SECRETARIA DE PLANEJAMENTO DA PRESIDÊNCIA DA REPÚBLICA

FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA — IBGE

ASPECTOS ESTATÍSTICOS DA POLÊMICA *médias aritméticas* X *médias geométricas em* ÍNDICES DE PREÇOS

Francisco de Assis Moura de Melo (*)

RIO DE JANEIRO

BRASIL

FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA
DIRETORIA TÉCNICA
SUPERINTENDÊNCIA DE ESTATÍSTICAS PRIMÁRIAS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICAS E ÍNDICES DE PREÇOS

ASPECTOS ESTATÍSTICOS DA POLÊMICA *médias aritméticas* X *médias geométricas em* ÍNDICES DE PREÇOS

Francisco de Assis Moura de Melo (*)

Rio de Janeiro, 30 de setembro de 1983

(*) Economista, Chefe do Departamento de Estatísticas e Índices de Preços, DESIP.

1. INTRODUÇÃO

O aceno com a possibilidade de uso das médias geométricas em índices de preços no Brasil não é novo. Remonta à época em que foi implantada a última revisão do Índice de Preços ao Consumidor da Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas (FIPE) de São Paulo. Apresenta-se, esse aceno, de forma intermitente, através de afirmativas na imprensa ou em textos. Reporta-se, com mais freqüência, ao processo geral de agregação - à chamada "metodologia de cálculo". Com menor intensidade, refere-se ao processo inicial de agregação, aos estimadores dos subitens. Sem exceção, são assertivas desprovidas de aspectos dedutivos ou qualquer evidência factual.

Nossa atitude diante de aspectos metodológicos de Índice de Preços, ou qualquer tema associado à sua elaboração e produção, caracteriza-se pela busca do conhecimento. Discorremos sobre as alternativas de cálculo, sob o enfoque lógico-matemático e com apreciações sobre a característica econômica dos métodos, em Moura de Melo (1982) e (1983). Aqui tratamos da questão dos estimadores amostrais do subitem.

Embora este tema constitua uma das linhas de pesquisa do *DESIP*, há uma motivação adicional. Recentemente a área acadêmica e os produtores de índices de diversas instituições brasileiras (bem como toda a sociedade) tiveram conhecimento, através da imprensa, da notícia de eventual mudança metodológica no INPC.

Para introduzir o tema, sejam as seguintes afirmativas:

"dentro do enfoque Estatístico, a média geométrica seria empregada desde que as evidências empíricas revelassem que os relativos de preços distribuir-se-iam segundo uma Log-normal".

José Tiacci Kirsten, in "Índice Nacional de Preços ao Consumidor: Críticas e Subsídios", Estudos Econômicos, São Paulo 10(2), 1980.

"Com relação ao enfoque estatístico esta aproximação à Divisia gera um estimador não-viesado da média dos relativos de preços, sob a hipótese bastante plausível, de que os relativos tem uma distribuição do tipo log-normal". (sic)

Alexander Berndt, in "Algumas Observações sobre o INPC - Índice Nacional de Preços ao Consumidor", mimeo, FIPE, dezembro de 1979.

"Como os preços relativos de um produto têm distribuição log-normal, o logaritmo desses preços tem distribuição normal, o que vem a mostrar que a média aritmética desses logaritmos é o valor mais provável da última distribuição, ou seja, que a média geométrica dos preços relativos é o valor mais provável dos preços relativos do produto e, portanto, melhor representa o conjunto desses preços". (sic)

...Além do mais, a média geométrica não introduz qualquer tendenciosidade no cálculo do INPC"...

Jessé Montello, in "Algumas Observações sobre o Cálculo do Índice Nacional de Preços ao Consumidor", mimeo, IBGE, abril, 1983.

"Sendo assim, o estimador de máxima verossimilhança obtido por uma amostra de preços relativos do mesmo produto será a média geométrica g desses preços. De fato, para a distribuição dos logaritmos dos preços relativos a média aritmética m é o estimador de máxima verossimilhança, então, como a função exponencial é monótona não decrescente, segue-se que

$$g = \ell^{m}$$

é também, um estimador de máxima verossimilhança".

