INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA
CONSELHO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA

UM PROBLEMA DE CARTOGRAFIA

CÁLCULO DE UMA GEODÉSICA TERRESTRE OU MAIS CURTA DISTÂNCIA ENTRE DUAS LOCALIDADES

CHRISTOVAM LEITE DE CASTRO
SECRETARIO GERAL DO CONSELHO

(Separata do Boletim do Ministerio da Agricultura — Janeiro a Março de 1937).

Tip. da Diretoria de Estatística da Produção
RIO DE JANEIRO
1937

INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA
CONSELHO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA

UM PROBLEMA DE CARTOGRAFIA

CÁLCULO DE UMA GEODÉSICA TERRESTRE OU MAIS CURTA DISTÂNCIA ENTRE DUAS LOCALIDADES

CHRISTOVAM LEITE DE CASTRO
SECRETARIO GERAL DO CONSELHO

(Separata do Boletim do Ministerio da Agricultura — Janeiro a Março de 1937).

Tip. da Diretoria de Estatística da Produção
RIO DE JANEIRO
1937

O Conselho Brasileiro de Geografia, instituido pelo Decreto federal n.º 1.527, de 24 de Março de 1937, e instalado a 1.º de Julho último, inclue, entre as suas múltiplas e úteis finalidades, a divulgação da Geografia, sobretudo da Geografia brasileira, em seus variados aspectos.

Importa isto em dizer que as publicações geográficas, sejam textos sejam mapas, gerais ou regionais, merecerão uma atenção especial.

E' esta a primeira publicação técnica do Conselho, elaborada por um dos seus dedicados membros, com a sua responsabilidade pessoal, e ela, por ser a primeira contribuição individual, merece uma palavra especial, a palavra de confôrto devida a quem dá um exemplo a ser seguido.

Rio de Janeiro, 26 de Agosto de 1937.

JOSÉ CARLOS DE MACEDO SOARES,

Presidente do Conselho Brasileiro de Geografia.

UM PROBLEMA DE CARTOGRAFIA

Cálculo de uma geodésica terrestre ou mais curta distância entre duas localidades

— Considerações gerais.
— Solução do problema.
— Exemplo prático.

UM PROBLEMA DE CARTOGRAFIA

CÁLCULO DE UMA GEODÉSICA TERRESTRE OU MAIS CURTA DISTÂNCIA ENTRE DUAS LOCALIDADES

CHRISTOVAM LEITE DE CASTRO
ASSISTENTE-CHEFE
DA SECÇÃO DE ESTATISTICA TERRITORIAL DA DIRETORIA DE ESTATISTICA DA PRODUÇÃO.

Considerações gerais

Geodésica é a mais curta das linhas traçaveis em uma superfície entre dois dos seus pontos dados.

No caso de ser a superfície plana, a geodésica é a reta que une os dois pontos, no caso de superfície esférica é o menor arco de círculo máximo ligando os dois pontos, no caso de superfície qualquer a geodésica é o menor segmento da linha passando pelos dois pontos e cujo plano osculador é em todos seus pontos normal à superfície.

A Terra, planeta que habitamos, apresenta uma superfície irregular e, como tal, indefinivel; entretanto, a consideração rigorosa da superfície da Terra em sua fórma real indefinivel é abandonada em muitos problemas práticos, nos quais ela é considerada sob uma fórma geométrica determinada para cada caso e que, sem êrro sensivel, substitue a irregular fórma terrestre real.

Exemplifique-se.

A. Topografia ocupa-se do conhecimento da superfície terrestre para representa-la em miniaturas ou cartas topográficas; mas, a Topografia opera em extensões territoriais relativamente muito pequenas, nas quais a influência da curvatura da Terra é de tal modo imperceptivel que, sem êrro sensivel, pode-se assimilar a faixa terrestre topograficamente considerada a uma superfície plana, ou melhor, ao plano tangente com o qual se confunde o segmento de superfície terrestre em torno do ponto de tangência.

