32,76	21,75	10,36
1959.....	10,72	33,20	22,48	9,77
1960.....	10,41	33,62	23,21	9,17

(1) Médias móveis quinquenais dos óbitos.

QUADRO 7

**Decomposição do movimento demográfico da Guanabara 1940-1960
(Números absolutos em milhares)**

ANO	Nasci- mentos	Óbitos	Creascimento natural	Creascimento migratório (1)	Creascimento total	100 × Creascimento natural Creascimento total (%)
1940.....	49,35	31,58	17,77	34,28	52,05	34,1
1941.....	51,29	32,06	19,23	34,65	53,88	35,7
1942.....	53,70	33,30	20,40	35,34	55,74	36,6
1943.....	55,81	33,75	22,06	35,65	57,71	38,2
1944.....	57,79	33,77	24,02	35,73	59,75	40,2
1945.....	59,79	33,62	26,17	35,64	61,81	42,3
1946.....	61,83	33,41	28,42	35,64	64,06	44,4
1947.....	63,43	32,10	31,33	35,03	66,36	47,2
1948.....	65,60	31,58	34,02	34,69	68,71	49,5
1949.....	67,95	31,30	36,65	34,53	71,18	51,5
1950.....	70,47	30,93	39,54	34,21	73,75	53,6
1951.....	73,11	30,58	42,53	33,87	76,40	55,7
1952.....	76,39	30,99	45,40	33,78	79,18	56,9
1953.....	79,71	31,20	48,51	33,55	82,06	59,1
1954.....	83,37	31,63	51,74	33,30	85,04	60,8
1955.....	87,44	32,43	55,01	33,15	88,16	62,4
1956.....	91,61	33,04	58,57	32,84	91,41	64,1
1957.....	95,85	33,40	62,45	32,31	94,76	65,9
1958.....	100,26	33,70	66,56	31,71	98,27	67,7
1959.....	104,93	33,88	71,05	30,88	101,93	69,7
1960.....	109,75	33,98	75,77	29,93	105,70	71,7

* (1) Obtido por multiplicação das taxas de crescimento migratório constante do Quadro 6, pelas populações médias do Quadro 3.

3.3 — De posse dos níveis da mortalidade e da natalidade, foi possível, como dissemos, decompor a taxa de crescimento $r(t)$ da população total em suas duas componentes clássicas: crescimento natural e crescimento migratório. Essa decomposição, feita no quadro 6 em valores relativos (taxas), encontra-se no quadro 7 em números absolutos. Segundo êsses resultados teriam nascido, em 1960, cêrca de 105 700 crianças, ao passo que constam 87 453 nascimentos vivos registrados nesse ano, o que sugere uma deficiência de 18 247 registros ou sejam 17% do total e 21% dos registros efetuados. É claro que êsse resultado representa uma média, abrangendo um período quinquenal em tôrno de 1960, podendo ser o valor real algo superior ou algo inferior a essa estimativa.

De qualquer modo, a deficiência ainda é ponderável e lastimável, indicando a urgência de medidas drásticas a respeito, a fim de que não persista por mais tempo essa situação realmente constrangedora para o Estado da Guanabara. (*)

3.4 — Com os resultados obtidos é possível construir um modelo da evolução do Estado da Guanabara durante o período considerado. Êsse modelo (ampliando uma idéia do Prof. Mortara e por nós desenvolvido no Curso de Demografia da ENCE) acha-se explicado no Apêndice 3. Êle consiste, essencialmente, em se considerar um período de tempo t_0 — t_1 , supor uma população evoluindo durante êsse período segundo as mesmas taxas de crescimento migratório e natural da população observada e analisar, em cada período, a contribuição do crescimento natural e do crescimento migratório, êste último subdividido em crescimento direto (saldo migratório) e indireto (contribuição dos migrantes para os nascimentos). Supõe-se a mesma taxa de natalidade para o conjunto de migrantes e naturais e ausência de interações o que, não sendo rigorosamente exato, poderá ser posteriormente corrigido; de qualquer modo o modelo oferece um panorama geral próximo da realidade, ou um quadro de base para comparações ulteriores com essa realidade.