Jessé Montello, in "Distribuição dos preços dos produtos de consumo", mimeo, IBGE (s/d)

Entendendo que as assertivas citadas referem-se a estimadores da Esperança Matemática da população, demostramos, a seguir, que essas afirmativas são improcedentes e mesmo incorretas, porque:

a. não se pode generalizar que as distribuições de preços sejam do tipo lognormal.

b. mesmo admitindo que as distribuições de preços ou dos relativos de preços sejam lognormais, o estimador de máxima verossimilhança da expectância da população *não é a média geométrica*, quer dos preços absolutos quer dos relativos de preços.

c. na hipótese acima, a média geométrica tem um viés negativo, *sempre*.

No item dois destas notas tratamos do aspecto dedutivo; no item três, ilustramos com evidências empíricas.

2. DEMONSTRAÇÕES

2.1. *DEDUÇÃO DA FUNÇÃO LOGNORMAL*

$$\text{Seja: } f(x;\ \theta_1,\ \theta_2) = \frac{1}{\sqrt{2\ \Pi\ \theta_2}}\ \ell^{-\frac{1}{2\ \theta_2}(x\ -\ \theta_1)^2} \quad ,\ -\infty < x < \infty \qquad \text{(I)}$$

a função de densidade de probabilidade da variável aleatória X, com parâmetros desconhecidos θ_1 e θ_2. Trata-se da conhecida distribuição normal, $n\ (\theta_1,\ \theta_2)$.

Suponhamos que $X = \ell n\ Y$, na expressão (I) acima. De modo que $Y = \ell^X$. Desejamos obter a função de densidade de probabilidade(*f.d.p*) de Y.

Observemos, em primeiro lugar, que o espaço amostral de Y é $\{Y;\ o < y < \infty\}$

Seja, então g(Y) a *f. d. p.* desejada. Pela técnica de transformação de variáveis, temos que:

$$g(y;\ \theta_1,\ \theta_2) = f\ [w\ (y)\ ]\ |J| \qquad \text{(II)}$$

onde $w\ (y) = \ell n\ y$ é a função inversa de Y;

$J = \frac{d}{dy}\ [\ w\ (y)\ ] = \frac{1}{y}$ é o jacobiano da transformação $Y = \ell^X$

Substituindo a w (Y) na equação (I), temos:

$$g\ (y;\ \theta_1,\ \theta_2) = f\ [\ w\ (y);\ \theta_1,\ \theta_2]\ |J| =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\ \Pi\ \theta_2}}\ \ell^{-\frac{1}{2\theta_2}(\ \ell n\ y_1 -\ \theta_1)^2} \cdot \frac{1}{y_i}$$

ou

$$g\,(y;\,\theta_1,\,\theta_2) = \frac{1}{\sqrt{2\,\Pi\,\theta_2}\,.\,y}\,\ell^{-\frac{1}{2\,\theta_2}(\ell n\,y\,-\,\theta_1)^2}\,,\ \text{se } 0 < y < \infty \qquad \text{(III)}$$

$$= 0,\ \text{se } y \leqslant 0$$

Esta função é uma *f. d. p* e é conhecida como distribuição Lognormal.

2.2. *CARACTERÍSTICAS DA DISTRIBUIÇÃO LOGNORMAL*

Pode-se demonstrar que a *f. d. p* (III) tem as seguintes características:

$$E\,(y) = \ell^{\left(\theta_1 + \frac{1}{2}\,\theta_2\right)}$$

$$Var\,(y) = \ell^{(2\,\theta_1 + 2\,\theta_2)} - \ell^{(2\,\theta_1 + \theta_2)}$$

onde E (y) é a esperança matemática de y e var (y) sua variância.

2.3. *ESTIMADORES DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA*

Suponhamos que a variável aleatória Y tenha distribuição lognormal.

Seja uma amostra aleatória de Y de tamanho n: $Y_1, \ldots, Y_n$.

A função de verossimilhança dessa amostra é

$$L\,(y_1\,,\ldots,y_n;\,\theta_1,\,\theta_2) = \frac{1}{(2\,\Pi\,\theta_2)^{n/2}}\,.\,\ell^{-\frac{1}{2\,\theta_2}\sum\limits_{i=1}^{n}(\ell n\,y_i\,-\theta_1)^2}\,.\,\frac{1}{\prod\limits_{i=1}^{n} y_i}$$

Aplicando logaritmos neperianos, vem:

$$\ell n\,L\,(y_1\,,\ldots,y_n;\,\theta_1,\,\theta_2) =$$

$$= -\,\frac{n}{2}\,(\ell n\,2\,\Pi + \ell n\,\theta_2) - \frac{1}{2\theta_2}\sum_{i=1}^{n}(\ell n\,y_i - \theta_1)^2 - \sum \ell n\,y_i$$