Um cálculo elementar revela que, substituindo-se um arco de circumferência de 1 grau pela tangente geométrica do ponto médio do arco, comete-se um êrro relativo de 0,00002538, o que, no caso da Terra, significa um êrro absoluto de $2^{m},8199$ para uma extensão de 111 kms., que é o valor métrico médio de 1 grau terrestre. Ora, esse êrro é inferior ao que se comete na medida das distâncias com os mais perfeitos instrumentos

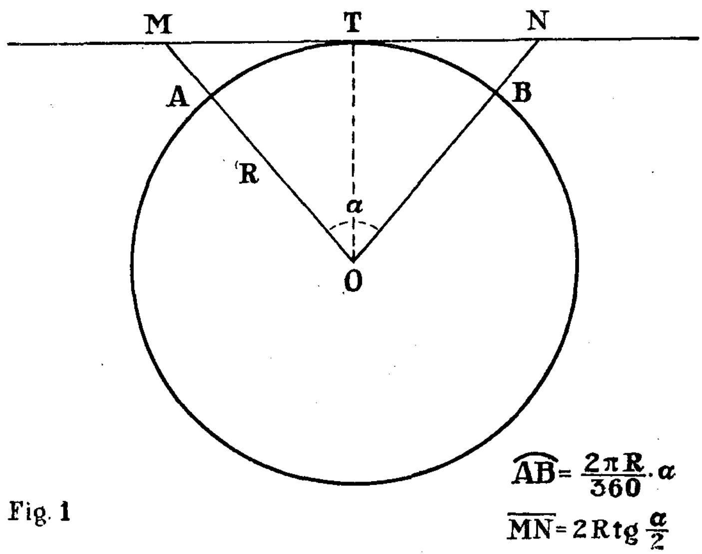

Fig. 1

e métodos usados em Topografia, e, além disto, ha a considerar que só nas cartas de escala de redução inferior a 1:1.000 tem ele significação, em face do êrro gráfico do desenho, cujo limite é de $0^{mm}.2$.

Assim sendo, a Topografia age desembaraçadamente dentro da concepção plana da superfície da Terra, guardados os limites de extensão fixados teoricamente.

Quando, porém, a extensão territorial estudada ultrapassa o limite além do qual se impõe a consideração da curvatura terrestre, aí, então, a Topografia silencia e cede seu lugar á Geodésia.

E a Geodésia atua em tres graus de extensão e de precisão morfológica crescentes, de vez que, quanto maiores as extensões territoriais consideradas, mais se impõe uma concepção convencional da fórma terrestre mais próxima de sua fórma real.

Daí as tres concepções geodésicas do globo terrestre, a saber:

a Terra esférica (Baixa Geodésia)
a Terra elipsóidica (Geodésia)
a Terra em sua fórma real (Alta Geodésia ou Geomorfia)

Ha um limite fixando a passagem da Baixa Geodésia para a Geodésia, ou melhor, ha um valor para a extensão territorial além do qual a consideração da Terra como uma esfera induz a um êrro, sensivel em face da tolerância admitida, o que exige um conceito morfológico terrestre mais preciso, donde a consideração da Terra como um elipsóide de revolução.

Considerando-se a esfera circumscrita ao elipsóide de revolução, caso em que o raio equatorial terrestre mantem-se, no cálculo das extensões territoriais ao longo do meridiano, impõe-se a consideração fundamental de que a *latitude geográfica* φ na elipse tem correspondência com a *latitude geocêntrica* φ' na circumferência, e, observada essa transposição,