Os resultados numéricos encontram-se no quadro resumo seguinte. Durante o período 1940/1950 (De 1.º de julho de 1940 a 1.º de julho de 1950) houve uma contribuição de 45,3% da componente natural e de 54,7% da componente migratória, sendo que 45,0% provieram diretamente da corrente migratória e 9,7% como contribuição indireta

(*) O nível da natalidade da Guanabara, mais elevado do que se supunha, também foi encontrado, por outro caminho, pelo Sr. George Martine em trabalho realizado independentemente do nosso e prestes a ser publicado.

dessa corrente ao acréscimo dos nascimentos, o que representa um auxílio líquido de 21,4% à natalidade do Estado, durante o período considerado.

QUADRO 8

Movimento demográfico total de uma população com as mesmas características da do Estado da Guanabara

CRESCIMENTO	PERÍODO INTERCENSITÁRIO		
	1940-1950	1950-1960	1940-1960
Total.....	1 000,0	1 000,0	1 000,0
Natural.....	393,6	588,7	453,3
Migratório direto.....	564,5	369,3	449,6
Migratório indireto.....	41,9	42,0	97,1

Se fôr reunido o crescimento natural ao “migratório indireto”, uma vez que ambos dependem da natalidade, verifica-se que os nascimentos teriam influído com 55,0% do crescimento, contra 45,0% da migração. A evolução durante o período de 1940 a 1960 constitui uma resultante de dois períodos decenais muito diferentes sob o ponto de vista das componentes demográficas do crescimento. De fato, de 1940 a 1950 o crescimento natural representou 39,4% e o migratório, cêrca de 60,6% sendo que 56,4 de forma direta e 4,2 indiretamente através da natalidade; no decênio seguinte o crescimento natural elevou-se para 58,9% e o migratório decresceu para 41,1% dos quais 36,9% sob forma de crescimento migratório direto (diminuição de 34,6% em relação ao período anterior) com uma contribuição indireta mantida no mesmo nível de 4,2%.

4 — OBSERVAÇÕES FINAIS

4.1 — Cabe fazer algumas observações finais em relação a certos pontos que poderiam deixar dúvidas no leitor. Em primeiro lugar foi admitida a mesma taxa média de mortalidade para os grupos 1, 2 e 3. Na realidade os dois primeiros constituem a população do Estado da Guanabara, de modo que a adoção da taxa média, válida para toda a população, poderia, aparentemente, dispensar maiores esclarecimentos. Tendo sido porém, determinados os níveis médios da natalidade em função do movimento ocorrido no grupo 1, somente a mortalidade desse grupo deveria intervir. Se essa mortalidade fôr inferior à do grupo 2 o nível médio da natalidade resultará também algo inferior ao obtido pelo cálculo anterior. Para se fazer uma idéia da repercussão que poderia ter êsse fator sobre o nível da natalidade considere-se um caso

bem desfavorável; admita-se que a mortalidade do grupo 1 seja 20% inferior à média adotada o que implica em uma mortalidade dos não naturais superior em mais de 50%, em média, à do grupo de naturais (suposição certamente excessiva). Ainda assim, os níveis da natalidade para 1940, 1950 e 1960 seriam os indicados no resumo seguinte (mortalidade reduzida) em comparação com os resultados obtidos anteriormente (mortalidade média).

ANO	TAXA DE NATALIDADE: ‰		
	Com base na mortalidade reduzida	Com base na mortalidade média	Acréscimo %
1940.....	26,33	28,11	6,8
1950.....	28,30	29,64	4,5
1960.....	32,47	33,62	3,5

Assim, mesmo com uma hipótese tão extrema quanto a indicada, os resultados ficam apenas ligeiramente alterados, não modificando as conclusões gerais da análise anterior.