Derivando com respeito a θ_1 e θ_2, temos:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1}(y_1, \ldots, y_n; \theta_1, \theta_2) = \frac{1}{\theta_2} \sum_{i=1}^{n} (\ell n\ y_i - \theta_1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_2}(y_1, \ldots, y_n; \theta_1, \theta_2) = -\frac{n}{2\theta_2} + \frac{\sum (\ell n\ y_i - \theta_1)^2}{2\theta_2^2}$$

As funções de máxima verossimilhança $\theta_1(y_1, \ldots, y_n)$ e $\theta_2(y_1, \ldots, y_n)$ são estimadas igualando a zero as expressões acima. Assim:

$$\hat{\theta}_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \ell n\ y_i$$

$$\hat{\theta}_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[\ell n\ y_i - \frac{\sum \ell n\ y_i}{n} \right]^2 \qquad \text{(IV)}$$

2.4. ESTIMADORES DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA DE E (Y)

Como os estimadores de máxima verossimilhança têm a propriedade da invariância e como $E(y) = h(\theta_1, \theta_2)$, então:

$$\hat{E}(y) = \hat{h}(\theta_1, \theta_2) = h(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)$$

ou

$$\hat{E}(y) = \ell^{[\hat{\theta}_1 + \frac{1}{2} \hat{\theta}_2]} \qquad \text{(V)}$$

2.5. FICA DEMONSTRADO, PORTANTO, QUE:

a. O estimador de máxima verossimilhança da esperança matemática de uma variável aleatória que tem *f. d. p* log-normal é

$$\ell^{[\hat{\theta}_1 + \frac{1}{2} \hat{\theta}_2]}$$

b. a média geométrica dos elementos da amostra sempre subestima o estimador de MV, pois:

$$\hat{E}(y) = M^G \, . \, \ell^{\frac{1}{2}\hat{\theta}_2}$$

Sendo $\ell^{\frac{1}{2}\hat{\theta}_2} > 1$, uma vez que $\hat{\theta}_2 > 0$

3. EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS

As hipóteses sobre os perfis das distribuições de preços são passíveis de teste empírico. Em essência, procura-se resposta à indagação: é provável ou aceitável que determinada amostra provenha de específica população?

Admitida determinada hipótese, um ponto básico é a medida dos desvios entre os métodos usualmente aplicados na prática e o estimador de máxima verossimilhança. Vejamos,resumidamente, os resultados.

3.1. TESTES DE HIPÓTESES

Testamos as hipóteses de distribuição normal e distribuição lognormal de preços absolutos e relativos de preços para subitens da estrutura dos índices do Rio de Janeiro e de São Paulo com as amostras dessas duas regiões metropolitanas utilizadas nos cálculos do INPC dos meses de maio e junho passados.

Para tamanho de amostras maiores que 50 estabelecimentos comerciais, o teste aplicado foi de Kolmogorov Smirnov (estatística D) e para tamanhos de amostra menores que 50 estabelecimentos, aplicou-se o teste de Shapiro Wilk (estatística W).[1]

Examinando os anexos I e II, verificamos que há grande variedade de situações, não podendo se chegar a conclusões precisas. Na tabela 1 a seguir, apresentamos a freqüência de aceitação da hipótese.

[1] Para maiores esclarecimentos consultar: M.H. De Groot, "Probability and Statistics", Addison - Wesley P. Company, 1975 e SS. Shapiro and M.B. Wilk "An Analysis of Variance for Normality (complete samples), Biometrika, 52, p. 591-611, 1965.

TABELA 1: FREQÜÊNCIA DE ACEITAÇÃO DA HIPÓTESE DE NORMALIDADE POR VARIÁVEL OU CONJUNTO DE VARIÁVEIS

VARIÁVEIS	RIO DE JANEIRO		SÃO PAULO	
	MAIO	JUNHO	MAIO	JUNHO
p	3	2	2	3
p e ln p	3	1	1	1
p, ln p e r	2	1	-	-
p, ln p, r e ln r	3	6	3	3
ln p	3	6	6	5
ln p e r	1	2	-	1
ln p, r e ln r	2	-	2	1
r	2	-	1	1
r e ln r	5	3	4	6
ln r	2	6	1	3
p, lnp, lr	2	-	1	-
ln p, ln r	1	-	2	1
p, r, ln r	-	2	1	1
p e r	-	-	1	-

Verificamos certo predomínio da hipótese de lognormalidade dos preços absolutos (21 casos), não obstante não se assegure sua permanência em meses consecutivos (ver anexos I e II). A hipótese de lognormalidade dos relativos de preços apresenta freqüência 12, um percentual abaixo de 7%. Em 10 situações foi aceita a hipótese de que os preços absolutos se distribuem conforme uma normal. As outras situações são pouco expressivas mas caracterizam grande faixa de interseção.