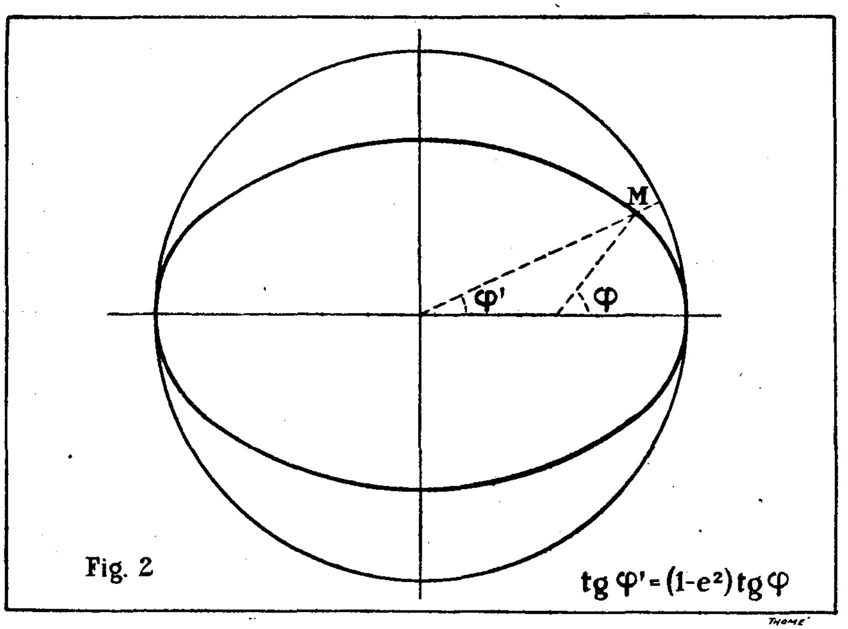

Fig. 2 $tg\,\varphi' = (1-e^2)\,tg\,\varphi$

verifica-se que, adotados os valores elipsóide de Clarke — 1866, para um arco de meridiano de 10° (de 0° a 10° de latitude), cuja extensão é da ordem de 1.106 kms., comete-se um êrro relativo de 0,000034, decorrente da diferença de cêrca 37^m, pela qual é o arco da circumferência circumscrita maior que o arco da elipse inscrita.

Quanto á Geomorfia, os seus limites evidenciam-se toda vez em que se considera a superfície da Terra com o máximo rigor, caso em que não cabe qualquer conceito convencional da Terra, assimilando-a a fórmas geométricas e como tais favorecidas com o esplêndido subsídio da análise matemática.

Solução do problema

O problema do cálculo de uma geodésica terrestre consiste em, dadas as coordenadas geográficas (latitude e longitude) de dois pontos da superfície da Terra, calcular a mais curta distância terrestre entre eles.

O cálculo de geodésica terrestre é hoje, não só um problema de ordem teórica, mas tambem um problema de ordem prática. O ideal da indústria dos transportes é a rapidez, e esta por sua vez é função da velocidade e da distância. Quanto á velocidade, a grande preocupação da mecânica moderna é aumenta-la. Quanto á distância, o trabalho está em encurta-la até seguir-se a mais curta, que é a geodésica: no transporte terrestre, a geodésica é inatingivel, no transporte marítimo é procurada e no transporte aéreo é a geodésica imperiosa.

Quanto ao cálculo, compreende-se, desde logo, que a solução do problema depende da extensão da linha a calcular:

1.º) — si a extensão da linha estiver dentro dos limites da Topografia, a solução simplifica-se e é obtida com os recursos da geometria elementar, porque em um triangulo retangulo desenrola-se o problema e a geodésica é, no caso, uma linha reta;

2.º) — si, entretanto, a extensão da linha impuzer a consideração da curvatura terrestre, neste segundo caso, a solução complica-se e compete á Trigonometria esférica, pois, em uma primeira aproximação, a linha geodésica assemelha-se a uma linha circular;

3.º) — si, finalmente, a extensão da linha geodésica a calcular fôr grande, de tal modo que não mais satisfaça a consideração da curvatura terrestre como uniforme, o problema exige solução mais complexa, pela Trigonometria elipsóidica, porquanto, neste terceiro caso, a linha geodésica, em segunda aproximação, assemelha-se a uma elipse.

1.° caso — Solução plana

Sejam A e B os dois pontos dados da superfície terrestre, cujas coordenadas geográficas conhecidas são as latitudes φ_A e φ_B e as longitudes L_A e L_B.