4.2 — Um segundo ponto se refere à suposição de que não teria havido subenumeração dos óbitos no Estado da Guanabara no período examinado, sendo dadas como exatas as taxas de mortalidade. O abandono dessa suposição implicaria, obviamente, na conclusão de que os níveis da natalidade *seriam ainda mais elevados* do que os encontrados no estudo. Não é impossível todavia que a subenumeração por acaso existente tivesse sido maior em 1940 do que em 1960, e que tivesse decrescido daquele ano para o último. Isso poderia explicar, em parte (sómente em parte) o aumento das taxas de natalidade calculadas no período 1940/1960. Note-se que essa causa do erro agiria em sentido contrário à do item anterior.

4.3 — Por fim, cabe ponderar que o cálculo de $g_m(t)$ depende do conhecimento do número de naturais do Estado da Guanabara presentes em cada uma das outras unidades federadas. Ora, esses números só serão conhecidos quando estiverem disponíveis os resultados correspondentes a tôdas essas unidades o que infelizmente não ocorre, face ao atraso de que ainda se ressentem as apurações do censo de 1960. Assim, na falta de outros dados fomos conduzidos a admitir que a taxa de crescimento durante o período 1950/1960 tenha sido a mesma do decênio anterior. Se posteriormente se verificar que essa suposição não é válida deverá ser feita a correção adequada. Com isso a natalidade calculada aumentará se $r_3(t)$ aumentar e decrescerá em caso contrário.

O mesmo ocorrerá se a taxa de mortalidade do grupo 3 diferir da taxa geral de mortalidade, $m(t)$. A maior diferença para $g_m(t)$ ocorrerá se ambas as taxas forem superiores ou inferiores ao admitido, pois, de outro modo, haveria compensação, pelo menos parcial. Sendo ambas superiores, a natalidade seria também superior a calculada no presente trabalho; se forem ambas inferiores, o que nos parece pouco provável, (pois tudo conduz a pensar que $r_3(t)$ tenha aumentado no período 1950/1960 em relação ao decênio anterior) a natalidade calculada ficaria também algo abaixo dos níveis obtidos. Todavia, também aqui a diferença não é apreciável, uma vez que o termo $-g_m(t)$ é relativamente pequeno em comparação com os demais; de fato, de acordo com a fórmula (2.2-4) a soma alterada $r_3(t) + m(t)$ fica multiplicada por $\mu(t)$ que é o fator representativo da importância relativa da população $P_3(t)$ em comparação com $P_1(t)$. Esse fator varia de 0,094 até 0,137 durante o período analisado, reduzindo muito a influência sobre o resultado final, de diferenças eventualmente existentes naquela soma.

De qualquer modo cabe aqui uma observação de caráter metodológico. Na figura 1 supuzemos a região R fechada aos movimentos migratórios externos, considerando apenas as trocas demográficas entre os G e G. A supressão dessa restrição conduziria a incluir, no caso concreto aqui examinado, a saída de naturais do Estado da Guanabara para o exterior e os correspondentes retornos do exterior; esse movimento no entanto, terá sido de pequena monta.

Se nesse movimento as saídas superam as entradas, os valores de $-g_m(t)$ seriam mais elevados do que os aqui obtidos, o que contribuiria para aumentar as taxas de natalidade; em caso contrário (pouco provável) a natalidade calculada seria algo inferior.

4.4 — Em conclusão, os valores calculados para o período entre 1940 e 1960 não podem estar muito longe da realidade, uma vez que ficam pouco afetados pelas hipóteses adotadas.

Assim, a natalidade no Estado da Guanabara tem-se mantido em níveis bastante mais elevados do que se supunha geralmente; de outro modo, como já foi salientado, não se poderia explicar o crescimento do grupo de naturais, segundo os resultados observados nos recenseamentos gerais de 1940, 1950 e 1960.

Um aperfeiçoamento do método poderá ser conseguido mediante a introdução de diferentes níveis de mortalidade nos grupos 1, 2 e 3.

Guanabara, novembro de 1968

BIBLIOGRAFIA

- 1 — Características demográficas e sociais do Estado da Guanabara — "ESTUDOS DE ESTATÍSTICAS TEÓRICAS E APLICADA" vol. n.º 29, Estatística demográfica.