3.2. COMPARAÇÃO ENTRE OS ESTIMADORES DE MV E OS MÉTODOS RM, M^R E M^G.

A fim de termos uma idéia acerca das relações envolvendo as diversas alternativas, selecionamos os resultados dos métodos desde que a hipótese de lognormalidade tenha sido aceita sem exigência de exclusividade. Os resultados das estimativas encontram-se nos anexos III e IV. A seguir, na tabela 2 apresentamos as estimativas dos parâmetros e das estatísticas associadas referentes às regressões entre MV e demais métodos para as duas regiões metropolitanas.

TABELA 2. ESTIMATIVAS DOS PARÂMETROS E ESTATÍSTICAS DAS REGRESSÕES - VARIÁVEL DEPENDENTE MV - VARIÁVEIS INDEPENDENTES: RM, M^G E M^R

VARIÁVEIS INDEPENDENTES	ESTIMATIVAS DOS PARÂMETROS	DESVIO PADRÃO	ESTATÍSTICAS			t (.10)
			t	R^2	F	
Rio de Janeiro						
RM	a = .2273	.0740	3.07	.8301	146.6	
	b = .8073	.0667	12.11			
M^G	a = .0927	.0613	1.51	.9041	282.8	1.699
	b = .9474	.0563	16.82			
M^R	a = .0146	.0169	0.86	.9930	4275.3	
	b = .9917	.0152	65.39			
SÃO PAULO						
RM	a = .1380	.0684	2.02	.8831	203.9	
	b = .8784	.0615	14.28			
M^G	a = .0715	.0385	1.86	.9646	735.3	1.708
	b = .9530	.0351	27.12			
M^R	a = .0029	.0043	0.68	.0996	66911.3	
	b = .9983	.0038	258.67			

As estatísticas são suficientemente claras e mostram que:

. o estimador de MV, tanto com os dados do Rio de Janeiro (RJ) quanto com os de São Paulo (SP) é mais elevado do que o RM. As relações, estatisticamente significantes, são, respectivamente:

$$MV_{RJ} = 0.22733 + 0.80727\ RM_{RJ}$$

$$MV_{SP} = 0.13799 + 0.87839\ RM_{SP}$$

. o estimador de MV nas duas áreas metropolitanas encontra-se em nível superior à M^G. No caso do Rio de Janeiro, não é pacífica esta conclusão dado que a estatística t é relativamente baixa. São as seguintes equações:

$$MV_{RJ} = 0.09270 + 0.94738\ M^G_{RJ}$$

$$MV_{SP} = 0.07154 + 0.95302\, M^{G}_{SP}$$

. não há diferenças estatisticamente significantes entre as estimativas de máxima verossimilhança e a M^R, uma vez que nos dois exemplos são aceitas as hipóteses $a = 0$ e $b = 1$.

O resultado mais notável dessas regressões é a igualdade entre MV e M^R. Significa que, constatada a hipótese de que os relativos de preços se distribuem conforme uma lognormal então, dentre as alternativas passíveis de uso corrente, seria nomeada a média dos relativos (2). Em termos de resultados médios, constata-se para as duas regiões a mesma ordem $\overline{MV} > \overline{M}^R > \overline{RM} > \overline{M}^G$, com os seguintes números: Rio de Janeiro : $\overline{MV} = 1.11611$; $\overline{M}^R = 1.11066$; $\overline{RM} = 1.10098$; $\overline{M}^G = 1.08025$; São Paulo : $\overline{MV} = 1.11053$; $\overline{M}^R = 1.10945$; $\overline{RM} = 1.10718$; $\overline{M}^G = 1.09020$.

4. CONCLUSÕES

Pelo desenvolvimento deste texto, concluímos que:

. aceita a hipótese de lognormalidade, o estimador da esperança matemática da população não é a média geométrica e sim a expressão (V). Consequentemente a média geométrica subestima a estimativa de MV.