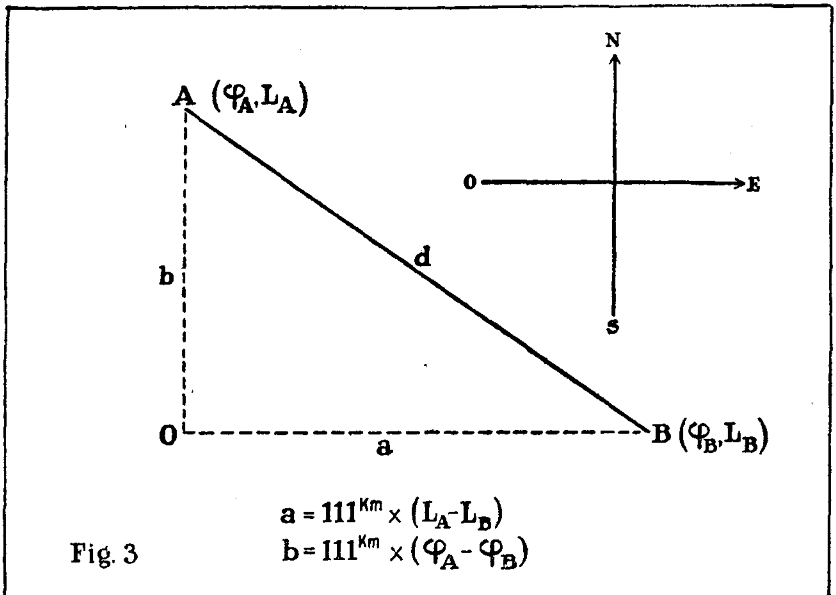

Fig. 3

Preliminarmente, impõe-se um reconhecimento no sentido de saber si os dados permitem a solução plana do problema, isto é, si, admitido um êrro relativo de 0,00003 ou 3×10^{-5}, a linha geodésica AB pode ser considerada uma reta, para o que, torna-se necessário ser o valor angular $\widehat{AB}$ menor que um grau, caso em que o valor linear $\overline{AB}$ é menor que 111 km.

Como saber a *priori* que o angulo $\widehat{AB} \leq 1^\circ$ ou que o comprimento $\overline{AB} \leq 111$ km.?

Sendo AB uma reta, forma-se um triangulo retangulo plano cujos catetos são as diferenças lineares das coordenadas homólogas, e como a distância AB, hipotenusa, maior que qualquer dos catetos, deve ter valor angular até 1°, conclue-se a seguinte:

REGRA: — "Para que a linha geodésica possa ser considerada uma reta é necessário que a diferença das latitudes e a das longitudes dos dois pontos dados da superfície terrestre sejam inferiores a 1°".

Esta condição é necessária, isto é, si uma geodésica tem valor angular inferior a 1° necessariamente a diferença das latitudes e a das longitudes serão inferiores a 1°; entretanto, a condição não é suficiente, isto é, não basta que as diferenças das coordenadas homólogas das duas localidades sejam ambas inferiores a 1° para que a hipotenusa AB valha até 1° e, como tal, possa ser considerada uma reta.

Nestas circumstâncias, em rigor, a regra estabelecida só vale em primeira aproximação para, como condição negativa, eliminar os casos de sua não observância; entretanto, na prática, essa regra é o quanto basta, porque o cálculo prévio para verificação em segunda aproximação si a linha geodésica pode ser considerada uma reta, mesmo satisfeita a condição da regra, é de tal modo mais complexo que mais vale fazer o simplíssimo cálculo pitagórico da distância AB e depois apreciar o resultado obtido, aceitando-o ou não.

Deante do exposto, para esse primeiro caso de solução plana deve-se obedecer a seguinte:

MARCHA: "1.°) Verificar si $\varphi_A - \varphi_B < 1°$ e $L_A - L_B < 1°$, e em caso afirmativo;

2.°) calcular a fórmula geométrica

$$d = 111.324^m \sqrt{(\varphi_A - \varphi_B)^2 + (L_A - L_B)^2} \quad (I)$$

em que as diferenças angulares exprimem-se em graus;

3.°) aceitar o valor achado si $d \leq 111$ km., condição a que deve satisfazer o resultado em face da tolerância prefixada de êrro menor que 3×10^{-5}.

2.º caso — Solução esférica

Sejam A e B os dois pontos dados na superfície terrestre, assimilada a uma esfera, cujas coordenadas geográficas conhecidas são as latitudes φ_A e φ_B e as longitudes L_A e L_B.