APÊNDICE N.º 1

1 — Considere-se novamente as regiões R e G da fig. 1 do texto. Represente-se por $P(t)$ o número de habitantes de G, na época t , subdivididos em *naturais* de G, indicados por $P_1(t)$ e *não naturais* de G, por $P_2(t)$. Obviamente,

$$P(t) = P_1(t) + P_2(t) \quad (1.1)$$

A taxa $r(t)$ de crescimento da população de G, na época t , pode ser decomposta, como geralmente se faz, em duas parcelas

$$r(t) = r_v(t) + r_m(t) \quad (1.2)$$

onde

$$r_v(t) = n(t) - m(t) \quad (1.3)$$

representa a taxa de crescimento natural, diferença entre as taxas de natalidade e de mortalidade e

$$r_m(t) = i(t) - e(t) \quad (1.4)$$

a taxa de variação migratória, diferença entre as taxas de migração e emigração. Se, em lugar da população total, fôr considerada apenas a população $P_1(t)$ dos naturais de G, é possível definir em relação a esse grupo, uma outra taxa de *variação migratória de naturais*, representada por $g_m(t)$:

$$g_m(t) = i_1(t) - e_1(t) \quad (1.4)$$

Essa taxa resulta da diferença entre a fração da população $P_1(t)$ que retorna à região de origem (imigrantes) e a que dela sai (emigrantes). Note-se que, enquanto $r_m(t)$ é definida em relação à população total de G, a nova taxa se refere à população $P_1(t)$, que é apenas uma parte daquela. Ambas as taxas, no entanto, são positivas quando o número de entrados na região G supera o número dos que, no mesmo período, saem dessa região.

2. Uma circunstância óbvia porém fundamental para o método de separação das componentes do movimento demográfico da região G é a de que todos os nascimentos, provenham do grupo 1 ou do grupo 2, irão alimentar apenas os contingentes do primeiro grupo. Assim, a velocidade de variação desse grupo, no instante, t , será:

$$dP_1(t)/dt = n(t) \cdot P(t) - m(t) P_1(t) + g_m(t) P_1(t) \quad (2.1)$$

Dividindo-se ambos os membros dessa igualdade por $P_1(t)$, substituindo-se $P(t)$ pela soma $P_1(t) + P_2(t)$ e o cociente $P_2(t)/P_1(t)$ por

$\lambda(t)$, obtem-se, no primeiro membro, a taxa de crescimento $r_1(t)$ do grupo 1. Logo:

$$r_1(t) = [1 + \lambda(t)] \cdot n(t) - m(t) + g_m(t) \quad (2.2)$$

Dessa igualdade obtem-se facilmente a fórmula (2.2.3) do texto:

$$n(t) = K(t) [r_1(t) + m(t) - g_m(t)] \quad (2.3)$$

onde

$$K(t) = 1 / [1 + \lambda(t)] = P_1(t) / P(t) \quad (2.4)$$

3. Outra relação que, embora não figurando no texto, poderia ser utilizada com o mesmo fim é a que se obtem considerando-se a evolução do grupo 2. Uma vez que, no total do saldo migratório estão computados os naturais de G que emigram ou que imigram (isto é, emigrantes anteriores que retornam à região G), o saldo migratório que irá afetar o grupo 2 é, tão-somente, a diferença:

$$r_m(t) \cdot P(t) - g_m(t) \cdot P_1(t)$$

Tendo-se em conta, ainda, que o grupo 2 *não* é afetado pelos nascimentos (que passam a integrar o grupo 1) a velocidade de variação no instante t , para o grupo 2, será:

$$dP_2(t)/dt = r_m(t) \cdot P(t) - g_m(t) \cdot P_1(t) - m(t) \cdot P_2(t) \quad (3.1)$$

Dividindo-se ambos os membros dessa igualdade por $P_2(t)$ e substituindo-se, como anteriormente, $P(t)$ pela soma $P_1(t) + P_2(t)$ e o cociente $P_2(t)/P_1(t)$ por $\lambda(t)$, obtem-se, no primeiro membro, a taxa de crescimento $r_2(t)$. Logo:

$$r_2(t) = [1 + 1/\lambda(t)] r_m(t) - m(t) - [g_m(t)/\lambda(t)] \quad (3.2)$$

Nessa expressão a natalidade figura implicitamente através da taxa $r_m(t)$ que pode ser expressa mediante a (1.2) em termos de $r(t)$ e $r_v(t)$, esta última podendo ser representada pela diferença $n(t) - m(t)$. Com essas substituições e um pouco de álgebra chega-se exatamente à mesma fórmula (2.3).