. não pode ser aceita a generalização da hipótese de lognormalidade quer dos preços quer dos relativos.

. a evidência empírica mostra que quando a distribuição dos relativos é lognormal, então: $MV > M^R > RM > M^G$. Entre MV e M^R não há diferença estatisticamente significante. O RM é intermediário e M^G a alternativa mais precária.

Em resumo, sob o enfoque estatístico dos estimadores amostrais, as afirmativas acerca da pertinência da média geométrica são teoricamente erradas e empiricamente infundadas.

---

(2) Não deixa de ser irônica a incongruência entre as afirmativas sobre lognormalidade e essa conclusão.

B I B L I O G R A F I A

FISHER, I. *The Making of Index Number* (3^{rd} *edition*). Boston, Houghton Miffling Company, 1927.

HOGG, R. V & CRAIG, A. T. *Introduction to Mathematical Statistics* (fourth edition). New York, Macmillan Publishing Co., Inc,1978.

MONTELLO, J. *Algumas Observações sobre o Cálculo do Índice Nacional de Preços ao Consumidor*. (mimeo) IBGE, abril de 1983.

MOOD, A. M. & GRAYBILL, F. A. *Introduction to the Theory of Statistics* (second edition). Tokyo, Kōgakusha, Company Ltd, 1963.

MOURA DE MELO, F. A. Índices de Preços: Análise Contínua e Índices em Cadeia. *Revista Brasileira de Economia*. Rio de Janeiro, 36 (4): 403-28, out./dez. 1982.

_______. *Os Índices dos Subitens ou os Estimadores dos Subitens*. Texto DESIP Nº 5, (mimeo) DESIP/IBGE, junho de 1983.

ANEXO I : ESTATÍSTICAS D OU W PARA PREÇOS RELATIVOS E LOG DE PRECOS E RELATIVOS POR MÊS
AM: RIO DE JANEIRO

CÓDIGO DO PRODUTO	ABRIL		MAIO				JUNHO			
	p	$ln\ p$	p	$ln\ p$	r_1	$ln\ r_1$	p	$ln\ p$	r_2	$ln\ r_2$
1101002 16U10	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	>.15	>.15	.145	>.15
1101002 17U10	>.15	>.15	.075	.024	.096	>.15	.074	.018	.019	.112
1101052 06U05	.080	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	.028	<.01	.010
1108012 01063	.045	.114	<.01	<.01	<.01	.933	<.01	<.01	<.01	.146
1110044 08000	<.01	<.01	<.01	<.01	.022	.099	.022	<.01	.495	.518
1110044 09000	.437	.379	.014	<.01	.806	.617	.036	.015	.478	.712
1110044 10000	<.01	<.01	<.01	<.01	.012	.037	<.01	<.01	.243	.428
3102035 01009	.027	.334	.500	.264	.039	.762	.040	.386	.373	.087
3102035 02009	.262	.961	.944	.335	.442	<.01	.087	.503	.490	.028
3102035 04009	<.01	<.01	<.01	.341	.010	<.01	<.01	.044	<.01	.362
3102035 07009	.499	.496	.483	.330	<.01	<.01	.168	.568	.471	.182
3102035 08009	.084	.205	.045	.345	.276	.277	.136	.384	.822	.459
3102035 09401	<.01	<.01	<.01	.047	<.01	<.01	<.01	.045	<.01	.014
3102035 10401	.026	.074	<.01	.379	.187	.084	.024	.290	<.01	<.01
3102035 11000	.012	.013	.221	.282	.715	.462	<.01	<.01	.035	.036
3102035 12000	.090	.056	.092	.068	.876	.564	.048	.031	.044	.111
4102004 02U30	<.01	.530	<.01	.407	.258	.480	<.01	.180	<.01	<.01
4103012 01771	.089	<.01	.622	<.01	<.01	<.01	.385	<.01	<.01	<.01
4103012 01772	.420	<.01	.492	<.01	<.01	<.01	.282	<.01	<.01	<.01
4103012 01773	.021	<.01	.066	<.01	<.01	<.01	.040	<.01	<.01	<.01
4103012 01774	.085	<.01	.313	<.01	<.01	<.01	.089	<.01	<.01	<.01
4103012 01775	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	.013	<.01	<.01	<.01
1103003 09000	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	.018	<.01	.089
1103003 10000	<.01	<.01	<.01	<.01	.015	.038	<.01	<.01	.013	<.01
1103003 11000	<.01	<.01	<.01	<.01	.036	<.01	.034	<.01	.056	>.15
1103028 01063	.048	<.01	.013	<.01	.143	<.01	<.01	.040	<.01	.042
1110009 01063	.055	.096	.022	.014	.403	.544	<.01	<.01	.041	.209
1110009 02063	.170	.423	<.01	.037	.516	.385	.411	.721	.272	.444
1110009 03063	.015	.048	.478	.622	.572	.495	.724	.776	.660	.624
1110009 04063	.698	.566	.546	.584	<.01	.085	.259	.146	.303	.602
1110009 05063	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01
1110009 06063	<.01	<.01	.803	.356	.255	.026	.057	.168	.027	.078
1110009 07063	<.01	.028	<.01	.024	.160	<.01	.422	.319	.039	.035
1112015 04023	<.01	<.01	<.01	<.01	(*)	(*)	<.01	<.01	(*)	(*)
1112015 04047	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01
4201002 15U05	.820	.492	.216	.498	.028	.235	.439	<.01	.292	.850
4201002 16U05	<.01	.306	<.01	.414	<.01	.010	.179	.045	.315	.355
4201002 17U05	.031	.516	.014	.848	<.01	.324	.419	.404	.384	.017
4201002 18U05	<.01	.524	.493	.470	<.01	.068	.092	.705	<.01	<.01
4201002 19U05	.402	.216	.297	.379	.269	.488	<.01	.568	<.01	<.01
4201002 21U05	<.01	.333	<.01	.170	<.01	.013	<.01	.684	<.01	<.01