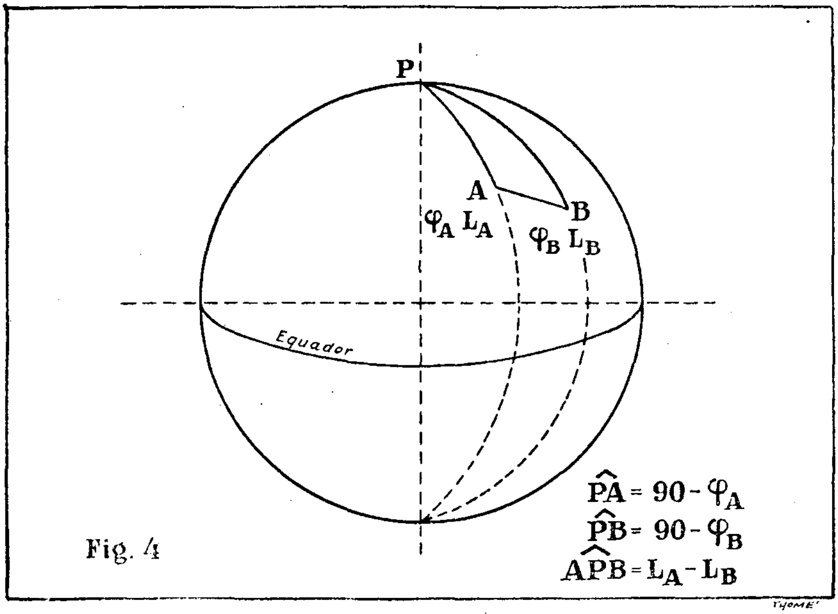

Fig. 4

O polo mais próximo P e os dois pontos dados A e B formam um triangulo esférico, no qual são conhecidos os dois lados PA e PB, cujos valores angulares são as colatitudes dos dois pontos dados, isto é, $\widehat{PA} = 90 - \varphi_A$, $\widehat{PB} = 90 - \varphi_B$, e tambem conhecido o angulo compreendido por estes dois lados meridianos e cujo valor é a diferença das longitudes dos dois pontos dados, isto é, $\widehat{APB} = L_A - L_B$.

A Trigonometria esférica oferece uma fórmula geral, que se aplica justa ao caso:

$$\cos a = \cos b \cos c + \operatorname{sen} b \operatorname{sen} c \cos A$$

a qual fornece um lado dum triangulo esférico em função explícita dos outros dois lados e do angulo oposto.

Aplicada ao caso, a fórmula assim se apresenta:

$$\cos d = \operatorname{sen} \varphi_A \operatorname{sen} \varphi_B + \cos \varphi_A \cos \varphi_B \cos (L_A - L_B) \quad \text{(II)}$$

Mas, em rigor, dever-se-ia, antes de aplicar esta fórmula II, conhecer *a priori* para cada caso si, dadas as coordenadas geográficas das duas localidades, a extensão da respectiva geodésica justificaria a solução esférica do problema, ou, em outras palavras, dever-se-ia saber de antemão si a fórmula II, aplicada, daria para valor angular de d um resultado até 10°, que, segundo foi visto, emquadra-se num êrro relativo de 0,000034.

Entretanto, na prática, em virtude da simplicidade da formula II, mais vale fazer o cálculo de d, para depois apreciar o resultado, aceitando-o ou não.

É claro que, aos mais avisados, o cotejo dos valores das coordenadas oferece *a priori* uma impressão valiosa sôbre o provavel resultado do problema.

3.° caso — Solução elipsóidica

O cálculo rigoroso da geodésica AB sôbre um elipsoide de revolução é tão complexo e penoso, que é abandonado na prática.