4. Considere-se, agora, o grupo 3, constituído pelos *naturais* de G , presentes em $\overline{G}$, na época t , isto é, ausentes da região de nascimento. A população desse grupo, indicada por $P_3(t)$ é acrescida pela diferença entre os números dos naturais de G entrados e saídos em cada período, isto é, $-g_m(t) \cdot P_1(t)$, diminuindo dos óbitos que nele ocorrem; não interfere na variação desse grupo os nascimentos nele verificados.

Assim, a velocidade de variação da população do grupo 3, na época t , será

$$dP_3(t)/dt = -g_m(t) \cdot P_1(t) - m(t) \cdot P_3(t) \quad (4.1)$$

Admitiu-se, implicitamente, que esse grupo está sujeito à mesma taxa de mortalidade geral, $m(t)$; essa hipótese pode não se realizar na maioria dos casos práticos e, como ficou salientado no texto, deve ser detidamente analisada em cada situação e examinadas as possíveis consequências da sua admissão. Caso não haja base para adotá-la poderá ser admitida outra mortalidade do grupo considerado, o que não modifica a essência do nosso raciocínio.

Dividindo-se ambos os membros da igualdade (4.1) por $P_3(t)$ obtem-se, no 1.º membro, a taxa de crescimento $r_3(t)$. Logo, fazendo

$$\mu(t) = P_3(t)/P_1(t)$$

resulta:

$$r_3(t) = \frac{g_m(t)}{\mu(t)} - m(t) \quad (4.2)$$

e portanto

$$g_m(t) = -\mu(t) [r_3(t) + m(t)] \quad (4.3)$$

que é a fórmula (2.2-4) do texto.

5. Algumas relações de interesse podem ser obtidas a partir de (2.2) e (3.2). Da primeira, combinada com a (1.3) vem:

$$r_1(t) = r_v(t) + \lambda(t) \cdot n(t) + g_m(t) \quad (5.1)$$

e da segunda, mediante uma nova arrumação dos termos:

$$r_2(t) = r_m(t) - m(t) + \frac{1}{\lambda(t)} [r_m(t) - g_m(t)] \quad (5.2)$$

Tendo em vista as expressões (1.2) e (1.3) tiram-se ainda as seguintes relações:

$$r_1(t) = r(t) + [\lambda(t) \cdot m(t) + g_m(t) - r_m(t)] \quad (5.3)$$

$$r_2(t) = r(t) - [n(t) + \frac{1}{\lambda(t)} \{g_m(t) - r_m(t)\}] \quad (5.4)$$

Essas expressões mostram que, quando os dois grupos 1 e 2 são iguais, isto é $\lambda(t) = 1$, as taxas de crescimento $r_1(t)$ e $r_2(t)$ são simétricas em relação a $r(t)$, a primeira é superior de $n(t) + g_m(t) - r_m(t)$ e a segunda é inferior da mesma quantidade.

APÊNDICE N.º 2

1 — A evolução de uma população pode ser expressa por uma equação de diferença ou pela equação diferencial equivalente (Apostilhas do Curso de Demografia da ENCE); preferiu-se a forma diferencial, de modo que, sendo $P(t)$ a população na época t e $M(t) \Delta t$ saldo migratório, durante o intervalo Δt , pode-se escrever, quando $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\frac{dP(t)}{dt} = r(t) P(t) + M(t) \quad (1.1)$$

A integração dessa equação diferencial ordinária conduz à solução

$$P(t) = [P(0) + \int_0^t M(x) dx] e^{\int_0^t r(x) dx} \quad (1.2)$$

Se se admite (e é o que foi feito no presente trabalho) que:

$$M(t) = r_m(t) P(t)$$

a equação diferencial (1.1) assume a forma

$$\frac{1}{P(t)} \cdot \frac{dP(t)}{dt} = r_v(t) + r_m(t)$$

Ou, pondo $r_v(t) + r_m(t) = r(t)$ e integrando

$$P(t) = P(0) e^{\int_0^t r(x) dx}$$

Fazendo

$$\varphi(t) = \int_0^t r(x) dx$$

$$P(t) = P(0) e^{\varphi(t)} \quad (1.3)$$

que é a expressão utilizada no texto.