(*) - Desvio-padrão igual a zero.

/wom.-

ANEXO II : ESTATÍSTICAS D OU W PARA PREÇOS RELATIVOS E LOG DE PREÇOS E RELATIVOS POR MÊS
AM: SÃO PAULO

CÓDIGO DO PRODUTO	ABRIL		MAIO				JUNHO			
	p	$\ln p$	p	$\ln p$	r_1	$\ln r_1$	p	$\ln p$	r_2	$\ln r_2$
1101402 16U10	.088	.071	.103	>.15	>.15	>.15	>.15	>.15	<.01	<.01
1101402 17U10	>.15	>.15	>.15	.024	.104	>.15	>.15	>.15	>.15	>.15
1101468 07U05	>.15	.039	.031	<.01	.073	.297	<.01	<.01	.01	.065
1108412 01000	.025	.032	<.01	<.01	.159	.421	.081	.084	<.01	.026
1110444 01000	.084	.027	<.01	.010	.013	<.01	<.01	<.01	<.01	.018
1110444 02000	.071	.022	<.01	<.01	.030	.026	<.01	.016	.038	.081
1110444 04000	.028	.011	.077	.036	.149	.053	.095	.084	<.01	<.01
1110444 06000	.065	.068	.129	.197	.042	.095	.050	.109	.438	.576
3102435 01000	.011	.053	.036	.036	.017	.042	.212	.145	.361	.349
3102435 02000	.031	.020	.097	.094	.093	.094	.038	<.01	.450	.249
3102435 03000	<.01	<.01	<.01	<.01	.019	.045	.053	.016	.048	.048
3102435 04000	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	.018	.083	.356	.372
3102435 05000	.421	.310	.126	.330	.471	.575	.051	.096	.167	.088
3102435 06000	.061	.064	.051	.014	.639	.514	.361	.075	.208	.235
3102435 07000	.052	.231	.271	.579	.303	.354	.028	.042	.797	.284
4102404 01U05	<.01	.024	<.01	.020	<.01	<.01	<.01	.019	<.01	<.01
4102404 02U05	<.01	.723	<.01	.718	<.01	<.01	<.01	.067	<.01	<.01
4102404 03U05	<.01	.068	<.01	.738	<.01	<.01	<.01	.323	<.01	<.01
4102404 04U05	<.01	.307	<.01	.030	<.01	<.01	<.01	.019	<.01	<.01
4102404 05U05	<.01	.190	<.01	.406	<.01	<0.01	<.01	.417	<.01	<.01
4103412 03U05	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01
4103412 04U05	<.01	<.01	<.01	<.01	.301	.786	<.01	<.01	<.01	<.01
4103412 05U05	<.01	.170	<.01	<.01	.023	.069	<.01	<.01	.035	.333
1103403 01000	<.01	<.01	<.01	.016	<.01	.013	<.01	<.01	<.01	<.01
1103403 02000	.306	.054	<.01	<.01	<.01	<.01	.167	.093	<.01	.011
1103428 01000	<.01	<.01	.092	<.01	<.01	.031	.019	<.01	<.01	>.15
1110409 01000	.115	.188	.084	.241	.409	.556	>.15	.095	.665	.438
1110409 02000	<.01	<.01	<.01	.011	.454	.649	<.01	.019	.474	.435
1110409 05000	<.01	<.01	.140	.021	<.01	.047	<.01	<.01	.019	>.15
1110409 06000	<.01	<.01	.178	.049	.701	.031	<.01	<.01	.751	.534
1110409 07000	.182	.265	.043	.349	<.01	.046	.046	.067	.329	.055
1110409 08000	>.15	.021	>.15	.115	<.01	<.01	.012	<.01	>.15	>.15
1112415 01000	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01
1112415 03000	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01	<.01
4201402 01U05	<.01	.848	<.01	.467	<.01	.449	<.01	.455	<.01	.429
4201402 02U05	<.01	.407	<.01	.676	.026	.313	.036	.805	<.01	.018
4201402 03U05	<.01	.763	<.01	.494	<.01	.016	.047	.584	.012	.088
4201402 05U05	<.01	.226	.0114	.743	<.01	.011	.825	.040	<.01	.048
4201402 06U05	.701	.234	.030	.616	.267	.505	<.01	<.01	<.01	.013
4201402 07U05	<.01	.965	<.01	.055	<.01	<.01	.010	.422	<.01	<.01