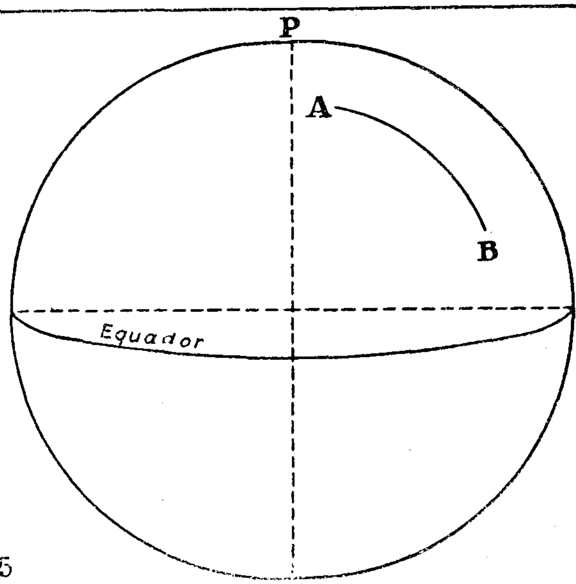

Fig. 5

Usualmente, sacrifica-se um pouco da precisão dos cálculos para facilidade do seu desenvolvimento, porém, sem prejuizo do rigor conveniente na prática.

Com efeito, tolerado um êrro da ordem do quadrado do achatamento terrestre $\left(\frac{1}{297^2} = 0{,}0000135\right)$, o formulário simplifica-se e assim se apresenta (Ver Anuário do Observatório do Rio de Janeiro para 1937, pag. 418) em relação ao elipsoide de referência internacional:

Dados ...

raio equatorial terrestre	$a = 6378388^m$
achatamento..................	$\alpha = \frac{1}{297}$
longitudes das duas localidades	L_A, L_B
latitudes das duas localidades	φ_A, φ_B

Fórmulas auxiliares

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_A + \varphi_B}{2} \qquad \varphi_2 = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{2} \qquad \lambda = \frac{L_A - L_B}{2}$$

$$sen^2 \frac{d_0}{2a} = sen^2\, \varphi_2\, cos^2\, \lambda + cos^2\, \varphi_1\, sen^2\, \lambda = S$$

$$cos^2 \frac{d_0}{2a} = cos^2\, \varphi_2\, cos^2\, \lambda + sen^2\, \varphi_1\, sen^2\, \lambda = C$$

$$R = \frac{sen\, \frac{d_0}{2a}\, cos\, \frac{d_0}{2a}}{\frac{d_0}{2a}}$$

Formula final

$$d = d_0 + \alpha\, d_0\, sen^2\, \varphi_1\, cos^2\, \varphi_2 \frac{3R - 1}{2C} -$$

$$- \alpha\, d_0\, cos^2\, \varphi_1\, sen^2\, \varphi_2 \frac{3R + 1}{2S} = d_0 + M - N \qquad \text{(III)}$$

A formula III aplica-se no caso da distância AB ou d, entre as duas localidades conhecidas, ultrapassar 1.100 Km., limite além do qual o cálculo esférico leva a um êrro superior á tolerância prefixada de 0,00003, exigindo um cálculo mais rigoroso, o que se obtem precisando a fórma convencional da Terra, mais próxima da sua fórma real, ou melhor, assimilando-a a um elipsoide de revolução.

Para se saber *a priori* si *d* ultrapassará ou não o limite de 1.100 km. em comprimento, ou de 10° em angulo, aplica-se a fórmula II de rápido cálculo; não se perdendo de vista as indicações valiosas que, aos mais experimentados, o cotejo dos dados do problema oferece.

Exemplo prático

Enunciado: " Calcular a menor distância terrestre entre as localidades brasileiras Tabatinga e Belém ".

São dadas as coordenadas geográficas de

Tabatinga	$\varphi_A = 4^\circ\ 14'\ 45''$ S	$L_A = 69^\circ\ 54'\ 3'',5$ W. G.
e Belém	$\varphi_B = 1^\circ\ 17'\ 46''$ S	$L_B = 48^\circ\ 29'\ 14'',0$ W. G.
Donde	$\varphi_A - \varphi_B = 2^\circ\ 56'\ 59''$	$L_A - L_B = 21^\circ\ 24'\ 49'',5$

Como resolver o problema? Qual a solução que ao caso convem: a plana, a esférica ou a elipsóidica?

A solução plana não se aplica no caso, porque a diferença das latitudes e a das longitudes são ambas superiores a 1°, e portanto, a distância entre as duas localidades será fatalmente superior a 111 km., limite além do qual não mais cabe o cálculo da geodésica como reta.