2 — Suponha-se uma população, $P(t)$, subdividida em 2 grupos G_1 e G_2 , de contingentes $P_1(t)$ e $P_2(t)$, sendo

$$P(t) = P_1(t) + P_2(t) \quad (2.1)$$

Se $P_1(t)$ e $P_2(t)$ forem do tipo 1.3 com diferentes funções no expoente, isto é

$$P_1(t) = P_1(0) e^{\varphi_1(t)} \quad (2.2)$$

$$P_2(t) = P_2(0) e^{\varphi_2(t)} \quad (2.3)$$

então é claro que

$$P(t) = P_1(0) e^{\varphi_1(t)} + P_2(0) e^{\varphi_2(t)}$$

Assim, se $\varphi_1(t) \neq \varphi_2(t)$ e $P(t)$ é do tipo (1.3), pelo menos um dos grupos G_1 e G_2 terá população evoluindo segundo outra função; se as populações de ambos os grupos evoluem seguido o tipo (1.3) conclui-se que a população total $P(t)$ não poderá ser expressa pela mesma função.

Embora seja essa uma restrição de caráter teórico, verifica-se, em geral, que é possível exprimir $P_1(t)$, $P_2(t)$ e $P(t)$ pela mesma função do tipo (1.3 de modo que seja satisfeita, *aproximadamente*, a igualdade (2.1). É o que acontece com os grupos considerados no texto: população dos *naturais da Guanabara*, $P_1(t)$, e dos *não naturais da Guanabara*, $P_2(t)$. Tendo sido ambas ajustadas por funções do tipo (1.3), satisfazem, de forma absolutamente aceitável, a relação (2.1) conforme se verifica pelo quadro 3.

3 — O ajustamento da expressão (1.3) e de suas análogas (2.2) e (2.3) foi feito admitindo-se para $\varphi(t)$, $\varphi_1(t)$ e $\varphi_2(t)$ as expressões:

$$\begin{aligned}\varphi(t) &= at^2 + bt \\ \varphi_1(t) &= a_1t^2 + b_1t \\ \varphi_2(t) &= a_2t^2 + b_2t\end{aligned}$$

Verifica-se facilmente, derivando-se (1.3) em relação a t , tendo em vista as expressões de $\varphi(t)$ e aplicando o mesmo processo às equações (2.2) e (2.3):

$$\begin{aligned}\varphi'(t) &= r(t) = 2at + b \\ \varphi'_1(t) &= r_1(t) = 2a_1t + b_1 \\ \varphi'_2(t) &= r_2(t) = 2a_2t + b_2\end{aligned}$$

onde $r(t)$, $r_1(t)$ e $r_2(t)$ são as taxas de crescimento da população total, $P(t)$, e das populações dos Grupos G_1 e G_2 , respectivamente.

Quando no ajustamento existe algum grau de liberdade disponível, pode-se adotar para $\varphi(t)$ a expressão

$$\varphi(t) = at^2 + bt + c$$

A constante c , no caso de não haver grau de liberdade disponível e realizar-se o ajustamento obrigando-se a função $P(t)$ a reproduzir os valores correspondentes a três recenseamentos, então, fazendo a origem $t = 0$ coincidir com um dos recenseamentos resulta:

$$P^*(0) = P^*(0) e^c$$

Donde $c = 0$

No caso geral pode-se adotar a expressão

$$P(t) = e^{\varphi(t)}$$

ficando a constante multiplicativa do 2.º membro incluída em $\varphi(t)$.