FONTE:

NOTA:

ANEXO III: ESTIMATIVAS DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA E POR MÉTODOS ALTERNATIVOS
RIO DE JANEIRO: ABRIL/MAIO E MAIO/JUNHO DE 1983

PRODUTOS	A B R I L / M A I O				PRODUTOS	M A I O / J U N H O			
	$\ell^{\hat{\theta}_1 + \frac{1}{2}\hat{\theta}_2}$	RM	M^G	M^R		$\ell^{\hat{\theta}_1 + \frac{1}{2}\hat{\theta}_2}$	RM	M^G	M^R
110100217U10	1.00610	1.00474	1.00253	1.00607	110100216U10	1.09261	1.08697	1.08360	1.09269
110801201063	1.05497	0.98795	0.98449	1.05310	110100217U10	1.04504	1.03595	1.03948	1.04508
111004408000	1.00596	0.99316	0.98818	0.99457	110801201063	0.98596	0.93476	0.94582	0.98418
111004409000	1.00520	1.01124	1.00234	1.00506	111004408000	1.02367	1.01685	1.01555	1.02341
310203501009	1.24451	1.14768	1.18026	1.24244	111004409000	0.96784	0.94860	0.95946	0.96754
310203508009	1.59838	1.62501	1.57287	1.59375	111004410000	0.95638	0.94678	0.95187	0.95187
310203511000	1.32023	1.23377	1.20890	1.29873	310203504009	1.15528	1.16853	1.10032	1.15588
310203512000	1.23333	1.15384	1.12236	1.20817	310203507009	0.94560	0.73661	0.81134	0.89762
410200402U30	1.13878	1.13252	1.12454	1.13835	310203508009	0.98003	1.15384	0.87834	0.95971
111000901063	1.18224	1.19006	1.17372	1.18186	310203512000	1.23790	1.32708	1.10409	1.21429
111000902063	1.10763	1.10181	1.09742	1.10662	110300311000	1.16737	1.15974	1.14134	1.16675
111000903063	1.18065	1.18036	1.17768	1.18042	111000901063	1.11899	1.12096	1.10759	1.11874
420100215U05	1.08635	1.07880	1.06141	1.08558	111000902063	1.12445	1.12382	1.11684	1.12399
420100217U05	1.10296	1.08187	1.07897	1.10304	111000903063	1.11224	1.10136	1.10677	1.11179
420100219U05	1.08252	1.07989	1.05142	1.08089	111000904063	1.21552	1.21922	1.21023	1.21534
					420100215U05	1.15008	1.09712	1.11611	1.14894
					420100216U05	1.08678	1.05049	1.05202	1.08469