O exame prévio dos dados numéricos revela que a distância entre as duas localidades é um arco de valor angular de cerca de 20°, porque é uma linha que pouco se afasta do equador e cujo diedro dos meridianos extremos vale 21° ($L_A - L_B$).

Pode-se, pois, afirmar *a priori* que a solução conveniente ao caso é a elipsóidica, de vez que a extensão da geodésica a calcular, sabe-se-o de antemão, é superior a 10° em angulo e a 1.100 km. em comprimento.

Alinhe-se, então, o calculo.

$\varphi_A = 4^\circ\ 14'\ 45''$ S	$L_A = 69^\circ\ 54'\ 3'',5$ W. G.
$\varphi_B = 1^\circ\ 17'\ 46''$ S	$L_B = 48^\circ\ 29'\ 14'',0$ W. G.
$\varphi_A + \varphi_B = 5^\circ\ 32'\ 31''$	$L_A - L_B = 21^\circ\ 24'\ 49'',50$

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_A + \varphi_B}{2} = 2^\circ\ 46'\ 15'',5 \qquad \lambda = \frac{L_A - L_B}{2} = 10^\circ\ 42'\ 24'',75$$

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{2} = 1^\circ\ 28'\ 29'',5$$

$$\underline{\varphi_1 = 2^\circ\ 46'\ 15'',5}$$
$$\log sen^2\ \varphi_1 = 2 \log sen\ \varphi_1 = 7.3682496$$
$$\log cos^2\ \varphi_1 = 2 \log cos\ \varphi_1 = 9.9989838$$

$$\underline{\varphi_2 = 1^\circ\ 28'\ 29'',5}$$
$$\log sen^2\ \varphi_2 = 2 \log sen\ \varphi_2 = 6.8211610$$
$$\log cos^2\ \varphi_2 = 2 \log cos\ \varphi_2 = 9.9997121$$

$$\underline{\lambda = 10^\circ\ 42'\ 24'',75}$$
$$\log sen^2\ \lambda = 2 \log sen\ \lambda = 8.5380190$$
$$\log cos^2\ \lambda = 2 \log cos\ \lambda = 9.9847452$$

$$\log sen^2\ \varphi_2 = 6.8211610$$
$$\log cos^2\ \lambda = \underline{9.9847452}$$
$$6.8059062 \qquad sen^2\ \varphi_2\ cos^2\ \lambda = 0,0006396$$

$$\log cos^2\ \varphi_1 = 9.9989838$$
$$\log sen^2\ \lambda = \underline{8.5380190}$$
$$8.5370028 \qquad \underline{cos^2\ \varphi_1\ sen^2\ \lambda = 0,0344352}$$
$$sen^2 \frac{d_o}{2a} = S = 0,0350748$$
$$\log sen \frac{d_o}{2a} = \frac{1}{2} \log S = 9.2724976$$

$$\log cos^2\ \varphi_2 = 9.9997121$$
$$\log cos^2\ \lambda = \underline{9.9847452}$$
$$9.9844573 \qquad cos^2\ \varphi_2\ cos^2\ \lambda = 0,964844$$

$$\log sen^2 \varphi_1 = 7.3682496$$
$$\log sen^2 \lambda = 8.5380190$$
$$5.9062686 \qquad sen^2 \varphi_1 \; sen^2 \lambda = 0,0000806$$

$$cos^2 \frac{d_o}{2a} = C = 0,9649246$$

$$\log cos \frac{d_o}{2a} = \frac{1}{2} \log C = 9.9922470$$

Verificação: $sen^2 \dfrac{d_o}{2a} + cos^2 \dfrac{d_o}{2a} = S + C = 0,035074 +$

$$+ 0,964924 = 0,9999994$$

$$\frac{d_o}{2a} = arc\ sen\ 9.272496 = arc\ cos.\ 9.9922470 =$$

$$= 10^{\circ}\ 47'\ 39'',2 = \overset{\text{rad.}}{0,1883947}$$

$$d_o = 0,1883947 \times 2 \times 6378388^m = 2403308^m,9874872 \text{ ou}$$
$$\underline{d_o = 2.403.309^m,0}$$