No presente trabalho não foi adotada essa forma mais geral porque desejou-se restringir aos 3 últimos, os recenseamentos utilizados no cálculo, de modo que não havia nenhum grau de liberdade disponível.

Os quadros A2-1, A2-2 e A2-3, indicam o processo utilizado. Além disso, como a origem, no ajustamento, coincidiu com a data do censo de 1940 (1.º de setembro) foi feita uma posterior mudança de origem a fim de que as expressões de $r(t)$, $r_1(t)$ e $r_2(t)$ ficassem referidas a 1.º de julho daquele ano.

As conhecidas fórmulas de crescimento geométrico ou exponencial são apenas casos particulares da (1.3), quando a função $\varphi(t)$ se reduz à forma linear simples: $\varphi(t) = rt$. Pondo $e^r = (1 + i)$ chega-se à outra expressão indicada no têxto.

QUADRO A2-1

População presente do Estado da Guanabara

Data do censo	12 t	P*(t) (1 000 hab)	P*(t)/P*(o)	lg[P*(t)/P*(o)]	P(t) (1 000 hab)
1/9/1940.....	0	1 764,1	1,0000	0	1 764,1
1/7/1950.....	118	2 377,5	1,3477	0,1295932	2 377,5
1/9/1960.....	240	3 281,9	1,8604	0,2696063	3 281,9

$$P(t) = P(o) e^{at^2 + bt} \quad \lg[P(t)/P(o)] = a't^2 + b't \quad a = a'/\lg e \quad b = b'/\lg e$$

$$\text{Equações: } (118/12)^2 a' + (118/12) b' = 0,1295932 \\ 400 a' + 20 b' = 0,2696063$$

Donde

$$a = 0,000068249 \quad b = 0,029674584 \\ r(t) = 0,000136498 t + 0,02967458 \quad (\text{Origem: } 1/9/1940) \\ r(t) = 0,000136498 t + 0,02965183 \quad (\text{Origem: } 1/7/1940)$$

QUADRO A2-2

População dos naturais presentes do Estado da Guanabara

Data do censo	12 t	P*(t) (1 000 hab)	P ₁ *(t)/P ₁ *(o)	lgP ₁ *(t)/P ₁ *(o)	P ₁ *(t) (1 000 hab)
1/9/1940.....	0	873,0	1,0000	8	873,0
1/7/1950.....	118	1 223,5	1,4015	0,1465931	1 223,5
1/9/1960.....	240	1 819,3	2,0840	0,3188977	1 819,3

$$P_1(t) = P_1(o) e^{a_1 t^2 + b_1 t} \quad \lg[P_1(t)/P_1(o)] = a_1' t^2 + b_1' t \quad a_1 = a_1'/\lg e \\ b_1 = b_1'/\lg e$$

$$\text{Equações: } (118/12)^2 a_1' + (118/12) b_1' = 0,1465931 \\ 400 a_1' + 20 b_1' = 0,3188977$$

Donde

$$a = 0,000234888 \quad b = 0,032016696 \\ r_1(t) = 0,000469776 t + 0,032016670 \quad (\text{Origem: } 1/9/1940) \\ r_1(t) = 0,000469776 t + 0,031938370 \quad (\text{Origem: } 1/7/1940)$$

QUADRO A2-3

População dos não naturais presentes do Estado da Guanabara

Data do censo	12 t	$P_2^*(t)$	$R(t) = \frac{P_2^*(t)}{P_2^*(o)}$	lg R(t)	$P_2(t)$ (1 000 hab)
1/9/1940.....	0	891,2	1,0000	0	891,2
1/7/1950.....	118	1 154,0	1,2949	0,1122362	1 154,0
1/9/1960.....	240	1 462,6	1,6412	0,2151615	1 462,6

$$P_2(t) = P_1^*(o) a_2 t^2 + b_2 t; \lg[P_1^*(t)/P_1^*(o)] = a_2' t^2 + b_2' t; a_2 = a_2'/lge$$