$$\log sen \frac{d_o}{2a} = 9.2724976$$
$$\log cos \frac{d_o}{2a} = 9.9922470$$
$$colog \frac{d_o}{2a} = 0.7249314$$
$$\log R = 9.9896760$$
$$R = 0,97651$$

$$\log \alpha = colog\ 297 = 7.5272436$$
$$\log d_0 = 6.3808096$$
$$\log sen^2 \varphi_1 = 7.3682496$$
$$\log cos^2 \varphi_2 = 9.9997121$$
$$\log (3R - 1) = \log 1,92953 = 0.2854516$$
$$colog\ 2C = colog\ 1,9298492 = 0.7144766$$
$$\log M = 2.2759431 \quad M = 188^m,7744 \text{ ou } M = 188^m,8$$

$$\begin{array}{ll}
log\ a = & = 7.5272436 \\
log\ d_0 = & = 6.3808096 \\
log\ cos^2\ \varphi_1 = & = 9.9989838 \\
log\ sen^2\ \varphi_2 = & = 6.8211610 \\
log\,(3R + 1) = log\ 3{,}92953 & = 0.5943406 \\
colog\ 2S = colog\ 0{,}0701496 & = 1.1539748 \\
\hline
log\ N & = 2{,}4765134 \quad N = 299{,}5804 \text{ ou } N = 299^m{,}6
\end{array}$$

Portanto

$$d = d_0 + M - N = 2.403.309{,}0 + 188{,}8 - 299{,}6 = 2.403.198^m{,}2$$

O resultado obtido confirma a previsão feita da distância ser superior a 1.100 Km., donde a adoção da solução elipsóidica, e mais ainda, o valor achado de 2.403 km. tambem concorda com a afirmação, de antemão feita, de que o arco deveria ter aproximadamente 20° de valor angular.

Ainda, a título de confirmação, considere-se a solução esférica.

A fórmula a aplicar é

$$\text{(II)} \quad cos\ d_1 = sen\ \varphi_A\ sen\ \varphi_B + cos\ \varphi_A\ cos\ \varphi_B\ cos\,(L_A - L_B)$$

$$\begin{array}{lll}
log\ sen\ \varphi_A = log\ sen\ 4^\circ\,14'\,45'' & = 8.8694427 & \\
log\ sen\ \varphi_B = log\ sen\ 1^\circ\,17'\,46'' & = 8.3544823 & \\
\hline
 & 7.2239250 & sen\ \varphi_A\ sen\ \varphi_B = 0{,}00167465
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
log\ cos\ \varphi_A = log\ cos\ 4^\circ\,14'\,45'' & = 9.9988065 & \\
log\ cos\ \varphi_B = log\ cos\ 1^\circ\,17'\,46'' & = 9.9998889 & \\
log\ cos\,(L_A - L_B) = & & \\
\quad = log\ cos\ 21^\circ\,24'\,49'',5 & = 9.9689348 & \\
\hline
 & 9.9676302 & cos\varphi_A\, cos\varphi_B\, cos(L_A - L_B) = 0{,}928176 \\
\hline
 & & cos\ d_1 = 0{,}929850 \\
 & & log\ cos\ d_1 = 9.9684129 \\
 & & \hat{d}_1 = 21^\circ\,35'\,18'',8 = 21^\circ{,}5885
\end{array}$$

Portanto

$$d_1 = 111.324 \times 21{,}5885 = 2403{,}318^m$$

adotado para comprimento de 1° o valor 111.324^m, do grau equatorial do elipsoide de referência internacional (Anuário do Observatório para 1937).

Este valor de d_1, referente á esfera circumscrita ao elipsoide de referência internacional, confrontado com o valor elipsóidico d, oferece as confirmações seguintes:

1.°) — d_1 é maior que d, conforme deve ser;
2.°) — o valor de d_1 aproxima-se do d;
3.°) — confirma-se a previsão feita de arco da ordem de 20° para a geodésica em questão;
4.°) — a diferença $d_1 - d = 120^m$ representa um êrro relativo de 0.000049, superior á tolerância prefixada de 3×10^{-5}, donde ser inaceitavel a solução esférica do problema.