$$b_2 = b_2'/lge$$

$$\text{Equações: } (118/12)^2 a_2' + (118/12) b_2' = 0,1122362$$

$$400 a_2' + 20 b_2' = 0,2151615$$

Donde

$$a = -0,000148523 \quad b = 0,027741850$$

$$r_2(t) = -0,000297047 t + 0,02774185 \quad (\text{Origem: 1/9/1940})$$

$$r_2(t) = -0,000297047 t + 0,02779136 \quad (\text{Origem: 1/7/1940})$$

APÊNDICE 3

Mortalidade no Estado da Guanabara

ANO	P(t) (1.º de julho)	Número total de óbitos (*)	Médias móveis quinqüenais (óbitos)	Taxas médias de mortalidade m(t)
1938.....	—	30 892	—	—
1939.....	—	30 648	—	—
1940.....	1 755,5	31 230	31 586,6	0,01799
1941.....	1 808,4	32 613	32 055,4	0,01773
1942.....	1 863,2	32 550	33 295,4	0,01787
1943.....	1 919,9	33 236	33 757,6	0,01758
1944.....	1 978,6	36 848	33 772,2	0,01707
1945.....	2 037,7	33 541	33 615,0	0,01650
1946.....	2 102,5	32 686	33 402,0	0,01589
1947.....	2 167,7	31 764	32 096,8	0,01481
1948.....	2 235,1	32 171	31 578,8	0,01413
1949.....	2 305,0	30 322	31 290,6	0,01358
1950.....	2 377,5	30 951	30 935,4	0,01301
1951.....	2 452,6	31 245	30 588,6	0,01247
1952.....	2 530,2	29 988	30 992,0	0,01225
1953.....	2 610,9	30 437	31 200,0	0,01195
1954.....	2 694,5	32 339	31 641,6	0,01174
1955.....	2 781,1	31 991	32 435,0	0,01166
1956.....	2 870,9	33 453	33 054,4	0,01151
1957.....	2 963,9	33 955	33 388,4	0,01127
1958...	3 060,4	44 534	33 696,2	0,01101
1959.....	3 160,4	34 009	33 859,4	0,01072
1960.....	3 264,3	33 530	33 977,4	0,01041
\$1961.....	—	34 269	—	—
1962.....	—	34 145	—	—

APÊNDICE 3

(continuação)

**Evolução de uma população (1940-1960) sem corrente migratória
com a mesmas taxas de crescimento natural da Guanabara
e igual à da Guanabara, em 1940**

ANO (t)	1000 $\bar{r}(t) = (*)$	$\frac{t-1}{\Sigma \bar{r}(t)}$ 1940	$\Sigma \bar{r}(t)$ e	$\Sigma \bar{r}(t)$ $P(o)e$
1940.....	10,375	0,000000	1,00000	1 755,5
1941.....	10,790	0,010375	1,01043	1 773,8
1942.....	11,220	0,021165	1,02159	1 793,4
1943.....	11,815	0,032385	1,03298	1 813,4
1944.....	12,490	0,044200	1,04519	1 834,8
1945.....	13,180	0,056690	1,05833	1 857,9
1946.....	13,985	0,069870	1,07237	1 882,5
1947.....	14,835	0,083855	1,08747	1 909,1
1948.....	15,560	0,098690	1,10372	1 937,6
1949.....	16,265	0,114250	1,12103	1 968,0
1950.....	16,985	0,130515	1,13942	2 000,3
1951.....	17,640	0,147500	1,15893	2 034,5
1952.....	18,260	0,165140	1,17956	2 070,7
1953.....	18,890	0,183400	1,20029	2 107,1
1954.....	19,490	0,202290	1,22423	2 149,1
1955.....	20,090	0,221780	1,24829	2 191,4
1956.....	20,735	0,241870	1,27363	2 235,9
1957.....	21,410	0,262605	1,30031	2 282,7
1958.....	22,115	0,284015	1,32845	2 332,1
1959.....	22,845	0,306130	1,35816	2 384,2
1960.....	—	0,328975	1,38954	2 439,3

$$P(o) = 1 755,5$$

$$\bar{r}(t) + r(t + 1)$$

$$(*) r = \frac{\bar{r}(t) + r(t + 1)}{2}$$